

氏 名	坂 上 貴 之
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	論 理 博 第 1367 号
学位授与の日付	平 成 11 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Numerical Computation of three-dimensional vortex sheet with swirl flow. (3次元 Swirl 流中の渦層の数値計算)

論文調査委員 (主 査) 教 授 岡 本 久 教 授 高橋陽一郎 教 授 河 合 隆 裕

論 文 内 容 の 要 旨

本論文で目指すものは3次元非粘性非圧縮流体中の渦度場のメカニズムの数値的な手法による解明である。非圧縮流体の運動は Navier-Stokes 方程式で記述されるが、時間発展の比較的初期の段階では粘性は本質的な働きをしない。この段階では非常に狭い領域において渦が非常に大きくなる現象が見られる。そういった領域は2次元的な曲面としてよく近似できるので、「非圧縮非粘性流体中の渦層」を考えることによって本質を抽出することが可能になる。

こうした前提の下で渦層の運動のメカニズムを考えること、すなわち、渦度ベクトル場が(デルタ関数的に)曲面に集中する状況が意味を持つ。現在までの様々な研究によって2次元運動での渦層のメカニズム、例えば渦の巻き上がりなどはよく理解されるようになってきている。しかし、3次元的な運動の理解は、

- ・次元の上がることによる計算量の増大が膨大なために、スーパーコンピュータを使ってもなお不十分な計算しかできない

- ・強い非線形性のために生ずる曲面の歪みが計算精度を落してしまう

といった理由のために、十分な理解ができていない状態である。本論文ではそういった運動の中でも円筒形の渦層をモデルとして選び、3次元渦層の強い非線形性に現れる現象を解明しようとするものである。

この分野では Cafilisch たちによる先駆的な研究があるが、これは軸対称な渦層に考察を限定している。本論文ではそうした制限を取り払った状況で数値計算を効率的に実行して、これまでに知られていない複雑な渦層の巻き上がりを見い出すことができた。ここで克服しなければならない計算量の増大に対処するために、(1) Draghicescu の高速算法、(2) 並列計算アルゴリズムの開発、を最大限に用いて計算速度をあげることに成功している。実際、こうした工夫をしない場合に比べて約 2400 倍程度の高速化を(アルゴリズム的に)達成している。

数値計算の結果、次のことが確認された。

1. 時間発展の初期段階では2次元的(軸方向にほぼ一様)な巻き上がりが生ずる。
2. 次の段階では変形が3次元的になり、(1)における巻き上がりと直交する方向に新たな巻き上がりが生ずる。
3. 次の段階では変形が複雑に発達し、円筒の一部がくびれて、あたかも百合の球根のようになり、曲面の一部の曲率が非常に大きくなる。

最後の段階では、渦度の最大値は有限に留まるけれども渦層の曲率の最大値は有限時間で爆発する、という可能性があることを数値的に確かめることができた。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

流体力学の諸問題は数学的に困難な問題が多く、著名な数学者を悩ましてきた。その難しさと、応用上の重要性のため、今後もますます多くの研究が続くであろう。

本論文はふたつの点で高く評価できる。ひとつは3次元的な渦層の巻き上げが2次元的なものと比べて格段に複雑である

ことを具体的に例証したことであり、二つめはそれを達成するために高度なアルゴリズムを用いたプログラムを開発したことである。

論文中で考察された筒状の渦層の3次元的な変形はこれまでに知られているものとは違う新しいものであると思われる。日本では名古屋大学の金田行雄教授のグループが、また、米国ではミシガン大学のKrasny教授やTrygvason教授のグループが少し違った設定の下で3次元渦層の数値計算を行なっている。しかし、坂上氏の結果は精度が比較的高いことにより長い時間発展段階まで計算できている点で、これらの研究の上をゆくものであり、現在の最先端研究のひとつであるといえる。

また、渦層の発展が進むにつれて渦層の曲率が非常に増大し、有限時間で爆発する可能性がある、という示唆も面白い結果である。これは、Euler方程式の解の特異性に関する中心的な定理であるBeale-Kato-Majdaの結果（それは滑らかな解について正しい）とは違う種類の爆発が渦層（それは滑らかではなくデルタ関数的な一般化された解）では起き得る、ということの意味し、興味のある結果である。

プログラムの2本柱は（1）Draghicescuの高速算法）、と（2）並列計算機の高度なチューニング、である。Draghicescuの高速算法はすでに知られているアイデアであるが、3次元問題への応用例は本論文以外には1、2例が知られているだけであり、アイデアの実践にはかなりの困難を伴うものであるが、坂上氏はこれを見事に実行している。また、並列計算機の使用についてもヒューレットパッカード社製SPP 1600（8CPUの計算機）上で、1CPUの場合と比べて7.3倍程度の計算の高速化が達成されている。この7.3倍という数字も非常に優秀なものである。

以上のように、本申請論文は、申請者の数値解析のすぐれた能力と流体力学の非線形メカニズムに関する洞察力を証明するものである。また、論文中で示唆された爆発に関する結果は数学の他の分野、特に偏微分方程式の専門家に問題提起するという意味で今後の発展が期待できる。以上を総合して理学博士の学位論文として価値あるものと認めることができる。

また、平成11年9月20日、主論文と参考論文の内容、および関連分野について口頭試問し、加えて専攻学術に関する試問も行なった結果合格と判定した。