

Channel flow の
LES について

東大・生研 堀内 潔 (Kiyosi Horiuti)

3次元乱流の直接シミュレーションに必要な格子点数が $Re^{\frac{9}{4}}$ のオーダーに及ぶことは良く知られている。これは、現在計画されているいかなるスーパー・コンピュータをもってしても、実行不可能なオーダーである。したがって、乱流中の渦のうち、格子にかかるスケール (GS) の渦は、直接取り扱ひ、格子以下のスケール (SGS) の渦は、モデル化する必要が生じる。更に、与えられた格子点数の中で最高の精度を出す方法を使う必要が生じるが、これらの要請を満たす有力な方法の一つは、スペクトル法 (Gottlieb et al. (1977)) と、ラージ・エディ・シミュレーション (LES) であろう。

ところで、Navier - Stokes 方程式が、非粘性、外力なしの下では、運動量、エネルギーといった保存量をもつことは良く知られた事実であるが、方程式を離散化した上で

も、こうした量が保存されるように、移流項を設計することは、特に、長時間にわたる数値計算を行なう場合必要である。(N.A. Phillips (1956)). こうしたスキームの代表例としては、保存型で書かれた Arakawa form (A. Arakawa (1966)) と, Rotational form (D.O. Gottlieb et al. (1977)) がよく知られている。後者は、運動量・エネルギーに加え、循環・エンストロフィーといった高次の量も保存する。(D.O. Gottlieb et al. (1977)).

本研究では、三次元平行平板間の乱流場を、LESを用いて計算した。下流(x)方向及び横断(y)方向には周期境界条件を課し、壁では、粘着の条件を課した。周期境界条件を課した方向には、フーリエ級数展開を用い、Spectral法を用いたが、壁に垂直な方向(z)には、二次の中心差分法(但し、不等間隔に格子点が分布されている)を用いた。同様な仕事として、Moin and Kim (1982) (以下MK) による $64 \times 128 \times 63$ (順に、 x, y, z 方向の格子点数)の格子点と、ILLIAC IV を用いた大規模計算がある。本研究で用いた方法は、MKとほぼ同様なものであるが、移流項の近似方法の相違によって、特に、乱流エネルギーの z 方向成分のバランスと、レイノルズ・

ストレスのバランスについて、MKと本研究では、著しい差異が見出された。したがって、乱流強度、あるいは、2点相関にも相異なる結果が生じた。本研究に用いた格子点数は、 $64 \times 64 \times 62$ である。乱流境界層でよく知られているストリーク (S. J. Kline et al. (1967)) は、両計算とも良く再現されているが、その間隔は、MKの250に対し、本計算では、 y 方向には、MKの半分の格子点しか用いていないにもかかわらず、250と同じ値が得られている。MKは、移流項に Rotational form を用い、本研究は、Arakawa form を用いたのであるが、打ち切り誤差の評価の結果、壁の近くのような大きな速度勾配の生じる所では、この打ち切り誤差が、かなり大きな値を示すことがわかり、これが、結果に大きく影響していることがわかり、Rotational form で、顕著であることが確認された。

更に、本研究の結果は、最近 Moser and Moin (1984) (以下 MM) によって行なわれた三次元 curved channel flow の直接シミュレーションの結果に定性的に良く一致することがわかった。MMは、2方向 (x, y) に、フーリエ級数展開、 z 方向に Chebyshev 多項式展開を用いた full に spectral な計算であり、打ち切り誤差が全くないという意味で、純粹に " direct

simulation" である。格子点数としては、 $128 \times 128 \times 65$ を用いたが、レイノルズ数は、壁面摩擦速度と channel の幅で定義して 336 と低いものであるが、Kreplin and Ecklemann (1979) による実験データとの一致は、たいへん良く、低レイノルズ数乱流のシミュレーションとしては信頼できるものと思われる。更に、比較的曲率の小さな計算であるので、壁から十分離れない限り、曲率の影響は小さなものと考えられるので、本計算との比較は有意なものと思われる。

したがって、本研究と MK, MM の比較から、Channel flow の simulation のような、大きな速度勾配をもつ流れの場合、移流項に Rotational form を用い、更に、壁に垂直な方向に、2 次の中心差分を用いた際には、不正確な結果が得られることが指適できた。

詳細は、Horiuti (1986) を参照されたい。

参考文献

1. D.O. Gottlieb and S. A. Orszag (1977):
"Numerical Analysis of Spectral Method."
(NSF-CBMS Monograph No. 26, SIAM)

2. N.A. Phillips (1956) :
Quart J. Roy. Meteorol. Soc. 82, 123.
3. A. Arakawa (1966) :
J. Comp. Phys., 1, 119.
4. P. Moin and J. Kim (1982) :
J. Fluid Mech. 118, 341.
5. S. J. Kline, W.C. Reynolds, F.A. Schraub,
and P.W. Runstadler (1967) :
J. Fluid Mech. 30, 741.
6. R.D. Moser and P. Moin (1984) :
NASA Technical Memorandum, No. 85974.
7. K. Horiuti (1986) :
Submitted to J. Comp. Phys.