

s-d相互作用の lower divergent term の起源について (II)

— spin の quantum fluctuation の影響 —

東大理 川 村 清

(6月5日受理)

§ 1. Introduction

前の論文¹⁾ (今後 I と書く) で筆者は, s-d Hamiltonian で局在 spin と相互作用している伝導電子の self-energy part について新しい計算法を提案した。そして, Abrikosov の求めた式²⁾ が spin の quantum fluctuation の一部を取り入れることによって求められることを示した。この論文では spin の quantum fluctuation について, next divergent term まで厳密に計算する。(ここで言葉の定義をはっきりさせておく。self-energy part $\Sigma_{p\uparrow}(\epsilon)$ を J で展開して, J^n の係数のうち, $(\log |\epsilon|)^{n-2}$ に比例する項を, "most divergent term", $(\log |\epsilon|)^{n-3}$ に比例する項を "next divergent term", $(\log |\epsilon|)^{n-4}$ に比例する項を "second order term" と称することにしよう。)

§ 2. 低次の式の計算

Self-energy part を (J/N) でべき展開したとき, $(J/N)^m$ に比例する項は $\Sigma_{p\uparrow}^{(m)}(i\epsilon)$ と書くことにする。I の (2.8) から

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(1)}(i\epsilon) = 0$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{p\uparrow}^{(2)} = & -N_1 (J/N)^2 T \sum_{\epsilon_1} \sum_{p_1} \ll (S \cdot \sigma)(\epsilon - \epsilon_1), (S \cdot \sigma)(\epsilon_1 - \epsilon) \gg \\ & \times (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} \end{aligned}$$

川村 清

$$\begin{aligned}\Sigma_{p\uparrow}^{(3)} &= - N_i (-J/N)^3 T^2 \Sigma_{\epsilon_1 \epsilon_2} \Sigma_{p_1 p_2} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} \\ &\times \ll (S \cdot \sigma)_{\uparrow \alpha} (\epsilon - \epsilon_1), (S \cdot \sigma)_{\alpha \beta} (\epsilon_1 - \epsilon_2), \\ &\quad (S \cdot \sigma)_{\beta \uparrow} (\epsilon_2 - \epsilon) \gg \quad (2.1)\end{aligned}$$

[H, (S · σ)] を無視するかぎり

$$\begin{aligned}\ll (S \cdot \sigma)(\epsilon - \epsilon_1), (S \cdot \sigma)(\epsilon_1 - \epsilon) \gg \\ = - T^{-1} S(S+1) \delta_{\epsilon, \epsilon_1} \quad (2.2)\end{aligned}$$

だから

$$\begin{aligned}\Sigma_{p\uparrow}^{(2)} &= + N_i (J/N)^2 S(S+1) \Sigma_{p'} (i\epsilon - \epsilon_{p'})^{-1} \\ &= - \pi i \rho \operatorname{sign}(\epsilon) N_i (J/N)^2 S(S+1) \quad (2.3)\end{aligned}$$

ここで

$$\Sigma_p (i\epsilon - \epsilon_p)^{-1} = - \pi i \rho \operatorname{sign}(\epsilon) \quad (2.4)$$

を使った。われわれは、s-電子の band は、 $-D \leq \epsilon_p \leq D$ で一定の state density ρ をもつものと仮定した。I で示したように

$$\begin{aligned}\ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_3(\epsilon_2 - \epsilon) \gg \\ = - 2S(S+1) T^{-1} \{ (i\epsilon - i\epsilon_1)^{-1} \delta_{\epsilon, \epsilon_2} + (i\epsilon - i\epsilon_2)^{-1} \delta_{\epsilon, \epsilon_1} \\ - (i\epsilon - i\epsilon_1)^{-1} \delta_{\epsilon_1, \epsilon_2} \} \quad (2.5)\end{aligned}$$

(2.5) の両辺に $(i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1}$ をかけて p_1, p_2 で和をとると、

$$\begin{aligned}\Sigma_{p\uparrow}^{(3)} &= + N_i (-J/N)^3 2S(S+1) \\ &\times \{ T \Sigma_{\epsilon_1} \Sigma_{p_1 p_2} (i\epsilon - i\epsilon_2)^{-1} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon - \epsilon_{p_2})^{-1} (1 - \delta_{\epsilon_1 \epsilon}) \\ &+ T \Sigma_{\epsilon_2} \Sigma_{p_1 p_2} (i\epsilon - i\epsilon_2)^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} (i\epsilon - \epsilon_{p_1})^{-1} (1 - \delta_{\epsilon_2 \epsilon}) \}\end{aligned}$$

s-d相互作用の lower divergent term の起源について (II)

$$\begin{aligned}
 & - T \sum_{\epsilon_1} \sum_{p_1 p_2} (i\epsilon - i\epsilon_1)^{-1} (\epsilon_{p_1} - \epsilon_{p_2})^{-1} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (1 - \delta_{\epsilon_1 \epsilon}) \\
 & - T \sum_{\epsilon_2} \sum_{p_1 p_2} (i\epsilon - i\epsilon_2)^{-1} (\epsilon_{p_2} - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} (1 - \delta_{\epsilon_2 \epsilon})] \\
 & = N_1 (-J/N)^3 4 S(S+1) \\
 & \quad \times \sum_{p_1 p_2} (i\epsilon - \epsilon_{p_2})^{-1} (\epsilon_{p_2} - \epsilon_{p_1})^{-1} T \sum_{\epsilon_1} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (1 - \delta_{\epsilon_1 \epsilon})
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

ここで最後の式で ϵ_1 についての和は $|\epsilon_1| \rightarrow \infty$ の所の寄与が発散する形をしているが、それは、最後の等号が厳密ではないのである。

もともとは、

$$\begin{aligned}
 & T \sum_{\epsilon_1} (i\epsilon - i\epsilon_1)^{-1} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} \\
 & = (i\epsilon - \epsilon_{p_1})^{-1} \{ T \sum_{\epsilon_1} [(i\epsilon - i\epsilon_1)^{-1} + (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1}] \}
 \end{aligned}$$

という形で ϵ_1 についての和は収斂したものを単独には収斂しない2つの項に分けたものである。そこで、(2.6)の和は収斂するものという条件つきで、最後の等号は成りたっている。 $p_1 = p_2$ の所も、さかのぼれば、積分の主値をとるという条件をつけておかなくてはならない。そこで(2.6)は、 $o(T/D)$ の量が無視して、

$$\begin{aligned}
 \sum_{p \uparrow}^{(3)} (i\epsilon) & = - N_1 (J/N)^3 4 S(S+1) \\
 & \times \sum_{p_1 p_2} (i\epsilon - \epsilon_{p_2})^{-1} (\epsilon_{p_2} - \epsilon_{p_1})^{-1} \frac{1}{2} \text{th}(\epsilon_{p_1}/2T) \\
 & = - N_1 (J/N)^3 4 S(S+1) \sum_{p_1} (i\epsilon - \epsilon_{p_1})^{-1} g(\epsilon_{p_1})
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

ここで

$$g(\epsilon) = \pi \rho \int_{-D}^D P(\epsilon - \epsilon')^{-1} \frac{1}{2} \text{th}(\epsilon'/2T) d\epsilon' \tag{2.8}$$

(2.7) で $i\epsilon \rightarrow \epsilon + i\delta$ において real part は ϵ/D の order 故無視すると、

川村 清

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(3)}(\epsilon+i\delta) = N_1 (J/N)^3 4 S(S+1) \pi i \rho g(\epsilon) \quad (2.9)$$

となって、特に $T=0$ で

$$g(\epsilon) \propto \log |\epsilon/D|$$

で、Abrikosov の式に一致する。²⁾ しかし、ここで二つの式の一致ということは少し深い意味がある。というのは、“most divergent term” の範囲で (2.9) が出たのではなく、 $o(J^3)$ で (2.9) は厳密だということである。たとえば complex energy plane で見て、

$$\begin{aligned} \Sigma_{p\uparrow}^{(3)}(z) &= N_1 (J/N)^3 4 S(S+1) g^1(z) \\ g^1(z) &= \frac{1}{2} \rho^2 \left\{ \int_{-D}^D d\epsilon' (z-\epsilon')^{-1} \right. \\ &\quad \left. + \int_{-D}^D d\epsilon'' (z-\epsilon'')^{-1} \text{th}(\epsilon''/2T) \right\} \quad (2.10) \end{aligned}$$

という関数で $z \rightarrow \epsilon + i\delta$ とした時の most divergent term も (2.9) と一致する。(2.9) は、対数関数の虚部を含めて成立する式である。いいかえれば、“next divergent term” を含めて (2.9) は正しい。

次に $\Sigma_{p\uparrow}^{(4)}(\epsilon+i\delta)$ を計算しよう。

$$\begin{aligned} &\ll S_1(\epsilon-\epsilon_1), S_2(\epsilon_1-\epsilon_2), S_3(\epsilon_2-\epsilon_3), S_4(\epsilon_3-\epsilon) \gg \\ &= (i\epsilon_3 - i\epsilon_2)^{-1} [2 \ll S_1(\epsilon-\epsilon_1), S_2(\epsilon_1-\epsilon_3), S_3(\epsilon_3-\epsilon) \gg \\ &\quad - 2 \ll S_1(\epsilon-\epsilon_1), S_2(\epsilon_1-\epsilon_2), S_3(\epsilon_2-\epsilon) \gg \\ &\quad - \ll S_2(\epsilon-\epsilon_1+\epsilon_2-\epsilon_3), S_1(\epsilon_1-\epsilon_2), S_3(\epsilon_3-\epsilon) \gg \\ &\quad - \ll S_1(\epsilon-\epsilon_1+\epsilon_2-\epsilon_3), S_2(\epsilon_1-\epsilon_2), S_3(\epsilon_3-\epsilon) \gg] (1-\delta_{\epsilon_1\epsilon_2}) \\ &\quad - \delta_{\epsilon_3, \epsilon_2} \sum_{\epsilon_3 \neq \epsilon_2} (i\epsilon_3 - i\epsilon_2)^{-1} [\dots\dots\dots] \quad (2.11) \end{aligned}$$

s-d相互作用の lower divergent term の起源について (II)

(2.11) で $\delta_{\epsilon\epsilon_3} \delta_{\epsilon\epsilon_2}$ に比例する項はおとしてある。ところで, (2.11) の4つの spin Green 関数のうち, 最後の2つは, commutator をとると消えるから, 不要である。そこで次の式を得る。

$$\begin{aligned}
 & T^3 \sum_{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} (i\epsilon_3 - \epsilon_{p_3})^{-1} \\
 & \times \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_3(\epsilon_2 - \epsilon_3), S_4(\epsilon_3 - \epsilon) \gg \\
 & = 2T^3 \sum_{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} (i\epsilon_3 - \epsilon_{p_3})^{-1} \\
 & \times [(i\epsilon_3 - i\epsilon_2)^{-1} \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_3), S_3(\epsilon_3 - \epsilon) \gg \\
 & + (i\epsilon_2 - i\epsilon_3)^{-1} \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_3(\epsilon_2 - \epsilon) \gg] \\
 & - 2T^3 \sum_{\epsilon_1, \epsilon_2} (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_3})^{-1} \\
 & \times \sum_{\epsilon_3 \neq \epsilon_2} (i\epsilon_3 - i\epsilon_2)^{-1} \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_3), S_3(\epsilon_3 - \epsilon) \gg \\
 & = -12S(S+1)(i\epsilon - \epsilon_{p'})^{-1} \\
 & \times \{T \sum_{\epsilon' \neq \epsilon} (i\epsilon' - \epsilon_{p''})^{-1} (\epsilon_{p'} - \epsilon_{p''})^{-1}\}^2
 \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{p\uparrow}^{(4)}(\epsilon + i\delta) &= -N_i(-J/N)^4 12S(S+1) \\
 &\times \pi i \rho [g(\epsilon)]^2
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

(2.12) は厳密であることに注意しよう。

§ 3. "non-parquet" term の評価

$\Sigma_{p\uparrow}^{(5)}(\epsilon)$ を計算すると, となりあった spin operator 同志の commutator の他に, I の (2.9) で "他の commutator を含む項" と書いた項が残って来る。

$$(i\epsilon_2 - i\epsilon_3) \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_3(\epsilon_2 - \epsilon_3),$$

$$\begin{aligned}
 & S_4(\epsilon_3 - \epsilon_4), S_5(\epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 = & 2 \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_3), S_3(\epsilon_3 - \epsilon_4), S_4(\epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 & - 2 \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_3(\epsilon_2 - \epsilon_4), S_4(\epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 & + \ll [S_3, S_1](\epsilon - \epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), \\
 & S_4(\epsilon_3 - \epsilon_4), S_5(\epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 & + \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_4(\epsilon_3 - \epsilon_4), \\
 & [S_3, S_5](\epsilon_2 - \epsilon_3 + \epsilon_4 - \epsilon) \gg \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

(3.1) の右辺第一項と第二項は, § 2 の結果を使って簡単に計算出来る。
 右辺第3項, 第4項は, 全く対称型故, 第3項のみを考えよう。I の (3.3)
 を使って,

(3.1) の右辺第3項

$$\begin{aligned}
 & = - \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), S_3(\epsilon_3 - \epsilon_4), \dots \gg \\
 & - \ll S_2(\quad), S_1(\quad), \dots \gg \\
 & = (i\epsilon_1 - i\epsilon_2)^{-1} [- \ll S_1(\epsilon - \epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4), \\
 & S_3(\epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 & + \ll S_2(\epsilon - \epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3), S_1(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4), S_4(\epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 & - \ll S_2(\quad), S_3(\epsilon_3 - \epsilon_4), S_1(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_4 - \epsilon) \gg \\
 & - \ll S_3(\quad), S_1(\quad), S_2(\quad) \gg] \\
 & = 4(i\epsilon_1 - i\epsilon_2)^{-1} (i\epsilon_4 - i\epsilon_3 + i\epsilon_2 - i\epsilon_1)^{-1} S(S+1) T^{-1} \\
 & \quad \times [\delta_{\epsilon, \epsilon_4} - \delta_{\epsilon - \epsilon_1, \epsilon_3 - \epsilon_2}]
 \end{aligned}$$

s-d相互作用の lower divergent term の起源について (II)

$$+ 4(i\epsilon_1 - i\epsilon_2)^{-1}(i\epsilon_4 - i\epsilon_3)^{-1} S(S+1)T^{-1} \\ \times [\delta_{\epsilon - \epsilon_1, \epsilon_3 - \epsilon_2} - \delta_{\epsilon - \epsilon_1, \epsilon_4 - \epsilon_2}] \quad (3.2)$$

したがって (3.1) の左辺の 5 体の spin Green 関数に対する (3.1) 右辺第一項からの寄与は,

$$(i\epsilon_2 - i\epsilon_3)^{-1}(i\epsilon_1 - i\epsilon_2)^{-1}(i\epsilon - i\epsilon_3 + i\epsilon_2 - i\epsilon_1)^{-1} \delta_{\epsilon, \epsilon_4} \\ + (i\epsilon_2 - i\epsilon_3)^{-1}(i\epsilon_4 - i\epsilon)^{-1}(i\epsilon_4 - i\epsilon_3)^{-1} \delta_{\epsilon - \epsilon_1, \epsilon_3 - \epsilon_2} \\ + (i\epsilon_2 - i\epsilon_3)^{-1}(i\epsilon_3 - i\epsilon_4)^{-1}(i\epsilon_3 - i\epsilon_4)^{-1} \delta_{\epsilon - \epsilon_1, \epsilon_4 - \epsilon_2} \quad (3.3)$$

これから self-energy part への寄与は, $\text{sign}(\epsilon_1) \text{sign}(\epsilon_2) \text{sign}(\epsilon_3) \text{sign}(\epsilon_4)$ をかけて, $\epsilon_1, \dots, \epsilon_4$ について, $-D$ から D まで和をとって与えられる。その代りに $\epsilon_i = x_i \pi i T$ によって変数 x_i を導入し, $-D/T$ から D/T の間で和をとってもよい。(3.3) で explicit に書かなかったが, 分母が zero にならないところだけを拾っているのであることに注意すると, (3.3) は, 有限の x_i の値に対しては何の singularity もない。

この積分が singular な振舞をするとするれば積分の上限 $|D/T|$ が大きいために発散することであるが, (3.3) の各項とも, 少なくとも一つの変数については, その変数の大きいところで二乗分の一で小さくなっているから, 少なくとも一つの変数については積分可能である。すなわち, Kronecker δ を考慮すると, 3 つの積分変数があるが, そのうちのひとつの積分は, non-singular で, (3.1) の右辺第 1 第 2 項が $[\log(T/D)]^3$ を出すのに比較して, たかだか next divergent term である。

更に, (3.3) は second order term にしかきかないことが判る。例えば (3.3) の第一項を ϵ_3 について和をとると,

$$(i\epsilon_1 - i\epsilon_2)^{-1}(i\epsilon - i\epsilon_1)^{-1} [\log(i\epsilon_2) - \log(i\epsilon - i\epsilon_2 - i\epsilon_1)]$$

に比例する量を与えるが, これはなお ϵ_2 についても, ϵ_1 についての積分可

川村 清

能である。したがって、少くともこの変数については、積分可能故、Iの(2.9)に出て来た“他の commutator”を“含む項”は、たかだか second order である。このことは、より高次の spin Green function についてもいえる。というのは、上の議論は、energy variable の性質は、(3.1)の main term とは異なり、commutator をとった時に、Green 関数の argument から消えないという性質のみに依存するからである。

変数の出方を調べると、Iの(2.9)の“他の commutator を含む項”²⁾というのは Abrikosov の“non-parquet” diagram に相当している。そこで、われわれは、Iの(2.9)の“他の commutator を含む項”を non-parquet term と呼ぶことにしよう。そこでこの節でいえたことは、“non-parquet term”は、たかだか second order であるということである。

§ 4. Parquet Term の計算

non-parquet term は、たかだか second order term にしか寄与しないのだから、spin の quantum fluctuation からの寄与を、next divergent term まで計算するには、次の漸化式で十分である。

$$\begin{aligned}
 & S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) \\
 &= \langle\langle S_1(\epsilon - \epsilon_1), S_2(\epsilon_1 - \epsilon_2), \dots, S_n(\epsilon_{n-1} - \epsilon_n), S_{n+1}(\epsilon_n - \epsilon) \rangle\rangle \\
 &= 2(i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} (1 - \delta_{\epsilon_n \epsilon_{n-1}}) \\
 &\quad \times \{ S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_n) \\
 &\quad - S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_{n-1}) \} \\
 &\quad - 2 \sum_{\epsilon_n \neq \epsilon_{n-1}} (i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_n)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

この両辺に $(i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} (i\epsilon_2 - \epsilon_{p_2})^{-1} \dots (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1}$ をかけて

s-d相互作用の lower divergent term の記源について (II)

$$T^n \sum_{\epsilon_1} \sum_{\epsilon_2} \dots \sum_{\epsilon_n}$$

を operate すると、次の式を得る。

$$\begin{aligned} & T \sum_{\epsilon_n} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n, n-1) \\ &= 2 T^2 \sum_{\epsilon_n} \sum_{\epsilon_{n-1} \neq \epsilon_n} (i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} \\ & \quad \times (i\epsilon_{n-1} - \epsilon_{p_{n-1}})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n, n-2) \\ & \quad + 2 T^2 \sum_{\epsilon_{n-1}} \sum_{\epsilon_n \neq \epsilon_{n-1}} (i\epsilon_{n-1} - i\epsilon_n)^{-1} (i\epsilon_{n-1} - \epsilon_{p_n})^{-1} \\ & \quad \times (i\epsilon_{n-1} - \epsilon_{p_{n-1}})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_{n-1}, n-2) \\ & \quad - 2 T^2 \sum_{\epsilon_n} \sum_{\epsilon_{n-1} \neq \epsilon_n} (i\epsilon_{n-1} - \epsilon_{p_n})^{-1} (i\epsilon_{n-1} - \epsilon_{p_{n-1}})^{-1} \\ & \quad \times (i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n, n-2) \quad (4.2) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} & S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon', m) \\ &= T^m \sum_{\epsilon_1} \dots \sum_{\epsilon_m} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_m, \epsilon') \\ & \quad \times (i\epsilon_1 - \epsilon_{p_1})^{-1} \dots (i\epsilon_m - \epsilon_{p_m})^{-1} \quad (4.3) \end{aligned}$$

(4.2) の解は、次の形をしている。

$$\begin{aligned} & T \sum_{\epsilon_n} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n; n-1) \\ &= 2^{n-1} \sum_{k=1}^n \{ T \sum_{\epsilon_k} (i\epsilon_k - \epsilon_{p_k})^{-1} \} \\ & \quad \times \prod_{j=1}^n (k) \{ \sum_{\epsilon_j \neq \epsilon_k} (i\epsilon_j - \epsilon_{p_j})^{-1} (\epsilon_{p_k} - \epsilon_{p_j})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_k; 0) \} \quad (4.4) \end{aligned}$$

低次の項は既に証明してある。

川村 清

$$\begin{aligned}
 & T \sum_{\epsilon_n} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n, n-2) \\
 &= 2^{n-2} \sum_{k=1}^{n-2} \left\{ \prod_{j=1}^n (k, n-1) \right\} \\
 &+ 2^{n-2} T \sum_{\epsilon_n} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} S^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n, 0) \\
 &\times \prod_{j=1}^{n-2} \left\{ T \sum_{\epsilon_j \neq \epsilon_k} (i\epsilon_j - \epsilon_{p_j})^{-1} (\epsilon_{p_n} - \epsilon_{p_j})^{-1} \right\} \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

及び n と $n-1$ をいれかえたものを (4.2) の右辺に代入する。そうすると、
(4.5) の右辺第二項と、 $n \longleftrightarrow n-1$ のおきかえをやった項は、

$$\begin{aligned}
 & 2^{n-1} T \sum_{\epsilon_n} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} S^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n, 0) \\
 & \times \prod_{j=1}^{n-1} \left\{ \sum_{\epsilon_j \neq \epsilon_k} (i\epsilon_j - \epsilon_{p_j})^{-1} (\epsilon_{p_n} - \epsilon_{p_j})^{-1} \right\} \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

及び $n \longleftrightarrow n-1$ とおきかえたものになることはすぐ判る。(4.5) の第一項に対応する項は、

$$\begin{aligned}
 & 2^{n-1} \sum_{k=1}^{n-2} \left\{ T \sum_{\epsilon_k} (i\epsilon_k - \epsilon_{p_k})^{-1} \right\} S^{(1)}(\epsilon, \epsilon_k, 0) \\
 & \times \prod_{j=1}^{n-2} (k) \left\{ T \sum_{\epsilon_j \neq \epsilon_k} (i\epsilon_j - \epsilon_{p_j})^{-1} (\epsilon_{p_k} - \epsilon_{p_j})^{-1} \right\} \\
 & \times \left[(\epsilon_{p_n} - \epsilon_{p_{n-1}})^{-1} T \sum_{\epsilon_{n-1} \neq \epsilon_k} (i\epsilon_{n-1} - \epsilon_{p_{n-1}})^{-1} \right. \\
 & \quad \times T \sum_{\epsilon_n \neq \epsilon_k} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} (\epsilon_{p_k} - \epsilon_{p_n})^{-1} \\
 & \left. + (n \longleftrightarrow n-1) \right] \\
 &= 2^{n-1} \sum_{k=1}^{n-2} \left\{ T \sum_{\epsilon_k} (i\epsilon_k - \epsilon_{p_k})^{-1} \right\} S^{(1)}(\epsilon, \epsilon_k, 0) \\
 & \times \prod_{j=1}^n (k) \left\{ T \sum_{\epsilon_j \neq \epsilon_k} (i\epsilon_j - \epsilon_{p_j})^{-1} (\epsilon_{p_k} - \epsilon_{p_j})^{-1} \right\} \quad (4.7)
 \end{aligned}$$

s-d相互作用の lower divergent term の起源について (II)

(4.6) と (4.7) をあわせると, (4.4) になる。Q. E. D. そこで,
(4.4) から, self-energy part への寄与は,

$$\begin{aligned} \Sigma_{p\uparrow}^{(n+1)}(i\epsilon) &= -N_i(-J/N)^n \\ &\times \Sigma_{p_1 \dots p_n} T \Sigma_{\epsilon_n} (i\epsilon_n - \epsilon_{p_n})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_n; n-1) \\ &= -N_i(-J/N)^n S(S+1) \rho \int_{-D}^D d\epsilon_{p'} (i\epsilon - \epsilon_{p'})^{-1} \\ &\times (n-1) \{2g(\epsilon_{p'})\}^{n-1} \end{aligned} \quad (4.8)$$

あるいは, n について和をとると,

$$\begin{aligned} \Sigma_{p\uparrow}(z) &= -N_i(-J/N)^2 S(S+1) \rho \int_{-D}^D d\epsilon' (z - \epsilon')^{-1} \\ &\times [1 - (2J\rho/N)g(\epsilon')]^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

特に, $T=0$ で

$$\begin{aligned} \Sigma_{p\uparrow}(\epsilon + i\delta) &= -N_i(J/N)^2 S(S+1) \pi i \rho \\ &\times [1 - (2J\rho/N) \log |\epsilon/D|]^2 \end{aligned} \quad (4.10)$$

を得る。何度もくり返すが (4.10) は, spin の quantum fluctuation の効果を取り入れた範囲で, next divergent term まで正しい。

§ 5. 結 論

この論文では I で提案した方法を使って, spin の quantum fluctuation の self-energy part に対する影響をしらべた。I で作った漸化式のうち, "parquet term" を残した (4.1) は厳密に解けて (4.9) を与える。"non-parquet term" は, たかだか second order である。

ここで注意すべきことは, $[H, S] \neq 0$ とすると, この項も next ³⁾ divergent term を与えそうだということである。したがって, われわれは, s-電子の self-energy part を next divergent term まで完

全にとりいれたというわけではない。

ところで，“parquet diagram”という言葉は，Abrikosov²⁾の借りものであるが，Suhl⁴⁾の近似の概念でいうと，われわれの結果はどのようなものであろうか。Suhl は Chew—Low equation において，中間状態として，一電子状態のみを仮定した。このことは，われわれの言葉でいうと，次のようにいえる。まず $[H, S] \neq 0$ とすると，中間状態に electron—hole pair が出来るから，これを無視したことはすぐ判る。そのつぎに non—parquet diagram もおとす。これらの項は，energy 分母の形，あるいは Kronecker δ の形を見ると判るように，三つ以上の energy variables が現われることによって，Suhl の除外した項であることが判る。しかし，われわれのおとした classical spin の項はとりいれている。これも energy variables がそれぞれ単独に入っていることから判る。

すなわち，Suhl 流の近似をやれば

$$\begin{aligned}
 & S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) \\
 &= 2(i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} S(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_n) \\
 &+ 2(i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} S(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_n) \\
 &+ 2(i\epsilon_{n-1} - i\epsilon_n)^{-1} S(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_{n-1}) \\
 &- 2\delta_{\epsilon_n \epsilon_{n-1}} \sum_{\epsilon_n \neq \epsilon_{n-1}} (i\epsilon_n - i\epsilon_{n-1})^{-1} S(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}, \epsilon_n) \\
 &+ \beta^2 \delta_{\epsilon, \epsilon_n} \delta_{\epsilon, \epsilon_{n-1}} S(S+1) S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\epsilon, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{n-2}) \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

を解けということである。前の節と同様に，(5.1) はすぐ解けて，

$$\begin{aligned}
 & \Sigma_{p\uparrow}(\epsilon + i\delta) \\
 &= -N_i (J/N)^2 S(S+1) \pi i \rho \\
 &\quad \times \left[\left\{ 1 - (2J\rho/N) \log |\epsilon/D| \right\}^2 + (\pi J\rho/N)^2 S(S+1) \right]^{-2} \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

s-d相互作用の lower divergent term の起源について (II)

になる。この logarithmic function は、何ら変な解析性をもっていないことは、注意に値する。

文 献

- 1) 川村 清 物性研究
- 2) A.A. Abrikosov, Physics 2 (1965), 5
- 3) K. Kawamura, ISSP Technical Report A.300
- 4) H. Suhl, Phys. Rev. 138 (1965), A.515