

量子ホール効果とクーロン相互作用

東大物性研 吉岡 大二郎

強磁場中の2次元電子系のホール効果を測定し、 σ_{xy} をランダウ準位の占有率 $\nu (=2\pi l^2 n)$ (n は電子密度、 $l=(c/eH)^{1/2}$) の関数として図示すると、 ν が整数の近傍では σ_{xy} が e^2/h の整数倍になる事は、量子ホール効果としてよく知られている。この現象の説明はLaughlinにより、ゲージ変換に対する不変性を用いて与えられた¹。彼は、フェルミ準位に状態がないか、局在した状態しかない場合には σ_{xy} は e^2/h の整数倍になる事を示した。従って、もしランダウ準位が不純物による巾をもってあり、準位の端の状態が局在していると仮定すれば、 σ_{xy} が ν の整数値の近傍で e^2/h の整数倍になるという事は理解できる。また、クーロン相互作用により、フェルミ準位にエネルギーギャップができていとも考えてもよい。

Si MOSの場合には、不純物による局在(アンダーソン局在)による説明は妥当なと思われる。実際、易動度 μ が小さい試料程 σ_{xy} が e^2/h の整数倍になる領域の巾が広くなる事が報告されており²、巾が局在状態の数で決まるという考えと予値しない。

一方 GaAs-AlGaAs ヘテロ接合素子の場合には事情が異なる。この系では、Si MOS より易動度が一桁大きいのに、 σ_{xy} の平坦部の中は Si MOS よりずっと広いし、³ 更に奇妙な事は、試料によっては σ_{xy} が e^2/h の $1/2$, $2/3$, $3/4$, $3/5$, $2/7$ 倍等でも近温で平坦部が現われる事である。GaAs-AlGaAs ヘテロ接合が Si MOS より高い易動度を持っているという事は、この現象には不純物の効果よりも、電子間のクーロン相互作用が重要である事を予想させる。そこで、クーロン相互作用により、電子系はどのような状態になり、 σ_{xy} はどう振舞うかを調べよう。

クーロン相互作用をしている強磁場中の2次元電子系の基底状態がどうなるかは、まだわかっていない。磁場無限大の極限では、電子のサイクロトロン運動の半径は零になり、電子は古典的な点電荷のように振舞うので、基底状態がウィグナー結晶になる事はまちがいないだろう。磁場が無限大でなくとも $\nu < 1$ のすべての電子が最近ランダウ準位のみを占める状況では、やはりウィグナー結晶的な電荷密度波(CDW)状態⁵が基底状態だと考えるのは自然である。

CDW状態については、ハートリー-フォック近似(HFA)で基底状態の性質を調べる事ができる。^{6,7} その結果によると、(1)、CDWの周期は同じ電子密度の古典的ウィグナー結晶の同期と同じになる。(2)、 ν が有理数 $2M/N$ の場合、ランダウ準位は N 本のサブバンドに分れるが、電子の占めるサブバンドと、空のサブバンドの間には大きなギャップがある。(3)、基底エネルギーは ν のなめらかな関数である。(4)、 C

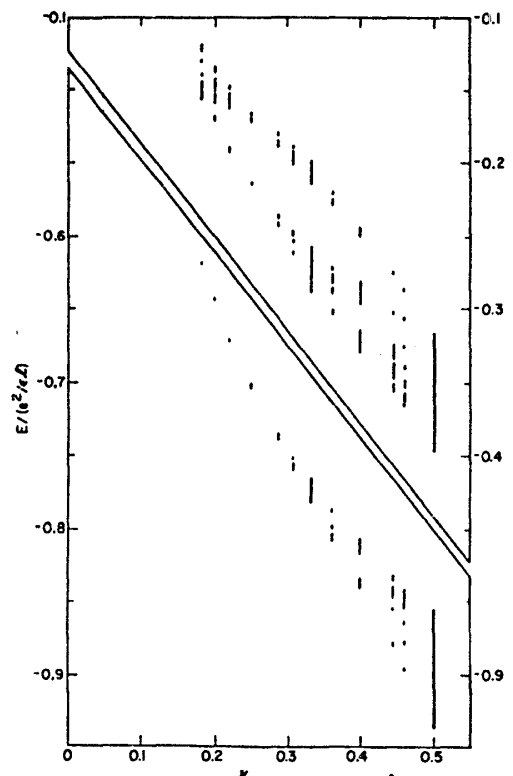


図1 CDW状態でのエネルギーバンド。
各 ν の値で、 $E < -0.6 e^2/cl$ のバンドは電子で占められ、 $E > -0.4 e^2/cl$ のバンドは空である。

DWは $\nu < 1/2$ では電子のウィグナー結晶、 $\nu > 1/2$ では正孔のウィグナー結晶とみられる事がわかった。オ1図にエネルギーバンドの様子を、オ2図に1電子当りの基底エネルギーを示す。

$\nu = 1/2$ ではサブバンドは6本であり、スペクトルは、 $\nu = 1/2$ 近くの他の状態より単純である。しかし、この事は基底状態のエネルギーには何の影響も及ぼさず、エネルギーは、 ν の関数である。HFAの結果は、2次の摂動計算により更に改良できるが、その場合でも、エネルギーが ν の関数である事は変わらない。⁷オ3図に2次摂動によるエネルギーの下かりを示す。

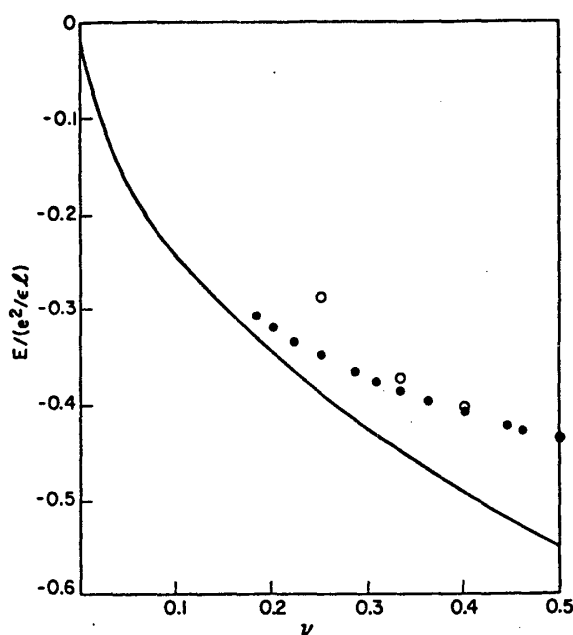
CDW状態はウィグナー結晶と見られるので、不純物によるピン止めが期待される。その場合の σ_{xy} は次式で与えられる。^{8,9}

$$\sigma_{xy} = K \frac{e^2}{h} \quad (K - \frac{1}{2} < \nu < K + \frac{1}{2})$$

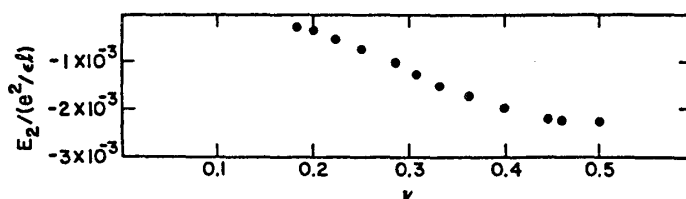
この結果は、 $\nu > 1$ でのGaAs-AlGaAsヘテロ結合での実験結果とほぼ一致であるが、 $\nu < 1$ での $\sigma_{xy} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{h}$, $\frac{3}{2} \frac{e^2}{h}$ 等の異常量子ホール効果⁴は説明し得ない。

これらの事実は、 $1/2$, $3/2$ の異常ホール効果の見られる試料では、CDW下にはない別の状態が実現している事を示唆している。CDWは直観的には、強磁場中の2次元電子系の基底状態の有力候補であるが、実は別に本当の基底状態があって、その状態では $1/2$, $3/2$ の異常ホール効果が自然に説明されるという事は十分に考えられる。この新しい状態の探求は、有限系のハミルトニアンを数値的に対角化するという方法で始められた。

吉岡-Halperin-Leeは¹⁰、周期的境界条件を持つ長方形の箱に4~6コの電子を入れた系を考えた。長方形の面積が $2\pi l^2$ の整数倍(m 倍)の時には、 m コの一体の波動関数が求まる。この m コの一体状態へ n コ($n=4\sim6$)電子を入れた状態を基底にとって、ハミルトニアンを行列で書くと、 $\nu = m/m \pm 1/4$ では、ハミルトニアンは直接数値的に対角化できる。この対角化による1電子当りのエネルギーをオ4図に示す。この図には、同じハミルトニアンを $m=4$ の場合にハートリーフォック近似で解いた場合の結果も示してある。HFAでは、系の基底状態はCDW状態となり、この結果は、境界条件のちがいを考慮すれば、前に述べた無限個の系でのHFAの結果とまったく同じである。一方、数値対角化法では、CDW状態も得られたが、基底状態は、液体的な新しい状態であるという結果が得ら



オ2図 CDW状態での1電子当りのエネルギー。黒丸がHFAによるもの、白丸は高調波を無視した近似計算。実線は古典ウィグナー結晶のエネルギー



オ3図 2次摂動によるCDW状態の1電子当りのエネルギーに対する補正

れた。図からわかるように、この新しい状態は $\nu = 1/3$, $\nu = 2/5$ 等で特別に低いエネルギー（整合エネルギー）を持っている。 $\nu = 1/2$ では、4電子、6電子の場合は整合エネルギーがあるように見えるが、5電子では無く、ここでの整合エネルギーの有無については何ともいえない。

この有限系の結果が、無限系でも成り立つかどうかは不明であるが、有限系での基底状態の性質は、異常ホール効果の説明に都合がよい。まず、液体的である事は、不純物によるピン止めの可能性を小さくするし、整合エネルギーの存在は、 $\nu = 1/3$ 状態からの励起が有限のキャップを持つ事を期待させ、ホール電流が、超電流に有る可能性をもたす。このために $\nu = 1/3$ で σ_{xy} が e^2/h に有る事が期待される。更に、整合エネルギーの存在は、AlGaAs内のドナー状態との電子のやり取りを考えると、 $\nu = 1/3$ の状態を $\nu = 1/3$ 近くの状態よりも安定にし、磁場を変えた時に有限の σ_{xy} が e^2/h に止まるという実験結果を再現し、巾の大きさも計算で得られた整合エネルギーの値でうまく説明できる。

Laughlin は、これとは独立に、無限に広がった領域内の少数粒子の状態を極座標による表示で数値的に計算した。¹¹ 彼は最近この結果から、多電子系の基底状態に対する試行波動関数を得た。彼の波動関数は、 ν が $1/p$ (p は奇数) の場合にのみ適当であるが、この波動関数は、 $\nu < 1/2$ では、ウィグナー結晶を、 $\nu > 1/2$ では液体状態を与え、 $\nu = 1/2$ では、CDWより低いエネルギーを与える事が示された。¹²

この2つの仕事は、クーロン相互作用をする強磁場中の2次元電子系の基底状態が、これまでに考えられたCDW状態ではなく、液体的な状態である事を示している。吉岡-Halperin-Leeの得た基底状態と、Laughlinの試行関数は同じものなのかどうか、本当の基底状態はどのようなものであるのか、等は今後明らかにされなければならない。GaAs-AlGaAsヘテロ接合での実験は、新しい基底状態の存在を強く示している。またこれは、この系でのクーロン相互作用の重要性をも示すものである。この新しい基底状態の本質を明らかにする事は、早急に解決すべき、固体物理の重要課題である。

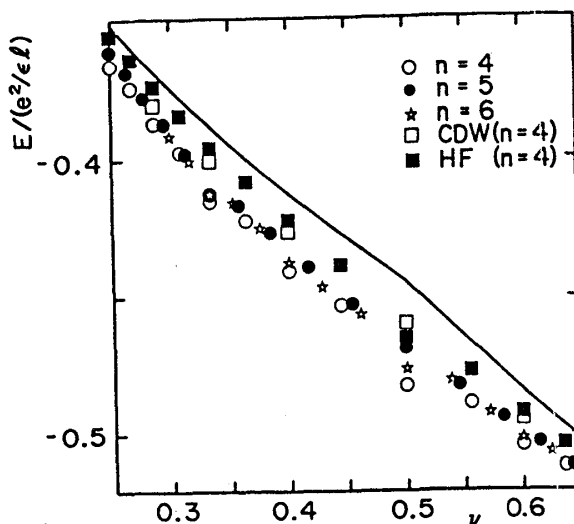


図4 少数系の基底エネルギー(1電子当り)。実線は図2の黒丸を結んだもの。黒四角はHFAによる有限系の結果、白丸、黒丸、星印はそれぞれ4, 5, 6電子系での基底状態のエネルギー。白四角は直接対角化法によるCDW状態のエネルギー。

1. R.B. Laughlin, Phys. Rev. B23 (1981) 5632.
2. H.L. Stormer, D.C. Tsui and A.C. Gossard, Surf. Sci. 113 (1982) 32.
3. M.A. Paalanen, D.C. Tsui and A.C. Gossard, Phys. Rev. B25 (1982) 5566.
4. D.C. Tsui, H.L. Stormer and A.C. Gossard, Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1559.
5. H. Fukuyama, P.M. Platzman and P.W. Anderson, Phys. Rev. B19 (1979) 5211.
6. D. Yoshioka and H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) 394.
7. D. Yoshioka and P.A. Lee, Phys. Rev. B27 (1983) No.6.
8. H. Fukuyama and P.M. Platzman, Phys. Rev. B25 (1982) 2934.
9. D. Yoshioka, Phys. Rev. B27 (1983) No.6.
10. D. Yoshioka, B.I. Halperin and P.A. Lee, submitted to Phys. Rev. Lett.
11. R.B. Laughlin, Phys. Rev. B27 (1983) No.6.
12. R.B. Laughlin, preprint.