

ARX モデルと伝達関数を用いた曲げせん断モデル
の剛性・減衰同定法正会員 ○桑原 誠*
同 中村尚弘**同 吉富信太*
同 竹脇 出*システム同定 構造ヘルスモニタリング 曲げせん断モデル
ARXモデル 物理パラメータ同定 同定関数

1. 序

建築構造分野におけるシステム同定法は、現実の構造物と設計モデルの対応を明らかにする技術として、また構造ヘルスモニタリングの主要な技術として、その重要性は高まりつつある。既往の同定法の多くは、せん断モデルを扱っているが、高層建物では、建物全体の曲げを考慮したモデル化が必要不可欠である。

本研究の目的は、建物全体の曲げを考慮した曲げせん断モデルを用いた場合の、せん断剛性、回転剛性を各層の水平加速度応答を用いて直接同定する手法を提案することである。同定に際しては、限定された層の応答だけを用いるせん断モデルの同定関数^{1,2)}を曲げせん断モデルに拡張した関数の振動数 $\omega=0$ の極限值を用いる。この関数が低振動数域において乱れるという問題点に対し、ARX モデルを用いて同定関数の平滑化を試みる。

2. 同定理論

2.1 建物モデルと運動方程式

本論文では、図1のようなせん断剛性、粘性減衰、回転剛性、回転減衰を有する N 層線形弾性曲げせん断モデルを用いた同定法を提案する。このモデルは建物全体の曲げを各層に付加された回転ばねにより評価し、せん断ばねと回転ばねを直列配置したモデルである。節点及び要素番号を建物最下層から順次付与することとし、図1のモデルにおける諸量をそれぞれ次のようなパラメータを用いて表すこととする。ただし、大文字は各成分のフーリエ変換を表し、 $\ddot{u}_g$ は地動加速度を表す。

m :質量 J :回転慣性 c_s :減衰係数 c_b :回転減衰
 k_s :せん断剛性 k_b :回転剛性 H :高さ y :相対変位
 v :せん断変形 θ :床回転角 ϕ :層間相対床回転角

これらを用いると、図1のようなモデルの運動方程式は(1)式のように表される。ただし、各行列は以下のような成分をもち、剛性行列 $\mathbf{K}$ は減衰行列 $\mathbf{C}$ の各減衰成分を剛性に置き換えたものである。

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}] \mathbf{U}(\omega) = -\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}_g(\omega) \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \text{diag}(m_1, \dots, m_N \mid J_1, \dots, J_N) \quad (2)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{s1} + c_{s2} & -c_{s2} & & 0 & -H_1 c_{b1} & H_2 c_{s2} & & 0 \\ -c_{s2} & c_{s2} & & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & & -c_{sN} & & 0 & 0 & & -H_N c_{sN} \\ 0 & -c_{sN} & c_{sN} & & 0 & 0 & & 0 \\ -H_1 c_{s1} & 0 & 0 & 0 & H_1^2 c_{s1} + c_{b1} + c_{s2} & -c_{b2} & & 0 \\ H_2 c_{s2} & & & & -c_{b2} & c_{s2} & & -c_{bN} \\ & & & & & & -c_{bN} & H_N^2 c_{sN} + c_{bN} \\ 0 & H_N c_{sN} & -H_N c_{sN} & & 0 & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

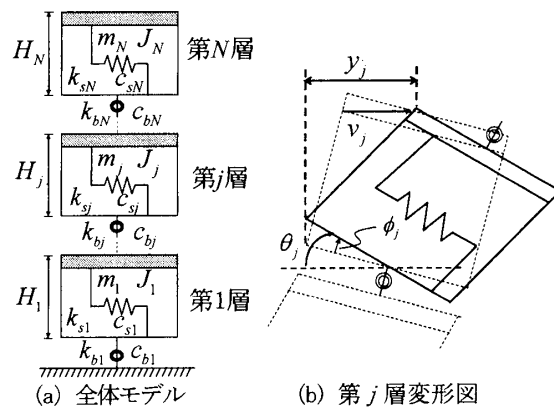


図1 N層曲げせん断モデル

$$\mathbf{U}(\omega) = \{Y_1, \dots, Y_N \mid \Theta_1, \dots, \Theta_N\}^T \quad (4)$$

$$\mathbf{r} = \{1, \dots, 1 \mid 0, \dots, 0\}^T \quad (5)$$

2.2 水平加速度応答を用いた同定法 (2層モデル)

せん断型モデルに対して導入された同定関数^{1,2)}を(6)式に示す。 $f_j(\omega)$ の $\omega \rightarrow 0$ の極限值によりせん断モデルの層剛性を同定できる。(6)式右辺の $\ddot{Y}_j(\omega)$ はせん断モデルの水平加速度応答のフーリエ変換であるが、これに曲げせん断モデルの水平加速度応答を代入することを考える。

$$f_j(\omega) = \frac{-\omega^2 \sum_{i=j}^N m_i}{\{(\ddot{U}_g + \ddot{Y}_{j-1})/(\ddot{U}_g + \ddot{Y}_j)\} - 1} \quad (6)$$

2層曲げせん断モデルについて、(1)式より解析的に求めた $\ddot{Y}_j(\omega)$ を(6)式に代入し、 $\omega=0$ まわりでテイラー展開したものを、(7),(8)式に示す。ただし、せん断剛性と回転剛性の比率を $X_j = k_{sj}/k_{bj}$ とする。

$$f_1(\omega) = \frac{(m_1 + m_2)k_{s1}}{(m_1 + m_2)(1 + H_1^2 X_1) + m_2 H_1 H_2 X_1} + O(\omega) \quad (7)$$

$$f_2(\omega) = \frac{m_2 k_{b1} k_{s2}}{\{(m_1 + m_2)H_1 H_2 + m_2 H_2^2\}k_{s2} + m_2(1 + H_2^2 X_2)k_{b1}} + O(\omega) \quad (8)$$

第1層の同定関数 $f_1(\omega)$ の $\omega \rightarrow 0$ の極限值 $\lim_{\omega \rightarrow 0} f_1(\omega)$ は(7)式の右辺定数項に対応する。(6)式から数値的に求めた $\lim_{\omega \rightarrow 0} f_1(\omega)$ を(7)式の右辺定数項と等置すると、 X_1 が既知であれば第1層のせん断剛性 k_{s1} が求められる。また剛性比率 X_1 から回転剛性 k_{b1} が求められる。

同様に、(6)式から数値的に求めた $\lim_{\omega \rightarrow 0} f_2(\omega)$ を(8)式の右辺定数項と等置すると、 X_2 が既知であれば第1層の剛性を用いて第2層の剛性 k_{s2} 、 k_{b2} が求められる。

3. 数値シミュレーションによる検証 (2層モデル)

3.1 振動数領域のシミュレーションを用いた検証

2.2 節で示した2層モデルにおける同定関数の $\omega \rightarrow 0$ の極限值が、(7),(8)式の右辺定数項の値と一致することを検証する。ここでは各層とも質量 3200kg、回転慣性 2133kgm²、階高 4m に設定し、表1に示す剛性・減衰をもつ2層モデルを用いて、振動数領域のシミュレーションを行う。ただし、せん断剛性は1次固有周期 0.2 秒で逆三角形1次モードになるせん断モデルの剛性を用い、剛性比率は X_1 、 X_2 共に 0.053 である。また、1次の減衰定数は1.21% (剛性比例) に設定した。

図2において、振動数 $\omega = 0$ においてシミュレーションのグラフと(7),(8)式より求めた同定関数極限值が一致している。従って、(7),(8)式および剛性比率 $X_j = k_{sj}/k_{sj}$ を用いることで剛性が第1層から順次同定されることが分かる。一方、減衰については、地動加速度と水平加速度応答の伝達関数を用いた half-power 法により、1次減衰定数が約 1.25% (設定値 1.21%) となることを明らかにした。

尚、モデル諸量を変えたケースについても同様に同定可能であることを確認している。

表1 2層のモデル諸量

層	k_s [N/m]	k_r [Nm/rad]	c_s [Ns/m]	c_r [Nms/rad]
1	9.47×10^6	1.79×10^8	1.21×10^4	2.27×10^5
2	6.32×10^6	1.19×10^8	8.04×10^3	1.52×10^5

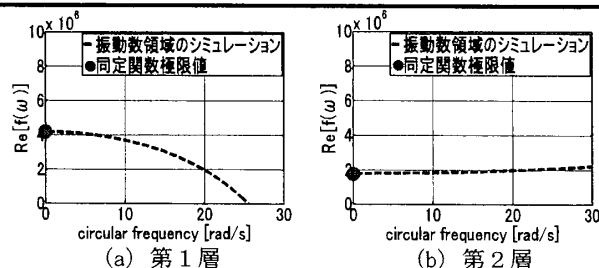


図2 同定関数の実部

3.2 時刻歴応答データを用いた検証

次に、前節と同様の2層モデルに対し、図3のようなバンドリミテッドホワイトノイズを入力した時刻歴解析を行い、得られた時刻歴応答データに本手法を適用する。また、(6)式分母の伝達関数に対して、時刻歴応答データのフーリエ変換を用いた同定関数は、低振動数域において乱れるという問題点がある。そこで、(6)式分母の伝達関数を ARX モデルの伝達関数によって表現することで、同定関数の平滑化を試みたシミュレーション結果も併せて示す。ARX モデル次数は 200 とした。

図4より、剛性については時刻歴応答データを用いた検証でも良好な精度を保っている。また、フーリエ変換を用いた同定関数の低振動数域における乱れを、ARX モデルを用いることにより回避できており、ARX モデルの利用は有効な手段であると考えられる。

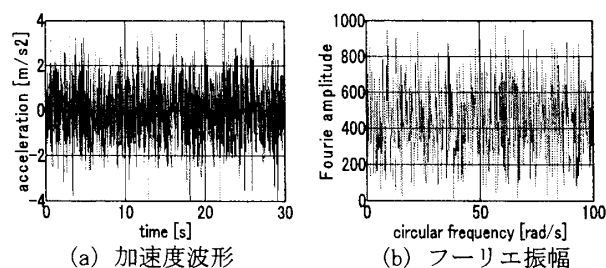


図3 入力波

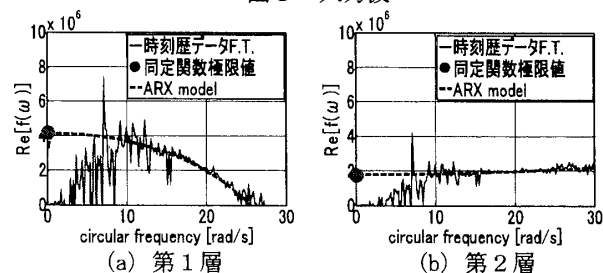


図4 同定関数の実部

一方、減衰については、ARX モデルを用いて表現した、地動加速度と水平加速度応答の伝達関数に対して、前節と同様に half-power 法を用いて評価した結果、1次減衰定数が約 1.12% (設定値 1.21%) となることを明らかにした。

4. 結論

- (1) せん断ばねと回転ばねを直列させた2層曲げせん断モデルについて同定関数のテイラー展開を行い、剛性比率と水平加速度応答から剛性のパラメータを同定する手法を提案した。
- (2) 振動数領域のシミュレーションにより、提案手法の妥当性を示した。
- (3) 地動加速度に対する水平加速度応答の伝達関数に half-power 法を適用することにより減衰定数を評価できることを、振動数領域のシミュレーションにより確認した。
- (4) 時刻歴応答データを用いたシミュレーションの結果より、本手法が時刻歴応答データを用いた際にも良好な精度を確保できることを示した。
- (5) 低振動数域でのばらつきが大きい時刻歴応答データの場合には、ARX モデルの伝達関数を適用して同定関数を平滑化することが効果的であることを明らかにした。

参考文献

- 1) 中村充, 竹脇出, 安井譲, 上谷宏二, 限定された地震観測記録を用いた建築物の剛性と減衰の同時同定, 構造系論文集, 528, 75-82, 2000.2.
- 2) 前田朋宏, 限定された観測データを用いた ARX モデルによる建物の剛性・減衰同定法, 京都大学修士論文, 2011.2.

* 京都大学大学院

** 竹中工務店 技術研究所

* Graduate School, Kyoto University

** R&D Institute, Takenaka Corp.