

氏 名	市 田 浩 三 いち だ こう ぞう
学 位 の 種 類	工 学 博 士
学 位 記 番 号	工 博 第 319 号
学 位 授 与 の 日 付	昭 和 48 年 3 月 23 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	工 学 研 究 科 電 子 工 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	ON THE NUMERICAL ANALYSIS OF MULTIVARIABLE PROBLEMS BY THE MONTE CARLO METHOD (モンテカルロ法による多変数問題の数値解析)

(主 査)
論文調査委員 教授 清野 武 教授 坂井利之 教授 卯本重郎

論 文 内 容 の 要 旨

電子計算機の発達は、数値解析の分野においても種々の新しい可能性をもたらしたが、いわゆるモンテカルロ法は、複雑なシステムを解析するための手段として、改めて注目されるに至った。この論文は、種々の多変数問題をモンテカルロ法によって数値的に解析する場合の諸問題について論じたもので、5章からなりたっている。

第1章は、モンテカルロ法の基本的な性質についての記述であって、まずこの方法の定義を述べ、つぎにこの方法によって得られる精度について考察し、またこの方法を適用する際に必要な乱数の発生について概説している。

第2章では、二点境界値問題について、その近似解を見出すための新しいモンテカルロ法を提案している。この種の問題の解法としては、従来から、ねらい打ち法や弛緩法が知られているが、与えられた微分方程式の非線形性が強いときは、いずれも正しい解に収束する保証がなく、数値解析における極めて困難な分野とされていた。

著者はこれに対し、ブラウン運動の経路を求める際に用いられるモンテカルロ式サンプリングに着目し、経路積分に基く数値解法を導出し、まずこの方法を一次元の線形および非線形の二点境界値問題の具体的な例題に適用した計算機実験の結果を示している。非線形の場合の数値解は、理論的にも予想されとおり、必ずしも高精度ではないが、著者の示した例は、ねらい打ち法、弛緩法など従来の方法では解けないものであるにもかかわらず、著者の方法によれば、弛緩法に対する適切な出発近似を与えることを実証している。

すなわちこの方法は、古典的な精度改善法と組み合わせることによって、広い適用範囲をもちうるものであって、特に非線形の場合に有効であると考えられる。

なおこの方法の多次元二点境界値問題への拡張についても考察し、一般的な解法を与え、これを二変数の場合の数値例に適用して、良好な結果を得ている。また著者はこの方法の誤差の原因を分析し、誤差の

推定法についても考察している。

第3章では、楕円型および放物型偏微分方程式に関する境界値問題および初期値問題を解くための新しいモンテカルロ法について論じている。すなわち、一定のランダムウォークのかわりに、変型ランダムウォークを採用することにより、従来のモンテカルロ法にくらべて、計算時間を著しく短縮しうることを明らかにしている。なおこの方法は、三次元あるいは多次元の場合に特に有効であることを示している。

計算機実験は、二変数の問題としてラプラス方程式および熱伝導方程式について行なわれ、いずれも比較的少数のランダムウォークによって、かなりの精度が得られることを実証している。また三次元の例として立方体領域におけるラプラス方程式の境界値問題に著者の方法を適用し、二次元の場合と同様に、満足すべき結果を得ている。

第4章は、多変数関数の補間法および微分法に関する研究結果である。関数の値が有限個の点においてのみ知られている場合に、任意の点における関数値およびその微係数を求めることは、種々の分野で重要な問題であるが、これは適当なサンプリングによらない限り、実際上不可能に近い場合が多い。

著者は適当な高次補間公式およびスプライン補間公式を導き、これらとモンテカルロ式サンプリングとを組み合わせ、実用的アルゴリズムを確立している。

計算機実験としては、10変数の多項式、10変数および50変数の指数関数などに対する補間および微分を行い、比較的少数の点における関数値が与えられた場合でも、良好な補間値および微分値が算出されうることを示している。

第5章は結論であって、この研究の主な成果をまとめている。すなわち、

(1) モンテカルロ式サンプリングを伴う経路積分法は、非線形の二点境界値問題に対して、近似解を求めるのに有効であり、これを既知の弛緩法と組み合わせれば、従来解決困難であった問題を高い精度で解くことができる。

(2) 偏微分方程式に関する境界値問題および初期値問題の解法として、著者の提案した変形ランダムウォークの技法は、従来のモンテカルロ法にくらべて、計算時間を著しく短縮することができる。

(3) 多変数関数の補間および微分に関しては、スプライン法その他の既知の補間法と、ランダムサンプリングを組み合わせることが有効である。

論文審査の結果の要旨

モンテカルロ法の起源は極めて古いが、電子計算機の発達に伴い、複雑なシステムの解決法の一つとして、その価値が認識されつつある。特に確率的現象の計算機によるシミュレーションは、広い分野に多くの成果をもたらしている。これに対し、元来決定論的な過程にモンテカルロ法を適用する問題は、比較的新しい研究課題であって、通常解法を適用しえないような複雑な問題に関して特別な意義をもつものと考えられる。

この研究は、主として多変数問題に対してモンテカルロ的方法を応用した新しい数値解析法を確立する目的で行なわれたものであって、物理学および工学の諸分野において重要な数学的問題に著者の方法を適用して、その実際上の意義を明らかにし、さらに一般的な問題への拡張の可能性を示唆したものである。

まず、二点境界値問題に関しては、モンテカルロ式サンプリングを伴う経路積分の方法を考察し、従来の方法では解析困難な非線形の微分方程式に対しても、ある程度の精度をもつ近似解を求めうることを、この近似解を出発値として古典的な弛緩法を適用すれば容易に高精度の解を求めうることを明らかにしている。

つぎに、偏微分方程式の境界値問題および初期値問題に関しては、新しいランダムウォークの技法を提案し、従来のモンテカルロ法にくらべて、計算時間を著しく短縮しうることを実証している。なお著者の方法は、多次元領域中の比較的少数の点における解が要求されるような場合に、特に効果のあることが示されている。

さらに、多変数関数の補間法および微分法に関するモンテカルロ法の応用としては、ランダムサンプリングと従来の補間公式との組み合わせが有効であることを明らかにし、この考えにもとづく実用的なアルゴリズムを提案している。これも次元数の多い場合に特に有意義であると考えられる。

要するにこの論文は、二点境界値問題、特に多次元非線形の場合、偏微分方程式の境界値問題および初期値問題、ならびに多変数の補間法および微分法など、従来の数値解析法では解決困難な問題に対して、新しいモンテカルロ的手法を導入して、実用的にも意義のあるアルゴリズムを確立し、その効果を実証したものであって、学術上はもとより、工業上にも寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。