

氏 名	ラシッド ファルーク Rashid Farooq
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 3105 号
学位授与の日付	平 成 19 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 数 学 ・ 数 理 解 析 専 攻
学 位 論 文 題 目	A Polynomial-time Algorithm for a Stable Matching Problem with Linear Valuations and Bounded Side Payments (線形評価関数と有界な手付をもつ安定マッチング問題に対する多項式時間 アルゴリズム)
論文調査委員	(主 査) 教 授 藤 重 悟 教 授 岡 本 久 教 授 柏 原 正 樹

論 文 内 容 の 要 旨

二種類のエージェントの集合 M と W があって、一方の各エージェントが他方のエージェントの集合上に、手付けに依存する選好を表現する評価関数を持っている状態を考える。二つのエージェント集合 M , W 間のマッチング (1対1対応) は、そのマッチングで対応付けられていない任意の対に対して、そのマッチングの局所的な組み換えと手付けの変更によってその対にとって現状からより満足する状況が得られないとき、安定マッチングという。選好の評価関数が手付けに依存しない場合の安定マッチングの存在は効率的なアルゴリズムを構成することによって1962年に Gale-Shapley によって示され、一方、任意に大きな手付けを許す場合の安定マッチング問題は、割当ゲームと呼ばれ、1972年に Shapley-Shubik によって組合せ最適化問題の代表的なモデルの一つである割当問題の双対解と割当ゲームのコアとの関係が明らかにされて解決されている。さらに、2000年に Eriksson-Karlander によって、Gale-Shapley の安定マッチング問題と Shapley-Shubik の割当ゲームを複合したモデルが提案され、安定解の存在が示されている。

本論文では、Gale-Shapley による安定マッチング問題、Shapley-Shubik による割当ゲームと Eriksson-Karlander の複合モデルを一般化するつぎのようなモデルを考えている。すなわち、各異種エージェントの順序対毎に、その順序対に依存する手付けに線形な評価関数と手付けの上・下限を有するモデルを提示した。その一般化モデルにおいて、手付けの上限と下限が一致して、手付けの自由度がなくなった場合が Gale-Shapley の安定マッチング問題であり、手付けの上限が十分に大きく、下限が十分に小さい場合が Shapley-Shubik の割当ゲームである。さらに、異種エージェントの対の集合が2分割されて、それぞれに安定マッチング型の条件と割当ゲーム型の条件を課した場合が Eriksson-Karlander の複合モデルである。申請者のモデルは Eriksson-Karlander の複合モデルよりもより柔軟に Gale-Shapley による安定マッチング問題と Shapley-Shubik による割当ゲームとを融合したモデルになっている。

申請者は、本研究における一般化モデルにおいて、安定マッチングを特徴付ける必要十分条件を与え、この特徴づけを基礎にして、多項式時間アルゴリズムを導出することによって、一般化モデルにおける安定マッチングの存在を示している。その多項式時間アルゴリズムの構成のために、与えられたマッチングと手付けに関連する補助ネットワークを定義している。アルゴリズムは、容易に得られる (必ずしも安定マッチングではない) 初期のマッチングと手付けから出発して、補助ネットワーク上の最短路問題と関連する最適割当問題を解くことによって、マッチングと手付けを更新し、この手続きを繰り返すことによって、安定マッチングの特徴づけの必要十分条件を満足するマッチングと手付けを見出して停止する。この繰り返しの回数は、問題のエージェントの数を n として、高々 n の3乗に比例し、1回ごとの各更新に要する手間は高々 n の4乗に比例するアルゴリズムである。このような多項式時間アルゴリズムを示すことによって、本研究の一般化モデルにおける安定なマッチングと手付けの存在が構成的に示された。

論文審査の結果の要旨

本学位論文において、二種類のエージェントの集合の間の1対1対応（マッチング）で、互いに他方のエージェント集合上に有する線形な評価関数に基づく選好と有界な手付けのもとで、すべての異種間対に対して局所的なマッチングの組み換えと手付けの変更によってより良い状況を生じないという意味で「安定な」マッチングと手付けを見出す多項式時間アルゴリズムが導出され、安定なマッチングと手付けの存在が構成的に示された。

考察されたモデルは、1962年に提示された Gale-Shapley による安定マッチング問題、1972年に示された Shapley-Shubik による割当ゲーム、さらには、これらを複合して2000年に提示された Eriksson-Karlander による複合モデルをさらに一般化したものである。Eriksson-Karlander が、異種エージェント対の集合を2分割して、その一方の対に Gale-Shapley 型の安定マッチングの選好関係を考え、他方に Shapley-Shubik 型の割当ゲームの選好関係を考えたのに対して、本学位論文では、有界な手付けを考えることによって、安定マッチング問題と割当ゲームを柔軟な形で融合したモデルを構成している。すなわち、手付けの自由度がなくなる場合が Gale-Shapley の安定マッチング問題であり、手付けの自由度が十分に大きい場合が Shapley-Shubik の割当ゲームであり、その間を結ぶすべてのモデルを包含している。また、Eriksson-Karlander が安定解の存在を非構成的に示しただけであるのに対して、本論文では、より一般のモデルに対して、安定マッチングを見出す多項式時間アルゴリズムを導出しており、それによって、安定なマッチングと手付けの存在を構成的に示すことに成功している。

また、多項式時間アルゴリズムの導出に当たって、本論文で示されたつぎの二点が評価される。まず、第一に、本研究の一般化モデルに対する安定マッチングの特徴づけを与える必要十分条件を示した。この条件を手がかりに多項式時間アルゴリズムの構成に成功している。第二に、効率的なアルゴリズム構成のために補助ネットワークを定義し、その上の最短路問題と関連する最適割当問題を解くことを繰り返す形で、最終的に安定なマッチングと手付けの条件を満たすような解を得るようにアルゴリズムを構成している。本アルゴリズムは、エージェントの数を n として、補助ネットワーク上の最短路問題と関連する最適割当問題を解くことによるマッチングと手付けの更新を高々 n の3乗に比例する回数繰り返し、安定なマッチングと手付けを見出して停止する。ここで、各最短路問題と最適割当問題の解を見出すのに高々 n の4乗に比例する手間を要する。本論文は、安定なマッチングと手付けの存在を示しただけでなく、多項式時間アルゴリズムを提示したことも価値あると評価できる。

以上により、本論文は博士（理学）の学位論文として十分に価値のあるものと判断し、論文内容と関連した事項について口頭試問を行った結果、合格と認められた。