

氏 名	岩 井 敏 洋
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	論 工 博 第 1017 号
学位授与の日付	昭 和 52 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	A study on differential-geometric structures of dynamical systems with symmetry (対称性をもつ力学系の微分幾何学的構造に関する研究)

論文調査委員 (主査) 教 授 池 田 峰 夫 教 授 大 矢 勇 次 郎 教 授 布 川 晃

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、力学系の対称性の問題を微分幾何学的な視点から研究したもので、9章から成っている。

第1章では、通常考えられている力学系の対称性に触れ、この問題をさらに広い観点から研究するため、微分幾何学的な取扱いについて予備的な考察を行なっている。

第2章では、力学系をいくつかの手法で微分幾何学的に定式化している。その一つは、リーマン空間の接バンドルあるいは余接バンドルを考え、その上のベクトル場によって力学系を定義することである。また一方では、(余)接バンドルと数直線との直積空間を考え、その上の2次微分形式で力学系を定義できることも示されている。これらのベクトル場および微分形式はいずれも通常の運動方程式に代わるもので、そのうちの微分形式からベクトル場を自然な方法で決定することができる。なお、以上の定式化と通常のハミルトン形式との関係も明らかにされている。

第3章では、第2章の各定式化に対し対称性の条件を導いている。ここに対称性とは、力学系を定義しているベクトル場または微分形式を不変にする変換、あるいはそのような変換を許容するという性質のことである。特に、リーマン空間の無限小変換を(余)接バンドルにもち上げた変換が対称性を表わすための条件式を見出している。これらの条件式は以下の各章で順次取扱われている。

第4章では、いわゆる自然力学系の対称性のうち、その無限小変換の母関数が余接バンドルの座標の2次多項式で表わされるものを考察している。高い次元の対称性代数(無限小変換のつくるリー代数)を許容する力学系が、よく知られた調和振動子を含めていくつか見出されている。

第5章では、力学系の対称性の一つの種類として、リーマン空間上のベクトル場を不変にする無限小等長変換を取扱っている。特に、スカラー場を不変にする無限小等長変換も扱われているが、これは通常の対称性に相当するものである。この種の研究では、旧来、無限小変換について特異点を除外して考えることが多かったが、ここでは特異点についてもよく注意が払われている。最高次元の対称性代数とその次に高い次元の対称性代数を明らかにし、それらを許容するリーマン空間の構造を見出している。

第6章では、リーマン空間上のベクトル場を不変にする無限小擬似変換を取扱っている。最高次元の対称性代数とそれを許容するリーマン空間、さらに不変に保たれるベクトル場が求められ、無限小変換の特異点についても配慮されている。

第7章では、第5章の結果をもとにベクトル場を不変にする無限小射影変換について考察している。ここでも、高い次元の対称性代数とそれを許容するリーマン空間、そして不変に保たれるベクトル場が明らかにされている。その結果、定曲率空間上の調和振動子やケプラー運動などの力学系が導かれている。また対称性から自然に導き出される保存量も具体的に求められている。

第8章では相対論的な力学系の対称性を取扱っている。基本的な手法は、第2章、第3章で確立されたものと同じであるが、ここでは擬球バンドルの幾何学が用いられている。特に、通常の4次元時空について、最高次元の対称性代数とそれを許容する時空の構造を明らかにしている。最後に非相対論的な力学系との関係に言及している。

第9章は、対称性理論に関連する多くの話題の概説にあてられている。

論文審査の結果の要旨

最近の多様体理論やリー群理論の発展に伴い、力学系、制御系をはじめ種々のシステムについて微分幾何学的な研究が盛んになり、その中でも対称性（不変性）の問題は重要な課題の一つとみられている。本論文は、対称性をもつ力学系に関する著者のこのような研究をまとめたものである。

力学系の時間的变化は、ふつう運動方程式によって記述されている。著者は、このような運動方程式の役割を幾何学的に抽象し、ある種のベクトル場あるいは2次微分形式を運動方程式の代りに用いている。このうちのベクトル場は、リーマン空間の接バンドルまたは余接バンドルの上で定義されたものであり、微分形式は（余）接バンドルと実直線との直積空間の上で定義されたものである。これらのベクトル場と微分形式の導入により、力学系の微分幾何学的取扱いが簡単になり、その対称性について旧来以上の多くの結果が得られている。その主なものは次の通りである。

1. 著者は、力学系の対称性とは、さきに述べたベクトル場または微分形式を不変にする変換（あるいはそのような変換を許容するという性質）のことであると考え、この立場から力学系の対称性の条件を導いている。特に、リーマン空間の無限小変換を（余）接バンドルにもち上げた変換が対称性を与えるための条件式を見出している。この条件は、従来考えられていたものの拡張である。
2. 次に、自然力学系の対称性のうち、その無限小変換の母関数が余接バンドルの座標の2次多項式で表わされるものを考察し、高い次元の対称性代数（無限小変換のつくるリー代数）を許容する力学系を調和振動子を含めていくつか見出している。一般に、有限次元リー代数をつくる力学的対称性の例は必ずしも多くないが、著者は上述のような母関数を考えて対称性代数を系統的に求めることに成功している。
3. 著者は、力学系の対称性の一つとして、リーマン空間上のベクトル場またはスカラー場を不変にする無限小等長変換について研究し、最高次元の対称性代数とその次に高い次元の対称性代数を明らかにし、それらを許容するリーマン空間の構造をもつ見出している。この研究の特色は、無限小変換が特

異点もつ場合も扱われていることである。この点は、スカラー場を不変にする等長変換に関する池田・西野の研究よりも一歩進んでいる。

4. さらに、ベクトル場を不変にする無限小擬似変換や無限小射影変換についても同様な研究を行い、対称性から自然に導かれる保存量を具体的に求めるとともに、定曲率空間上の調和振動子やケプラー運動その他の力学系を見出している。対称性の研究において、リーマン空間上のベクトル場を不変にする幾何学的諸変換を系統的、具体的に解明したのは著者がはじめてである。

5. 最後に、1で確立した手法を不定値リーマン空間上の擬球バンドルに応用し、特に通常の4次元時空について最高次元の対称性代数とそれを許容する時空の構造を明らかにしている。この結果は、相対論的力学系の対称性に関連するものである。

以上、要するに、本論文は力学系の対称性の問題を微分幾何学的立場から研究し、いくつかの新知見を得たものであって、理論上貢献するところが多いだけでなく、工業力学系への応用も期待される。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。