

トポロジカルな非線型励起と相転移

阪大・教養 川 村 光

二次相転移の理論的取り扱いとしては現在の所、秩序状態の対称性から出発し可能な秩序変数（オーダーパラメーター）を導入してこれを分子場的手法で解析するランダウ理論、さらにこれらの有効ハミルトニアン（ギンツブルグーランダウーウィルソンハミルトニアン）を出発点として繰り込みの操作によって臨界現象を議論するウィルソンの理論が主流となっており大きな成功を収めた。一方、近年特にソリトンやパターンの問題とも関連してある種の秩序状態に於いてどういうタイプのトポロジカルな欠陥（非線型励起）が存在し得るかという分類の問題が研究され、特にその際にはホモトピー群の手法が有効である事が知られている。相転移においては秩序状態の対称性とそのユニバーサリティを規定する上で常に本質的である事が知られており、相転移現象では上記のトポロジカルな非線型励起が本質的役割りを担っているのではないかという観点があり得る。

物性の分野も最も典型的な理論は、二次元XY模型（その他ヘリウム膜等のU(1)対称性も持つ系）に対するKosterlitz-Thouless理論であろう。この系では有限温度では常に自発磁化は0であるが、K-Tに因れば有限温度でトポロジカルな点欠陥である渦(vortex)のペアリングに伴う相転移が起こる。このモデルは比較的簡単な数学的構造を持っている為（特にある種のactionについては厳密に）スピン波的自由度とvortex的自由度に分けられ、vortex自由度については、二次元の対数クーロンガスに同等となる事が知られている。また直接・間接のモンテカルロシミュレーションの結果も、相転移に対するK-Tの描像を示持している。

このようなタイプのアプローチをより一般的な系[一般の次元やオーダーパラメーター空間の系]に拡張出来るかどうかは問題であるが、解析的アプローチは目下の所余り成功していない様に思う。筆者は、一連のモデル系についてホモトピー群に基づく対称性の議論とモンテカルロシミュレーションに基づいて、先に述べた相転移描像の妥当性を実地に検討している。扱ったモデル系、オーダーパラメーター空間 V 及び可能なトポロジカルな励起の型をまとめると

I) 二次元XY模型

$$V = S_1,$$

整数量子数で特徴付けられる vortex .

Ⅱ) 二次元Heisenberg 模型

$$V = S_2$$

整数量子数で特徴付けられるインスタントン.

Ⅲ) 二次元三角格子反強磁性的ハイゼンベルク模型

$$V = SO(3) = P_3$$

偶奇性で特徴付けられる vortex .

Ⅳ) 二次元Maier-Sanpe 模型

$$V = P_2$$

偶奇性で特徴付けられる vortex + 整数量子数で特徴付けられるインスタントン.

相転移に対して得られた結果は以下の通り. (Ⅰ)のXY模型についてはK-T理論)

Ⅱ) トポロジカルな起源の相転移はなさそうである.

Ⅲ) 有限温度で Z_2 vortex の解離に伴う相転移有り. ただし, 通常の二体スピン相関は低温相でも指数減衰と予想される.

Ⅳ) Ⅲ)と同じく有限温度で Z_2 vortex の解離に伴う相転移有り.

オーダーパラメーター空間の構造とトポロジカルな励起に基づいて相転移現象を見る見方は少なくとも二次元系では相当有力の様に思う. 三次元系でも, たとえばⅢ)のケース ($SO(3)$ 対称性を持つ系)はモンテカルロの結果から見ると従来のユニヴァーサルリティクラスとは異なった臨界現象を示す可能性が濃厚であり, 多くの物理的内容を含んでいる事が期待される.

Ising Heisenberg 鎖におけるソリトンの励起

東北大・工 猪苗代 盛

反強磁性的な $S = 1/2$ の Ising-Heisenberg 鎖における伝播する磁壁 (ソリトン) は, 中性子回折でセントラル・モードとして観測されている.^{1, 2)} Villain³⁾ および石村, 斯波⁴⁾等による取扱いは Spin 系の摂動論的なものであった. 我々は, この系における磁壁を, ソリトンの素励起として