

流体現象の構成的モデル化とシミュレーション

北海道大学 電子科学研究所

柳田達雄

1 はじめに

カオス・時空カオスの理論の発展により、現象間に共通する普遍的な構造¹がある事が示されている。普遍的な構造に関連した現象の定性的な振舞いは時としてモデルの細部によらない事がある。この事実を飛躍的ではあるが複雑な物理現象にあてはめ、逆にとると「定性的性質を保持するおおまかなモデルを構成する事によって現象を理解できないだろうか」との考えが生まれる。このモデルを構成するという立場は最近では生物現象に対し人工生命として行われている。また、物理現象においても既に1990年に金子により「Simulating physics」[1]としてのこころみがなされている。

セミナーでは相分離、沸騰、対流、雲（時間との兼ね合いで適当に選択する予定）のモデル化と解析結果を例にとり構成論的手法を解説する。ここでは、特に雲の構成論的モデルの要約を掲載する。

2 結合写像格子

小数自由度のカオス写像に関する教科書の本は（多くの図を交えて力学系の解説をしているユニークな本として[2]、物理現象の例を挙げながら書かれているものとして[3]等がある）数多く出版されているので、このテキストでは詳細は説明はしない（セミナーでは簡単な復習をする予定である）。カオスを示す写像 $f(x)$ ² 例えば、お馴染みのロジスティック写像 $f(x) = 1 - ax^2$ を空間的に結合した系を結合写像格子（カップルド・マップ・ラティス（CML））と呼ぶ。CMLは場の量を格子上の実変数で記述し時間を離散化した力学系である。空間を含んだ系のダイナミクスを扱うモデルには偏微分方程式（PDE）、結合常微分方程式（CODE）、セルオートマトン（CA）が既に使われている。

表 1: モデルの分類

モデル	時間	空間	状態変数
セルオートマトン (CA)	D	D	D
結合写像格子 (CML)	D	D	C
結合常微分方程式 (CODE)	C	D	C
偏微分方程式 (PDE)	C	C	C

空間を含んだ系の分類:D=離散、C=連続

CMLは表1に示されるようにCAとPDEの中間的なモデルになっており以下のような利点がある。

- 計算速度が速いためパラメータ大域的な様相を調べる発見的研究が出来る。これにより、実験では検証されていない新現象を発見し実験への新しい概念提起が出来る。
- モデルが構成論的に作られているので現象を普遍化できる。写像や結合方法を問題に応じて変える事によりどのプロセスがその現象に本質的であるかを抽出できる。
- セルオートマトンと異なり各格子サイトの状態変数は微視的なものではなく、粗視化した変数であるのでシミュレーションにおいて膨大な格子点をとる必要がない。
- 連続的な変数、パラメータを持つので力学系の理論の適用が可能。

CMLは1984年に金子邦彦氏により空間的に拡がりを持つ大自由度カオス、時空カオスの研究のために導入されて以来、上に挙げた利点を活かし様々な現象の発見が行われている（数理科学1991年6月号、[4]）。また、近年では多くの物理現象の定性的解析にも広く用いられている[1,5-11]。

例えば、素子の結合の仕方によって以下の三種のCMLに分類できる。

拡散的結合 CMLでもっとも良く調べられている系であり、局所的ダイナミクス（ここではカオス写像 f ）と拡散の2つからなるものである。これはベナール対流、化学反応拡散系などの時空カオスの本質を抜きだしているものと考えられる。

¹ ここでは普遍的という言葉を経典力学でいうところの意味ではなく非常に広い意味として用いる。現時点では数学的基盤はなく類似性と同程度の意味と思って頂きたい。

² もちろんカオスを示さない写像を結合しても良いがここではカオス素子からなる結合系に主に重点を置いて説明する。

$$x_{n+1}(i) = (1 - \epsilon)f(x_n(i)) + \frac{\epsilon}{2}\{f(x_n(i-1)) + f(x_n(i+1))\} \quad (1)$$

ここで n は離散化した時間、離散化した i は空間である。

移流的結合 タバコの煙が上に向かって上昇している状態をイメージすると良い。タバコのそばでは煙は乱れていないが流体力学的な不安定性により乱れが増幅されて煙は上にゆくに従い乱れる。もちろん、CML では乱れをつくる起源である f の形は問わない。または、対称性の破れた結合の極限とみなす事ができる。

$$x_{n+1}(i) = (1 - \epsilon)f(x_n(i)) + \frac{\epsilon}{2}\{f(x_n(i-1))\} \quad (2)$$

大域的結合 これは結合範囲が自分との近傍に限られた局所的相互作用ではなく、ベキ的減衰をするような系 (例えば、重力相互作用する星の集団や流体の渦など) の極限としてみなすことができる。また、保存則が存在する非線形要素子の集団、生態や社会経済活動のように全体の平均的場をとうして相互作用する系の基本形として見ることもできる。

$$x_{n+1}(i) = (1 - \epsilon)f(x_n(i)) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_n(j)) \quad (3)$$

以上、大別すると3つの型に分類することが出来る (詳しい説明は [12] の4、5章を参照の事)。このように、写像と結合方式を変えることにより様々なモデルを構成する事が出来るのがCMLの利点である。拡散的結合を持つ式 (1) のCMLはカオス素子の非線形パラメータ a と拡散係数 ϵ の変化にともない

1. 凍結カオス
振動の位相が π 異なるドメインが形成される。ドメイン構造は安定で固定されているが、ドメイン内の振動はカオティックである。
2. パターン選択
非線形性が増すと大きなドメインの境界が動き出す。適当なサイズのドメインが選ばれある波長を持った秩序が出来る。
3. 欠陥乱流
パターン選択のうちもっとも単純であるドメインの大きさが1の場合、位相の異なる2つの領域が存在する。この2つの領域の境界に欠陥が生じ、それがパラメータによって、(1) ブラウン運動し対消滅して欠陥は減少して最終的にはきれいなジグザグパターンとなる場合と (2) 非線形性が大きいと自発的な生成と消滅を繰り返し欠陥乱流となる場合がある。
4. 時空間欠性
パターンが選択された状態から非線形性を強めるとパターンが残った秩序領域に乱れた領域が時間的にも空間的にも間欠的に現れる現象。
5. 発達した時空カオス
非線形性が十分に強くなると空間的な秩序構造が完全に壊されたカオス状態となる。このときの特徴として写像 f がもっている構造不安定性 (パラメータ a を変えると窓と呼ばれるカオスのそばに安定な周期軌道が現れる) が事実上観察されなくなる。
6. 伝搬波
拡散が十分に大きい場合、凍結パターンやパターン選択では空間に固定されていたドメインが非常にゆっくりとした速度で伝播する現象。

などの現象が発見され詳しく調べられている。

ここでは特に空間自由度を持つ系が時空カオスとなるときに不変的に観察される時空間欠運動に関して説明する。

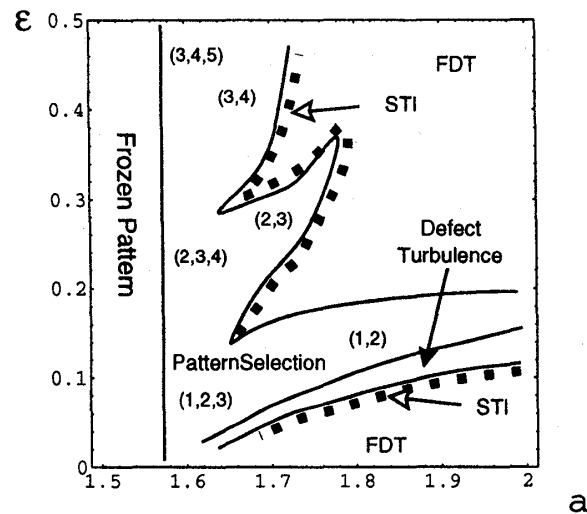


図 1: 拡散的結合を持つ CML の相図

3 時空間欠性と普遍性

時空間欠運動は規則的なパターン (空間的秩序) が崩壊し時空カオスに転移するときにみられる典型的な現象である。例えば、ベナール対流 (図 2 を参照の事) で規則的なロール構造が壊れるときや、液晶の電気対流 [13]、粘性流体の回転 [14]、周期的に揺らされた表面波 (ファラデー波) [15]、一次元渦列 [16] などの実験で見出されている。また、数値計算では様々な CML モデル、ギンツブルク-ランダウ方程式などの偏微分方程式系 [17] でも観察されている。

図 3 にはベナール対流のナビエ・ストークス方程式と CML の時空間欠運動の時間プロットである。両者の方程式は全く異なっているにもかかわらず明らかな類似性がある。CML は抽象的なモデルでありベナール対流とは直接関係がないにもかかわらず同様な現象を示す。これは、CML がある意味でベナール対流と同じ普遍的構造を持っていることを示している。

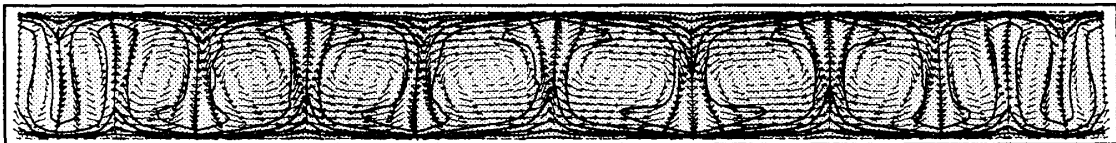


図 2: 熱対流ロール

味噌汁で観察されるように容器に流体を入れ底面を温めると対流が生じる。この現象をベナール対流と呼ぶ。ベナール対流は熱拡散方程式とナビエ・ストークス方程式によって記述され、これを数値的に解いた時の定常状態のスナップショット。矢印により速度場を濃淡により温度場を表示した。

4 モデル化

4.1 類似性から普遍性へ

時空間欠性で見たように、CML のような抽象的モデルにおいても実験と対応する現象が数多く存在する。このことは我々に「現象理解するためにはいろいろなレベルでの取り扱いが可能である」と言っているように思える。さらに CML のような抽象的モデルが自然現象で見られる性質を内包しているという事実から「現象を再現するおおまかなモデルを構成できないか?」という考えに到達する。もちろん、構成したモデルと他のモデルとの関連を明らかにしなくてはならないがここで紹介するモデルは直接的な対応は現時点では得られていない。ただし、ある種の CML モデルは他の現象論的モデルとの対応が示されている。

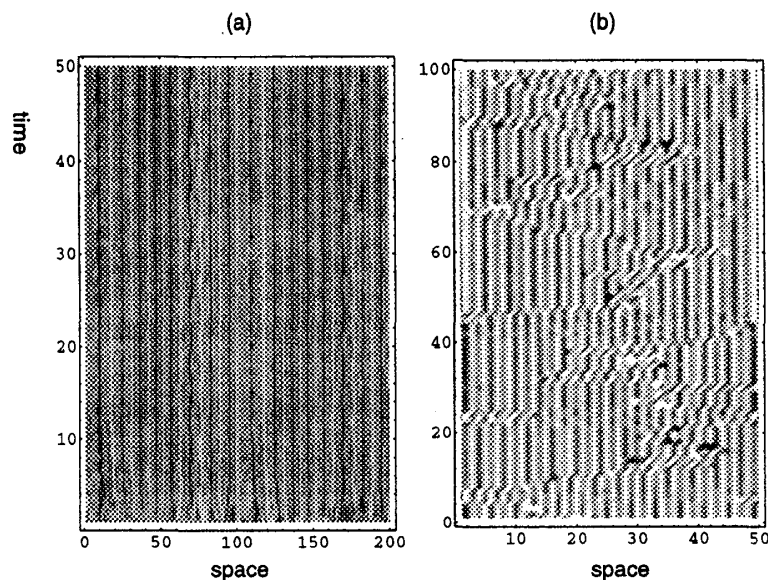


図 3: 時空間欠運動

(a) ベナール対流をナビエ・ストークス方程式を数値的に解いた時に見られる時空間欠運動。容器の中間の高さにおける温度の時空間パターン。間欠的に乱れた構造が現れては消える。(b) 式 (1) の CML を解いた時に見られる時空間欠運動。一方は物理現象に直接立脚したモデルであり他方は抽象的モデルであるにもかかわらず両者の間には類似性がある。ここではこの類似性を普遍的と呼んでいる。もちろん、この普遍性は時空間パターンの単なる類似ではなく統計的性質の一致をみる。

ここで扱うモデルは力学系であるため境界条件、初期条件を与えれば軌道が決定され、物理量の時系列が得られる。しかしながら、力学モデルから得られた時系列と実験データは初期条件、境界条件を完全に一致させることができないため両者のデータを直接対応させる事はできない。両者の対応をみるためには物理量の統計的性質を検討するのが一つの方法であろう。この統計的性質がモデルの変化に対して安定であるならば現象のロバストネス、普遍性が言える事になる。

4.2 比較モデル学

テキスト後半では雲の動力学のモデル化の方法を説明するが、この雲の動力学は基本的にはナビエ・ストークス方程式と熱力学の方程式を連立させることでモデル化できる。しかし、これらの方程式は非線形であるため解析的取り扱いとは不可能である。一方、数値的解析も膨大な計算量を必要とし困難を極める系である。仮に正確な計算ができたとしても精密実験の意味合いが強く我々の理解にはつながらないように思える。

「無限メモリと無限演算能力」を持つ計算機の実在を仮定して見よう。この時、我々はいったい何を行うべきであろうか？何を行う事に意味があるであろうか？ここで我々が行いたいのはモデルの細部によらない普遍的性質を明らかにする事である。例えば、STI は CML モデルでも他の偏微分方程式でも現れる現象であるが、モデルを徐々に変えて行けば (モデルのモルフィングを行えば) どこかで STI を示さないモデルになるであろう。流体のモデルも徐々に変化させていけばどこかである種の流体の性質を示さなくなるであろう。この性質を再現できるかできないかの虚実境界がモデルのどの性質によって支配されているかを明らかにすることこそが我々の行いたい事である。

実際には上に述べたモデルのモルフォロジーを行う数学的方法はない。写像の変更・削除・追加というかたちでモデルのモルフォロジーを行う。このようにモデル空間を散策し、虚実境界を探す事を我々は比較モデル学と呼ぶ。

4.3 構成的モデル化

比較モデル学を行うために計算機を用いる事を前提としている (いつの日か数学的手法を用いてモデルのモルフィングが可能となる日が来るかも知れない)。したがって、モデル化を行なうにあたり計算機に適合するモデルが好ましい。そこでまず、計算機の世界が離散的であるのに合わせ時空間を離散化した世界でモデルを考える。次に、現象を記述する“最低限”の場の変数を選び、その変数の時間発展を決めている本

質的と思われる物理的過程を簡単な写像で表現する。もちろん、何をもって記述できたかという事は念頭に置いている現象によって変わりうるし、何がもっとも重要な(本質的な)物理過程であるかははじめから知り得る術もない(もし分かっていたら、何も苦労がないわけで未解決問題ではないわけである)。すでに、モデルを構成する段階で比較モデル学の考えが重要となることが分かる。構成論的モデルリングを箇条書にすれば以下のようなになる。

1. 時間空間を離散化。
2. 離散化された空間の各点に現象を記述する場の変数を選ぶ(例えば、速度場 $\vec{v}$)
3. 現象を支配している物理的要因を選ぶ。(例えば、粘性、外力)
4. その物理的要因を簡単なダイナミクス(写像)で表現する($f_{粘性}, f_{外力}$)。
5. 場の変数に写像を逐次作用させることにより時間発展させる。

$$\vec{v} \xrightarrow{f_{粘性}} \vec{v}' \xrightarrow{f_{外力}} \vec{v}'' \dots \xrightarrow{\text{その他}} \vec{v}^{t+1}$$

このように構成したモデルは物理的要因の削除・変更・追加が容易にできるため現象の普遍的構造を調べるのに都合が良い。上の例で粘性の効果を考えない時は写像 $f_{粘性}$ を取り除けば良い。

4.4 パラメータ探索、創造的破壊

現象の理解にはパラメータ変化に対する動的挙動を観察することが重要である。そのためには、時間発展に必要な演算量が少ないことが要求される。ここで紹介するモデルはパーソナル・コンピュータ程度の演算能力で十分に時間発展できるため、広いパラメータ空間を探索するのに適している。これにより、実験や観測で明らかにされていない新しい現象をコンピュータの中で発見することが可能となる。例えば、次章で見るように雲の形態がどのパラメータによって決定されているかを示す事が出来る。このような利点があるため、最近では多くの現象に対して構成的モデルによる解析が行われている [1, 5-11]。

パラメータ探索をおこない現象の記述できた後に比較モデル学を行い普遍性・ロバストネスを調べる。その第一歩として創造的破壊が考えられる。これは、現象を記述できたモデルを壊す、つまり、写像の削除、変更によって結果の不変性、ロバストネスを調べるのである。これにより、どの物理過程が本質的かを明らかにできる。次章では雲の動力学を例にとり構成的モデル化とその解析結果を示す。

5 雲の構成論的モデル化、その多様なパターン

ここで示す例は流体運動を伴う系であり、その基礎方程式(ナビエ・ストークス方程式)がある物理現象である。つまり、現象を記述する方程式がある系である。それに関わらず、以下に示す理由により構成的モデル化に意義がある。

1. 計算不能の回避。

雲の生成・消滅の動力学は大気運動と相転移との絡み合いによって生じており、流体運動を記述するナビエ・ストークス方程式や熱力学の方程式を精確に計算すれば現象を再現できるはずである。ところが、数値解析する際に要素現象の時空間スケールが異なっているため、一方のスケールに合わせた解析を行うと他方のスケールの現象を見ることができない。

2. 力学系としての理解が可能

力学系としての議論する事が可能である。例えば、リアプノフ指数やアトラクターの次元と実空間でのパターンとの関係などが調べられる。

3. パラメータ空間の探索、発見的研究

現在のコンピュータでは基礎方程式を基にして正確なシミュレーションを行うと、パラメータ空間の大域的な構造を調べる事ができない。

4. 比較モデル学の必要性

雲のマクロなパターンを調べるにはミクロな相転移現象をモデル化する必要がある。すべてのミクロ状態の情報をモデルに取り入れることができないため相転移のモデル化には任意性が残る。この任意性に依存しないマクロな現象の解明するために比較モデル学は必要である。この比較モデル学を行う上で構成論的モデルは良く適合する。

以上の点において構成的モデル化を行なう意義がある。

5.1 雲のモデル

雲の形態の多様性がどのようなダイナミクスにより維持されているのか？また形態のパラメータ依存性はどのようなになっているのか？という問に答えるために構成論的モデルを構築する(2次元空間でのモデル化を示すが、3次元でも同様にして行うことが可能である)。まず、2次元の正方格子 (x, y) ($x = 1, 2, \dots, N_x; y = 1, 2, \dots, N_y$)、(x は水平方向、 y は鉛直方向とする) を考え、雲のパターンの生成・消滅のダイナミクスを表現する場の変数として速度 $\vec{v}(x, y)$ ・温度 $T(x, y)$ ・蒸気量 $w_v(x, y)$ ・液滴量 $w_l(x, y)$ を選ぶ。雲が生成・消滅する過程として図4のシナリオを考える [18]。

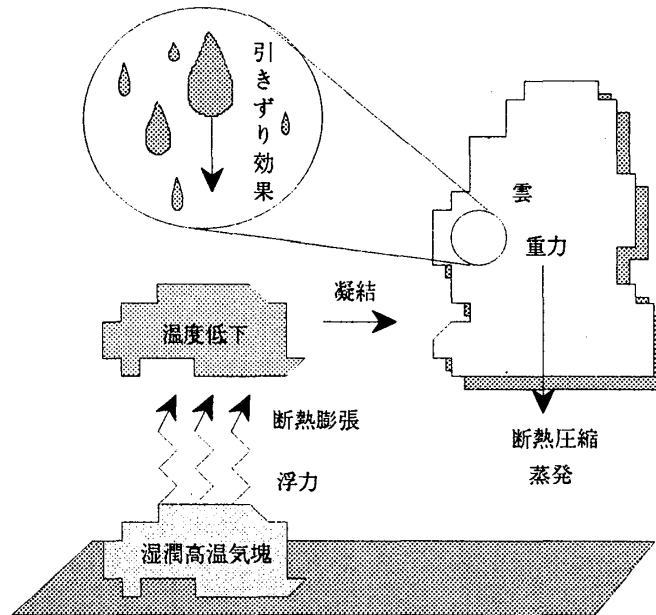


図4: 雲の生成のメカニズム

雲の生成・消滅のシナリオ: 温暖気塊の浮力による上昇により断熱膨張が生じ温度が低下する。このため水蒸気が凝結し雲が生成される。この凝結に伴う潜熱の放出が浮力によるさらなる上昇を生み雲は発達する。凝固する水蒸気が減少すると成長は弱まり重力による液滴の落下によって衰退が始まる。

以上のシナリオを支配する物理的要因として、(1) 浮力、(2) 粘性、(3) 拡散、(4) 非圧縮性効果、(5) 移流、(6) 断熱膨張、(7) 相転移、(8) 潜熱、(9) 引きずり、(10) 液滴の落下を考え、個々を簡単なダイナミクスに置き換える。最終的な時間発展は時刻 t から $t+1$ の写像であるが、我々の手法は上で選んだ物理的要因を写像として表現し逐次に場の変数に作用させるため、以下では中間段階の時間ステップを $t+1/3$ のように表す。浮力は温度の関数としてダイナミクス $f_{浮力}: v_y^{t+1/3}(x, y) = v_y^t(x, y) + \frac{c}{2} \{T^t(x+1, y) + T^t(x-1, y) - 2T^t(x, y)\}$ で表し、粘性、拡散は $f_{粘性}: v^{t+2/3}(x, y) = v^{t+1/3}(x, y) + \eta \Delta v^{t+1/3}(x, y)$ 、 $f_{熱拡散}: T^{t+1/3}(x, y) = T^t(x, y) + \lambda \Delta T^t(x, y)$ 、 $f_{拡散}: w_v^{t+1/3}(x, y) = w_v^t(x, y) + \lambda \Delta w_v^t(x, y)$ で表わす。ここで Δ は離散化した Laplace 演算子 $\Delta A(x, y) \equiv \{A(x+1, y) + A(x, y+1) + A(x-1, y) + A(x, y-1) - 4A(x, y)\}/4$ である。また、ここでは非圧縮性流体の条件 $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ を完全に要求する代わりに $\nabla(\nabla \cdot \vec{v})$ を離散化したダイナミクスを実行してベクトル場の発散を抑えている(非圧縮性効果)。通常この条件は各時刻で毎回 Poisson 方程式を解くことにより満たさなくてはならない。しかし、これには膨大な計算時間を必要とするため、ここでは精確に非圧縮条件を要求せず局所的なダイナミクスによって非圧縮性効果を表現している。さらに、移流($\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$ 、 $\vec{v} \cdot \nabla T$ 、 $\vec{v} \cdot \nabla w_l$ 、 $\vec{v} \cdot \nabla w_v$)を表すために Lagrange 写像を導入する。各格子上 (x, y) に準粒子を配置し各準粒子はそこでの速度 $\vec{v}(x, y)$ にしたがって位置 $(x + v_x, y + v_y)$ に移動して場の量を運搬する。一般に移動した先 $(x + v_x, y + v_y)$ は格子上ではないため最近接格子にデコの法則(粒子の位置と格子との距離に反比例させる)に従い場の量を分配して移流を表わす。すなわち、格子点 (x, y) の準粒子は移動した先の近接の格子点 $([x + v_x], [y + v_y])$, $([x + v_x + 1], [y + v_y])$, $([x + v_x], [y + v_y + 1])$, $([x + v_x + 1], [y + v_y + 1])$ に場の量を以

下のように分配する。

$$\begin{aligned}
 X([x+v_x], [y+v_y]) &= (1-v_x)(1-v_y) X(x, y) \\
 X([x+v_x+1], [y+v_y]) &= v_x(1-v_y) X(x, y) \\
 X([x+v_x], [y+v_y+1]) &= (1-v_x)v_y X(x, y) \\
 X([x+v_x+1], [y+v_y+1]) &= v_x v_y X(x, y)
 \end{aligned} \tag{4}$$

ここで $X(x, y)$ は全ての場の変数 (T, v_x, v_y, w_l, w_v) について行いう ($[z]$ はガウス記号で z よりも小さい最大の整数である)。

変数として温度場、速度場のみを考え以下のように (1) から (5) までの物理要因を逐次作用させると熱対流系のモデルとなり、底面と上面の温度差 (Rayleigh 数)、熱伝導率 λ と粘性率 η の比 (Prandtl 数)、容器の縦横比 N_x/N_y (アスペクト数) の 3 つパラメータを変化させることによって熱伝導から対流への遷移、ロールの周期的振動、カオスの振動、乱流など多種多様な現象を再現することが著者らにより示されている。[10, 11]

次に、雲の生成・消滅の動力学に重要な断熱膨張、相転移、引きずり等の効果を考える。まず、温度は断熱膨張によりそこでの鉛直速度 $v_y(x, y)$ に比例して低下すると考え断熱膨張: $T^{t+1/3}(x, y) = T^t(x, y) - \beta v_y^t(x, y)$ とした。また、引きずりの効果は水滴が一樣な大きさを持ち一定の終端速度 V で落下しているとすると、空気との相対速度 $v_y(x, y) - V$ と液滴量 $w_l(x, y)$ の積に比例する。つまり、 $f_{\text{引きずり}}: v_y^{t+1/3}(x, y) = v_y^t(x, y) - \gamma w_l^t(x, y)(v_y^t(x, y) - V)$ である。相転移は平衡点 w^* からのずれに比例するダイナミクスと転移に伴う潜熱放出を表わす以下の方程式

$$\frac{dw_v(x, y)}{dt} = +\alpha(w_v(x, y) - w^*) \tag{5}$$

$$\frac{dw_l(x, y)}{dt} = -\alpha(w_v(x, y) - w^*) \tag{6}$$

$$\frac{dT(x, y)}{dt} = -Q\left(\frac{dw_v(x, y)}{dt} - \frac{dw_l(x, y)}{dt}\right) \tag{7}$$

を差分化したものを用いる。ここで w^* は飽和蒸気圧 $w^* \sim \exp(-q/T)$ に比例した量である。ここでは気体から液体への相変化のみを考慮しており、簡略化のために液体から固体 (水から氷) への相変化は考えていない。一般の気象ではこの変化が重要であるようだが、赤道付近での雲動力学では氷を伴わない場合もあり非現実的ではない。

さらに、液滴は終端速度 V で落下していると仮定したので液滴に関して鉛直速度成分を $v_y(x, y) - V$ として移流を実行する。以上のプロセスを逐次場の量に作用させ時間発展する以下のモデル

$$\begin{aligned}
 \left\{ \begin{array}{c} \tilde{v}^t(x, y) \\ T^t(x, y) \\ w^t(x, y) \end{array} \right\} &\xrightarrow{f_{\text{浮力+引きずり}}} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{v}^{t+1/3}(x, y) \\ T^t(x, y) \\ w^t(x, y) \end{array} \right\} \xrightarrow{f_{\text{粘性+非圧縮}}} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{v}^{t+2/3}(x, y) \\ T^t(x, y) \\ w^t(x, y) \end{array} \right\} \xrightarrow{f_{\text{断熱+熱伝導+膨張}}} \\
 \left\{ \begin{array}{c} \tilde{v}^{t+2/3}(x, y) \\ T^{t+1/3}(x, y) \\ w^{t+1/3}(x, y) \end{array} \right\} &\xrightarrow{f_{\text{相転移}}} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{v}^{t+2/3}(x, y) \\ T^{t+2/3}(x, y) \\ w^{t+2/3}(x, y) \end{array} \right\} \xrightarrow{f_{\text{移流+重力}}} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{v}^{t+1}(x, y) \\ T^{t+1}(x, y) \\ w^{t+1}(x, y) \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{8}$$

を用いて雲の多様なパターンの生成機構を調べる。このモデルのパラメータは拡散係数 λ 、粘性係数 η 、非圧縮効果 ν 、断熱膨張 β 、液滴落下速度 V 、引きずり抵抗 γ 、転移速度 α 、潜熱 Q であり、それぞれ $\lambda = 0.2, \eta = \nu = 0.2, \beta = 0.2, V = 0.2, \gamma = 0.2, \alpha = 0.2, Q = 0.2$ とした。ここでは主に底面の温度 T_b と全空間での総水分量 $W = \sum_{x,y} (w_v(x, y) + w_l(x, y))$ が変化した時の雲の形態に関する結果を示す。また、水平方向は周期的境界条件を課し、速度に関しては上底面 ($y = 0, N_y$) とも固定条件、温度に関しては底面に固定条件、上面に Neumann 条件 ($dT(x, N_y)/dy = 0$) を課した。

5.2 シミュレーション (パラメータ空間の探索)

雲とは微水滴が空中に浮遊している状態であるが、モデルには水滴サイズを記述する変数が含まれていないため、ここでは雲を単に液滴量 $w_l(x, y)$ がある閾値 w_c よりも大きな値を持つサイトによって作られるクラスターとして定義する。液滴の成長過程を考慮しなくとも底面温度 T_b と全体の総水分量 W を変化させると定性的に異なった幾つかの雲パターンが現れる (図 5)。

パラメータ T_b, W の変化に対する形態変化を雲面積と雲の周辺の長さの長時間平均によって特徴づけると図 6 の相図が得られる。形態の傾向として総水分量が少ない時には層雲状のパターンを示し、多い時には積雲状となる事が分かる。

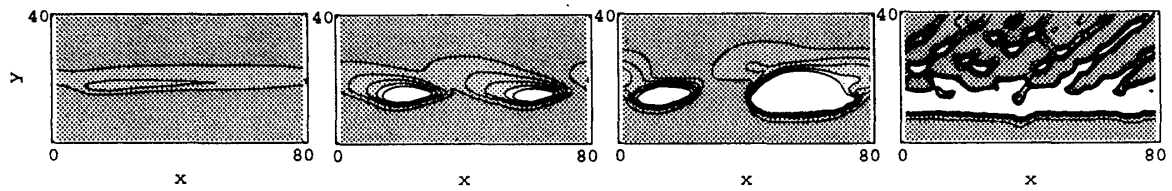


図 5: 典型的な雲の形態

液滴量 $w_l(x, y)$ のグレースケール表示 (w_l が大きいほど白い)。地面の温度と空気の湿度を変化させた時に見られる雲の典型的な形態。左から層雲、積雲、積乱雲、層積雲。

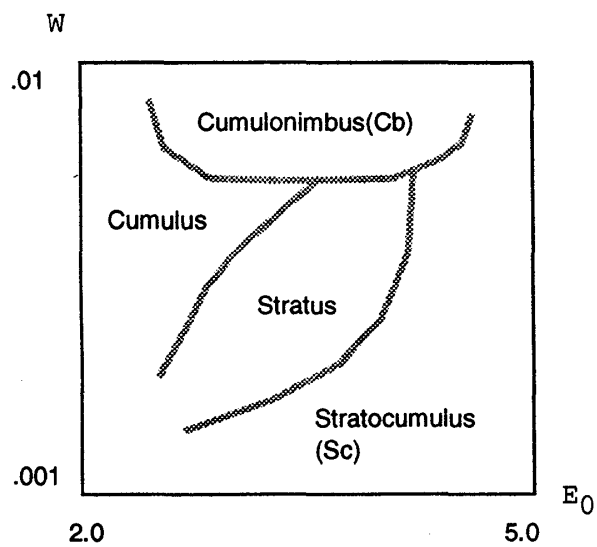


図 6: 雲の形態の相図

地面の温度 T_0 と全領域の水分量 W の変化に対する形態の相図。これらのパラメータの変化に対して stratus(層雲)、cumulus(積雲)、cumulonimbus(積乱雲)、stratocumulus(層積雲) が現れる。

このモデルの3次元への拡張は容易で図7に示す様な形態が現れる。3次元モデルにおいてさえもワークステーションを用いて空間パターンの時間変化を追うことが可能なことも我々のアプローチの利点である。

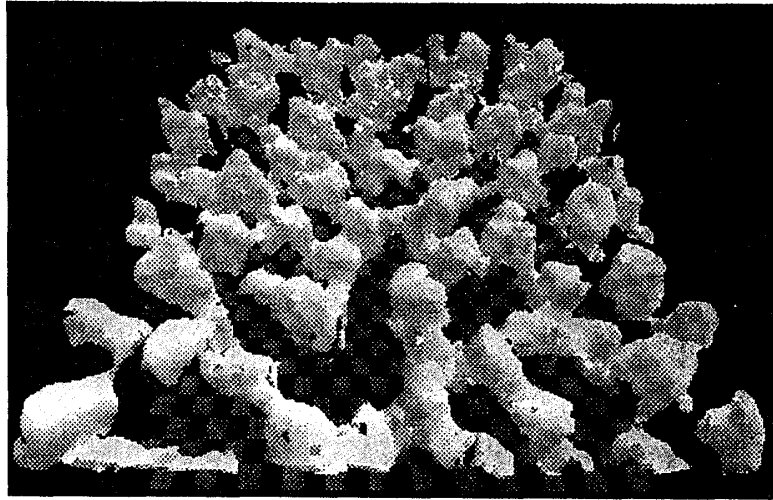


図 7: 3次元シミュレーションの雲の形態

6 まとめ

自然界には現象を個々の物理的要因に分解し、おのおのの清い世界だけを調べていただければ理解できない複雑な系が多い。雲の動力学がそうであったように相転移と大気運動という時空間スケールの異なる要素が結合しているため、雲の形態というマクロな現象をとらえるためにはミクロ・スケールの物理的要因にモデルを導入する必要があった。

このような系は基礎方程式をもとにしたモデルでは計算量が膨大になるため、パラメータ空間での大域的な振舞いを明らかにするには向いていない。ここでは計算機の進歩と共に時空間解像度を上げてより精度良い定量的な議論を行うといったスタイルとはことなつた方法で雲の動力学を調べた。ここで用いたモデル化は動力学の大まかなシナリオを作り上げ、個々の物理的要因を簡単なダイナミクス(プロセス)で置き換えるという構成論的方法を用いた。これにより、雲の形態のパラメータ依存性を示す相図という成果が得られた。

構成論的方法は個々のプロセスの削除・変更・追加が容易に可能であるため比較モデル学を行う上で非常に都合が良い(遠心力やコリオリ力などの効果の導入が新しいプロセスの追加という形で実現されるため容易に実行可能である)。比較モデル学を行えばモデルの細部によらないマクロな普遍的性質を明らかにすることができる。演算量が非常に少なく済むという利点はパーソナル・コンピュータを用い計算と同時に速度・温度場などの情報をディスプレイに直接描画するため新現象の発見的研究に威力を発揮するであろう。

参考文献

- [1] K.Kaneko. *Simulating Physics with Coupled Map Lattice*, volume 1 of *Formation, Dynamics and Statistics of Patterns*. World Scientific, 1990.
- [2] R.H.Abraham C.D.Shaw. 図解カオス入門. 現代数学社, 1995.
- [3] H.G.Schuster. *Deterministic Chaos*. VCH Pub., second revised edition edition, 1989.
- [4] K.Kaneko. *Collapse of Tori and Genesis of Chaos in Dissipative Systems*. World Scientific, 1983.
- [5] Y.Oono S.Puri. Computationally efficient modeling of ordering of quenched phases. *Phys.Rev.Lett.*, 58(8):836-839, 1987.
- [6] A.Shinozaki Y.Oono. Cell dynamical systems. *Forma*, 4:75-102, 1989.

- [7] H.Nishimori Y.Oouchi. Formation of ripple patterns and dunes by wind-blown sand. *Phys. Rev. Lett.*, 71:197, 1993.
- [8] T.Yanagita. Coupled map lattice model for boiling. *Phys.Lett.A*, 165:405–408, 1992.
- [9] T.Yanagita. Phenomenology for boiling: A coupled map lattice model. *Chaos*, 3-2:343, 1992.
- [10] T.Yanagita K.Kaneko. Coupled map lattice model for convection. *Phys.Lett.*, 175A:415–420, 1993.
- [11] T.Yanagita K.Kaneko. Rayleigh-Bénard convection, patterns, chaos, spatiotemporal chaos and turbulent. *Physica D*, 82:288–313, 1995.
- [12] 金子邦彦 津田一郎. 複雑系のカオスのシナリオ. 朝倉書店, 1996.
- [13] S.Nasuno M.Sano Y.Sawada. Defect turbulence in EHD convection of liquid crystal. In H.Takayama, editor, *Cooperative Dynamics in Complex Systems*. Springer, 1989.
- [14] Y.Couder S.Michalland, M.Rabaud. Transition to chaos by spatiotemporal intermittency in directional viscous fingering. *Europhys. Lett.*, 22:17, 1993.
- [15] J.P.Gollub R.Ramshankar. Spatiotemporal chaos in interfacial waves. In S.Orszag L.Sirovich, editor, *New Perspective in Turbulence*, page 165. Spinger, 1991.
- [16] P.Tabeling H.Willaime, O.Cardoso. Spatiotemporal intermittency in lines of vortices. *Phys. Rev. E*, 48:2047, 1993.
- [17] H.Chaté P.Manneville. Transition to turbulence via spatiotemporal intermittency. *Phys. Rev. Lett.*, 58:112–115, 1987.
- [18] 木村竜治 浅井富雄, 武田喬男. 雲や降水を伴う大気, volume 2 of 大気科学講座. 東京大学出版会, 1981.