

京都大学数理解析研究所共同利用研究会「情報物理学の数学的構造」 2006 年 6 月 28 日-30 日

印刷技術への統計力学的アプローチ

和歌山工業高等専門学校・電気情報工学科

雑賀洋平(Yohei Saika)

Department of Electrical and Computer Engineering,

Wakayama National College of Technology

1 はじめに

情報科学の領域では、長年に亘って画像解析やマルコフ確率場[1-3]に関連の諸問題が興味深い研究対象として取り上げられてきた。また、近年、画像修復や誤り訂正符号の問題に対する確率的情報処理と大自由度系の統計力学との間に形式的な類似性[4-7]が見出され、この類似性に立脚して平均場理論[7,8]、レプリカ法[9]等の統計力学的計算手法を、画像修復、誤り訂正符号などの情報科学の問題に応用する研究が活発化した。これに関連して、統計力学的計算手法は、低密度パリティ検査符号[10]、移動体通信[11]、量子情報処理[12]等、広範な領域の問題に応用され、統計力学にもとづく確率的情報処理の優秀さが広く認識されるようになってきている。最近では、確率的情報処理の立場から、レプリカ法の理論的根拠を解明しようとする動きが起こり、統計力学と確率的情報処理との係わり合いがますます深いものとなっている。

一方、印刷は情報を紙媒体に記憶する技術として広く利用されてきた。この技術の要点は、印刷に用いるインクの色数が豊富でないことに起因して、濃淡画像を印刷する場合に画像情報を白黒の2値のみで表現するハーフトーン処理[13,14]を行う点にある。このために開発された技法の多くは、濃淡画像に閾値処理を施すことによってハーフトーン処理を実現するが、閾値マスクの種類や処理手順によって多種多様に分類される。本講究録では、閾値マスク法[15]および濃度パタン法[16]によってハーフトーン画像を生成する例を取り上げる。一方、印刷画像をパーソナルコンピュータに取り込み様々な画像処理をする機会が増えるとともに、印刷画像から元の濃淡画像やカラー画像を再構成する逆ハーフトーン処理と呼ばれる技法の需要も増大している。これまでの研究では画像修復のために構築された種々の手法が、逆ハーフトーン処理のために応用されている。

本講究録では、まず、256 階調の濃淡画像から閾値マスク法および濃度パタン法を使って生成されたハーフトーン画像に対して逆ハーフトーン処理を行い濃淡画像を復元するために、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した確率的情報処理手法を構築する。この手法は確率的情報処理の領域では最大事後周辺確率(MPM)推定と見なすことができ、従来の簡便なフィルタと比較してより精度の高い推定が期待できる。つぎに、この手法の性能評価を行うために、モンテカルロ法を使った解析を通して静的および動的特性を明らかにする。この結果、閾値マスク法によって生成されたハーフトーン画像に対して、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した逆ハーフトーン処理の手法は有効に機能することを示した。すなわち、一様な事前確率モデルを用いた MPM 推定では従来の平滑化フィルタと同等の性能を有し、

適切にハイパーパラメタを設定した事前確率モデルを用いた MPM 推定では、従来の平滑化フィルタよりも精度の高い推定を実現することを示した。さらに、 4×4 閾値マスクの各サイトに対応付けられた画素について平均自乗誤差による性能評価を行い、ベイヤーの開発した閾値マスクの場合、配列内部に位置する画素は、周辺部に位置する画素よりも精度の高い逆ハーフトーン処理を実現できることを示した。

本講究録の構成は以下のとおりである。第 2 章は、印刷技術に関連する情報処理技法について概観する。つぎに第 3 章では、統計力学と確率的信息処理との関連について概観する。つぎに第 4 章では、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した逆ハーフトーン処理の理論的枠組みを紹介する。つづいて第 5 章ではモンテカルロ法を用いて、前章で述べた逆ハーフトーン処理の技法の性能評価を行う。第 6 章はまとめと今後の課題について言及する。

2 印刷技術の情報処理

2.1 印刷技術

印刷技術は、紙等の支持体上に光吸収物質であるインクを像状に安定に分布させ情報を記憶するための技術であり、銀塩印刷等、印刷物を生成するための技術は数多く開発されている。その過程は、以下の3つの段階に分類できる。

- (1) 信号応答体への信号の書き込み。
- (2) 信号エネルギーの像形成物質への変換。
- (3) 像形成物質の像状物質の安定化。

特に、インクジェットプリンタを使ったハードコピーの生成を例にとると、信号応答体へ信号への書き込みは、信号に応じた電気エネルギーをヘッドに供給する過程に対応する。また、信号エネルギーの像形成物質への変換は、インクを像保持体への移動させる過程に対応し、像形成物質の像状分布の安定化の過程は、インク中の溶剤を揮発させて色素を紙に定着させる過程に対応する。

2.2 ハーフトーン処理と色・階調度の表現について

上で述べたように、印刷には情報を含む信号エネルギーをインク等の像状物質に置き換える処理を行うが、この時インクの色数が少ないために元の画像よりも少ない色数を使って擬似的に濃淡画像やカラー画像を表現するハーフトーン処理技術が必要となる。256 階調の濃淡画像からハーフトーン画像を生成する場合、高空間周波数成分を認識しづらくなる人間の視覚特性を利用して、閾値マスク法や濃度パターン法など、高空間周波数成分を巧みに利用して灰色を表現する工夫がなされている。ここでは、人間の視覚特性について概観し、これからハーフトーン画像に要求される特性について説明する。

図 1 に示す MTF 特性は、人間の視覚は空間周波数が 10cycle/mm よりも高い空間周波数成分を知覚できないことを示しており、低域通過フィルタの特性を有することを示している。したがって、 10cycle/mm より高い空間周波数をもつストライプは、人間にはストライプであると認識せず、グレイである認識することを意味する。つぎに、図 2 に示す階調特性は、低周波領域では 200 階調を識別できるが、高周波領域では 2, 3 階調に過ぎないことを表している。これらの人間の視覚特性から、濃淡画像からハーフトーン画像を生成する場合、人間の視覚を通して認識することが困難な高周波成分を多く含み、白黒パターンを濃淡画像と認識してしまうようなハーフトーン画像が望ましいといえる。これらの要請を満足するハーフトーン画像

を生成できるように、閾値マスク法、誤差拡散法、ブルーノイズマスク法等、の技法が考案されている。

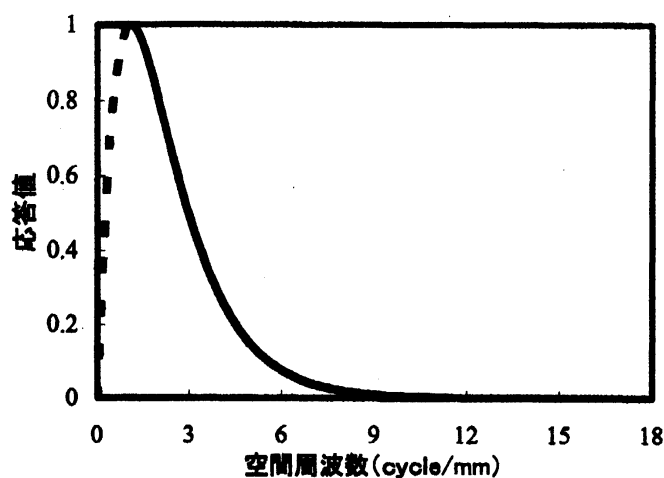


図1. 人間の視覚に関するMTF特性.

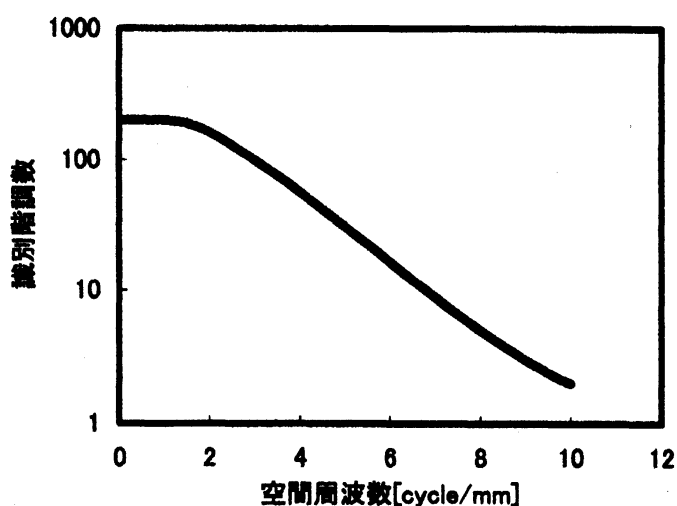


図2. 人間の視覚の識別閾値の空間周波数依存性.

2.3 閾値マスク法

閾値マスク法を用いてハーフトーン画像を生成するには、元の濃淡画像に関するマスクパターンを使って閾値処理を行う。この方法では、ペイヤーによって提案された 4×4 マスクパタン(図 3(a))を用いる方法を紹介する。一様な画像パタンにペイヤーのマスクによる閾値処理を行った結果を図 3(b)に示した。濃淡画像の中間領域の階調値に対して閾値処理を行った結果が示すように、高周波成分を多く含む市松模様が形成されていることが分かる。

2.4 濃度パタン法

濃度パタン法とは、元の濃淡画像の各画素の階調値を正方格子上的複数個の白黒画素パタンによって表現しハーフトーン画像を構成する方法である。ハーフトーン画像の例を示すと、元の濃淡画像の1画素の階調値をと図 4(a)に示す 8×8 の閾値マスクの各閾値との閾値処理を行うことによって64画素から構成される白黒パタン(図 4(b))として表現できる。

3 統計力学と確率的情報処理

情報科学の領域では、画像修復や誤り訂正符号等に対して、ベイズ推定にもとづく確率的情報処理の技法が広く応用されるようになってきている。このベイズ推定を利用するためには、画像と同じサイズのモデルシステム $\{z_{x,y}\}$ ($z_{x,y}=0,\dots,255$, $x,y=1,\dots,L$) を準備して、このモデルシステムを用いて事後確率のモデルを設定する。また、事後確率のモデルの評価には、事前確率および通信路ノイズの適切なモデルを仮定して、これらをベイズ公式:

$$P(\{z\}|\{J\}) = \frac{P(\{z\})P(\{J|\{z\})}{\sum_{\{J\}} P(\{z\})P(\{J|\{z\})}$$

に代入することによって評価することができる。本講究録では、事後確率モデルに Q 状態強磁性体イジングモデルのボルツマン因子:

$$P(\{z\}) = \frac{1}{Z_m} \exp \left[-\frac{J}{T_m} \sum_{\langle x,y \rangle} (z_{x,y} - z_{x',y'})^2 \right]$$

を用い、画質の“滑らかさ”を強調させるようにした。また、通信路ノイズのモデルとしてガウシアンフィルタによって生成された画像を安定化させるように、

$$P(\{J\}|\{z\}) \propto \exp \left[-\frac{h}{T_m} \sum_{x,y} (z_{x,y} - \tilde{r}_{x,y})^2 \right]$$

を用いる。つぎにベイズ推定を行うための指針としては、これまで、以下に示すように、2つの戦略が用いられてきた。一つは、事後周辺確率の最大値を与えるように推定を行う最大事後確率 (MAP) 推定:

$$\hat{z}_{x,y} = \arg \max_{\{z_{x,y}\}} P(\{z\}|\{J\})$$

であり、もう一つは、事後確率を周辺化した事後周辺確率:

$$\hat{z}_{x,y} = \arg \max_{z_{x,y}} \sum_{\{z\} \neq z_{x,y}} P(\{z\}|\{J\})$$

を最大化するように推定を行う最大事後周辺確率 (MPM) 推定である。。

一方、統計力学の主要な目的は、大自由度を有するシステムの微視的な相互作用のハミルトニアンが与えられているとき、このシステムの巨視的性質を求めることである。統計力学の枠組みにおいては、物理量 A はボルツマン確率分布:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z_m} \sum_{\{z\}} A \exp \left[-\frac{H}{T_m} \right]$$

に関する熱平均として求められる。このとき、 $\langle \dots \rangle$ は熱平均を表す。

以上のように、ベイズ推定にもとづく確率的情報処理と平衡統計力学の理論的枠組みとの間には、形式的な類似性が見出される。この形式的な類似性にもとづいて、統計力学の領域において開発された大

自由度系に対する計算手法を、ベイズ推定にもとづく確率的情報処理の問題に応用されるようになったのである。特に、磁性体の統計力学の領域において開発された平均場理論やスピングラスの統計力学において開発されたレプリカ法が情報科学の諸問題に応用されている。

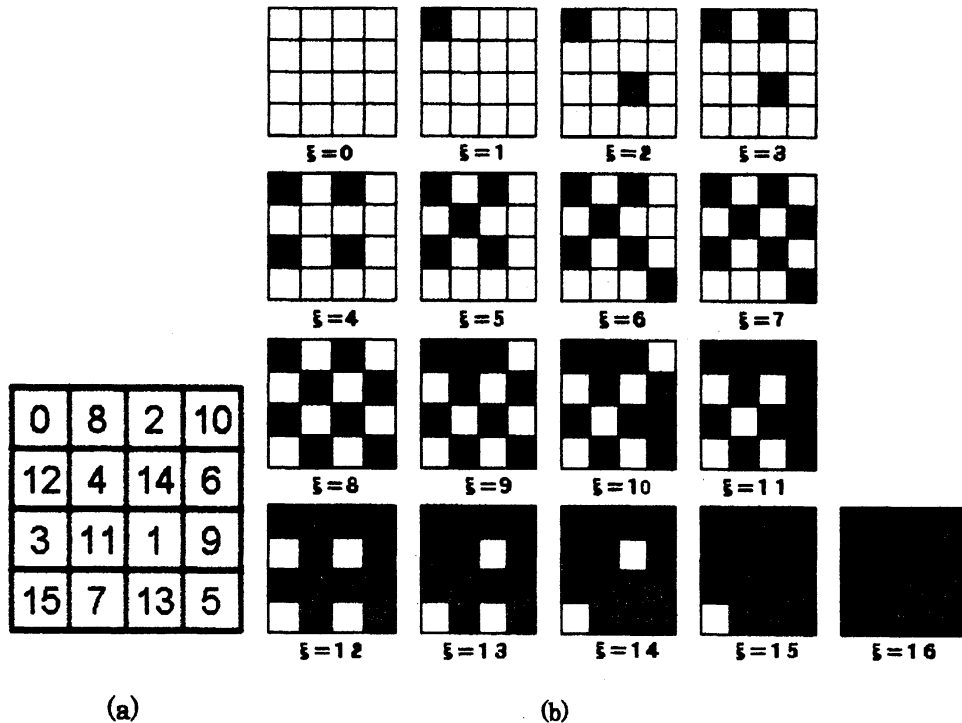


図3. (a) ベイヤーによって提案された4×4の閾値配列, (b) 一様な画像パターンを(a)の閾値配列を使って処理した結果.

4 印刷技術の統計学的アプローチ

4.1 閾値マスク法に対する定式化

ここでは、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した確率的情報処理を用いて、閾値マスク法によって生成されたハーフトーン画像に対する逆ハーフトーン処理技法の理論的枠組みを紹介する。

まず、元画像 $\{\xi_{x,y}\} (x,y = 0, \dots, L, \xi_{x,y} = 0, \dots, 255)$ を考える。ここでは、元画像は事前確率 $P(\{\xi_{x,y}\})$ で生成されるものとする。つぎに、ベイヤーの閾値配列マスク $\{M_{x,y}\} (x,y = 0, \dots, 2^L)$ による閾値処理を行いハーフトーン画像 $\{\tau_{x,y}\} (x,y = 0, \dots, L-1, \tau_{x,y} = 0, 255)$ を生成する。つぎに、画像再構成システム $\{z_{x,y}\} (x,y = 0, \dots, L, z_{x,y} = 0, \dots, 255)$ を用いて逆ハーフトーン処理を行い、ハーフトーン画像から元の濃淡画像を復元するために MPM 推定を適用する。すなわち、再構成された濃淡画像は、

$$\hat{z}_{x,y} = \arg \max_{z_{x,y}} \sum_{\{z\} \neq z_{x,y}} P(\{z\} | \{J\})$$

によって与えられる。このとき、事後確率は、逆ハーフトーン処理を行う人が仮定した事前確率およびノイズ確率のモデルを用いて求めることが出来る。本研究では、事前確率のモデルとして、

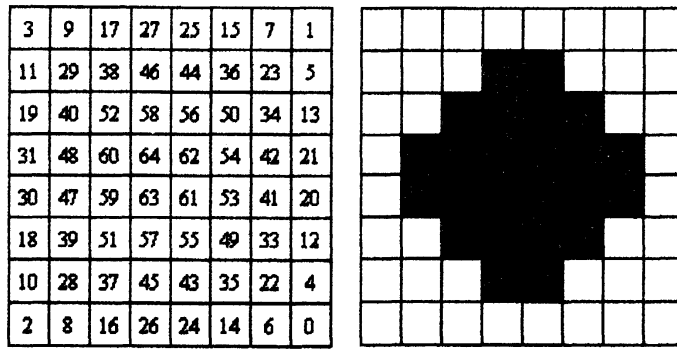


図4. 濃度パターン法によるハーフトーン画像の生成法。(a) 濃度パターン法に用いられる閾値パターン, (b)サンプル。

$$P(\{z\}) = \frac{1}{Z_m} \exp \left[-\frac{J}{T_m} \sum_{n,n'} (z_{x,y} - z_{x',y'})^2 \right]$$

を仮定する。統計力学の言葉では、強磁性相互作用を有する Q 状態イジングモデルのボルツマン因子であり、隣接する画素値の差を軽減し滑らかな画像パターンを生成する働きを有する。また、ノイズ確率のモデルとして、

$$P(\{J\}|\{z\}) \propto \exp \left[-\frac{h}{T_m} \sum_{x,y} (z_{x,y} - \tilde{z}_{x,y})^2 \right]$$

を仮定する。このモデルは線形フィルタによって生成された濃淡画像を安定化する。

4.2 濃度パターン法に対する定式化

つぎに、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した確率的情報処理を用いて、濃度パターン法を使って生成したハーフトーン画像に対する逆ハーフトーン処理技法の理論的枠組みを紹介する。

まず、元画像 $\{\xi_{x,y}\}$ ($x, y = 0, \dots, L, \xi_{x,y} = 0, \dots, 255$) を考える。元画像は事前確率 $P(\{\xi_{x,y}\})$ で生成されるものとする。つぎに濃度パターン法を用いてハーフトーン画像を構成する。濃度パターン法では元の濃淡画像の画素値 $\xi_{x,y}$ を L_{HT}^2 個で構成する。白黒画素 $\xi_{x,y|i,j}$ ($\xi_{x,y|i,j} = 0, 1, x, y = 1, \dots, L, i, j = 1, \dots, L_{HT}$)、 L_{HT}^2 個の画素のうち階調値と等しい数 Q の画素を黒とすることによってハーフトーン画像を生成する。つぎにハーフトーン画像は何らかのノイズによって劣化する。ここでは画素ごとに独立に劣化する。この劣化したハーフトーン画像を用いて、元の濃淡画像を復元するために最大事後周辺確率推定を行う。再構成画像を、

$$\hat{z}_{x,y} = \arg \max_{z_{x,y}} \sum_{\{z\} \in \mathcal{Z}_{x,y}} P(\{z\}|\{J\})$$

より求める。本研究では、事前確率モデルおよびノイズ確率のモデルとして次式を過程する。

$$P(\{z\}) = \frac{1}{Z_m} \exp \left[-\frac{J}{T_m} \sum_{n,n'} (z_{x,y} - z_{x',y'})^2 \right],$$

$$P(\{J\}|\{z\}) \propto \exp \left[-\frac{h}{T_m} \sum_{x,y} (z_{x,y} - \tilde{z}_{x,y})^2 \right]$$

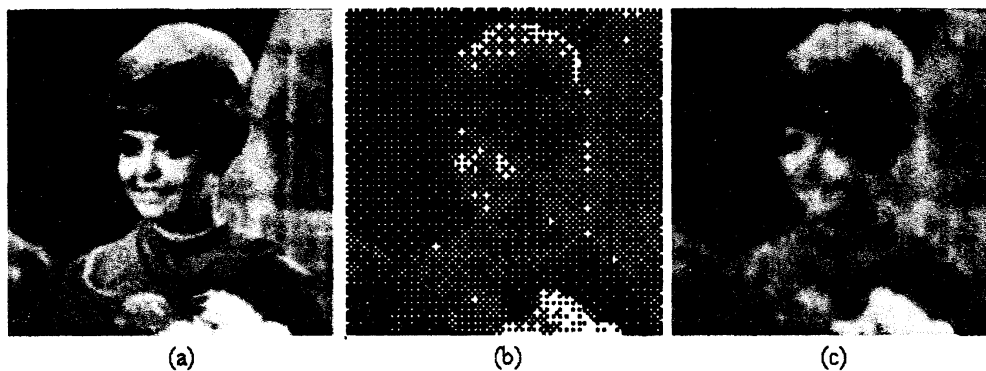


図 5. (a) 元の濃淡画像, (b) バイヤーの閾値配列を使って生成したハーフトーン画像, (c) MPM推定を使って復元した濃淡画像.

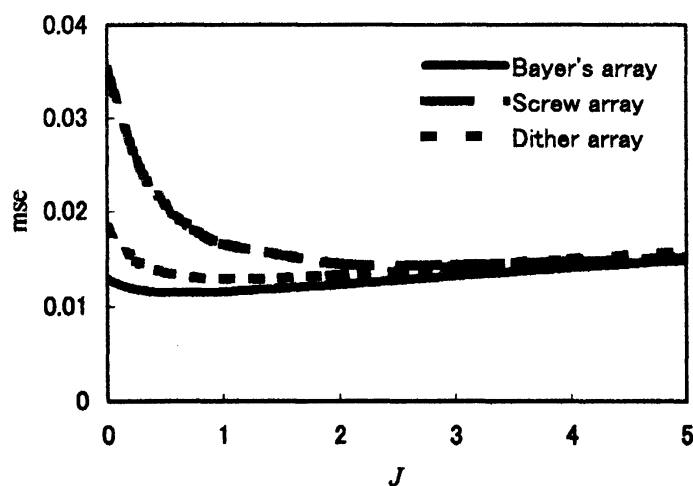


図 6. MPM推定にもとづく閾値マスク法によって生成されたハーフトーン画像に対する逆ハーフトーン処理技法の性能評価.

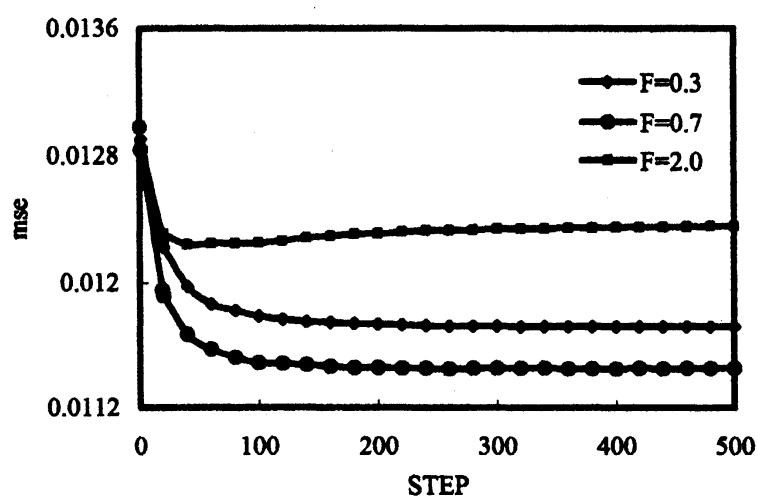


図 7. MPM推定にもとづく逆ハーフトーン処理のダイナミクス.

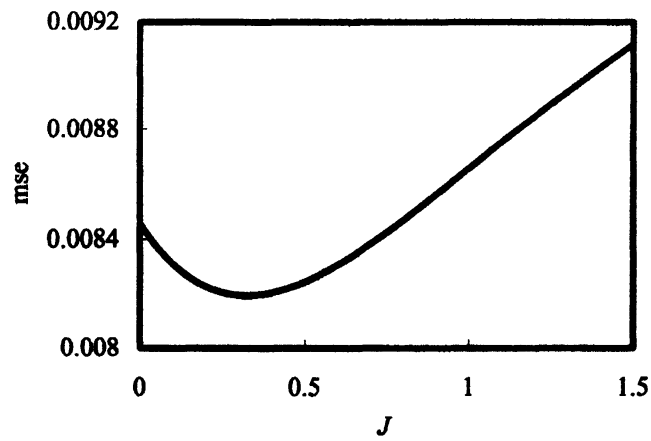


図 8. MPM 推定の性能評価. 平均自乗誤差のパラメタ J 依存性.

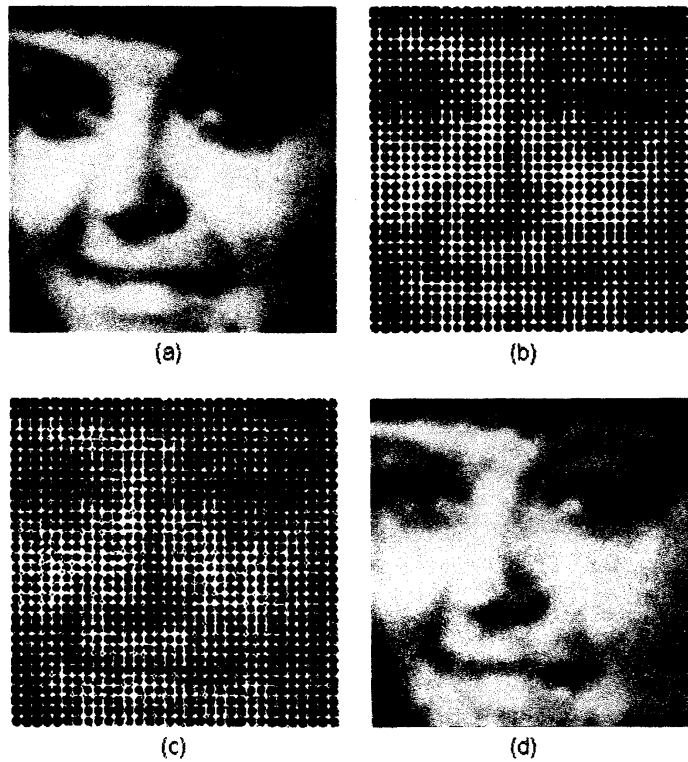


図 9. (a) 濃淡画像, (b) 8×8 の閾値マスクを使って生成したハーフトーン画像, (c) (b)が劣化したハーフトーン画像 ($p = 0.05$), (d) MPM 推定によって復元した濃淡画像.

5 性能評価

5.1 閾値マスク法

ここでは、ペイヤーの閾値配列を用いた閾値処理によって生成されたハーフトーン画像に対して、Q 状

態イジングモデルの統計力学に立脚した最大事後周辺確率推定の性能評価を行う。本講究録では、まず、モンテカルロ法による、平均自乗誤差のハイパーパラメタ依存性およびモンテカルロステップ数依存性に関する解析を通じて静的および動的特性を明らかにする。つぎに階調値のヒストグラム、閾値配列に対する平均自乗誤差の評価を通じて MPM 推定の性能評価を行う。

まず、標準画像"girl"(図 5(a))に対してベイヤー型(図 5(b))、ディザ型、スクリュウ型の閾値配列を使って生成したハーフトーン画像に対して、Q 状態イジングモデルの平衡統計力学に基づく逆ハーフトーン処理の性能評価を行った。まず、図 6 に平均自乗誤差のパラメタ J 依存性を評価した結果を示す。一様な事前確率モデルを採用した場合、従来の平滑化フィルタと同等の性能を示し、Q 状態イジングモデルのボルツマン因子で表される事前確率モデル中のパラメタ J を適切に設定することによって MPM 推定の性能を向上出来ることを示している。さらに、3 種の閾値配列のうち、ベイヤーの閾値配列を使って生成されるハーフトーン画像に対してより精度の高い性能を示す。また、復元画像のサンプルを図 5(c)に示した。

つぎに、逆ハーフトーン処理に対する MPM 推定の動的特性を解明するために、復元過程における平均自乗誤差のモンテカルロステップ数依存性を評価した結果を図 7 に示す。事前確率モデルのパラメタ J の設定の仕方によって動的特性の様子が大きく異なる。まず、 $J < J_{opt}$ の場合、復元過程において平均自乗誤差は最適値よりも大きい値に滑らかに収束する。しかしながら、 $J > J_{opt}$ の場合、平均自乗誤差は非単調な振る舞いを示し、一旦極小値をとった後、最適値よりも大きい値に収束する。

つぎに、階調値のヒストグラムおよび閾値マスク配列に対する平均自乗誤差を通じて MPM 推定を用いた逆ハーフトーン処理の性能評価を行う。閾値マスク配列に対する平均自乗誤差の解析では、閾値マスクの周辺部にあたる画素よりも閾値マスクの内部に当たる画素の方がより精度の高いハーフトーン処理が実現できることを示している。

5.2 濃度パタン法

ここでは、モンテカルロ法を使って濃度パタン法によって生成されたハーフトーン画像に対して、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した最大事後周辺確率推定の静的および動的特性を明らかにする。

まず、図 8 は、一様分布の事前確率モデルを用いた場合、劣化したハーフトーン画像の各ハーフトーンセルの画素値を合計した値を各画素の階調値とする濃淡画像を生成し、さらに面性を強調する事前確率モデルを適切に設定した場合には、各ハーフトーンセルに付加されたノイズを取り除き、高画質の濃淡画像(図 9)を再構成できることを示している。

6 まとめと今後の課題

前章まで、印刷技術の領域では、閾値マスク法や濃度パタン法等を用いて生成された2値の印刷画像から元の濃淡画像を再構成する逆ハーフトーン処理技法のために、Q 状態イジングモデルの統計力学に対応付けられる MPM 推定を構築した。さらに、モンテカルロ法を用いて MPM 推定の性能評価を行い、Q 状態イジングモデルの統計力学にもとづいた事前確率およびノイズ確率のモデルを適切に選択することで、精度の高い逆ハーフトーン処理が実現されることを示した。

今後の課題として、誤差拡散法等により生成されたハーフトーン画像に対しても、Q 状態イジングモデルの統計力学に立脚した MPM 推定を用いた逆ハーフトーン処理技法を適用して、その性能を解明する

ことが挙げられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、北海道大学大学院情報科学研究科井上純一先生より貴重な助言を賜りました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- [1] J. Besag, J. Roy. Stat. Phys. 36, pp.192, 1974.
- [2] G. Winker, "*Image Analysis, Random fields and Dynamic Monte Carlo Method, A Mathematical Introduction*", Springer Verlag, Berlin, 1995.
- [3] N. A. C. Cressie, "*Statistics for Spatial Data*", Wiley, New York, 1993.
- [4] S. Geman and D. Geman, "*Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images*", IEEE Trans. Pattern Anal. & Mach. Intel. PAMI-6, pp.721-741, 1984.
- [5] N. Sourlas, "*Spin Glasses, Error-correcting Codes and Finite-Temperature Decoding*", Europhys Lett. 20, pp. 159-164, 1994.
- [6] H. Nishimori, "*Statistical Physics of Spin Glasses and Information Processing; An Introduction*", Oxford, London, 2001.
- [7] K. Tanaka, "*Statistical-mechanical approaches to image restoration*", J. Phys. A. Math. Gen. 35, pp. R81-R150, 2002.
- [8] J. Pearl, "*Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems*", Networks of Plausible Inference, Morgan Kaufmann, 1988.
- [9] D. Sherrington and S. Kirkpatrick, "*Solvable model of a spin-glass*", Physical Review Letters, 35, pp. 1729-1796, 1975.
- [10] Y. Kabashima and D. Saad, "*Statistical mechanics of error correcting codes*", Europhys. Lett. 45, pp. 97-103, 1999.
- [11] T. Tanaka, "*Statistical mechanics of CDMA multiuser demodulation*", Europhys. Lett. 54, pp.540-546.
- [12] K. Takeda and H. Nishimori, "*Self-dual random-plaquette gauge model and the quantum toric code*", Nucl. Phys. B 686 pp.377-396, 2004.
- [13] R. Ulichney: "*Digital Halftoning*", MIT Press, 1987.
- [14] D.L. Rau and G. R. Arce, "*Modern Digital Halftoning*", New York, Marcell Dekker, Inc, 1994.
- [15] B. E. Bayer, "*An Optimum method for two-level rendition for continuous tone pictures*", ICC CONF. RECORD, pp.11-15, 1973.
- [16] R. L. Stevenson, "*Inverse Halftoning via MAP Estimation*", IEEE, Trans. Image Processing, 6, pp. 574-583 (1997).