

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	富田 卓磨
論文題目	Studies of gas flows around a circular disk with sharp edges based on kinetic theory, with applications to the Crookes radiometer （鋭いエッジを有する円板まわりの気体流に対する運動論的研究とクルックスラジオメータへの応用）		
（論文内容の要旨）			
本論文は、物体まわりの希薄気体流の数値計算において本質的な課題となる速度分布関数の不連続性に着目し、不連続を精密に解像するための特性曲線法（積分方程式による定式化）を導入するとともに、それをエッジを有する厚み無限小の円板の周りの空間3次元流れに適用し、得られる流体力学的性質を体系的に明らかにしたものである。 第1章では、序論として、本研究の問題意識を主に数値的側面から整理し、クルックスラジオメータとの関連性を含めて研究の位置づけを明確にしている。また、本研究で対象とする低流速レジームでは、円板の並進運動の効果と熱的效果（円板両面に与えた温度差に起因する流れ、ならびに円板の一樣加熱に起因する流れ）を線形性に基づく解の重ね合わせによって分離できることを示し、以降の解析の枠組みを与えている。 第2章では、第一の問題として、一樣温度分布をもつ円板を過ぎる一樣流の解析を線形化Bhatnagar－Gross－Krook（BGK）方程式および拡散反射境界条件に基づいて行っている。速度分布関数の不連続面を相空間内の超曲面として明示的に記述し、その幾何学的構造を踏まえて特性線法に基づく積分型数値スキームを構築している。このスキームにより、速度分布関数の不連続構造およびエッジ近傍における巨視量の特異な振舞いが詳細に解析されている。特に、エッジ近傍には従来の漸近理論から予測されるスケーリング則とは異なる冪、すなわちクヌーセン数の1/2乗に従う大きさを持つ運動論的境界層（エッジ層）が形成されることを見出している。さらに、円板まわりの気体中に生じる非一樣温度場（熱分極現象）に着目し、連続体極限近傍におけるエッジ近傍の気体温度場の漸近挙動を、境界形状の幾何学的条件と一般化滑り流れ理論における2次の温度跳び条件を踏まえた定性的評価により説明している。最後に、円板に作用する抵抗力を幅広い希薄度にわたり数値的に評価している。 第3章では、第2章の補足的内容として、分子運動の物理的な考察から半解析的な評価が可能な数理モデル（トイモデル）を提案し、連続体極限近傍における熱分極現象の漸近的振舞いをより簡潔な枠組みで議論している。本モデルにより、エッジ周辺に見られる非平衡現象が、円板周辺における大域的な流れ場、すなわちストークス方程式の解の構造と密接に関連していることが示唆されている。 第4章では、ラジオメータ効果の解析を完結させるため、第二の問題である両面で異なる温度をもつ円板まわりの流れを線形化BGK方程式および拡散反射境界条件に基づいて数値的に解析している。円板に働く熱泳動力を様々な希薄度に対して求め、第2章で得られた抵抗力と合わせることで、円板の終端速度を希薄度の関数として数値的に決定している。これらの結果は既存の実験および数値結果と比較され、妥当性が確認されている。さらに、熱泳動力の別の評価方法として、線形化Boltzmann方程式における対称関係式に基づく相反定理を導入し、異なる問題設定から数値計算結果を相互比較することにより、本研究の数値結果の精度を補強している。 第5章で、本研究の結果が総括されている。			

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、物体まわりの希薄気体流の数値計算において本質的課題となる速度分布関数の不連続に対し、特性曲線法に基づく数値手法の導入および実装という計算的側面と、その精密な数値計算により得られる密度、流速、温度、圧力、応力、熱流の巨視的物理量の評価に基づく流れ構造の解明および物体運動速度の解析という流体力学的側面の双方において、新たな知見を与えるものである。

Boltzmann方程式（およびそのモデル方程式）は、運動論的境界条件とあわせて気体分子運動の統計的挙動を記述する基礎方程式であり、その高精度な数値解を得るためには、境界条件の構造に起因して未知関数である速度分布関数に不連続が生じることを適切に取り扱う必要がある。特に凸型物体まわりの流れでは、境界上で生成された不連続が特性線に沿って気体領域内部へ伝播するため、その精密な解像は数値精度の確保のみならず、物体近傍の境界層構造の理解においても重要である。本論文は、空間3次元流や幾何学的対称性による次元削減効果の見込めない物体形状へも発展可能な特性曲線法に着目し、厚み無限小の円板まわりの3次元希薄気体流を実際に数値解析することに成功している点において、高く評価できる。

本論文の成果は主として次の2点に要約される。

第一に、物体まわりの希薄気体流の数値計算において特性曲線法を導入し、積分方程式に基づく数値スキームを構築・実装することにより、厚み無限小の円板まわりの3次元流れを解析可能であることを実証した点である。一般的な差分法では、対象方程式とは独立に規則的に格子点を配置して微分作用素を近似するため、方程式の非線形性の有無にかかわらず差分スキーム自体の構築は比較的容易である。しかし、差分スキームの解の精度は厳密解の古典的な滑らかさに基づくため、解の不連続構造の高精度計算には適さない。差分法の枠組みにおける格子点の追加や再配置を含む別途の補正法も論じられているが、3次元問題への適用は極めて煩雑となり、物理現象から計算スキームまでを統一的な視点で論じることは困難であった。これに対し、特性曲線法は方程式の性質そのものに基づく解析手法であり、方程式から定まる特性曲線に沿って解の情報が伝播することを直接的に利用する。このことは分子の自由運動という希薄気体における物理的描像とも整合する。本論文では、工学的にも意義のある円板の場合を例に、境界における速度分布関数の不連続の生成と、その領域内部への伝播を詳細に解析し、それに基づく数値計算の枠組みを提案している。これにより、物理現象・数理モデル・計算スキームに一貫する視点を与え、また、数値積分における無限遠方の取り扱いについても物理的に自然な処理方法を提示しており、希薄気体流の理解において重要な速度分布関数の不連続構造を保持した高精度計算が可能であることを示している。以上の点から、本研究は希薄気体流の数値解析手法における重要な進展を示すものと評価できる。

第二に、精密な数値計算から得られた巨視量の解析により、エッジに起因する新たな境界層構造を見出し、その数理的性質を明らかにした点である。具体的には、希薄度を表すクヌーセン数 Kn を漸減させる数値実験を行い、連続体極限近傍においてエッジ近傍に自己相似的構造を有する境界層が形成され、その大きさが Kn の $1/2$ 乗に比例することを示している。この結果は、希薄気体の漸近挙動と連続体理論との接続を論じる上で重要な知見を与えるものであると評価される。さらに、ラジオメータ効果をモデル化した円板両面で温度が異なる場合の解析においては、定常運動する円板の速度を Kn の関数として数値的に構築することに成功しており、空間3次元流における希薄化効果（非平衡効果）を定量的に評価したものとして応用的観点からも意義深い成果である。加えて、円板に作用する力の数値データについては、

線形化Boltzmann方程式の対称関係式から導かれる相反定理によって整合性の検証がなされており、モデル方程式に基づく結果であることを考慮しても、標準数値解としての価値を有するものと判断される。

以上のことから、本論文は京都大学博士（情報学）の学位基準を満たしており、学位論文として価値あるものと認められる。また、令和8年2月18日に論文内容および関連事項について試問を行った結果、申請者の学識は京都大学博士（情報学）に相応しい水準に達していると認められた。なお、本論文は、京都大学学位規程第14条第2項に該当するものと判断し、公表に際しては、当面の間、当該論文の全文に代えてその内容を要約したものとすることを認める。