

アンサンブル感度解析とデータ同化を用いた階層構造  
を持つ気象擾乱の予測可能性に関する研究

中下 早織





# 要旨

本研究は惑星規模から対流規模までの階層的な構造を持つ気象擾乱の予測可能性に対して、現象と数値モデルの双方の階層性が与える影響を、アンサンブルシミュレーションとデータ同化手法を用いた多角的な解析から明らかにする。

階層構造を持つ気象擾乱の代表例である梅雨前線帯のメソ対流系（MCS）は観測が不足する海上で発達するため、その予測可能性と多重スケールの不確実性との関係に対する理解が進んでおらず、その予測精度を改善するためにデータ同化にはどのような改良が求められるかも明らかではない。そこで本研究ではまず、2022 年 6 月に東シナ海上で観測された MCS を対象として、領域大気モデルによるアンサンブルシミュレーションと感度解析、データ同化によって、MCS の予測可能性と多重スケールの不確実性との関係を調べる。次にトイモデルによる理想化実験を用いて、階層構造を持つ気象擾乱の予測精度を向上させるためのアンサンブルデータ同化の改良を提案する。

2022 年 6 月 19–20 日に東シナ海で行われた 3 隻の研究船による高頻度大気・海洋同時観測では、発達した 2 つの MCS に伴う環境場の特徴を詳細に捉えることに成功した。観測期間前半に通過したものは湿潤な自由対流圏の下で大気のメソ  $\beta$  スケールの擾乱を伴って発達し、後半に通過したものは黒潮の暖水塊上で暖湿化した境界層が特徴的であった。

成長モード育成法を用いて生成したアンサンブル初期摂動は総観規模の不確実性を表現しており、特に梅雨前線帯の水蒸気と対流圏下層のトラフに伴う変動を抽出していた。この総観規模の摂動に駆動される 3 km 解像度のアンサンブルシミュレーションは最初の MCS に伴う降水のばらつきをよく表現していた。最初の MCS を摂動なし実験よりも精度よく再現するメンバーでは、摂動なし実験よりも強いメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環と、深い湿潤層を伴う前線帯の強い相当温位勾配をよく表現していた。

この前線帯の水蒸気勾配と MCS の発生域への水蒸気流入が重要であることは、最初の MCS を対象とするアンサンブル感度解析の結果からも支持された。しかしアンサンブル感度解析から推定される摂動の線型発達と実際の非線型発達との比較から、3 km 解像度では 6 時間以内に非線型性の影響が明瞭に現れることが明らかになった。この結果は MCS の予測可能性におけるメソスケールの誤差発達の重要性を示している。

船舶観測を同化したアンサンブルは、成長モード育成法によって駆動されたアンサンブルが捉える総観規模以上の不確実性を減らしつつ、メソスケールの不確実性を強く反映していた。船舶観測の同化により、最初の MCS が発達した際の急峻な前線帯の構造の再現性が向上することで、MCS の表現が著しく改善した。しかし大気の不確実性のみを反映したアンサンブル

による後半の MCS の予測可能性は低く、船舶観測の同化でもその表現は改善しなかった。海面水温前線帯での乱流熱フラックスと後半の MCS に伴う降水との間に統計的に有意な正の相関が得られたことから、海洋の影響を受けて発達する MCS の予測精度を改善するには海洋の不確実性を表現することが重要であると示唆された。

また局所的な船舶観測は、大規模な循環の影響を受ける上流の MCS の再現性の改善に対する寄与が小さいことがわかった。この結果は、領域モデルに全球モデルが表現する大規模な構造を取り入れることで、上流の MCS の再現性を改善できうることを示唆している。そこで、大規模場の不確実性を考慮して全球モデルの大規模場を取り入れるアンサンブル変分法を新たに提案した。一次元モデルによる理想化実験から、提案手法は大規模場の精度を改善しつつ局所的な観測情報を解析に反映させるために有用であることがわかった。さらに領域大気モデルの同化実験との比較から、本研究で提案するアンサンブル変分法が現実的な大気モデルにも有効であると示唆された。

本研究は、階層構造を持つ気象擾乱の予測可能性が初期の大規模場の不確実性とメソスケールの誤差発達の双方の影響を受けることを明らかにし、それらを適切に考慮することでこのような気象擾乱の予測精度が向上しうることを示した。

# 目次

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| 要旨                                 | 3  |
| 第 1 章 序論                           | 13 |
| 1.1 梅雨前線帯のメソ対流系の発達メカニズムと予測可能性      | 15 |
| 1.2 メソ～対流スケールの現象に対するアンサンブル感度解析     | 17 |
| 1.3 領域アンサンブル同化における階層構造の再現性         | 21 |
| 1.4 本研究の目的                         | 24 |
| 第 2 章 梅雨前線帯のメソ対流系の予測可能性            | 27 |
| 2.1 手法                             | 27 |
| 2.1.1 大気モデル                        | 27 |
| 2.1.2 成長モード育成法                     | 28 |
| 2.1.3 使用データと解析手法                   | 31 |
| 2.2 観測されたメソ対流系                     | 32 |
| 2.2.1 事例の概要                        | 33 |
| 2.2.2 船舶観測が捉えたメソ対流系の特徴             | 35 |
| 2.3 メソ対流系の予測に対する初期値の不確実性の影響        | 38 |
| 2.3.1 アンサンブルスプレッドの空間分布とメソ対流系の表現    | 38 |
| 2.3.2 最初のメソ対流系に影響を与える特徴            | 41 |
| 2.3.3 二つ目のメソ対流系に影響を与える特徴           | 43 |
| 2.4 まとめと議論                         | 44 |
| 第 3 章 メソ対流系に対するアンサンブル感度解析と空間解像度依存性 | 47 |
| 3.1 手法                             | 47 |
| 3.1.1 アンサンブル特異ベクトル感度解析             | 47 |
| 3.1.2 解析設定                         | 49 |
| 3.1.3 非線型実験                        | 50 |
| 3.1.4 非線型性の評価方法                    | 50 |
| 3.2 アンサンブル特異ベクトルの解像度依存性            | 51 |
| 3.2.1 固有値と固有ベクトルの比較                | 51 |
| 3.2.2 アンサンブル特異ベクトルの空間分布と時間発展の比較    | 52 |

|            |                                             |            |
|------------|---------------------------------------------|------------|
| 3.3        | 非線型実験と線型推定の比較                               | 56         |
| 3.4        | まとめと議論                                      | 61         |
| <b>第4章</b> | <b>梅雨前線帯のメソ対流系の予測に対する集中観測の効果</b>            | <b>65</b>  |
| 4.1        | 同化システムの構成と使用した観測                            | 65         |
| 4.2        | 集中観測全体の同化インパクト                              | 67         |
| 4.3        | メソ対流系の再現性に与える影響                             | 69         |
| 4.3.1      | メソ対流系の表現の比較                                 | 69         |
| 4.3.2      | 最初のメソ対流系の再現性に違いをもたらした要因                     | 72         |
| 4.4        | 船舶観測との比較                                    | 76         |
| 4.5        | まとめと議論                                      | 79         |
| <b>第5章</b> | <b>階層構造を持つ気象擾乱の予測精度改善に向けたアンサンブルデータ同化の改良</b> | <b>81</b>  |
| 5.1        | 大規模混合手法                                     | 82         |
| 5.1.1      | 変分 LSB 手法                                   | 83         |
| 5.1.2      | アンサンブル変分 LSB 手法                             | 85         |
| 5.1.3      | 背景 LSB 手法                                   | 88         |
| 5.2        | 実験設定                                        | 88         |
| 5.2.1      | ネスト Lorenz システム                             | 89         |
| 5.2.2      | 観測システムシミュレーション実験の設定                         | 90         |
| 5.2.3      | 評価手法                                        | 92         |
| 5.3        | 流れ依存性が LSB 手法に及ぼす効果                         | 93         |
| 5.4        | 観測分布への依存性                                   | 99         |
| 5.5        | まとめと議論                                      | 103        |
| <b>第6章</b> | <b>議論</b>                                   | <b>107</b> |
| 6.1        | 成長モード育成法によるアンサンブル摂動の特性                      | 108        |
| 6.2        | アンサンブル特異ベクトルの非線型時間発展のスケール依存性                | 111        |
| 6.3        | 空間スケール毎の集中観測の同化インパクト                        | 114        |
| 6.3.1      | 成長モード育成法とアンサンブル同化の比較                        | 116        |
| 6.4        | 一次元モデルと領域大気モデルのアンサンブルの比較                    | 118        |
| 6.4.1      | 一次元モデルにおけるアンサンブル予測の時間発展                     | 118        |
| 6.4.2      | 観測インパクトで見た一次元モデルと領域大気モデルの対応                 | 119        |
| <b>第7章</b> | <b>結論</b>                                   | <b>123</b> |
|            | <b>論文目録</b>                                 | <b>127</b> |
|            | <b>参考文献</b>                                 | <b>129</b> |

---

|                                             |     |
|---------------------------------------------|-----|
| 謝辞                                          | 141 |
| 付録                                          | 143 |
| 付録 A FSS の導出と解釈                             | 143 |
| 付録 B 領域モデルにおける運動エネルギースペクトルの計算               | 145 |
| 付録 C アンサンブル感度解析                             | 149 |
| C.1 アンサンブルアジョイント感度解析 . . . . .              | 149 |
| C.1.1 アジョイント感度解析 . . . . .                  | 149 |
| C.1.2 アンサンブルへの拡張 . . . . .                  | 152 |
| C.2 アンサンブル特異ベクトル感度解析とアンサンブルアジョイント感度解析 . . . | 155 |



# 

|      |                                                                   |    |
|------|-------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1  | Moteki et al. (2004b) の梅雨前線帯の降水バンドの形成に関する模式図 . . .                | 16 |
| 1.2  | Takemura et al. (2021) のモンスーントラフの予測可能性に対する EnSVSA<br>の結果. . . . . | 19 |
| 1.3  | 波数 1 の正弦波の離散正弦変換. . . . .                                         | 21 |
| 2.1  | アンサンブル実験の計算領域 . . . . .                                           | 29 |
| 2.2  | 成長モード育成法の概念図 . . . . .                                            | 30 |
| 2.3  | 総観規模の環境場 . . . . .                                                | 33 |
| 2.4  | 観測域近傍の環境場 . . . . .                                               | 34 |
| 2.5  | 海面水温と船舶の航路 . . . . .                                              | 35 |
| 2.6  | 船舶観測の鉛直プロファイル . . . . .                                           | 36 |
| 2.7  | 地上付近の船舶観測 . . . . .                                               | 37 |
| 2.8  | 850 hPa 面のアンサンブルスプレッド . . . . .                                   | 39 |
| 2.9  | アンサンブルシミュレーションによる降水予測と観測の比較 . . . . .                             | 40 |
| 2.10 | 海面更生気圧と降水分布の比較 . . . . .                                          | 41 |
| 2.11 | 熱力学場と水平風速場の南北断面 . . . . .                                         | 42 |
| 2.12 | 海面エンタルピーフラックス . . . . .                                           | 44 |
| 3.1  | 線型性指標 $\Theta$ の値と摂動の方向の関係. . . . .                               | 50 |
| 3.2  | 初期時刻の EnSV のエネルギー分布 . . . . .                                     | 53 |
| 3.3  | 初期時刻の EnSV 分布 (850 hPa 面) . . . . .                               | 54 |
| 3.4  | 検証領域内でのエネルギー時間 – 高度断面. . . . .                                    | 55 |
| 3.5  | 初期ノルムで正規化した検証領域内の摂動 MTE の時間発展 . . . . .                           | 57 |
| 3.6  | D3 の第三モードにおける FT03 から FT15 までの摂動 MTE の空間分布 . . .                  | 60 |
| 3.7  | 線型性指標の時間発展 . . . . .                                              | 61 |
| 4.1  | 同化実験の計算領域 . . . . .                                               | 66 |
| 4.2  | 同化サイクルの概念図. . . . .                                               | 67 |
| 4.3  | 解析スプレッドの差 . . . . .                                               | 68 |
| 4.4  | 時間平均した 850 hPa 面の解析アンサンブルスプレッド . . . . .                          | 68 |
| 4.5  | 降水量の箱ひげ図と FSS . . . . .                                           | 70 |

|      |                                                          |     |
|------|----------------------------------------------------------|-----|
| 4.6  | 同化実験での海面気圧と降水分布 . . . . .                                | 71  |
| 4.7  | 雲頂輝度温度の比較 . . . . .                                      | 73  |
| 4.8  | 輝度温度のアンサンブル確率予測 . . . . .                                | 74  |
| 4.9  | 19 日 0000 UTC のインクリメントの差 . . . . .                       | 75  |
| 4.10 | 同化実験の可降水量 . . . . .                                      | 76  |
| 4.11 | 同化実験の南北断面 . . . . .                                      | 77  |
| 4.12 | 同化実験の観測位置における鉛直プロファイル . . . . .                          | 78  |
| 4.13 | 同化実験の地上付近の時系列 . . . . .                                  | 79  |
| 5.1  | 観測システムシミュレーション実験の設定 . . . . .                            | 91  |
| 5.2  | 一様観測を用いた実験における解析 RMSE の時間変化 . . . . .                    | 94  |
| 5.3  | 一様観測を用いた実験における時間平均した解析誤差の空間分布 . . . . .                  | 96  |
| 5.4  | 一様観測を用いた実験における時間平均した解析誤差のスペクトル分布 . . . . .               | 96  |
| 5.5  | 一様観測を用いた実験における決定論的予測の RMSE . . . . .                     | 98  |
| 5.6  | 図 5.2b と同様、ただし移動する密な観測を用いた実験. . . . .                    | 102 |
| 5.7  | (a) 図 5.3b, (b) 図 5.4b と同様、ただし移動する密な観測を用いた実験. . . . .    | 102 |
| 5.8  | 図 5.5 と同様、ただし移動する密な観測を用いた実験. . . . .                     | 103 |
| 6.1  | アンサンブル平均の運動エネルギースペクトル . . . . .                          | 108 |
| 6.2  | アンサンブル摂動の運動エネルギースペクトル . . . . .                          | 109 |
| 6.3  | FT01 からの摂動の運動エネルギースペクトルの発達 . . . . .                     | 109 |
| 6.4  | 摂動と平均の運動エネルギースペクトルの比 . . . . .                           | 110 |
| 6.5  | 摂動の運動エネルギースペクトル . . . . .                                | 112 |
| 6.6  | 運動エネルギースペクトルの比較 (D2b) . . . . .                          | 114 |
| 6.7  | 運動エネルギースペクトルの比較 (D3b) . . . . .                          | 114 |
| 6.8  | 成長モード育成法と同化実験の運動エネルギースペクトルの比較 (D2) . . . . .             | 117 |
| 6.9  | 成長モード育成法と同化実験の運動エネルギースペクトルの比較 (D3) . . . . .             | 117 |
| 6.10 | 一次元カオスモデルに対する同化実験からのアンサンブル予測のパワースペ<br>クトル . . . . .      | 119 |
| 6.11 | 異なる観測網を用いた一次元カオスモデルに対するアンサンブル同化実験の<br>パワースペクトル . . . . . | 120 |
| B.1  | 東西・南北波数と水平波数の対応. . . . .                                 | 146 |



# 表目次

|     |                                                       |     |
|-----|-------------------------------------------------------|-----|
| 2.1 | NCEP RSM/MSM が用いる物理過程. . . . .                        | 28  |
| 2.2 | NCEP RSM/MSM が用いる数値手法. . . . .                        | 28  |
| 2.3 | NCEP RSM/MSM の計算領域の設定. . . . .                        | 29  |
| 3.1 | 各領域での固有値の総和, 上位 5 モードの固有値と寄与率, および固有ベクトル間の相関. . . . . | 51  |
| 4.1 | 同化実験の計算領域の設定. . . . .                                 | 65  |
| 5.1 | 大規模混合手法の比較. . . . .                                   | 81  |
| 5.2 | 一様観測を用いた実験における No LAM DA に対するスキルスコアとスケール毎の寄与. . . . . | 93  |
| 5.3 | 異なる観測網を用いた実験における時間平均した解析 RMSE とスキルスコア. . . . .        | 100 |



# 第 1 章

## 序論

生活圏に甚大な被害をもたらす極端気象はメソスケールから対流スケールの擾乱によって引き起こされることが多く、これらの擾乱は少なからず惑星規模から総観規模の大規模なスケールの循環の影響を受ける。梅雨前線帯では惑星規模の湿舌において総観規模の雲システムが発達し、さらにその雲システムの中にメソスケールの対流システム (mesoscale convective system, MCS) が発達する階層的な構造をとることが知られている (Ninomiya and Akiyama 1992; Ninomiya and Shibagaki 2007; Tsuji and Takayabu 2023)。このような階層的な構造を持つ気象擾乱を正確に予測するためには、発達に寄与する要因を正確に表現できる数値予報モデルを用いることが求められる。しかし数値予報モデルは大気の時間発展を完全に表現することはできず、大気は時間とともに微小な誤差が増大していく決定論的カオス性を持つ (Lorenz 1963; Lorenz 1995)。したがって、大気や海洋の観測と予測を組み合わせる真に近い初期値を提供するデータ同化手法と、予測の不確実性を考慮するために複数の初期値から予測を行うアンサンブル手法が、数値予報において重要な役割を果たす。

初期値の不確実性から生じる予測誤差の時間発展に対するスケール間相互作用については、Lorenz (1969) による二次元一様等方乱流モデルを用いた実験からその重要性が認識されてきた。誤差の時間発展には背景場の運動エネルギースペクトルのスケール分布が大きく影響する。運動エネルギースペクトルが波数の  $-5/3$  乗則に従うとき (大気では約 400 km 以下のメソスケール帯のスペクトルに相当, Nastrom and Gage 1985), 小さなスケールの誤差は短時間で飽和してより大きなスケールの誤差を増加させる (アップスケールカスケード) ことで、最終的に全スケールの予測可能性に限界が生じる (Lorenz 1969; Rotunno and Snyder 2008)。このような小さなスケールから始まる誤差発展は、大気の総観規模擾乱の予測可能性にも影響を与えることが知られている。Zhang et al. (2007) は湿潤対流の影響を加味した傾圧不安定波の予測可能性において、 $O(1)$  km のランダム誤差から対流不安定によって成長した対流スケールの誤差が数時間で飽和し、その後対流スケールの非平衡流に伴う誤差から慣性重力波と地衡流調節を介して大規模な平衡流に伴う誤差に特性が変化し、最終段階では平衡流に伴う誤差が背景場の傾圧不安定によって成長するという三段階の誤差発展のモデルを提唱した。この三段階の誤差発展モデルは、夏季ヨーロッパにおける MCS (Selz and Craig 2015) や東アジアの夏季モンスーンにおける豪雨事例 (Ke et al. 2022) の誤差発展に適用できることが示されてい

る。またアップスケールの誤差発展は、総観規模の低気圧に伴う力学的上昇流や前線面に沿った斜方上昇などの循環場によって強制される運動（大気強制）が明瞭でない対流事例の予測可能性において重要な役割を果たすことが知られている (Keil et al. 2014; Weyn and Durran 2019). Stensrud et al. (2000) はこのような大気強制の弱い対流を予測する上で、対流スケールの不確実性を表現する物理過程アンサンブルが初期値アンサンブルよりも高い予測スキルを持つことを示した。

一方で、大規模場の誤差の重要性も広く認識されている。背景場の運動エネルギー Spektral が  $-3$  乗則に従う大規模場においては、メソスケール帯ほどアップスケールカスケードが支配的でなく、傾圧不安定による誤差発達が予測可能性において重要となる。また Lorenz (1969) の実験によれば、 $-5/3$  乗則に従う背景場において、初期誤差の空間スケールの違いは誤差の時間発展にほとんど影響を与えない。これは、大規模場から小規模場への誤差の伝播（ダウンスケールカスケード）の方がアップスケールカスケードよりも速く、大規模場の誤差が非常に短い時間で小規模場の誤差を飽和させるためである (Durran and Gingrich 2014; Weyn and Durran 2017). 初期誤差の空間スケールが誤差発展に影響を与えないことは、特に大気強制が強い対流事例において確認されている (Weyn and Durran 2019).

これらの先行研究は、初期値の不確実性から生じる誤差発展が湿潤対流の影響を強く受けるとともに、どの空間スケールの不確実性が重要かは湿潤対流が発達する環境条件に左右されることを示している。第 1.1 節で述べるように、梅雨前線帯の MCS は大規模な大気循環に由来する傾圧不安定と海洋由来の局所的な不安定の両方の影響を受けるため、梅雨前線帯の MCS がどのスケールの不確実性の影響を受けるかは必ずしも明らかではない。

また、階層構造を持つ気象擾乱において、湿潤対流が重要な役割を果たすメソスケール以下の現象を数値予報モデル内で表現するには、少なくとも  $1\text{--}4\text{ km}$  程度の水平解像度が必要となる (Kanada and Wada 2016; Ito et al. 2017; Fukui and Murata 2021). 近年のスーパーコンピュータの開発の進展により、全球で  $10\text{ km}$  以下の高解像度で予測を行うことも可能となってきた。しかし多くの状況では、粗い解像度で計算する全球モデル (global model, GM) に計算領域を制限した領域モデル (limited-area model, LAM) を埋め込んだネスティングにより、同じ計算機資源でより高い解像度を実現する。このような高解像度 LAM はメソスケールの不確実性を GM よりも適切に表現することが期待されるが、実際は LAM の誤差において大規模場の誤差の方が小規模場の誤差よりも支配的であり (Bei and Zhang 2007; Durran et al. 2013), LAM の予測精度は大規模場の精度でほとんど決定される (Laprise et al. 2000). LAM によるアンサンブル予測の性能は誤差発展と同様に環境条件によっても左右され、総観規模の大気強制が支配的な場合は水平境界から来る不確実性が予測性能に大きく影響し、局所的な条件付き不安定が支配的な場合は物理過程の影響と水平境界の影響が同等となる (Keil et al. 2014). さらに、第 1.3 節で示すように、水平境界の扱い次第では LAM における大規模場の精度が GM と比べて著しく落ちるおそれがある。梅雨前線帯の MCS の不確実性を表現する上で、現象の階層性とともにもこのような数値予報モデルの階層性も適切に考慮する必要がある。

上記に挙げたような理学的興味に加え、近年注目されている線状降水帯 (Kato 2020) は梅雨期の MCS によって引き起こされることが多いため、梅雨前線帯の MCS の発達メカニズムと

予測可能性を理解することは、理学的にも社会的にも重要である。

## 1.1 梅雨前線帯のメソ対流系の発達メカニズムと予測可能性

梅雨前線帯は対流圏上層の亜熱帯ジェットとモンスーン循環からつながる下層のジェットの間に形成され、北側の冷たい空気塊と南側の北西太平洋高気圧の間に相対的に低圧場となっている。この低圧場は上流のチベット高原からモンスーン起源の暖気が亜熱帯ジェットによって移流されることによって維持され、気圧傾度によって南西からの高温かつ湿潤な空気の流入を促進して対流発達域を作り出す (Sampe and Xie 2010)。この亜熱帯ジェット上を伝播する移動性擾乱がサブ総観規模の雲システムを形成し大気を湿潤化することで、その軌跡上で MCS が発達しやすい環境場が形成される (Ninomiya and Shibagaki 2007)。特に東シナ海上は、上述した惑星規模の循環によって南西から運ばれる大陸由来の水蒸気と南から境界層内を運ばれる海洋由来の水蒸気が収束することで、境界層から自由対流圏まで至る深い湿潤層と、北側の乾燥した冷たい空気塊との間の顕著な水蒸気勾配 (Moteki et al. 2004a,b; Maeda et al. 2008) で特徴付けられる。これらの継続的な湿潤空気の流入により湿潤絶対不安定な層 (Bryan and Fritsch 2000) が形成されることで、南から水蒸気前線帯に流入する空気の上昇が MCS の形成のトリガーとなり、豪雨の原因となる (Tsuji et al. 2021)。したがって、湿潤な自由対流圏の下で発達する MCS は大規模な循環場の影響を大きく受ける。

暖かい海面から境界層に供給される熱と水蒸気も MCS の発達にとって重要な要素である。東シナ海は黒潮による急峻な海面水温勾配で特徴付けられる。海面水温勾配が励起する気圧勾配によって加速される地表付近の風により、乱流フラックスが強化されることで、海面から熱と水蒸気が供給されて境界層が不安定化することが対流発達の要因となる (Sasaki et al. 2012; Kunoki et al. 2015)。黒潮上の暖かい海面水温は、直上を横切る空気塊に対する蒸発によって不安定を維持する役割も果たす (Sato et al. 2016)。このことから、大規模な循環場だけでなく地表付近の風速の局所的な分布も MCS の発達に影響を及ぼしうる。

Moteki et al. (2004b) では、1999 年に東シナ海で行われた集中観測キャンペーン (X-BAIU-99) の観測結果とシミュレーションを用いて、東シナ海上での 2 つの水蒸気源の特徴について詳述した (図 1.1)。Ninomiya and Akiyama (1992) が提唱した梅雨前線帯の構造においては、中国から日本の東海上に伸びる大規模な降水域 (図 1.1a の陰影) で、総観規模またはメソ  $\alpha$  スケール低気圧に伴う組織化された降水システムが頻繁に観測される (図 1.1b の陰影)。この降水システムは複数のメソ  $\beta$  スケールの対流性降水システムによって構成される (図 1.1c の陰影)。従来は東シナ海上に南から一様に水蒸気が供給されるとされてきた (図 1.1a, b の矢印) が、Moteki et al. (2004b) は領域大気モデルでのシミュレーション結果から、実際は非一様な水蒸気源の分布をとることを示した。具体的には、東シナ海の東側は南から供給される海洋性水蒸気が卓越する (図 1.1d の陰影) のに対し、西側は大陸から伸びる湿舌に伴って供給される大陸性水蒸気が卓越する (図 1.1d, e)。海洋性水蒸気源から発達する対流性降水システムは、水蒸気源の非一様性から 100 km 以下のスケールで局所的に発達していた (図 1.1f の左側のセル)。一方で、起源の異なる 2 つの湿潤空気塊の境目には水蒸気勾配に基づく前線構

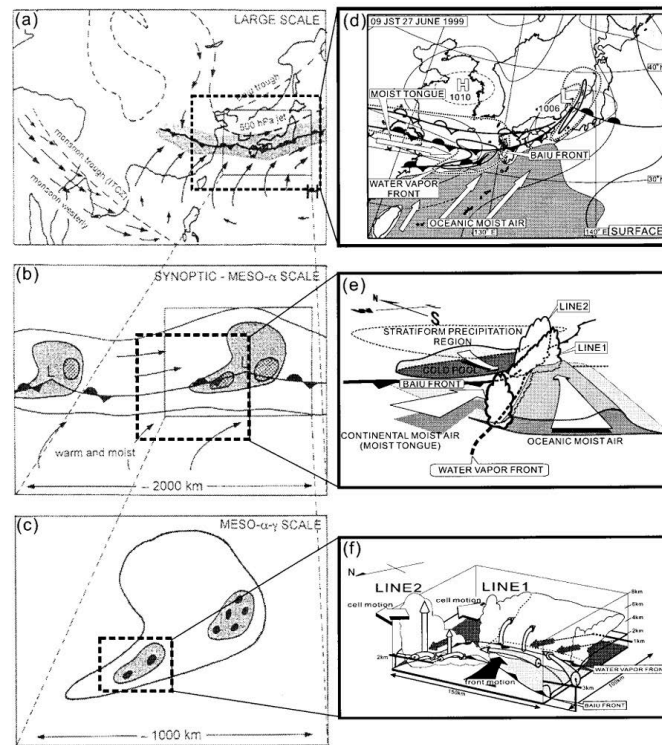


図 1.1: 梅雨前線帯の多重スケール構造の概念図 (a-c, Ninomiya and Akiyama 1992) と, 1999 年 6 月 27 日に観測された (d) 梅雨前線帯と (e) 水蒸気前線, および (f) 2 つの降水バンドの模式図. Moteki et al. (2004b) Fig. 15. ©Copyright 2004, Meteorological Society of Japan (MSJ). The original version was published in JMSJ.

造（水蒸気前線, 図 1.1e）が形成され, この水蒸気前線に沿って全長が 150 km を超える降水バンドが観測された（図 1.1f の右側のセル）. この観測事実は, 東シナ海上に供給される 2 つの水蒸気源から形成される水蒸気分布の非一様性が梅雨前線帯の階層的な降水システムの形成に大きな役割を果たしていることを示しており, これらの水蒸気源を正確に予測することが梅雨前線帯の MCS の予測において重要であることを示唆している.

このように東シナ海上での MCS の発達メカニズムは多くの先行研究で調べられているが, 梅雨期に発達する MCS の予測可能性の研究の多くは, 大陸上で発達する事例を対象としている (Bei and Zhang 2007; Luo and Chen 2015; Zhuang et al. 2020; Ke et al. 2022, 2023). これらの研究は, MCS の予測は大規模な循環場が精度良く再現されていても初期値に大きく依存することを示している. Ke et al. (2023) は MCS に伴う適切なメソスケールの誤差成長を表現するには, 梅雨前線帯における流れ場の特徴を反映した初期摂動を用いることが重要であることを示した. これらの初期摂動の構造は特に水蒸気の誤差成長に影響を与え, 湿潤対流の予測の変動における初期摂動の重要性を示している. Luo and Chen (2015) も MCS の表現が初期の水蒸気場の表現に最も敏感であることを示した. 彼らはさらに, 先行する対流系が形成する冷氣ドームの再現性が MCS の予測可能性の鍵であることも明らかにした. また, 大陸上で発達する MCS の予測可能性は湿潤対流の発生位置を左右する地形によっても変動する

(Zhuang et al. 2020). しかし、東シナ海上では上述したように湿潤な環境下で MCS が発達するため、降水の蒸発による冷氣ドームの形成や地形の影響は重要でないと考えられる。湿潤対流の大きな不確実性に加え、海上は鉛直プロファイルの詳細な観測が不足するため、海上で発生する MCS の発達位置と強度の正確な予測は未だに難しく、その予測可能性に影響を与える要因も明らかになっていない。Kato et al. (2003) と Kato and Aranami (2005) はともに水蒸気の鉛直構造の再現性が MCS の予測精度に影響を与えたことを示しており、鉛直プロファイルの観測が充実することで MCS の予測精度が改善する可能性を示唆している。したがって、海上で発達する MCS の予測不確実性をアンサンブル予測により定量化することで、決定論的予測の難しさを補い、MCS の予測可能性に影響を与える要因を明らかにできると期待される。

領域アンサンブルシミュレーションの結果から MCS の予測精度改善に向けた知見を得るためには、予測誤差に影響を与える要因を特定するアンサンブル感度解析と、観測が解析場とその不確実性に与える影響を定量化できるアンサンブルデータ同化が有用なツールとなる。しかし、メソスケールの現象を表現する高解像度の領域アンサンブル予測に感度解析とデータ同化を適用するには、これまでの先行研究では解決しきれない課題が存在する。以下の節では、アンサンブル感度解析とデータ同化が抱える課題についてそれぞれレビューする。

## 1.2 メソ～対流スケールの現象に対するアンサンブル感度解析

アンサンブル感度解析は、基本場に対する摂動が線型に時間発展することを仮定して、注目する現象とアンサンブル初期摂動との関係から、現象の発達に関連する変数・領域を特定する解析手法である。現象の発達メカニズム・予測可能性の研究や、アンサンブルデータ同化と組み合わせ有効な観測位置を決定する適応観測の研究に広く用いられてきた。アンサンブル感度解析は大きく分けて、随伴法 (Hall et al. 1982) に基づくアンサンブルアジョイント感度解析 (EnASA, Ancell and Hakim 2007; Torn and Hakim 2008) と特異ベクトル法 (Buizza and Palmer 1995) に基づくアンサンブル特異ベクトル感度解析 (EnSVSA, Bishop and Toth 1999; Enomoto et al. 2015) が考案されている。

EnASA は予測指標と初期摂動との間の線型回帰から、予測指標の変化に影響を与える摂動を求める。随伴モデルに基づく随伴法は力学的感度を特定するのに対し、EnASA はアンサンブル初期摂動が表す変数間の分散と相関（共分散）の影響を含む統計的感度を示す (Ancell and Coleman 2022)。提唱された 2000 年代後半には総観規模の低気圧 (Ancell and Hakim 2007) や気候学的な感度領域の抽出 (Torn and Hakim 2008) に適用されていたが、随伴法や特異ベクトル法と異なり予測指標の選択の自由度が高いため、湿潤対流を表す指標としてレーダー反射強度や降水強度を用いることで、最近 10 年ほどで非線型性の強いメソ～対流スケールの現象への適用例が増えてきている (Bednarczyk and Ancell 2015; Wile et al. 2015; Hill et al. 2016; Yokota et al. 2016b; Limpert and Houston 2018)。

しかし、EnASA をメソ～対流スケールの現象に適用した場合の結果が妥当かに関しては、先行研究の事例や設定ごとに異なる結論が導かれている。適用可能であると結論づけている研究として、Bednarczyk and Ancell (2015) はテキサス北部で発達した対流に対する予報感度

を調べ、総観規模以上のスケールの擾乱が対流の発生をコントロールしていたため、その感度を物理的に解釈可能であるとした。Hill et al. (2016) では Bednarczyk and Ancell (2015) と同様にテキサス北部で水蒸気勾配に沿って発達した対流の予報感度を調べ、水蒸気勾配の強度と先行する対流による冷気ドームの生成に感度があることを示した。彼らは EnASA が力学的に一貫した感度を特定できた要因を、アンサンブルメンバーの予測指標（レーダー反射強度）が二峰分布をとり、対流が発達したメンバーとそうでないメンバーとの間での線型回帰が適切な感度を示したためと結論づけている。また Yokota et al. (2016b) では説明変数となる大気の状態量を先に平滑化してサンプリング誤差の出やすい小規模な構造を消すことで、竜巻の原因となるスーパーセルに伴うメソ低気圧が、下層の水平収束と相対湿度に感度を持つことを示した。これらの研究は事例の特徴や感度解析における設定上の工夫によって、EnASA がメソ～対流スケールの現象に適用可能であるとしている。

一方で、メソ～対流スケールの現象に EnASA を適用した場合の問題点を指摘している研究も存在する。例えば Wile et al. (2015) では、複雑地形において弱い大気強制の下で発生する濃霧を引き起こす要因を調べ、濃霧の発生地点に水蒸気を運ぶ南風と逆転層を形成する下層の温位に感度があることを示した。しかし、実際の非線型実験から計算される感度に対する応答は線型解析から推定される応答の半分以下であった。また Limpert and Houston (2018) では EnASA によるスーパーセルに対する適応観測の可能性を理想化実験で検討したが、スーパーセルの強非線型性と予測指標の時間的変動の速さ、および予測指標間、初期摂動間の自己相関が強いために、回帰係数を物理的に解釈するのは難しいと結論づけている。Hill et al. (2020) も大陸上で発達する対流事例に対する EnASA を用いた適応観測の有効性を系統的に調べ、初期時刻から予測時刻までのリードタイムが長くなる（非線型性が強まる）につれて、適応観測は無作為に選ばれた観測と同程度のインパクトしか持たなくなることを示している。このように、EnASA のメソ～対流スケールへの適用例は増加しているものの、その適用の妥当性については問題依存かつ統一的な結論が得られていない。

EnSVSA は注目する領域で最も発達する初期摂動を、アンサンブル摂動の特異値分解から求める。EnASA と異なり診断変数（降水量、レーダー反射強度など）を予測指標とすることはできないが、対象領域で最大発達する摂動そのものが得られるため、EnASA よりも力学的解釈がしやすく、新たな初期値作成にも簡単に応用することができる。先行研究における EnSVSA の適用は、主に総観規模以上の現象に対してが大半を占めている。Enomoto et al. (2007) では 2002 年 8 月に中央ヨーロッパで豪雨と洪水被害をもたらした切離低気圧の発達メカニズムを気象庁のアンサンブル予報と大気大循環モデルを用いて調べ、北米で発達した熱帯低気圧が切離低気圧の発達の要因となった亜熱帯ジェット上のロスビー波束の伝播に影響を及ぼしたことを示した。Nishii and Nakamura (2010) は 2006 年 1 月末の成層圏突然昇温の予測スキルの感度を気象庁の現業 1 ヶ月アンサンブル予報を用いて調べ、突然昇温発生の 2 週間以上前に北太平洋で発達した総観規模の低気圧が突然昇温の予測に影響を及ぼしたことを示した。Matsueda et al. (2011) は 2005 年 12 月に北米で発生したブロッキングの予測可能性を、現業 3 センター（カナダ気象センター、気象庁、米国国立環境予測センター）による中期アンサンブル予測を用いて調べ、北太平洋中央部の切離低気圧の再現性がブロッキングの予測に影響を



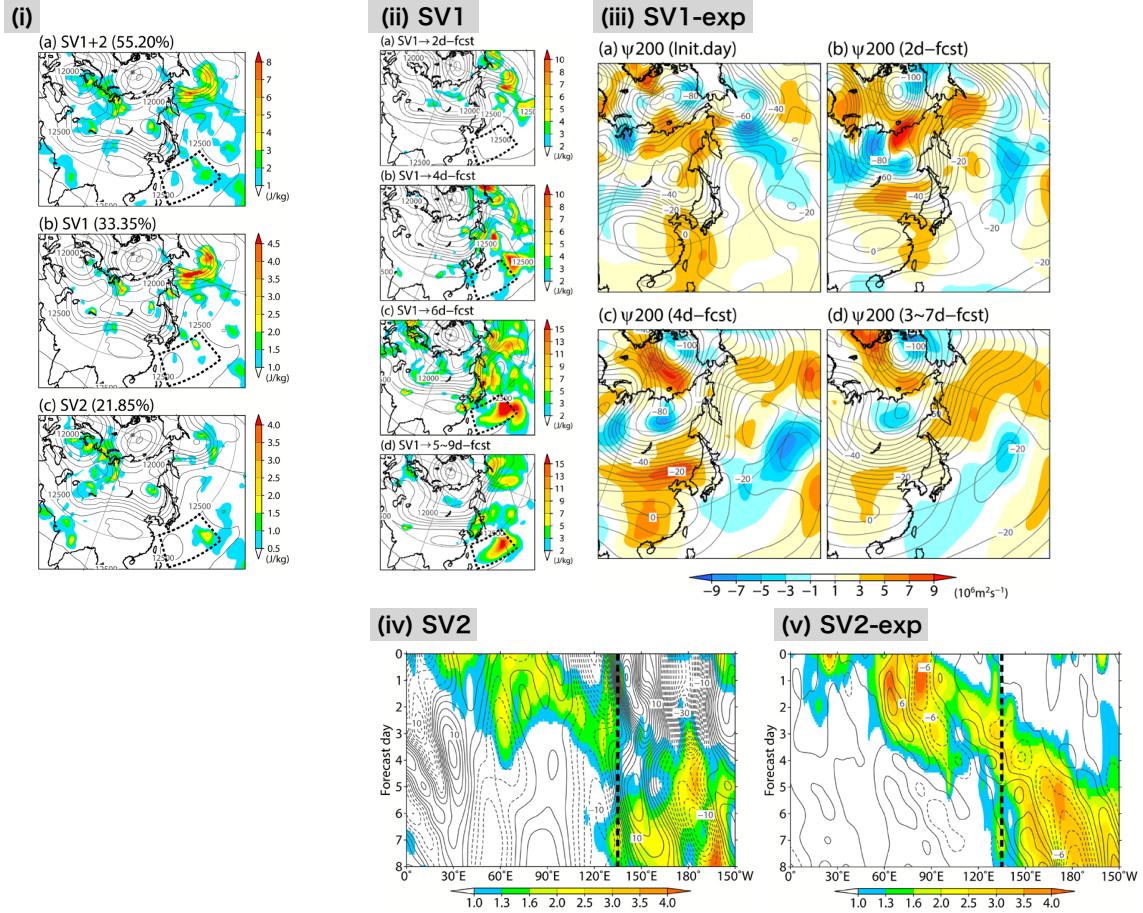


図 1.2: モンスーントラフの予測可能性に対する EnSVSA の結果. (i) EnSVSA によって得られた湿潤全エネルギーの分布. (a) 第一モードと第二モードの和, (b) 第一モード (SV1), (c) 第二モード (SV2). (ii) SV1 の湿潤全エネルギーの線型時間発展. (a) 2 日, (b) 4 日, (c) 6 日予報, (d) 5 日から 9 日予報の移動平均を表す. (iii) 200 hPa 面の流線関数の SV1 を与えた再予報実験と摂動なし実験の差. (a) 初期日, (b) 2 日, (c) 4 日予報, (d) 3 日から 7 日予報の移動平均を表す. (iv) SV2 の湿潤全エネルギーの北緯 30°–70° の平均のホフメラー図. エネルギーは東西平均で規格化されている. 黒破線は東経 135° を表す. (v) (iv) と同様, ただし SV2 を与えた再予報実験と摂動なし実験の差. それぞれ Takemura et al. (2021) の (i) Fig. 6, (ii) Fig. 7a–d, (iii) Fig. 10, (iv) Fig. 8, (v) Fig. 11. The Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

及ぼしたことを示した. さらに気象庁の全球モデルによる初期値改変実験から, 事例ごとに感度領域に応じて限定的に初期摂動を増幅する方が, 気候学的スケーリングによる初期摂動の振幅の決定よりも有効であることを示唆した. Nakashita and Enomoto (2021) は 2019 年台風第 19 号の進路予測において, 気象庁のアンサンブル予測による上陸位置の予測精度が上陸の 3 日前に急激に下がったことに着目し, この進路予測の急変の要因が台風の南東側に位置する熱帯擾乱であることを明らかにした. これらの研究は, 総観規模以上のスケールの現象の予測可能性を調べる上で EnSVSA が有効であることを示している.

EnSVSA が基づく特異ベクトル感度解析では、初期摂動が線型に時間発展することを仮定しているが、実際には摂動は非線型数値モデルによって時間発展する。そのため、接線型モデルに基づく特異ベクトルの時間発展において、線型性が成り立つ時間範囲について多数研究が行われてきた。線型性が成り立つ時間範囲はモデルの解像度や力学、物理過程に大きく依存するが、O(10) km 解像度の静力学モデルで2-3日程度と見積もられている (Errico et al. 1993; Gilmour et al. 2001; Reynolds and Rosmond 2003; Hohenegger and Schär 2007)。一方で対流を解像できる O(1) km 解像度の非静力学モデルになると、線型性の仮定が成り立つ時間は急激に短くなる。小野 (2016) は気象庁メソアンサンブル予報システムにおいて、特異ベクトルの時間発展における線型性が運動量と温位では3時間以内に、水蒸気では1時間以内に破綻することを示した。これは主に対流が発達する降水域での線型性の破綻が原因となっている。また、200 km 以下のメソ  $\beta$  スケールの摂動を取り除くことで、線型性が成り立つ時間範囲が6時間後まで延長されることも示しており、メソ  $\beta$  スケールの擾乱における非線型性の強さを裏付けている。

EnSVSA でも特異ベクトルと同様に、アンサンブル摂動の線型結合から得られる摂動が非線型的に時間発展した場合に、推定された応答を示すかは必ずしも明らかではない。そのためいくつかの研究では、初期時刻の基本場に EnSVSA から推定される初期摂動を与えて非線型数値モデルで時間発展を計算し、EnSVSA の妥当性を調べている (Enomoto et al. 2015; Takemura et al. 2021)。Takemura et al. (2021) は2016年8月後半に日本の南側で強化されたモンスーントラフの予測可能性に着目し、その強化に影響を与えた初期摂動がベーリング海上とアジアジェットの開始地点付近にエネルギーの極大値を示すことを明らかにした (図 1.2i)。彼らは気象庁の全球モデルを用いてこの摂動を初期値に与える再予報実験から、摂動を与えることでモンスーントラフが摂動なしの実験よりも顕著に発達することを示し、線型の時間発展を仮定していることの妥当性を保証した。しかし彼らは非線型実験の摂動と線型の時間発展を仮定した摂動の一致度合いを、流線関数の場とエネルギーの時間発展の比較 (図 1.2ii, iii) や摂動エネルギーのホフメラー図 (図 1.2iv, v) で定性的に比較しており、摂動の時間発展がどの程度線型の仮定から逸脱しているかを定量的には評価していない。

最近、Toyooka et al. (2024) が2018年7月の西日本豪雨の予測可能性を調べるために、5-km 解像度の非静力学領域モデルによるアンサンブル予測に対して EnSVSA を実施し、豪雨の発生域の風上側に当たる琉球諸島付近に感度があることを示した。この感度領域は太平洋高気圧の縁辺にあたり、豪雨発生域に到達する湿潤空気塊が通過する。彼らはこの感度領域の観測を除く同化実験を行い、風上側の情報が降水の予測精度に影響を与えることを示すことで、EnSVSA の妥当性を保証している。彼らの研究は EnSVSA のメソスケールの現象への適用可能性を示す一例であるが、線型の時間発展を仮定していることの妥当性を定量的に評価していない。EnSVSA を用いて対象とする現象に関する誤差発達の過程を調べるためには、非線型モデルで時間発展した摂動が線型推定から期待される応答を示すかどうかが重要となる。EnSVSA をデータ同化における共分散膨張 (Yang et al. 2015) や擬似メンバーの摂動 (Cheng et al. 2023) として用いる応用も低次元モデルで提案されているが、これらの同化への応用が現実的な事例において有効かどうか、EnSVSA から得られる摂動の時間発展の性質に依存す

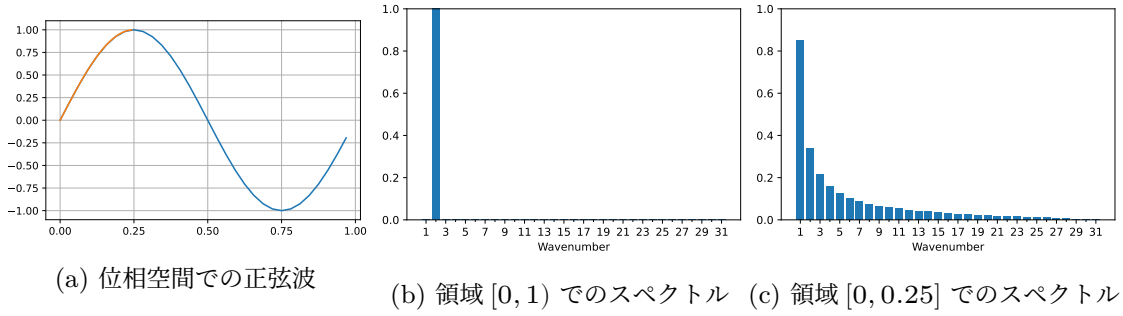


図 1.3: 波数 1 の正弦波の離散正弦変換. Baxter et al. (2011) の記述に基づいて作成.

る. したがって, 誤差の飽和が早く, 非線型性の影響が強く現れやすいメソ～対流スケールの現象に対する EnSVSA の妥当性を定量的に評価し, その限界を明らかにする必要がある.

### 1.3 領域アンサンブル同化における階層構造の再現性

冒頭で述べたような GM と LAM による階層的数値予報システムでは, LAM は GM から取得する水平境界条件 (lateral boundary condition, LBC) を通じて領域外の情報を得るが, LAM の計算領域内では大規模な現象を十分に表現できない. 現業数値予報センターでは, 衛星観測の充実と, 数値モデルとデータ同化システムの双方の精力的な開発により, GM による大規模な循環の予測性能は改善の一途を辿っている. 一方 LAM に対するデータ同化システムでは, 全球解析システムと比較すると利用している観測タイプが少なく, 計算領域の制約から利用できる観測数も制限される. そのため LAM では GM と比較して大規模な構造の予測精度が下がることがある (Berre 2000; Guidard and Fischer 2008). このような大規模な構造の誤差は, 総観規模擾乱の位置ずれにつながり, LAM が本来持つメソスケールの予測性能にも悪影響を与える.

Baxter et al. (2011) は, LAM において大規模な構造の誤差が小規模な構造にも影響を与えることを, 単純な一次元の波で説明した. LAM では外から LBC が与えられるため, 解析による修正量は水平境界上でゼロになるように設定されることが多い. そのため, 正弦関数を用いた波数展開で修正量を定義すると都合が良い. 格子点  $x_j (j = 0, \dots, N)$  上で定義される周期関数  $f_j$  に対する離散正弦変換は以下の式で表される.

$$\tilde{f}_k = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{j=1}^{N-1} f_j \sin\left(\frac{\pi j k}{N}\right) \quad (k = 1, \dots, N-1) \quad (1.1)$$

ここで周期領域  $[0, 1)$  における波数 1 ( $\sin 2\pi x$ ) の正弦波を考え (図 1.3a), 領域全体で定義した正弦変換 (図 1.3b) と, 一部の領域 ( $[0, 0.25]$ ) で定義した正弦変換 (図 1.3c) の結果を比較する. 長さ 1 の範囲で定義される波は, 正弦変換 (1.1) では 2 倍の波数に投影されるため, 領域全体で定義した正弦変換では  $k = 2$  のみが振幅を持つ (図 1.3b). 一方,  $[0.0, 0.25]$  の領域では波数 1 の波が表現できないため,  $k = 2$  よりも大きな波数 (小さいスケールの要素) にも 0 でない振幅を持っている (図 1.3c). これは大きいスケールの波が小さいスケールの波に

投影されることを示しており、古典的エイリアシングと逆の現象が生じていることになる。このような逆エイリアシングが生じるために、LAM で生じる大規模なスケールの誤差はより小さなスケールの構造の精度にも影響を与えうる。

このような GM と LAM の間での大規模場のずれは、メソ～対流スケールの現象の不確実性を考慮する領域アンサンブル予測システムにも悪影響を与えうる。全球アンサンブル予測システムでは不確実性の源として、初期値、数値モデルの物理過程、下部境界条件（海面水温、陸面）に摂動を与えることが多いが、領域アンサンブル予測システムではこれらに加えて LBC に摂動を与えることも適切なアンサンブルのばらつきを担保する上で重要である (Saito et al. 2012)。しかし、LBC に対する摂動の与え方と LAM の初期値への摂動の与え方が異なると、LBC と計算領域内部の LAM が表現する場との間で不一致が生じうる。このような境界付近でのずれは偽の重力波を励起し、過大な地表気圧のスプレッドを生じさせることがある (Caron 2013)。さらに領域アンサンブル予測システムでは、多重スケールの不確実性を適切に表現できず、誤差に対してスプレッドの大きさを過小評価する傾向があるという課題も抱えている (Gainford et al. 2024)。メソスケールの現象は流れ場に大きく依存するため、メソスケールのデータ同化ではアンサンブルを利用して背景誤差の流れ依存性を取り入れることが望ましい (Gustafsson et al. 2018) が、上記のような課題から領域アンサンブル同化において多重スケールの構造をどのように取り扱うのが最適かについては未だ議論が続いている (Hu et al. 2023)。

これらの問題を解決するために、既存の全球解析または予測を利用して、LAM の解析における大規模な構造の表現精度を向上させる試みが近年研究されてきた。GM の力学的ダウンスケーリングでは、スペクトルナッジング (von Storch et al. 2000) が LAM の大規模場を制約する手法としてよく用いられるが、本研究ではメソスケールのアンサンブル同化への応用を目的とするため、データ同化と併用される大規模場の混合 (large-scale blending, LSB) 手法に注目する。先行研究では GM と LAM の解析または予測値をスケールに依存した重みを利用して組み合わせる LSB 手法と (以下、独立 LSB 手法)、変分法の枠組みを利用した LSB 手法 (以下、変分 LSB 手法) が提案されている。

独立 LSB 手法は、GM と LAM のそれぞれの同化システムでの解析ステップと、それぞれの場に対して空間フィルタを作用させてスケールごとに分割し、GM の大規模場と LAM の小規模場を組み合わせる新たな LAM の場を作成する混合ステップから構成される (Yang 2005)。解析ステップを先に行う解析 LSB 手法と、混合ステップを先に行う背景 LSB 手法がこれまでに提案されている。解析 LSB は解析ステップの後に混合を行うため、大規模場を強く制約できる一方で、個々の同化システムで最適に推定された解析値が混合により最適値からずれるおそれがある。これに対し、背景 LSB は領域同化で決定される観測と背景場の間の適切な重みを保持することができる (Milan et al. 2023)。背景 LSB では混合ステップで導入される大規模場の制約を保つために、背景誤差共分散の重みをスケールごとに変化させる工夫が取り入れられている例もある (Bučánek and Brožková 2017)。これらの独立 LSB 手法は、予報初期のスピンアップ問題を緩和することで 24 時間後までの降水の短期予測を改善する (Wang et al. 2014a) ほか、熱帯低気圧の進路の系統誤差を減少させる (Hsiao et al. 2015) ことが報告されている。さらに領域アンサンブル予測では、独立 LSB 手法をアンサンブル初期値の作成に利

用することで LBC での不一致を緩和する (Caron 2013) ことや、スプレッドと解析精度の関係性を改善すること (Zhang et al. 2015; Gainford et al. 2024) が示されてきた。

変分 LSB 手法は、GM の大規模場の情報を解析時に取り込むことにより、データ同化の理論と整合的に LAM の大規模な構造を GM に制約することができる。Guidard and Fischer (2008) の定式化では、領域 3 次元変分法 (3DVar) に GM 解析の大規模な構造からの LAM の大規模場のずれを表す項 (Jk) を付与することで拡張したコスト関数を定義し、その最適化によって大規模場の制約を実現する。また Dahlgren and Gustafsson (2012) は Guidard and Fischer (2008) の手法に明示的な前処理を導入するとともに、GM の予測値を Jk 項の定義に用いることで観測と GM の大規模構造との相関を緩和する改良を施した。Guidard and Fischer (2008) と Dahlgren and Gustafsson (2012) はともに高層観測に対する精度評価において、変分 LSB 手法が LSB を用いない従来手法よりも解析精度を改善することを示している。解析ステップと混合ステップが分かれている独立 LSB 手法とは対照的に、変分 LSB 手法は観測と同時に GM の大規模場の情報を同化するため、メソ～対流スケールの同化によって導入される大規模場のインクリメントを直接的に制約できる。例えば Vendrasco et al. (2016) は大気ドップラーレーダーで観測された動径風と反射強度を同化する際に Jk 項を導入することで、大規模な循環が制約されて力学場と水蒸気関連量との間のバランスが改善し、レーダー同化の精度が向上することを報告している。さらに Keresturi et al. (2019) は摂動観測を用いた領域アンサンブルデータ同化システムにおいて、LBC を与える GM アンサンブルのメンバーを利用したアンサンブル Jk 手法を提案し、大規模場の誤差の減少に加えて、独立 LSB 手法のアンサンブル予測に対する適用と同様に、水平境界における摂動のずれの緩和やスプレッドと解析精度の関係性の改善にも寄与することを示した。

これらの LSB 手法はそれぞれ独立に有用性が確かめられてきたが、同じ実験設定で直接比較を試みた研究はこれまでに存在しない。特に背景 LSB 手法と変分 LSB 手法は、それぞれ解析ステップの前または解析ステップと同時に混合を行うことで、解析後に混合を行う手法と比較してデータ同化手法がベースとする最小分散推定や最尤推定からの逸脱を抑えることができる。しかし、混合のタイミングの違いが領域モデルへの観測の同化に与える影響は明らかになっていない。混合のタイミングが解析に与える影響を統一的な枠組みで調べることは、衛星や地上レーダーなどが捉える GM では表現できないメソ～対流スケールの情報を同化できる LAM の強みを活かす上で有用な知見を与えると考えられる。

さらに、これらの LSB 手法が共通で抱える課題として、混合する GM の大規模場の情報の重みを場所ごとに決定できないという点が挙げられる。LSB 手法において GM と LAM のスケール分割を決める波長の閾値 (カットオフ波長) を動的に定めるスキームは考案されている (Feng et al. 2020) が、カットオフ波長や GM と LAM の大規模場を混合する際の相対的な重みは高度にのみ依存する 경우가多く、流れ場に応じた変化は考慮されていない。また Guidard and Fischer (2008) と Dahlgren and Gustafsson (2012) の変分 LSB 手法では、誤差共分散行列を気候学的統計から求めていることに加え、拡張したコスト関数の最適化問題を解きやすくするために、GM の誤差の空間相関に一様性や等方性、変数間相関を無視するなどの仮定を置いている。そのため、彼らの変分 LSB 手法も日々の大気の流れに依存した誤差構造を反映で

きていない。Keresturi et al. (2019) のアンサンブル手法でも Jk 項を構成する誤差共分散行列を気候学的に求めているため、同じ問題を孕んでいる。LAM の予測だけでなく GM の予測誤差も日々の大気場に依存して変化するため、LSB 手法においても双方の背景誤差の流れ依存性を考慮して相対的な重みを決定することが望ましい。

## 1.4 本研究の目的

ここまで議論してきた課題を踏まえて、本研究では梅雨前線帯の MCS の予測可能性を支配する要因を、アンサンブル手法とデータ同化を用いて特定することを目的とする。さらに、階層構造を持つ気象擾乱の予測精度を改善するためのアンサンブル同化手法の改良を提案し、トイモデルを用いた理想化実験によってその有用性を実証する。

まず第2章で、梅雨前線帯の MCS の予測可能性と多重スケールの不確実性との関係を理解するために、2022年6月に東シナ海上で発達した2つの MCS を対象とする領域アンサンブルシミュレーションを行う。これらの MCS は、3隻の研究船による1時間おきの高頻度高層観測が発達中の構造を詳細に捉えることに成功した事例 (Manda et al. 2024) であり、梅雨前線帯に継続的に供給される多量の水蒸気の影響と暖かい黒潮から供給される地表付近の水蒸気の影響を両方受けて発達した代表的な事例であった。本研究では米国国立環境予測センター (National Centers for Environmental Prediction, NCEP) で開発された領域大気モデル (Juang 2000) と、大規模場の成長構造を表現する成長モード育成法 (Toth and Kalnay 1997) を用いたアンサンブルシミュレーションによって、MCS の予測に対する大規模場の初期値の不確実性の影響を調べる。

第3章では、このアンサンブルシミュレーションの結果から MCS の予測誤差に影響を与える初期摂動を特定するために、EnSVSA を適用する。第1.2節で示した問題点を踏まえ、EnSVSA の水平解像度依存性を調べ、EnSVSA から得られる摂動を初期値に与える非線型実験の結果と EnSVSA から推定される時間発展を比較することで、MCS に対する EnSVSA の適用可能性について議論する。

さらに第4章では、データ同化の観点から MCS の予測精度を改善するための知見を得るために、アンサンブルシミュレーションと同じモデルに最尤法アンサンブルフィルタ (Zupanski 2005) を組み込んだアンサンブル同化システムを構築し、アンサンブル同化実験によって集中観測の有無による MCS の表現の違いを調べる。この同化実験から、稠密な集中観測から得られるメソスケールの情報が MCS の表現に与える影響を明らかにする。

領域大気モデルでのシミュレーション結果を踏まえて、第5章では、領域アンサンブル同化で階層構造を表現する上で課題となる大規模場の解析精度を改善するために、流れ依存性を考慮して大規模場を全球モデルに制約する新たな LSB 手法を提案する。本研究で提案する手法では、Guidard and Fischer (2008) と Dahlgren and Gustafsson (2012) によって提案された変分 LSB 手法をアンサンブル変分法の枠組みに拡張する。この拡張により、観測の同化と同時に大規模場を制約するという変分 LSB 手法の強みを活かしつつ、GM と LAM の背景誤差の流れ依存性を考慮する。提案手法は LAM が表現するメソ～対流スケールの背景誤差に加え

て、GM が表現する大規模場の背景誤差もアンサンブルによって推定することで、GM の大規模場と LAM が表現する場の相対的な重みを動的に決定することができる。

第 6 章では、第 2 章から第 5 章の結果を受けて、階層構造を持つ気象擾乱の予測可能性と多重スケールの不確実性との関係についてエネルギースペクトルを用いて議論する。最後に第 7 章で、本博士論文の結論と今後の展望を述べる。





## 第 2 章

# 梅雨前線帯のメソ対流系の予測可能性

本章では、2022 年 6 月に観測された梅雨前線帯の MCS の予測可能性を調べるために、領域大気モデルを用いたアンサンブル予測実験を行い、多重スケールの不確実性と MCS の予測可能性の関係について議論する。第 2.1 節では、アンサンブル予測実験で用いる領域大気モデル、アンサンブル初期摂動作成手法、および使用データと解析手法について示す。第 2.2 節では、MCS が観測された時の環境場と集中観測の概要について述べる。第 2.3 節では、アンサンブルシミュレーションのばらつきと MCS の表現を比較し、観測された MCS の予測可能性の鍵となる特徴について議論する。第 2.4 節で本章をまとめる。

## 2.1 手法

### 2.1.1 大気モデル

本研究では、大気モデルとして領域スペクトルモデル NCEP RSM (Regional Spectral Model, Juang and Kanamitsu 1994; Juang 2000) を用いる。RSM は水平境界条件として、親モデル（全球または粗い解像度の領域モデル）が表現する低解像度の場合を基本場として、その基本場からのずれの時間発展を計算する摂動法 (Juang and Kanamitsu 1994; Juang et al. 1997) を用いる。さらに RSM は、摂動法と水平境界での親モデルとの地形の混合 (Hong et al. 1998) を組み合わせることで、親モデルが表現する大規模な構造を保持することができる。従来の水平境界条件を利用する領域モデルでは、領域サイズや親モデルとの解像度の違いが予測精度に影響を与えるが、Juang and Hong (2001) は摂動法を用いる領域モデルの予測精度はそれらの要因の影響を受けづらいことを示した。RSM は東アジア (Hong et al. 1999) やインドシナ半島 (Nguyen et al. 2019) での夏季モンスーンに伴う降水を精度良く表現することができるため、梅雨前線帯で発達する MCS のような階層構造のシミュレーションに適していると考えられる。また、RSM はハワイやアラスカの日々の気象予測に現業利用されていた。

RSM は水平離散化に二重フーリエ級数展開を用いることで高い実効解像度を持ち、力学コアは静力学と非静力学で切り替えが可能である。本章では Juang (2000) の表記に倣い、静力

表 2.1: NCEP RSM/MSM が用いる物理過程.

| 物理過程     | 文献                                     |
|----------|----------------------------------------|
| 短波放射     | Chou and Suarez (1999)                 |
| 長波放射     | Mlawer et al. (1997)                   |
| 積雲対流     | Pan and Wu (1995), Hong and Pan (1998) |
| 浅い対流     | Tiedtke (1983)                         |
| 雲微物理     | Ferrier et al. (2002)                  |
| 惑星境界層    | Hong and Pan (1996)                    |
| 地形性重力波抵抗 | Kim and Arakawa (1995)                 |
| 陸面モデル    | Ek et al. (2003)                       |

表 2.2: NCEP RSM/MSM が用いる数値手法.

| 数値手法   | 文献                                         |
|--------|--------------------------------------------|
| 時間フィルタ | Asselin (1972)                             |
| 半陰的調節  | Robert et al. (1972), Ikawa (1988)         |
| 水平境界緩和 | Tatsumi (1986), Juang and Kanamitsu (1994) |

学版を RSM, 非静力学版を MSM (Mesoscale Spectral Model) と呼ぶ. RSM の支配方程式は  $\sigma$  座標系に基づくプリミティブ方程式系である. MSM の支配方程式は, 静水圧平衡の仮定の下で時間発展する気圧と気温から定義される, 静力学  $\sigma$  座標系に基づく完全圧縮方程式系である. RSM と MSM は同じ物理過程を使用するが, MSM にのみ鉛直座標の変化に応じた修正を施している (Juang et al. 1997). 物理過程とその他の数値手法を表 2.1 と 表 2.2 に示す.

本研究では 3 段階のネスティングを行い, 一番外側の領域 D1 では水平解像度 27 km で RSM を用いる. 内側の 2 領域 (D2, 3) ではそれぞれ水平解像度約 9, 3 km で MSM を用いる (図 2.1, 表 2.3). 地図投影にはメルカトル図法を用いる. 全領域で鉛直は 42 層とし, モデルトップは  $\sigma \sim 0.002$  である. D1 の境界条件 (摂動法の基本場) は, NCEP 全球予測システム (Global Forecast System, GFS) による 3 時間おきの予測値を用いる. NCEP GFS は水平解像度  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ , 鉛直 33 層のデータが米国大気海洋庁現業モデルアーカイブシステム (National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) Operational Model Archive Distributed System, NOMADS) より提供されている. 海面水温と陸面予測値を含む下部境界条件も GFS から取得する.

2.1.2 成長モード育成法

本研究では 2022 年 6 月 18 日 1200 UTC からアンサンブルシミュレーションを行い, 集中観測域を通過した MCS に対する初期値の不確実性の影響を調べる. アンサンブル初期摂動の生成には, 成長モード育成法 (Toth and Kalnay 1993, 1997) を用いる. 成長モード育成法は

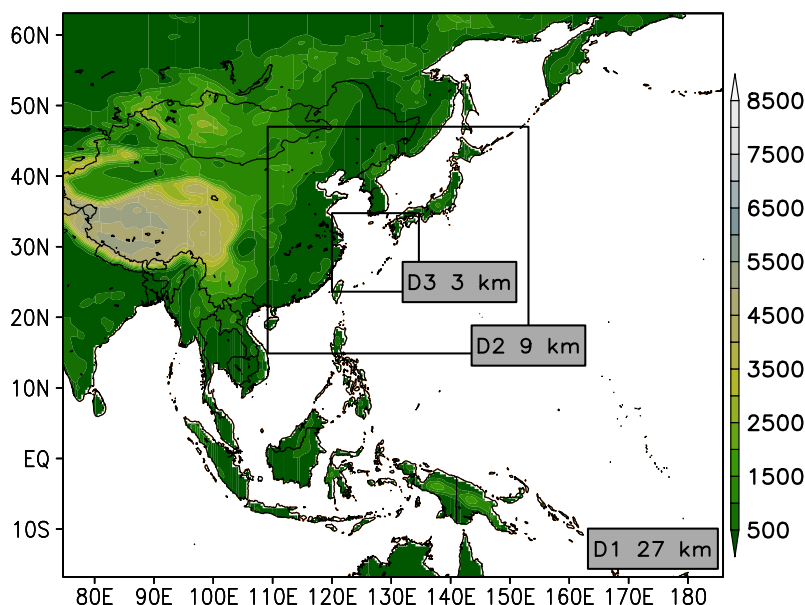


図 2.1: アンサンブルシミュレーションの計算領域 (D1–3). 色はモデルの標高 [m] を表す.

表 2.3: NCEP RSM/MSM の計算領域の設定.

|                    | D1                        | D2                         | D3                         |
|--------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 東西格子点数             | 325                       | 385                        | 385                        |
| 南北格子点数             | 289                       | 325                        | 325                        |
| 東西格子幅              | 27.0 km                   | 9.0 km                     | 3.0 km                     |
| 南北格子幅              | 27.0 km                   | 9.3 km                     | 3.1 km                     |
| 東西範囲               | 東経 74.67° – 西経<br>174.07° | 東経 109.17° – 東経<br>153.12° | 東経 120.00° – 東経<br>134.65° |
| 南北範囲               | 南緯 16.77° – 北緯<br>63.06°  | 北緯 14.88° – 北緯<br>47.00°   | 北緯 23.63° – 北緯<br>34.75°   |
| 鉛直層数 ( $\sigma$ 面) | 42                        | 42                         | 42                         |
| 支配方程式系             | 静力学                       | 非静力学                       | 非静力学                       |

NCEP (Toth and Kalnay 1993, 1997) と気象庁 (Kyouda 2002; 経田 2006) の全球アンサンブル予測システムに用いられていた初期摂動の作成法であり, 中心となるコントロール予報と摂動を与えた予報との差から最も大きく成長してきた方向 (成長ベクトル) を取り出す. 成長ベクトルは局所リアプノフベクトル (Trevisan and Legnani 1995) の非線型への拡張であり, サイクルごとのスケーリングの振幅を調節することで, 積雲対流のような誤差の飽和が早い構造ではなく, 傾圧不安定のような大きな誤差の飽和水準を持つ構造を選択的に取り出すことができる. そのため, 成長モード育成法で生成された摂動を用いたアンサンブル予測は, 総観規模以上の構造に対する予報誤差共分散を適切に表現すると期待される. しかしながら, 第 1 章で述べたように, 大規模な構造の誤差成長は小規模な構造の誤差成長よりも支配的であり, メソ〜対流スケールの予測の不確実性に影響を与えることから, 成長モード育成法は MCS のよ

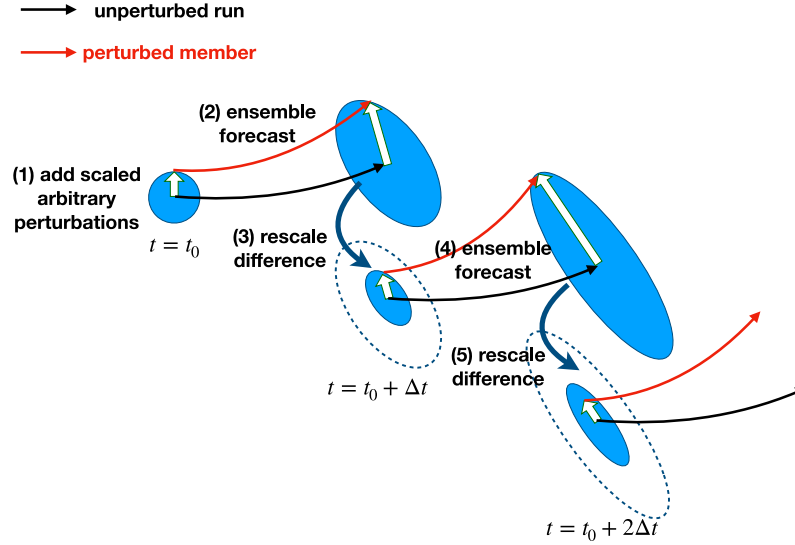


図 2.2: 成長モード育成法の概念図.

うなメソスケールの現象に関する初期値の不確実性を表現する場合にも適していると考えられる。例えば Saito et al. (2011) では気象庁非静力学領域モデルにおいて、成長モード育成法によるアンサンブル予測が全球アンサンブル予報のダウンスケーリング予測よりも適切に、メソスケールの擾乱に伴う強雨の不確実性を表現することを示した。

本研究では成長モード育成法を D1 に適用する。成長モード育成法の概念図を図 2.2 に、計算手順を以下に示す。

1. 時刻  $t_i$  のコントロール予報の初期値  $\mathbf{x}_i(t = t_i)$  (NCEP GFS のダウンスケーリング) に、摂動  $\delta\mathbf{x}_i$  をあらかじめ定めた大きさ  $L$  に規格化して加え、摂動あり予報の初期値  $\mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_i + \alpha\delta\mathbf{x}_i$  を作成する。ここで  $\alpha = (L/\|\delta\mathbf{x}_i\|)^{1/2}$  は規格化の係数を表し、 $\|\mathbf{x}\|$  は摂動の大きさを測る指標（ノルム、詳細は後述）を表す。
2. コントロール予報と摂動を与えた予報をそれぞれ  $\Delta t$  だけ時間発展させる。

$$\mathbf{x}_i(t_{i+1}) = M[\mathbf{x}_i(t_i)]$$

$$\mathbf{x}'_i(t_{i+1}) = M[\mathbf{x}'_i(t_i)]$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

ここで  $M$  は非線型予報モデルを表す。

3. 時間発展後の 2 つの場の差を取り、時刻  $t_{i+1}$  のコントロール予報の初期値に再び規格化して加える。

$$\delta\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}'_i(t_{i+1}) - \mathbf{x}_i(t_{i+1})$$

$$\mathbf{x}'_{i+1}(t_{i+1}) = \mathbf{x}_{i+1}(t_{i+1}) + \alpha\delta\mathbf{x}_{i+1}$$

$$\alpha = (L/\|\delta\mathbf{x}_{i+1}\|)^{1/2}$$

4. 2 と 3 の手順を繰り返す。

本研究では大気の予測変数（東西・南北風速，仮温度，比湿，雲水量，オゾン数密度，地表気圧）に対して摂動を与える．規格化の際の成長ベクトルの大きさは乾燥全エネルギー（TE）ノルム (Ehrendorfer et al. 1999)

$$\|\mathbf{x}\| = \frac{1}{2D} \int_{\sigma_b}^{\sigma_t} \int_D \left[ u'^2 + v'^2 + \frac{c_p}{T_r} T'^2 + R_d T_r \left( \frac{p'_s}{p_r} \right)^2 \right] dD d\sigma \quad (2.1)$$

を用いて測る．ここで  $u'$ ,  $v'$ ,  $T'$ ,  $p'_s$  はそれぞれ東西風速，南北風速，気温，地表気圧に対する摂動を表す．定数  $c_p = 1005.7 \text{ J kg}^{-1}$ ,  $R_d = 287.04 \text{ J kg}^{-1}$  は定圧比熱と乾燥気体の気体定数を表す．被積分項のうち，第一，二項が運動エネルギー，第三，四項がポテンシャルエネルギーを表す． $D$  はノルムの評価域であり，本研究では D2 の領域とする．また Saito et al. (2011) に倣い，鉛直方向の積分範囲は  $\sigma_b = 1$ （モデル最下層）から  $\sigma_t \sim 0.5$ （モデル第 21 層）までとし，参照気温と気圧はそれぞれ  $T_r = 300 \text{ K}$  と  $p_r = 800 \text{ hPa}$  と設定する．

成長モード育成法の摂動の成長率は，サイクル間のインターバルの長さで規格化の大きさに依存する (Toth and Kalnay 1997)．本研究では事前に複数のパラメータを試した中から，摂動の D2 での成長率が試行の中で最も大きくなった設定として， $\Delta t$  は 6 時間とし， $L$  は  $3.0 \text{ J kg}^{-1} \text{ m}^{-2}$  とした． $L$  の大きさは，2020 年から 2021 年の 5 月 21 日から 6 月 30 日までの GFS 初期値を用いて計算した平均的な分散のおよそ 10% に相当する．新しい時刻の初期値に摂動を与えた後には，過飽和と負の比湿，雲水量を取り除く処理を行う．本研究では成長サイクル毎に摂動を直交化しながら，40 メンバー分の初期摂動を生成する．成長サイクルは  $t_0 = 17 \text{ 日 } 0000 \text{ UTC}$  から 7 回行う．最初のサイクルで与える摂動  $\delta \mathbf{x}_0$  は， $L$  の計算に用いた期間から無作為に抽出した 2 つの時刻を初期時刻とする GFS の 12 時間予報値の差を用いて定義する．

水平境界摂動は，領域アンサンブル予測が水平境界付近で十分なばらつきを持つために重要であることが知られている (Saito et al. 2012)．しかし NCEP RSM は摂動法を用いており，親モデルの影響が内部まで入り込むため，境界摂動を定義するのは容易ではない．本研究では水平境界摂動を与えない代わりに，D1 を内側領域よりもかなり広くとる (図 2.1) ことで，着目する内側領域でのアンサンブルスプレッドの過小評価を避ける．また，海面水温と陸面解析値には摂動を与えず，コントロール予報を含む全てのアンサンブルメンバーが 18 日 1200 UTC の GFS 初期解析から取得した海面水温と陸面解析値を用いる．

### 2.1.3 使用データと解析手法

降水量の参照として気象庁全国合成レーダーの 1 時間積算エコー強度の降水強度換算値 (合成レーダー，気象庁観測部 2004) を，環境場の参照として気象庁メソ解析 (JMA-MA, Japan Meteorological Agency 2019) の 3 時間おきのデータを用いる．また対流活動の指標として，気象庁静止気象衛星ひまわり 8 号の放射計 (AHI) のチャンネル 13 で観測された輝度温度 (BT，雲頂高度を表す) を用いる．

各シミュレーションにおける MCS の表現は合成レーダーに対して 2 つの指標を用いて評価する．1 つは観測域 (東経  $128.0^\circ$ – $129.0^\circ$ ，北緯  $30.1^\circ$ – $31.1^\circ$ ) で平均した降水量であり，

量的予測の精度を評価する。もう1つは降水の空間パターンの一致度を評価する Fractions Skill Score (FSS, Roberts and Lean 2008) である。FSS は、九州南側を含む検証領域（東経 128.0°–131.5°，北緯 29.5°–32.5°）における 6 時間降水量の 95 パーセンタイル値に対して計算した。FSS を計算する際には、検証領域における 0.5° 等緯度等経度格子に観測（合成レーダー）とシミュレーションの降水量を空間内挿し、平滑化スケールを 10 格子（約 51 km）とした。FSS の導出とその解釈については付録 A に記述する。

MCS の発達メカニズムとアンサンブルにおける MCS の表現の関係について、先行研究に基づき 2 つの視点から解析を行う。一つは自由対流圏の湿潤化による深い湿潤不安定層の形成で、以下の式で定義する湿潤絶対不安定層 (MAUL, Bryan and Fritsch 2000; Takemi and Unuma 2020; Tsuji et al. 2021) が存在するかどうかに着目して議論する。

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial z} < 0 \quad \& \quad \text{RH} > 95 \quad (2.2)$$

ここで  $\theta_e$  は相当温位 (Bolton 1980) を、 $z$  は幾何学的高さを、RH は相対湿度を表す。Tsuji et al. (2021) で示されているように、MAUL は比較的湿潤な環境下で発達する MCS を特徴づける。式 (2.2) の相対湿度の閾値は、RSM が JMA-MA よりも低い相対湿度を示す傾向があるため、Takemi and Unuma (2020) と Tsuji et al. (2021) で用いられている定義よりも小さくしている。RSM では層の飽和を雲水または雨水量 (Bryan and Fritsch 2000) で定義することもできるが、MAUL の位置は相対湿度を用いて定義した場合と大きく変わらないため、JMA-MA と直接比較するために相対湿度を MAUL の定義に用いる。

もう一つの着目点は、海面からの熱フラックスと水蒸気フラックスによる境界層の不安定化であり、これは海面と境界層での相当温位差と境界層内の風速からバルク式で推定される正味のエンタルピーフラックス  $F_{es}$ （顕熱と潜熱フラックスの和）に基づいて評価する。

$$F_{es} = C_d U_e \Delta \theta_e \quad (2.3)$$

ここで  $C_d = 10^{-3}$  は抵抗係数、 $U_e = (|\mathbf{u}_b|^2 + W^2)^{1/2}$  は境界層内の風速 ( $|\mathbf{u}_b|$ ) と乱流の効果 ( $W = 3 \text{ m s}^{-1}$ ) を考慮した実効風速を表す (Raymond 1995)。また  $\Delta \theta_e = \theta_{ess} - \theta_{eb}$  は海面の飽和相当温位  $\theta_{ess}$  と境界層内の相当温位  $\theta_{eb}$  との差を表す。

式 (2.3) の評価では境界層がよく混合されていることを仮定し、地表付近での風速と相当温位が境界層内の平均的な風速と相当温位を表しているとみなす。船舶観測に対して評価する場合は  $\theta_{ess}$  をバケツ水温と船のデッキ上の気圧から、 $\theta_{eb}$  と  $|\mathbf{u}_b|$  を船のデッキ上での観測値から計算する。後述する 3 隻の船舶のデッキの高度は、3 隻とも海面から約 5 m である。シミュレーション結果に対して評価する場合は  $\theta_{ess}$  を下部境界条件の海面水温とモデルの地表気圧から、 $\theta_{eb}$  と  $|\mathbf{u}_b|$  をそれぞれ高度 2 m と 10 m の診断量から計算する。

## 2.2 観測されたメソ対流系

本節では、集中観測期間中に捉えられた MCS の概要を示す。2022 年 6 月から 7 月にかけて、気象庁と日本国内の研究機関および大学が共同で東シナ海における観測キャンペーンを

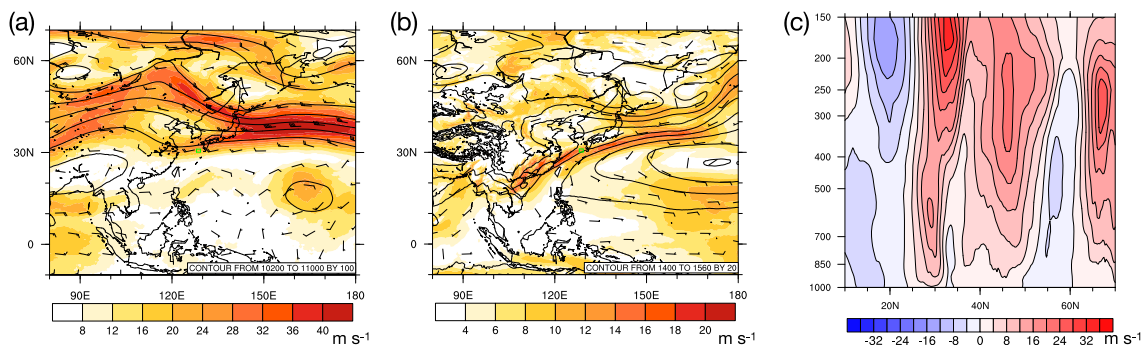


図 2.3: NCEP GFS の初期解析における 2022 年 6 月 18 日 0000 UTC から 20 日 1200 UTC まで平均した総観規模の環境場. (a) 250 hPa 面における水平風速 (色,  $\text{m s}^{-1}$ ) とジオポテンシャル高度 (等値線, gpm). (b) (a) と同様, ただし 850 hPa 面. (c) 東経 125°–130° で平均した東西風速 ( $\text{m s}^{-1}$ ) の南北断面.

実施した. この観測キャンペーンは, 梅雨前線帯における線状降水帯の発生メカニズムの解明と予測精度向上に向けた研究プロジェクトの活動の一環である. 観測キャンペーンのうち, 本研究では 6 月 19 日から 20 日にかけて行われた長崎丸 (長崎大学)・かごしま丸 (鹿児島大学)・勢水丸 (三重大学) の 3 隻による高頻度大気・海洋同期観測に着目する. この 3 隻同時観測は, 新学術領域研究「変わりゆく気候系における中緯度大気海洋相互作用 hotspot」(通称 hotspot2) における計画研究「東アジア縁辺海と大気の連鎖的雙方向作用とモンスーン変調」によって計画され, 梅雨前線帯と黒潮の大気海洋相互作用を調査することを目的としていた. この集中観測期間中に, 観測域を 2 つの MCS が通過した. これらの MCS は東シナ海上の梅雨前線帯で発達する MCS の一般的な特徴をそれぞれ有していた. 以下では, これらの MCS と関連する環境場の特徴について示す.

### 2.2.1 事例の概要

はじめに NCEP GFS の初期解析から得られる 6 月 18 日から 20 日までの総観場の特徴を図 2.3 に示す. 6 月 19 日に地上の梅雨前線は観測域の直上 (およそ北緯 30°) に位置していた. 対流圏上層の亜熱帯西風ジェットはチベット高原上で南北に分岐し, 北側の支流は大きく蛇行して北緯 50° まで達するのに対し, 南側の支流は東シナ海上の梅雨前線のすぐ南を通過していた (図 2.3a). 下層の南西風ジェットは上層ジェットの南側の支流と平行に流れ, フィリピン海から多量の水蒸気を東シナ海上に運ぶ役割を果たしていた (図 2.3b). この南側のジェットは南北断面で見ると高さとともにわずかに北に傾いており (図 2.3c), おそらく梅雨前線帯の降水による非断熱加熱の影響 (Sampe and Xie 2010) によるものと考えられる. 観測期間中において, 東シナ海上の対流圏上層に明瞭な擾乱は見られなかった.

図 2.4 は集中観測期間の前半 (19 日 0300 UTC) と後半 (19 日 2100 UTC) における環境場の特徴を示す. 0300 UTC には前線に沿って対流が活発だった (図 2.4a). 対流圏下層の南西風と地表付近の南南西風による 2 つの暖かく湿った気流が, 多量の可降水量を観測域近傍に供



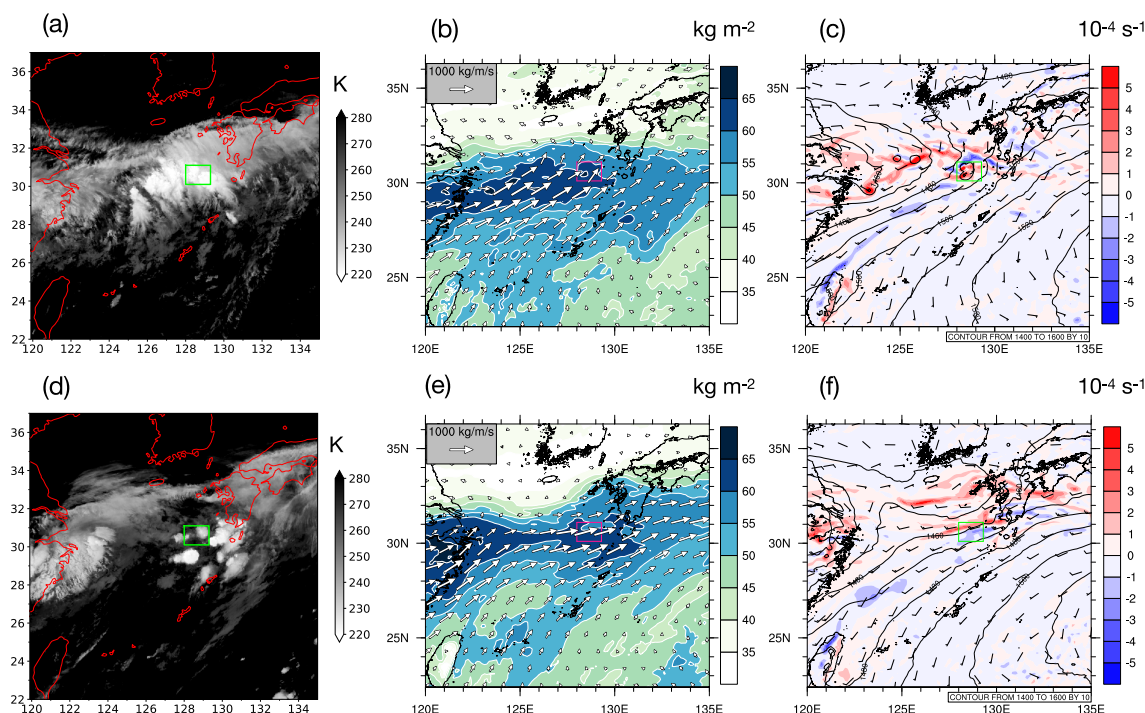


図 2.4: 2022 年 6 月 19 日 (a–c) 0300 UTC と (d–f) 2100 UTC の観測域近傍の環境場. (a, d) ひまわり 8 号のチャンネル 13 で観測された雲頂の輝度温度 (K). 気象庁メソ解析から計算した (b, e) 鉛直積算した水蒸気フラックス (矢印, スケールは図の左上) と可降水量 (色,  $\text{kg m}^{-2}$ ), (c, f) 850 hPa 面の相対渦度 (色,  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) とジオポテンシャル高度 (gpm, 等値線). 各図の矩形は船舶による観測域を表す.

給し (図 2.4b, おおよそ東経  $125^{\circ}$ – $129^{\circ}$ , 北緯  $29^{\circ}$ – $30^{\circ}$ ), 最初の MCS の発達に好都合な環境条件を形成していた (Manda et al. 2024). またこの多量の水蒸気は, 北側の大陸由来の乾燥空気との間に明瞭な南北水蒸気勾配 (北緯  $31^{\circ}$  付近) を形成するのにも寄与していた. 対流圏下層では, 梅雨前線帯と平行な東西方向の軸を持つモンスーントラフが長江河口から伸び, その先端にメソ  $\beta$  スケール (閉じた等高線の直径が約 100 km) の低気圧性循環 (以下, メソ  $\beta$  スケール低気圧) が形成された. このメソ  $\beta$  スケール低気圧に伴って発達した MCS が観測域を 0300 UTC 前後に通過した (図 2.4a, c).

観測期間の後半になると, 梅雨前線はほぼ同じ緯度に停滞するものの, 東シナ海中央での対流活動は観測期間前半よりも不活発になった (図 2.4d). この対流の抑制は, 南西風による水蒸気供給の減少 (図 2.4e) により, 自由対流圏が前半よりも乾燥していたことが一因であると考えられる. 可降水量は長江河口付近 (東経  $121^{\circ}$ , 北緯  $30^{\circ}$ ) と九州の南 (東経  $130^{\circ}$ , 北緯  $30^{\circ}$ ) で極大を示していた. フィリピン海からの湿潤空気は, 東シナ海北部に形成された低気圧性循環 (東経  $127^{\circ}$ , 北緯  $33^{\circ}$  付近) と亜熱帯高気圧の間で強化された南西風に沿って九州の南側に運ばれた (図 2.4e, f). この南西風による湿潤空気の流れは東シナ海を流れる黒潮の暖水舌の上でさらに水蒸気の供給を受け, 複数の対流セルが気流内で連続的に発生した (図 2.4d). これらの対流セルが合流して MCS に発達した.



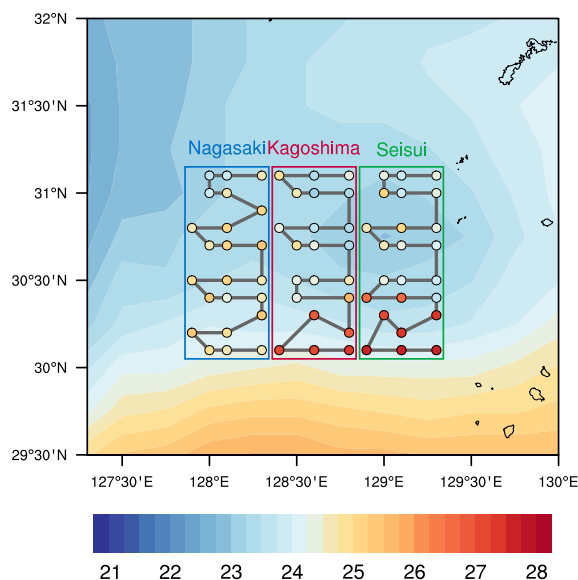


図 2.5: シミュレーションの境界条件で用いる海面水温 ( $^{\circ}\text{C}$ , 19 日 0000 UTC の NCEP GFS 初期解析から取得) と 3 隻が観測した海面水温 (丸印). 灰色の線は船舶の航路を示す.

### 2.2.2 船舶観測が捉えたメソ対流系の特徴

本節では 3 隻による海面水温, 地上, および高層観測から得られた MCS と関連する特徴を述べる. 3 隻の航路は格子状の観測網を形成した (図 2.5). すべての船はそれぞれの航路の南東端から 19 日 0000 UTC に観測を開始し, 1 時間間隔で観測を行った. 3 隻は同時に同じ緯度を観測するように航路を取り, 20 日 0200 UTC まで計 70 個のラジオゾンデが放球された. かごしま丸 (中央) と勢水丸 (右) は 19 日 0000 UTC から 0500 UTC にかけて, 黒潮の暖水塊に伴う高い海面水温 ( $> 26.5^{\circ}\text{C}$ ) を観測した (図 2.5). また, 長崎丸とかごしま丸の間 (東経  $128.3^{\circ}$ ) と北緯  $30.4^{\circ}$  付近に急峻な海面水温勾配が存在していたことも観測からわかる. NCEP GFS の初期解析から得られる海面水温は黒潮の暖水塊での水温を過小評価しており, 急峻な温度勾配も再現されていない (図 2.5 の陰影). この低温バイアスはシミュレーションに用いた 18 日から 20 日までの GFS 解析に共通して現れていた. すなわち, 本研究における全てのシミュレーションは海面水温からの熱・水蒸気供給の影響を過小評価している. この過小評価が MCS 予測に与える影響は第 2.3 節で詳しく調べる.

図 2.6 には高層観測から得られた水平風と相当温位の鉛直プロファイル, および湿潤層の時系列を示す. 最初の MCS が通過した時間帯 (0200–0500 UTC) には, 3 隻すべてが地表付近から 700 hPa まで到達する暖かく湿った層を観測している. 特に, 長崎丸 (図 2.6a) と勢水丸 (図 2.6c) は 0300 UTC に 925–500 hPa にわたる深い MAUL の存在を捉えている. 境界層では, MCS が近づくにつれて相当温位が上昇し, 通過直後に急激に減少している. 地上付近の風は通過直後に南風から北風に変わり, およそ 6 時間かけて南風に戻っている. 0600 UTC 以降は, 対流圏下層がその前の時刻と比べて乾燥している (図 2.4e). 二つ目の MCS の通過時

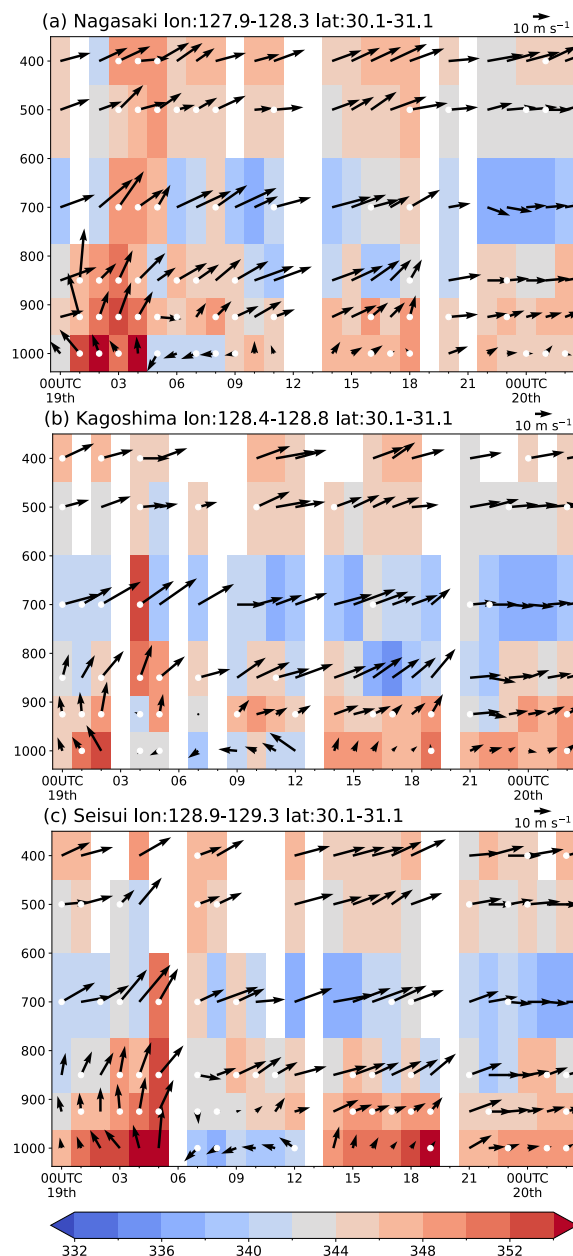


図 2.6: 船舶により観測された相当温位（色，K）と水平風（矢印， $\text{m s}^{-1}$ ，上が北）の鉛直プロファイルの時系列. (a) 長崎丸（東経  $127.9^{\circ}$ – $128.3^{\circ}$ ），(b) かごしま丸（東経  $128.4^{\circ}$ – $128.8^{\circ}$ ），(c) 勢水丸（東経  $128.9^{\circ}$ – $129.3^{\circ}$ ）. 水平風のスケールは図の右上に示す. 白ドットは相対湿度が 95% を超えている層を表す.

(1800–2000 UTC) には，長崎丸が比較的深い湿潤層の存在を観測しているものの，相当温位は最初の MCS が発達した時間帯よりも低い. かごしま丸 (図 2.6b) と勢水丸 (図 2.6c) は，境界層がほぼ飽和し，相当温位が 350 K 近くまで上昇している様子を観測しており，対流不安定な成層が作られていたことを示している.

地上付近の水平風速，境界層内（船のデッキ上）の相当温位と海面での飽和相当温位，および船のデッキから持ち上げたパーセルの対流有効位置エネルギー（CAPE）の時系列を図 2.7

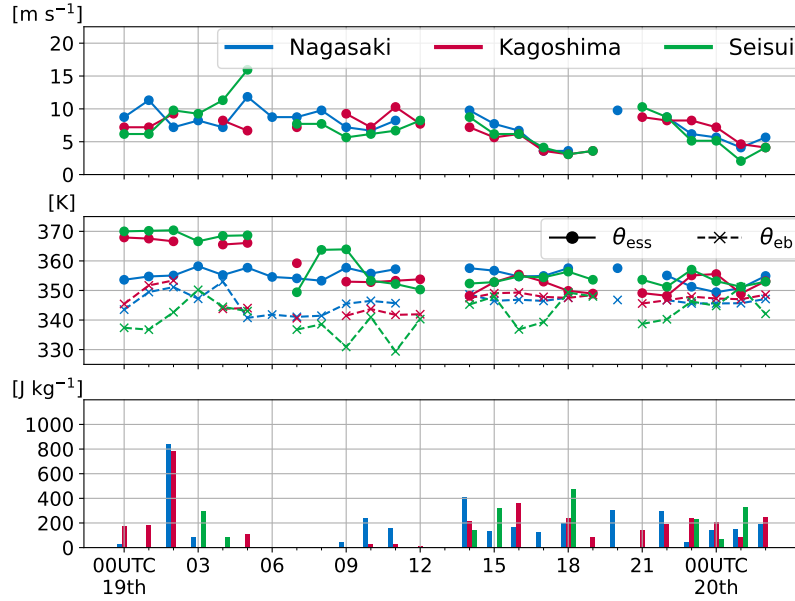


図 2.7: 船舶によって観測された（上）地上風速 ( $\text{m s}^{-1}$ ), (中) 海面の飽和相当温位 (実線, K) とデッキでの相当温位 (破線, K), (下) 対流有効位置エネルギー ( $\text{J kg}^{-1}$ ) の時系列.

に示す. CAPE は以下の式で計算している (Hobbs and Wallace 1977).

$$\text{CAPE} = -R_d \int_{p_{\text{LFC}}}^{p_{\text{el}}} (T_{v,\text{parcel}} - T_{v,\text{env}}) d \ln p \quad (2.4)$$

$R_d$  は乾燥気体定数,  $p_{\text{LFC}}$  と  $p_{\text{el}}$  はそれぞれ自由対流高度と平衡高度の気圧,  $T_{v,\text{parcel}}$  と  $T_{v,\text{env}}$  はそれぞれ気塊と環境場の仮温度を表す. ただし船舶による高層観測は, 観測頻度の高さから観測打ち切り時刻が早いために観測トップが低く, 観測トップが平衡高度に到達していない場合には, CAPE が正確に計算できず欠損となっている時刻が存在する. 観測期間前半において, 水平風速は  $5 \text{ m s}^{-1}$  を超えている. 最初の MCS の通過に伴い, 境界層内の相当温位は低下するが, かごしま丸と勢水丸が観測した海面水温は高い (図 2.5) ため, 海面での飽和相当温位と境界層内の相当温位との差は  $10 \text{ K}$  を超えている. 長崎丸は他の 2 隻よりも海面水温が低い海域を観測しているが, 観測開始後 2 時間は接近するメソ  $\beta$  スケール低気圧の影響で風が他の 2 隻よりも強い. そのため, すべての船舶が海面からのエンタルピーフラックス (式 (2.3)) の強化に適した環境条件を観測している. 結果として境界層が暖湿化し, 最初の MCS が通過する直前 (0200 UTC) には, 長崎丸 ( $351.0 \text{ K}$ ) とかごしま丸 ( $353.2 \text{ K}$ ) で対流発生の閾値とされる  $350 \text{ K}$  を超える相当温位が境界層内で観測され, 観測期間中最大の CAPE (長崎丸で  $839.5 \text{ J kg}^{-1}$ , かごしま丸で  $786.6 \text{ J kg}^{-1}$ ) をもたらしめている. しかしこれらの CAPE の値は, 陸上において対流が発達する時に観測される値 ( $>1000 \text{ J kg}^{-1}$ ) よりも小さい. MCS の通過後には図 2.6 でも示したように, すべての船舶が対流の発達と北側からの冷たく乾燥した空気の流入に伴う CAPE と相当温位の減少を観測している. 境界層内の相当温位は風向と同程度の時間スケールで元の値まで回復する. 二つ目の MCS が通過する 1800 UTC には, 境界層内の相当温位は 0200 UTC と同程度の約  $350 \text{ K}$  まで上昇しているが, 勢水丸で観測され

ている CAPE は 0200 UTC での値の半分程度である。

船舶観測の結果から、CAPE は陸上での対流発達事例で観測されるほど大きくないが、海面からの熱と水蒸気の供給で境界層が暖湿になることで、MCS が発達したことがわかる。これは、東シナ海上においても熱帯での対流調節メカニズム (Raymond 1995) と同様に、境界層が対流の発生をコントロールしていたことを示唆している。さらに高層観測の鉛直プロファイルから、最初の MCS が通過した時刻には、境界層の暖湿化によって発生した対流が自由対流圏の豊富な水蒸気によってさらに発達し維持されていたことが示唆される。二つ目の MCS が通過した時刻には、自由対流圏の湿潤層は最初の MCS が通過した時と比較して明瞭ではなくなっており、境界層内で 350 K に近い相当温位が観測されていることから、境界層の暖湿化によって対流が発生したことが示唆される。ただし二つ目の MCS が発達した時刻の船舶の位置は、MCS の発生域 (図 2.4d) よりも北側であるため、船舶は MCS が発達した環境場を直接捉えているわけではないと考えられる。

## 2.3 メソ対流系の予測に対する初期値の不確実性の影響

本節からはアンサンブルシミュレーションの結果を用いて、観測された MCS の予測に対する初期値の不確実性の影響を調べる。最初に成長モード育成法で生成されたアンサンブルシミュレーションの変動の特徴と、アンサンブルメンバー間での MCS に伴う降水の予測精度のばらつきを調べる。その後、JMA-MA と摂動を与えないダウンスケーリング実験 (以降、摂動なしランと呼ぶ)、および MCS の再現性が高いアンサンブルメンバーとの比較から、MCS の予測可能性に影響を与える要因を考察する。

### 2.3.1 アンサンブルスプレッドの空間分布とメソ対流系の表現

D2 における 850 hPa 面での運動エネルギーと比湿のアンサンブルスプレッドの時間発展を図 2.8 に示す。東シナ海付近において、アンサンブルスプレッドが極大値を示す位置は D1-3 の間で大きく変わらない。初期時刻 (18 日 1200 UTC) において、運動エネルギーのスプレッドは長江河口から東に伸びるトラフの前面で極大値をとる (図 2.8a)。このスプレッドの極大域は 24 時間後 (FT24) まで振幅を強めながらトラフとともに東進する (図 2.8b, c)。スプレッドの極大位置の移動はメソ  $\beta$  スケール低気圧の移動とよく対応するため、メソ  $\beta$  スケール低気圧の発達と関連する不確実性を捉えていると考えられる。その後、スプレッドの極大域は梅雨前線に沿って東西に伸び、空間的に局在したピークは不明瞭となる (図 2.8d)。水蒸気の場合 (図 2.8e) を見ると、初期時刻から長江河口 (東経 119°-121°, 北緯 30.5°) と東シナ海中央 (東経 125°-127°, 北緯 29°-32°) に  $1.8 \text{ g kg}^{-1}$  に到達する顕著なスプレッドが存在する。これらのスプレッドは梅雨前線帯 (850 hPa 面では相当温位 336 K の等値線に相当する) に沿って伸びており、シミュレーション期間を通して大きな振幅を示す (図 2.8e-h)。スプレッドの増大はメンバー間で比湿の南北勾配が最大となる位置が異なることに起因し、水蒸気前線で特徴づけられる西側の梅雨前線帯 (Ninomiya and Akiyama 1992; Moteki et al. 2004b) の位置の不確実性を表していると考えられる。比湿のスプレッドは FT24 に最大の振幅を示した後、東シナ

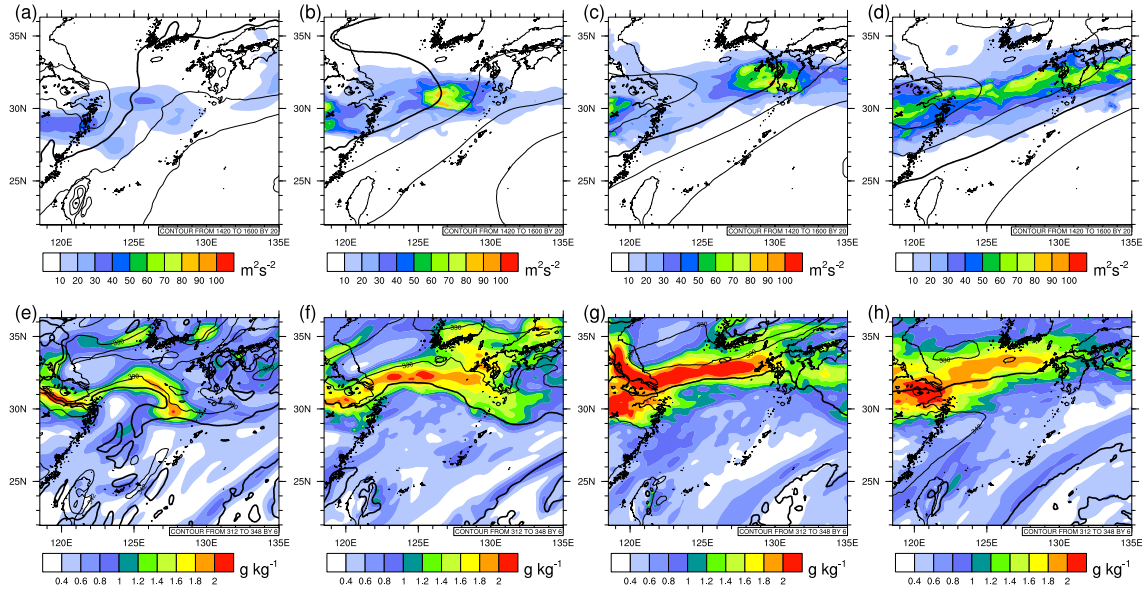


図 2.8: 初期時刻から 36 時間後まで 12 時間おきの 850 hPa 面における D2 のアンサンブルスプレッド (アンサンブル摂動の標準偏差). (a–d) 運動エネルギーのスプレッド (色,  $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ) とアンサンブル平均のジオポテンシャル高度 (等値線, gpm), (e–h) 比湿のスプレッド (色,  $\text{g kg}^{-1}$ ) とアンサンブル平均の相当温位 (等値線, K) を示す. 太い等値線はそれぞれ (a–d) 1480 gpm (トラフに対応) と (e–h) 336 K (梅雨前線に対応) を表す.

海北部へと広がっていく (図 2.8h). これらのアンサンブルスプレッドの分布は, 成長モード育成法で生成されたアンサンブル摂動が船舶観測域の上流の総観規模の不確実性を表現しており, シミュレーションで表現される MCS がこれらの不確実性の影響を受けていることを示唆している.

次にアンサンブルシミュレーションにおける集中観測域で平均した 1 時間積算降水量を合成レーダーと比較する (図 2.9a). 2 つの MCS の通過に伴う降水ピークは, 合成レーダー (黒四角) において 0400 UTC と 1900 UTC に現れている. 摂動なしラン (青線) は合成レーダーの時間発展におおよそ従った降水の時系列を示しているが, 降水量を過小評価している. 2 つのピークを含む 6 時間降水量 (19 日 0000–0600 UTC と 19 日 1800–20 日 0000 UTC) は, 合成レーダー (63.0 mm と 27.1 mm) よりもそれぞれ 30% (38.1 mm) と 45% (14.9 mm) 少ない. 摂動なしランの FSS は最初と二つ目のピークに対してそれぞれ 0.12 と 0.0 であり, 利用価値のある降水予測の目安となるターゲット FSS (どちらのピークとも 0.52, 定義は付録 A を参照) と比べて著しく小さいことから, 降水パターンの表現精度も低いことがわかる.

最初の降水ピークに関して, 40 メンバーのアンサンブルはピークのタイミングと降水量の双方で大きなばらつきを示している (図 2.9a, b). 約 3 分の 1 にあたる 13 メンバーが摂動なしランよりもレーダーに近い降水量を予測している (図 2.9b). さらに, 半分以上のメンバーが摂動なしランよりも高い FSS を示しており, 降水パターンの表現精度が摂動なしランよりも高いことがわかる. 集中観測域での 6 時間降水量とより広い領域で評価した FSS はアンサンブルメンバー間で強い正の相関を示しており, 図 2.10a で示すように降水ピークの位置が観測域と

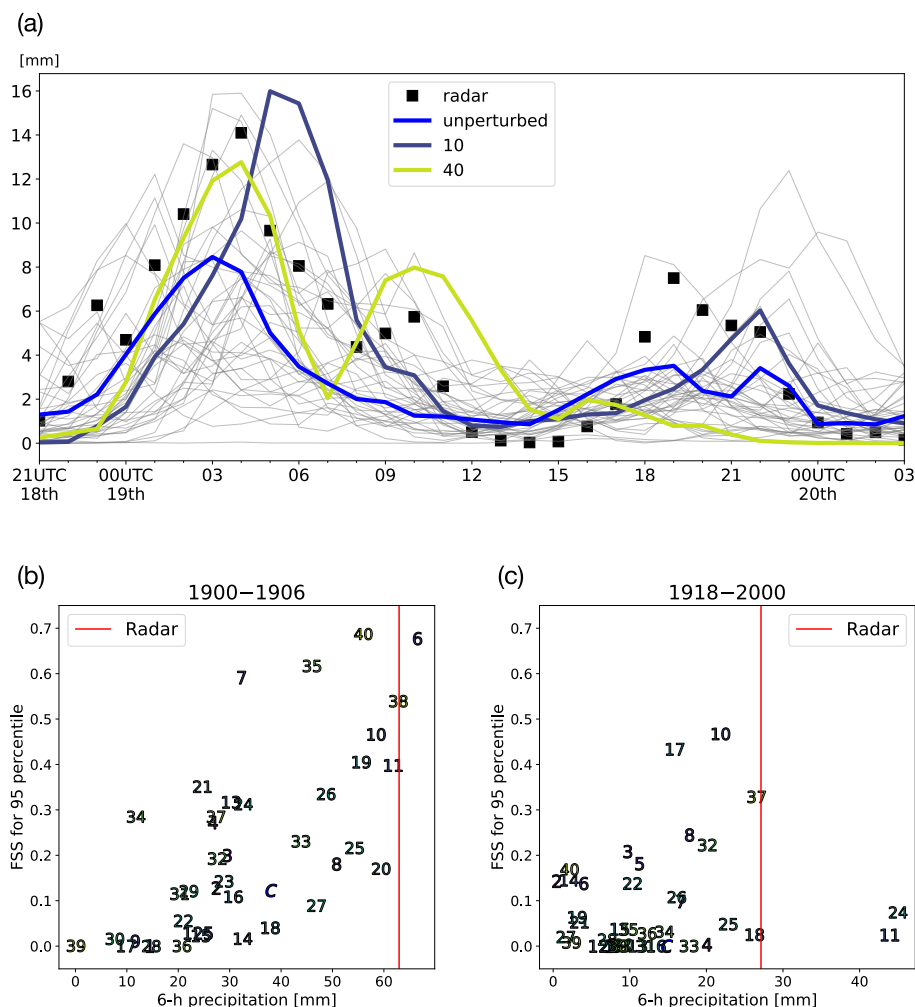


図 2.9: (a) 集中観測域で平均した前 1 時間積算降水量 (mm) の 18 日 2100 UTC から 20 日 0300 UTC までの時系列. 横軸は予報時刻を UTC で示す. 黒の四角形は気象庁合成レーダーによる観測値を表す. 青, 深い青, 黄緑の線はそれぞれ D3 における摂動なしラン, メンバー 10, メンバー 40 による予測を表し, 灰色の細線はそれ以外のメンバーによる予測を表す. (b) 19 日 0000–0600 UTC, (c) 19 日 1800–20 日 0000 UTC における, 集中観測域での積算降水量 (横軸, mm) と評価領域 (第 2.1.3 節) における 6 時間降水量の 95 パーセンタイル値に対する FSS (縦軸). c が摂動なしラン, 数字がメンバーを表す. 赤の縦線は合成レーダーによる集中観測域での 6 時間降水量の値を示す.

よく対応することを反映している.

二つ目の降水ピークに関しては, メンバー間で降水量のばらつきが小さく, ほとんどのメンバーが集中観測域での降水ピークを過小評価している (図 2.9a). 摂動なしランを含む全てのメンバーがターゲット FSS よりも低い FSS を示し, 二つ目の MCS の予測可能性が最初の MCS よりも低いことを表している. 降水量のばらつきの小ささには, 二つ目の MCS の発達域において運動エネルギーと水蒸気のスプレッドが小さい (図 2.8d, h) ことが影響を与えていると考えられる.



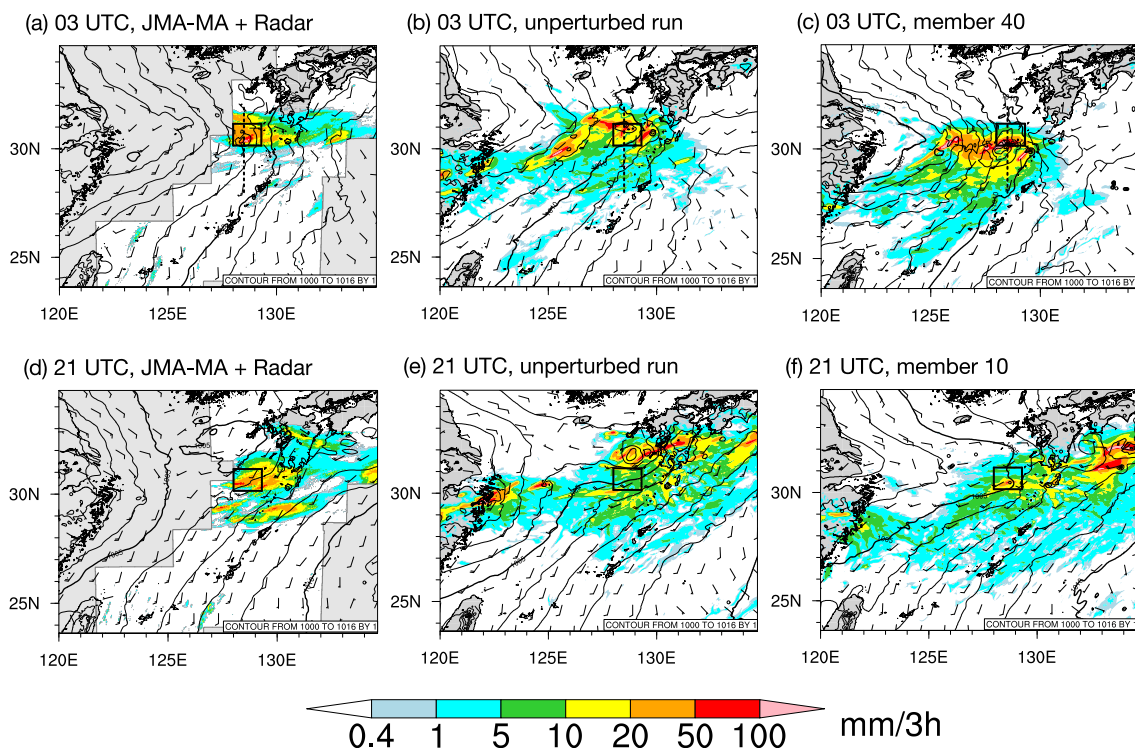


図 2.10: (a–c) 19 日 0300 UTC と (d–f) 2100 UTC における海面更生気圧（等値線，1 hPa 毎），地上風（矢羽），前 3 時間積算降水量（色，mm）. (a, d) 気象庁メソ解析（海面更生気圧と地上風）と合成レーダー，(b, e) D3 の摂動なしラン，(c) メンバー 40，(f) メンバー 10. 黒の矩形は集中観測域を表す.

### 2.3.2 最初のメソ対流系に影響を与える特徴

図 2.10a–c は最初の MCS が最盛期であった 19 日 0300 UTC における前 3 時間降水量と海面更生気圧（以下，海面気圧），地上付近の水平風速の分布を合成レーダーと JMA-MA，摂動なしラン，メンバー 40 で比較している．最初の MCS は最低海面気圧 1006.1 hPa のメソ  $\beta$  スケール低気圧の中心付近に，100 mm/3 h を超える強い雨を伴っていた（図 2.10a）．図 2.11a, d は JMA-MA の 0300 UTC の低気圧中心を通る南北断面をそれぞれ熱力学場（仮温位，相当温位，MAUL）と水平風速について示す．梅雨前線帯の位置は北緯 30° 付近の相当温位の南北勾配の極大域として特定できる．船舶で観測された（図 2.6）ように，境界層から 700 hPa まで到達する深い MAUL が梅雨前線帯に存在している（図 2.11a）．この深い MAUL は南西から対流圏中下層に供給される多量の水蒸気（図 2.4b）と，地上付近の南風によって梅雨前線帯に流入して前線面に沿って上昇する暖湿空気（図 2.11a, d）によって形成されている．水平風は北緯 30° 付近の梅雨前線帯を挟んで南側の南風と北側の東風の間で収束し，低気圧性循環によって強化される鉛直混合によって，北緯 29°–31° の間で 850 hPa まで水平風の鉛直シアが上層よりも弱まっている（図 2.11d）．結果として，前線帯で励起される対流がさらにメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環を強めていると示唆される．

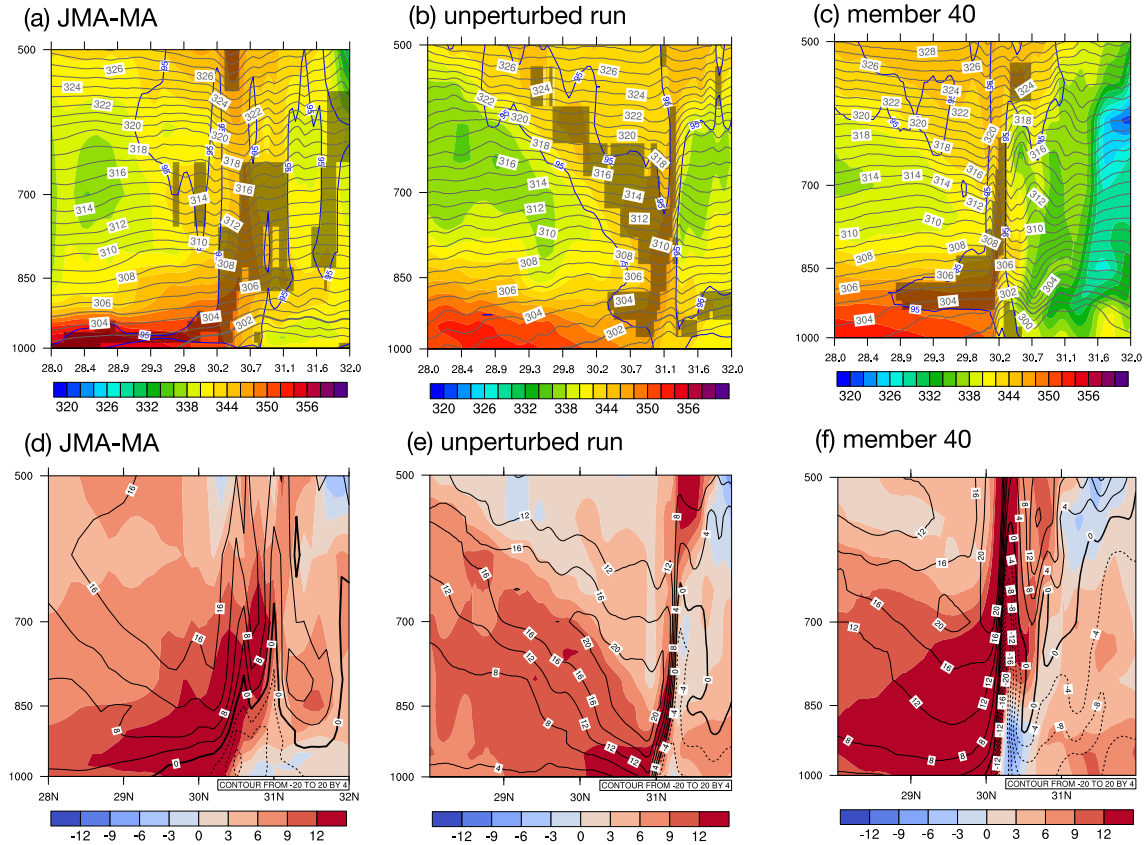


図 2.11: 図 2.10a-c の破線の位置における 19 日 0300 UTC の南北断面. (a-c) 相当温位 (色, K), 仮温位 (灰等値線, 1 K 毎), 相対湿度 (青等値線, 95%), MAUL (陰影). (d-f) 東西風 (等値線, 4 m s<sup>-1</sup> 毎) と南北風 (色, m s<sup>-1</sup>). 東西風は負の値を破線で, ゼロの等値線をその他の線よりも太く示している. (a, d) 気象庁メソ解析, (b, e) D3 の摂動なしラン, (c, f) メンバー 40 を表す.

摂動なしランでは, メソ  $\beta$  スケール低気圧の移動速度は JMA-MA とよく対応しているが, 低気圧の強度は JMA-MA よりもおおよそ 2 hPa ほど弱く (最低海面気圧が 1007.9 hPa), 北偏している (図 2.10b). この北偏は予測された梅雨前線帯とともに, MAUL と水平風の収束位置が北にずれた (北緯 31° 付近) ことに起因する (図 2.11b, e). さらに, 梅雨前線帯を挟む境界層内の相当温位の南北勾配が JMA-MA よりも弱い (図 2.11b). また梅雨前線帯の南側で境界層内の相当温位が低く, 地上付近の南風が弱いため, 境界層内での暖湿空気の南からの流入が弱く, 境界層内は JMA-MA よりも冷たく乾燥している. これはメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環を強化する対流が JMA-MA よりも不活発であることを示唆しており, 鉛直混合が弱いいため前線帯近傍の水平風の鉛直シアが比較的強いことと対応している (図 2.11e).

メンバー 40 は実況に近い降水量と降水の時間変動を表現しており (図 2.9a の黄緑線), FSS も全メンバーの中で最も高い 0.69 を示している. メンバー 40 が予測するメソ  $\beta$  スケール低気圧は, 強度を JMA-MA と比べて 1 hPa 程度過大評価している (最低海面気圧が 1004.9 hPa) もの, 摂動なしランが持つ北偏を大きく改善し, 低気圧の位置が JMA-MA とよく対応して



いる (図 2.10c). 低気圧中心を通る南北断面では, 相当温位の南北勾配が JMA-MA や摂動なしランよりも強く, 深い MAUL がこの南北勾配の南側に形成されている (図 2.11c). MAUL の下では水平収束が強く, 大きな水平シアは 500 hPa まで到達している (図 2.11f). また低気圧性循環による強い鉛直混合の影響で, 鉛直シアはかなり弱い. 梅雨前線帯の南側 (北緯 30°以南) の境界層内での相当温位は摂動なしランと同様に JMA-MA よりも低いが, 地上付近の南風が摂動なしランよりも強いいため, 南から暖湿空気が運ばれ梅雨前線帯の南側の境界層上端に MAUL が形成されている (北緯 29°–30°, 図 2.11c, f).

以上の比較から, 最初の MCS の発達を正確に予測するための鍵は, 十分発達したメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環と, 低気圧性循環を強化させるための対流発達を促進する梅雨前線帯での MAUL の形成であると考えられる.

### 2.3.3 二つ目のメソ対流系に影響を与える特徴

図 2.10d–f は二つ目の MCS が発達した 19 日 2100 UTC における前 3 時間降水量, 海面気圧, 地上風速の分布を比較する. 二つ目の MCS は地上付近の風向に沿って西南西から東北東に伸びる降水バンドを形成した. 降水強度は最初の MCS よりも弱い, 観測域付近で 50 mm/3 h を超える雨をもたらした (図 2.10d). 最初の MCS とは異なり, 二つ目の MCS は明瞭なメソスケール擾乱を伴っていなかった. 摂動なしランは, 観測域の北側に偽のメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環が発達することを予測している (図 2.10e). この偽の低気圧は九州地方に過剰に強化された降水バンドを形成する. 観測域の南側では可降水量を過大に予測している (図略) ため, 降水域が広い範囲に分布している. メンバー 10 (図 2.9a の深い青線) は二つ目の MCS が発達した期間において, 降水ピークは実況よりも遅れているが, 他のメンバーよりも高い FSS を示している (図 2.9c). このメンバーは地上付近の南南西風と風向に沿った降水バンドをよく表現している (図 2.10f).

降水バンドの走向と地上付近の風向がよく対応していることと, この期間に境界層内でのみ相当温位の上昇が観測された (図 2.6) ことから, 暖かい海の上で境界層が不安定化することが対流の発生に寄与していた可能性が高いと考えられる. 図 2.12a, b は 2100 UTC における海面エンタルピーフラックス (式 (2.3)) の分布を摂動なしランとメンバー 10 で比較する. 摂動なしランの降水域は偽の低気圧 (図 2.10e) による観測域の北側と海面水温の水平勾配の大きい領域 (海面水温前線) に位置し, 後者は海面エンタルピーフラックスの極大域を伴っている (図 2.12a). この海面水温前線でのエンタルピーフラックスの放出はメンバー 10 でより明瞭に現れている (図 2.12b). このエンタルピーフラックスの放出の強化には, 海面水温前線の上で形成された水平気圧勾配による地上風速の加速 (Sasaki et al. 2012) が寄与している. メンバー 10 の降水域は, 地上風速の風向に対してエンタルピーフラックスの極大域の下流側に位置している. 6 時間降水量の 95 パーセンタイル値に対する FSS (図 2.9c) と, 同じ期間に海面水温前線付近 (東経 127.0°–128.0°, 北緯 28.8°–29.8°) で平均したエンタルピーフラックスの積算量との間の散布図を図 2.12c に示す. アンサンブル予測における FSS と海面エンタルピーフラックスの間には統計的に 99% 以上有意な正 (0.56) の相関が存在する. この相関関係

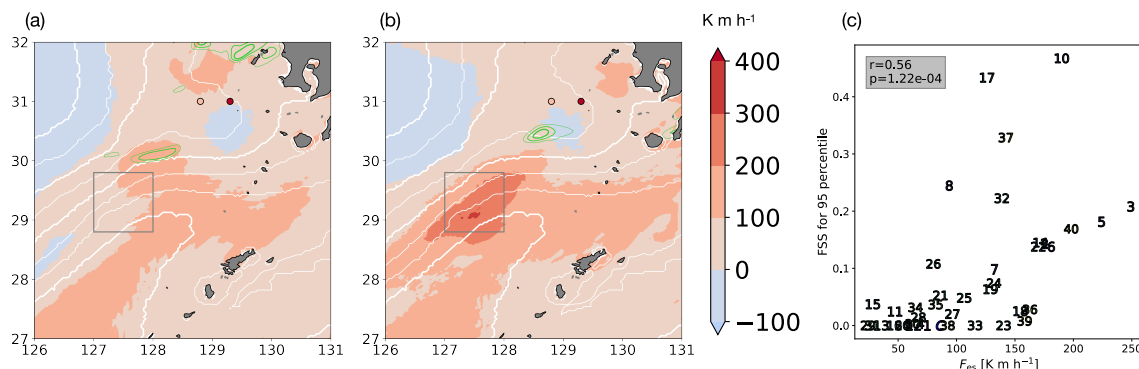


図 2.12: 19 日 2100 UTC における D3 の (a) 摂動なしランと (b) メンバー 10 の海面エンタルピーフラックス (式 (2.3),  $\text{K m h}^{-1}$ ) と海面飽和相当温位 (白等値線, 3 K 毎). 2 隻の船舶観測 (勢水丸とかごしま丸, 長崎丸は欠損) から計算した海面エンタルピーフラックスを丸印の色で示す. 緑の等値線は前 1 時間降水量 (8, 16, 32 mm) を表す. (c) 19 日 1800–20 日 0000 UTC の FSS (縦軸, 図 2.9c) と同じ期間で積算した海面エンタルピーフラックス (横軸, 図 2.12a の灰色の矩形領域で平均) の散布図. 相関係数 ( $r$ ) と無相関を帰無仮説とする有意性判定の  $p$  値を左上に示す.

は海面水温前線における海面エンタルピーフラックスが二つ目の MCS に伴う降水を正確に予測するために重要な要素であることを示唆している. しかしアンサンブルシミュレーションが用いる海面水温は実際よりも低かった (図 2.5) ため, 摂動なしランとメンバー 10 はともに勢水丸が観測した大きなフラックス ( $> 500 \text{ K m h}^{-1}$ ) を表現できていない (図 2.12a, b の東経  $129.3^\circ$ , 北緯  $31^\circ$  の点). そのため, シミュレーションにおけるフラックスの再現性は十分でなかったと言える.

## 2.4 まとめと議論

本章では, NCEP 領域スペクトルモデルと成長モード育成法を用いて, 2022 年 6 月に東シナ海上で発達した 2 つの MCS の予測可能性を調べるアンサンブルシミュレーションを行った. これらの MCS は, 2022 年 6 月 19 日 0000 UTC から 20 日 0200 UTC にかけて東シナ海上で実施された, 3 隻の研究船による 1 時間おきのラジオゾンデ観測で捉えられた. 3 隻による集中観測が MCS の表現に与える影響と, 2 つの MCS に対する同化インパクトの違いは, 第 4 章で行うアンサンブル同化実験によって詳細に調べる. 2 つの MCS は梅雨前線帯上で発達する MCS によく見られる特徴を有していた. 最初の MCS は主に, 対流圏下層の総観規模のトラフの先端で発達したメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環や, 自由対流圏内の湿潤層などの大気側の要因によって発達しやすい環境場が形成されていた. 一方で二つ目の MCS は, 黒潮の暖水塊上で暖かい海面の影響を受けて発達した複数の対流システムが合流することで発達した.

本研究の結果は, 東シナ海上で発達する MCS の予測可能性がその発達メカニズムに依存することを示した. 成長モード育成法によって生成したアンサンブル摂動は, 主に対流圏下層に顕著なばらつきを示し, トラフや前線の位置などの総観規模の不確実性を表現していた. 最初

の MCS の発達は大気側の要因に影響を受けていたため、大気の不確実性を表現したアンサンブルシミュレーションによって MCS の不確実性を表現することができ、アンサンブル予測は MCS に伴う降水強度に大きなばらつきを示していた。摂動なしランよりも MCS に伴う降水を精度良く再現したメンバーは、気象庁の現業解析に近いメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環の発達と、急峻な相当温位の南北勾配を伴う前線帯の構造、深い MAUL を表現していた。

最初の MCS と対照的に、アンサンブルシミュレーションにおける二つ目の MCS の予測可能性は低かった。アンサンブルの中で二つ目の MCS に伴う降水パターンの再現性が最も高かったメンバーでは、海面水温前線において大きな海面エンタルピーフラックスの放出を表現していた。海面水温前線域でのエンタルピーフラックスと降水パターンの表現との間には、アンサンブルで統計的に有意な正の相関があった。これは、二つ目の MCS の発達に海面水温前線でのエンタルピーフラックスの放出による境界層の湿潤化が重要な役割を果たしていたことを示唆している。しかし、全メンバーが共通して境界条件として用いた海面水温は観測に対して最大で  $4^{\circ}\text{C}$  低く、海面水温前線帯の急峻な水温勾配も再現できていなかった (図 2.5)。

本章の解析から、最初の MCS の予測可能性を左右する要因が示唆されたが、その予測可能性に影響を与えた初期時刻の特徴は明らかでない。そこで次章では、最初の MCS の発達に影響を与える初期摂動を特定するために、アンサンブル感度解析を行う。



## 第 3 章

# メソ対流系に対するアンサンブル感 度解析と空間解像度依存性

本章では、集中観測において最初に観測された MCS の予測可能性に影響を与えた初期の環境場の特徴を特定するために、前章と同じアンサンブルシミュレーションを用いて EnSVSA を行う。しかし EnSVSA が前提とする線型の時間発展は、湿潤対流に関する非線型性が支配的となるメソスケールの現象では成り立たないと考えられる。MCS に対する EnSVSA の適用可能性を検討するために、EnSVSA の水平解像度とモデルの力学への依存性を調べる。また、EnSVSA から得られる摂動を初期値に与えた非線型実験を行い、線型の時間発展を仮定することの妥当性を定量的に評価する。まず第 3.1 節で、EnSVSA の概要と実験設定、評価方法について述べる。第 3.2 節では、水平解像度の異なるアンサンブル予測データを用いた EnSVSA の結果を比較する。第 3.3 節では、EnSVSA から得られる初期摂動を与えた非線型実験と EnSVSA の結果を比較し、摂動の時間発展における非線型性の影響について考察する。最後に第 3.4 節で本章をまとめ、MCS に対する EnSVSA の適用可能性に関して議論する。

## 3.1 手法

### 3.1.1 アンサンブル特異ベクトル感度解析

EnSVSA の導出のため、最初に特異ベクトル感度解析について説明する。特異ベクトル感度解析は、興味のある現象が発達する領域・時刻をそれぞれ検証領域・時刻とし、そこで最も成長する初期摂動を求める。有限時間での摂動の線型成長を表すために、まずは非線型モデル  $M$  による初期時刻  $t_a$  から検証時刻  $t_v$  までの時間発展で得られる場  $\mathbf{x}_v$  を考える。

$$\mathbf{x}_v = M_{t_a \rightarrow t_v}[\mathbf{x}_a] \quad (3.1)$$

初期値  $\mathbf{x}_a$  に微小摂動  $\mathbf{y}$  を与えた時の摂動の軌跡は、基本場  $\mathbf{x}$  に対する接線型方程式で表される (山根 2002)。

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{y} \quad (3.2)$$

$\mathbf{J}(\mathbf{x})$  は時間変化傾向を与える非線型演算子の基本場に対する線型化（ヤコビアン）を表す．式 (3.2) より，時刻  $t_v$  の基本場に対する摂動  $\mathbf{z}$  ( $= M_{t_a \rightarrow t_v}[\mathbf{x}_a + \mathbf{y}] - \mathbf{x}_v$ ) は，正方行列  $\mathbf{M}_t$  を用いて以下のように近似される．

$$\mathbf{z} \doteq \left( \Pi_{t=t_a}^{t_v} \mathbf{M}_t \right) \mathbf{y}(t_a) \quad (3.3)$$

ここで  $\mathbf{M}_t$  は時刻  $t$  の摂動から  $t + \Delta t$  ( $\Delta t$  は時間刻み幅) の摂動への写像を表し，時刻  $t$  の基本場  $\mathbf{x}_t$  に依存する． $\mathbf{M}_t$  はリゾルベント (Talagrand and Courtier 1987)，誤差行列 (Lorenz 1965)，または接線型演算子と呼ばれる．簡単のため，式 (3.3) から時刻  $t_a$  から  $t_v$  までの摂動の時間発展を表す接線型演算子を  $\mathbf{M} \equiv \Pi_{t=t_a}^{t_v} \mathbf{M}_t$  と表記する．摂動の成長率は，以下の式で定義される摂動の大きさ（ノルム）の比として表される．

$$\lambda = \frac{\|\mathbf{z}\|_{\mathbf{G}_v}^2}{\|\mathbf{y}\|_{\mathbf{G}_a}^2} = \frac{\mathbf{z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{z}}{\mathbf{y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{y}} \quad (3.4)$$

ここで  $\mathbf{G}_a$ ， $\mathbf{G}_v$  はそれぞれ初期時刻  $t_a$  と検証時刻  $t_v$  のノルムを定める正定値対称行列であり， $\mathbf{G}_v$  は興味のある領域を切り出す役割も果たす．

式 (3.4) に (3.3) を代入すると，

$$\lambda = \frac{\mathbf{y}^T \mathbf{M}^T \mathbf{G}_v \mathbf{M} \mathbf{y}}{\mathbf{y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{y}}$$

となる．さらに  $\mathbf{y}' = \mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}$  と変数変換すると，

$$\lambda = \frac{(\mathbf{y}')^T (\mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}})^T \mathbf{M}^T \mathbf{G}_v \mathbf{M} \mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}'}{(\mathbf{y}')^T \mathbf{y}'}$$

これを変形することで，

$$(\mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}})^T \mathbf{M}^T \mathbf{G}_v \mathbf{M} \mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}' = \lambda \mathbf{y}' \quad (3.5)$$

と表される固有値問題に帰着する．検証領域で最大成長する摂動は，(3.5) の最大固有値に対応する固有ベクトルを  $\mathbf{y}'_{\max}$  として， $\mathbf{y}_{\max} = \mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}'_{\max}$  と表すことができる． $\mathbf{y}_{\max}$  は，初期時刻の大きさが  $\|\mathbf{y}_{\max}\|_{\mathbf{G}_a}^2 = 1$  を満たすベクトルの中で，検証時刻に検証領域で最も大きく発達するベクトルに対応する．また  $\mathbf{y}'_{\max}$  は行列  $\mathbf{G}_v^{\frac{1}{2}} \mathbf{M} \mathbf{G}_a^{-\frac{1}{2}}$  の最大特異値に対応する右特異ベクトルと同一である．固有値が摂動の成長率を表すため，大きい固有値に対応する固有ベクトルを見ることで，最大成長よりは小さいが検証領域で顕著な発達を示す摂動を抽出することができる．

EnSVSA では，アンサンブル摂動が張る空間に属する摂動の中で，興味のある領域において最も成長する摂動を求める．各アンサンブル摂動の時間発展が線型である（式 (3.3)）と仮定すると，初期時刻に重み  $\mathbf{p} = [p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(K)}]$  でアンサンブル摂動を線型結合した摂動  $\mathbf{y}$  の検証時刻までの時間発展は，検証時刻のアンサンブル摂動の同じ重み  $\mathbf{p}$  による線型結合で表すことができる．

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K p^{(k)} \mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{Y} \mathbf{p} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{M}\mathbf{y} = \mathbf{M} \sum_{k=1}^K p^{(k)} \mathbf{y}^{(k)} = \sum_{k=1}^K p^{(k)} \mathbf{M}\mathbf{y}^{(k)} = \sum_{k=1}^K p^{(k)} \mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{Z}\mathbf{p} \quad (3.7)$$

ここで

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{x}_a^{(1)} - \mathbf{x}_a, \dots, \mathbf{x}_a^{(K)} - \mathbf{x}_a] = [\mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(K)}] \in \mathbb{R}^{N \times K} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{x}_v^{(1)} - \mathbf{x}_v, \dots, \mathbf{x}_v^{(K)} - \mathbf{x}_v] = [\mathbf{z}^{(1)}, \dots, \mathbf{z}^{(K)}] \in \mathbb{R}^{N \times K} \quad (3.9)$$

はそれぞれ初期時刻と検証時刻の各メンバーの基本場からの差を列方向に並べた摂動行列を表す。式 (3.6) と (3.7) を (3.4) に代入すると、

$$\lambda = \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z} \mathbf{p}}{\mathbf{p}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y} \mathbf{p}}$$

すなわち、

$$\mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z} \mathbf{p} = \lambda \mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y} \mathbf{p} \quad (3.10)$$

の一般化固有値問題に帰着する。この一般化固有値問題を解くことで得られる固有値  $\lambda_n$  は、式 (3.6) において対応する固有ベクトル  $\mathbf{p}_n$  を重みとして計算した  $\mathbf{y}$  の検証領域での発達率を表す。以降は固有値を降順に並べ ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots$ )、 $\mathbf{p}_n$  を重みとして計算した初期摂動  $\mathbf{y}$  を、第  $n$  モードのアンサンブル特異ベクトル (EnSV) と呼ぶ。

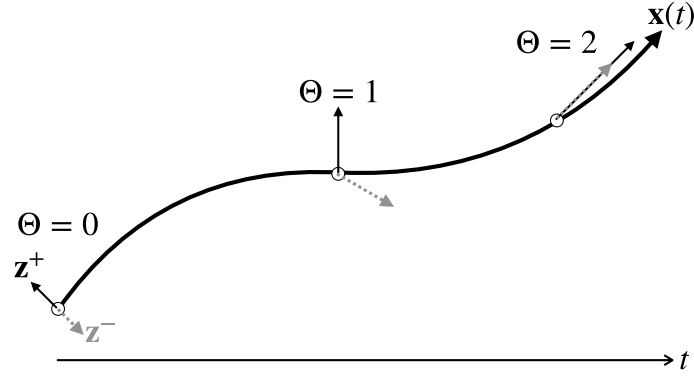
他のアンサンブル感度解析手法と EnSVSA との関係については付録 C に記す。

### 3.1.2 解析設定

EnSV の計算には、第 2 章で用いた 2022 年 6 月 18 日 1200 UTC を初期時刻とする 3 つの領域 (D1–3) の 40 メンバーのアンサンブル予測データを用いる。基本場は摂動なし実験 (GFS 初期値からのダウンスケーリング実験) で定義する。したがってアンサンブル摂動行列  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Z}$  のランクは高々  $K = 40$  であり、EnSV は最大 40 モード得られる。検証時刻は最初の MCS が集中観測域を通過した 19 日 0300 UTC とし、検証領域は集中観測域を含む領域 (東経 127°–130°, 北緯 29.5°–32.5°) とする。アンサンブル予測データは全ての領域で D1 における成長モード育成法から生成された初期摂動を用いているため、EnSV の性質を決めるのは検証時刻のアンサンブル摂動 ( $\mathbf{Z}$ ) である。MCS の発達においては湿潤対流の影響が重要であると考えられるため、初期時刻と検証時刻のノルムはともに湿潤全エネルギー (MTE) ノルムを用いて定義する。MTE の定義は、式 (2.1) の被積分項に潜熱項

$$\frac{L_h^2}{c_p T_r} q'^2 \quad (3.11)$$

を加えたものである。 $q'$  は比湿の摂動、 $L_h = 2.5104 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$  は単位質量あたりの凝結熱を表す。その他の記号の定義は積分範囲を除いて式 (2.1) と同様である。鉛直積分は 42 層全てを用いて計算する。水平方向の積分範囲  $D$  は、初期時刻には D3 の計算領域 (表 2.3)、検証時刻には検証領域を表す。全ての解像度で初期ノルムの評価域を D3 の計算領域とするのは、D3 内における初期時刻の EnSV の大きさを解像度間で統一するためである。

図 3.1: 線型性指標  $\Theta$  の値と摂動の方向の関係.

### 3.1.3 非線型実験

EnSV の時間発展の非線型性を評価するために、EnSV を初期時刻の基本場に加えた非線型実験を行う。非線型実験では、数値モデルとして第 2.1.1 節で説明した NCEP RSM/MSM を用いる。数値モデルの設定は、それぞれの計算領域でのアンサンブルシミュレーションが用いた設定（第 2.1.1 節）とする。すなわち、支配方程式系は D1 が静力学、D2 と D3 は非静力学であり、物理過程は全領域で共通である。

非線型実験の初期値は、初期の基本場の大気の前報変数（水平風速、仮温度、比湿、雲水量、オゾン数密度、地表気圧）に EnSV を与えて作成する。EnSV はノルムが二乗量のため、その符号に任意性が生じる。そのため固有値分解から出力されるベクトルを重みとして線型結合（式 (3.6)）を計算する際に、符号を変えずに計算した EnSV を加える実験を NL+, 符号を逆転させて計算した EnSV を加える実験を NL- とし、符号に関する対称性を用いて線型の時間発展からのずれを評価する。

摂動を加えた初期値は全領域で静力学平衡を満たすように調整する。また成長モード育成法（第 2.1.2 節）と同様に、摂動を加えた後の場で負の比湿、雲水量、オゾン数密度が生じた場合は 0 とし、過飽和の格子点は飽和に戻す。

### 3.1.4 非線型性の評価方法

摂動の時間発展における非線型性の強さは、NL+ と NL- の摂動の振幅とベクトル間の角度に基づく指標 (Hansen and Smith 2000; Gilmour et al. 2001) を導入して評価する。時刻  $t$  における NL+ と NL- の基本場に対する摂動をそれぞれ

$$\mathbf{z}^+(t) = M_{t_a \rightarrow t}[\mathbf{x}(t_a) + \mathbf{y}] - M_{t_a \rightarrow t}[\mathbf{x}(t_a)]$$

$$\mathbf{z}^-(t) = M_{t_a \rightarrow t}[\mathbf{x}(t_a) - \mathbf{y}] - M_{t_a \rightarrow t}[\mathbf{x}(t_a)]$$



表 3.1: 各領域での固有値の総和, 上位 5 モードの固有値と寄与率, および固有ベクトル間の相関.

| mode  | D1        |       | D2        |       | D3        |       | corr. |        |        |
|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-------|--------|--------|
|       | $\lambda$ | frac. | $\lambda$ | frac. | $\lambda$ | frac. | D1–D2 | D1–D3  | D2–D3  |
| total | 160.5     |       | 211.7     |       | 213.3     |       |       |        |        |
| 1     | 33.8      | 21.0% | 28.9      | 13.6% | 25.4      | 11.9% | 0.881 | 0.82   | 0.931  |
| 2     | 18.9      | 11.8% | 22.3      | 10.5% | 21.1      | 9.9%  | 0.688 | −0.742 | −0.898 |
| 3     | 15.2      | 9.5%  | 15.3      | 7.2%  | 13.7      | 6.4%  | 0.595 | 0.799  | 0.851  |
| 4     | 9.64      | 6.0%  | 12.1      | 5.7%  | 12.6      | 5.9%  | 0.488 | −0.641 | −0.694 |
| 5     | 8.35      | 5.2%  | 11.4      | 5.4%  | 12.1      | 5.7%  | 0.252 | 0.149  | 0.734  |

と表す. ここで  $\mathbf{x}(t_a)$  は初期時刻の基本場,  $\mathbf{y}$  は初期時刻の EnSV を表す. これらの摂動と任意のノルム  $\|\mathbf{z}\|_{\mathbf{G}} = \sqrt{\mathbf{z}^T \mathbf{G} \mathbf{z}}$  を用いて, 以下の線型性指標  $\Theta$  を定義する.\*<sup>1</sup>

$$\Theta(t) = \frac{\|\mathbf{z}^+(t) + \mathbf{z}^-(t)\|_{\mathbf{G}}}{\frac{1}{2}(\|\mathbf{z}^+(t)\|_{\mathbf{G}} + \|\mathbf{z}^-(t)\|_{\mathbf{G}})} \quad (3.12)$$

式 (3.12) は定義から  $\Theta \geq 0$  である.  $t = t_a$  には  $\mathbf{z}^+(t_a) = -\mathbf{z}^-(t_a)$  であり, また線型の時間発展が成り立つ時の摂動はそれぞれ  $\mathbf{z}^+(t) = \mathbf{M}_{t_a \rightarrow t} \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}^-(t) = -\mathbf{M}_{t_a \rightarrow t} \mathbf{y}$  と表されるため,  $\Theta = 0$  となる. 時間発展の非線型性が支配的になると  $\Theta$  が増加していき,  $\Theta = 1$  のときに線型の仮定が持つ誤差と摂動の大きさが等しくなる.  $\Theta = 2$  のときには,  $\mathbf{z}^+(t)$  と  $\mathbf{z}^-(t)$  が状態空間において同じ方向を向く (図 3.1).  $\Theta$  の大きさには主に 2 つの摂動の和  $\mathbf{z}^+(t) + \mathbf{z}^-(t)$  のノルムが大きく影響するため,  $\mathbf{z}^+(t) + \mathbf{z}^-(t)$  の分布を見ることで, どの位置で線型性が崩れているのかを見ることができる.

## 3.2 アンサンブル特異ベクトルの解像度依存性

### 3.2.1 固有値と固有ベクトルの比較

表 3.1 に各領域で計算した固有値の総和, 上位 5 モードの固有値と寄与率, および固有ベクトル  $\mathbf{p}$  の異なる領域間での相関を示す. 第 3.1.2 節で述べたように, D2 と D3 の初期時刻のアンサンブルは D1 からのダウンスケーリングのため, アンサンブル空間での固有ベクトルの相関の高さは線型結合で得られる初期摂動の分布がどの程度似ているかを表す. 上位 2 モードの寄与率の合計は D1 で 32.8%, D2 で 24.1%, D3 で 21.8% であり, 上位 2 モードで 50% を上回る総観規模擾乱への適用例 (Enomoto et al. 2007; Takemura et al. 2021; Nakashita and Enomoto 2021) と比べると, MCS に伴う摂動の成長を説明するには総観規模擾乱よりも多くのモードが必要であることを示唆している. 解像度が上がるにつれて固有値の総和, すなわち

\*<sup>1</sup> Hansen and Smith (2000) の Eq. (2) では分子の  $\mathbf{z}^+$  (彼らの表記では  $\delta^+$ ) にマイナスがついているが, 線型時間発展が成り立つときに  $\Theta = 0$  になるという定義からマイナスをつけないのが正しい.

全モードを合計した EnSV の成長率は大きくなっているが、上位 2 モードの積算寄与率は減少することから、高解像度になるほど、検証領域での摂動の成長を説明するのに多くのモードが必要となることを示している。

第一モードの固有ベクトルの領域間での相関は、最も低い D1 と D3 の間でも 0.8 を超えており、全領域で似たようなモードを捉えていることがわかる。一方で解像度が上がるとともに第一モードの寄与率は下がっていることから、成長率への寄与は領域間で差がある。モードの寄与率が下がるにつれて固有ベクトル同士の相関の絶対値は小さくなる。D2 と D3 の間の相関の方が D1 と他の領域の間の相関よりも高いことから、固有ベクトルの相関には解像度の違いよりも力学の違いの方が大きく影響していると考えられる。

### 3.2.2 アンサンブル特異ベクトルの空間分布と時間発展の比較

以下では寄与率の大きい上位 3 モードに着目して、MTE の分布と成長率を解像度間で比較する。図 3.2 に初期時刻の EnSV における MTE の分布を示す。固有ベクトルの相関の高さと整合的に、第一モードの EnSV の分布は領域間でよく似ており (図 3.2a, d, g)、検証領域の南西側 (東経 126°–129°, 北緯 29.5°–31° 付近) で西北西から東南東に伸びた感度を示す。この主要な感度領域の MTE のうち、70% 近くを潜熱項が占めている (図略)。

第二モードは全領域で、長江河口の南側から東シナ海西部へと東西に伸びる範囲 (東経 120°–125°, 北緯 28°–30°) での感度が目立つ (図 3.2b, e, h)。この感度領域では、対流圏下層の潜熱項と運動エネルギーが MTE の大部分を説明している。D1 は沿岸域 (東経 122°–123°) に強い感度を示すが、D2 と D3 では河口域 (東経 120°–122°) の感度をより強調している。また D2 と D3 は固有ベクトルの相関の絶対値が大きい ( $-\$0.898$ , 表 3.1) ため、感度の分布がよく似ており、検証領域の西端 (東経 127°, 北緯 30.5°) にも感度を示す (図 3.2e, h)。この検証領域の西端の MTE には潜熱項の寄与が大きい。なお、D1 (図 3.2b) に見られる四国付近 (東経 133°, 北緯 33°) の MTE の極大域は、検証時刻に近づくにつれて東側に抜けていくため、検証領域の摂動の発達には影響を及ぼさないと考えられる。

D1 の第三モードでは、第二モードにも見られる東シナ海の南西部 (東経 123°, 北緯 28°) と、D2 と D3 の第二モードに見られる検証領域の西端付近に感度を示す (図 3.2c)。東シナ海南西部の MTE は運動エネルギーが支配的であるのに対し、検証領域西端の MTE には D2, D3 の第二モードと同様に潜熱項の寄与が大きい。D2 の第三モードは D1 の第三モードに見られる東シナ海南西部の感度に加えて、その北側にあたる東シナ海西部 (東経 124°–125°, 北緯 30°) に感度を示す (図 3.2f)。この東シナ海西部の感度は D1 の第二モードにも現れており (図 3.2b)、潜熱項の寄与が大きい。D3 の第三モードは D1 と D2 の第三モードを合わせた分布を示しており (図 3.2i)、どちらの領域とも固有ベクトル間の相関が高い (0.799 と 0.851, 表 3.1)。全領域に共通して現れている四国沖の MTE 極大域は日本の東海上で発達した総観規模の低気圧から伸びる寒冷前線に対応しており、時刻とともに東に抜けていくため、検証領域の摂動の成長には影響していないと考えられる。第二モードと第三モードの分布を合わせると、全解像度で共通した位置 (長江河口域、東シナ海西部、検証領域の西端) に感度を示していることがわかる。

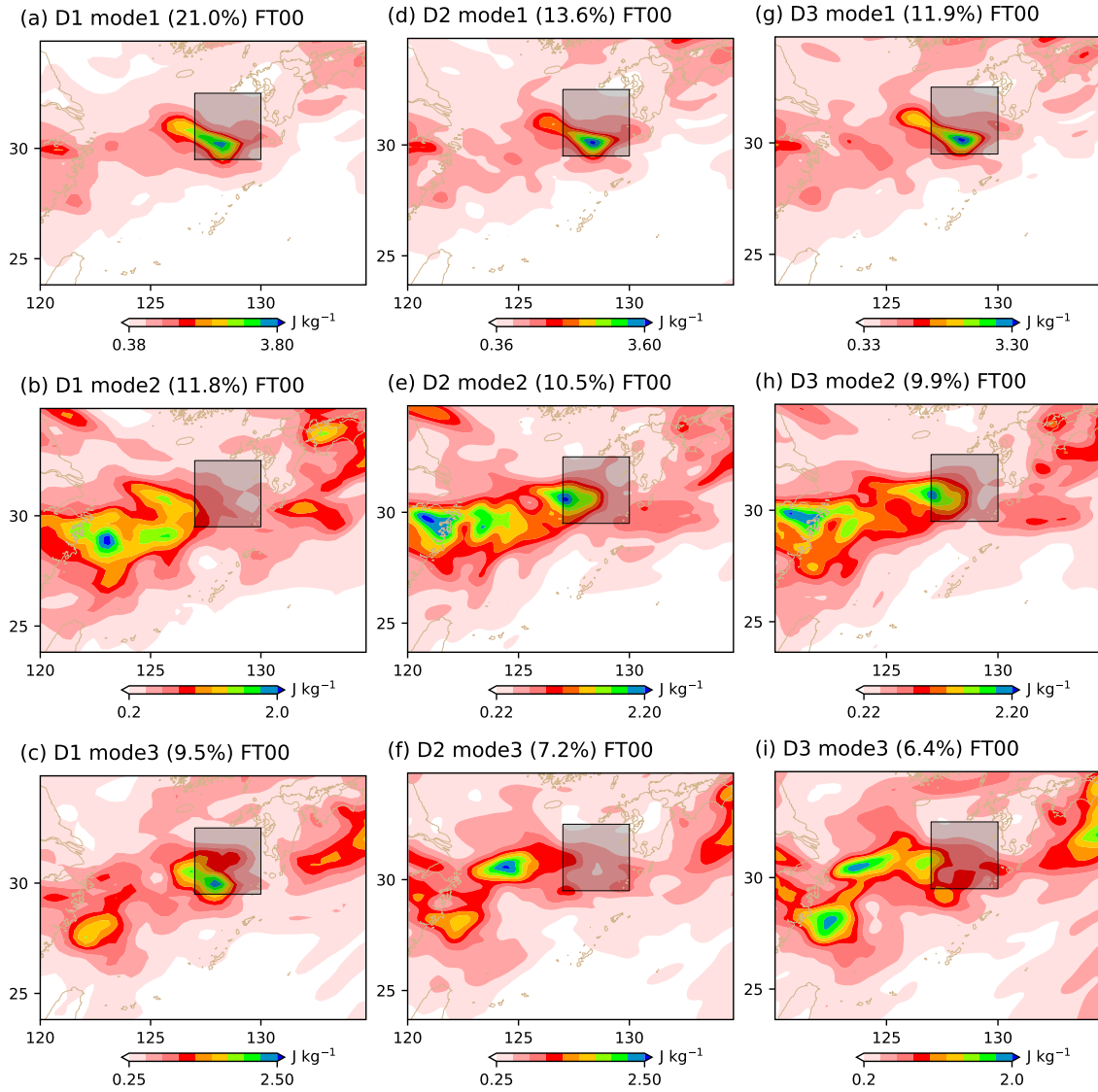


図 3.2: 初期時刻における第一モードから第三モードの EnSV の MTE ( $\text{J kg}^{-1}$ ) の水平分布。(a-c) D1, (d-f) D2, (g-i) D3 を示す。陰影をつけた領域は検証領域を表す。

図 3.2 で見たように、解像度間で成長率に対する寄与率は異なるものの、上位 3 モードが示す感度領域には共通点が見られた。主要な感度領域の MTE は主に対流圏下層で顕著な振幅を示していることから、個々の感度に対応する摂動の特徴を、850 hPa 面における水蒸気と風速の場で確認する (図 3.3)。第一モードが感度を示す検証領域の南西側には、相当温位の水平勾配で特徴付けられる前線帯が位置し、EnSV はこの前線帯に沿った水蒸気摂動を示している (図 3.3a, d, g)。この前線帯に沿った水蒸気摂動は 700–850 hPa にかけて顕著な振幅を示している。また風速摂動はこの水蒸気摂動の近傍で北風成分が卓越し、基本場の南西風と逆向きの変化を示している。これらの特徴と、この符号で推定される検証時刻の EnSV が検証領域において海面気圧の摂動が正 (低気圧を弱める) の変化を示すことから、前線帯に向かって南西風によって流入する湿潤空気が、MCS と関連するメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環の強度に影響

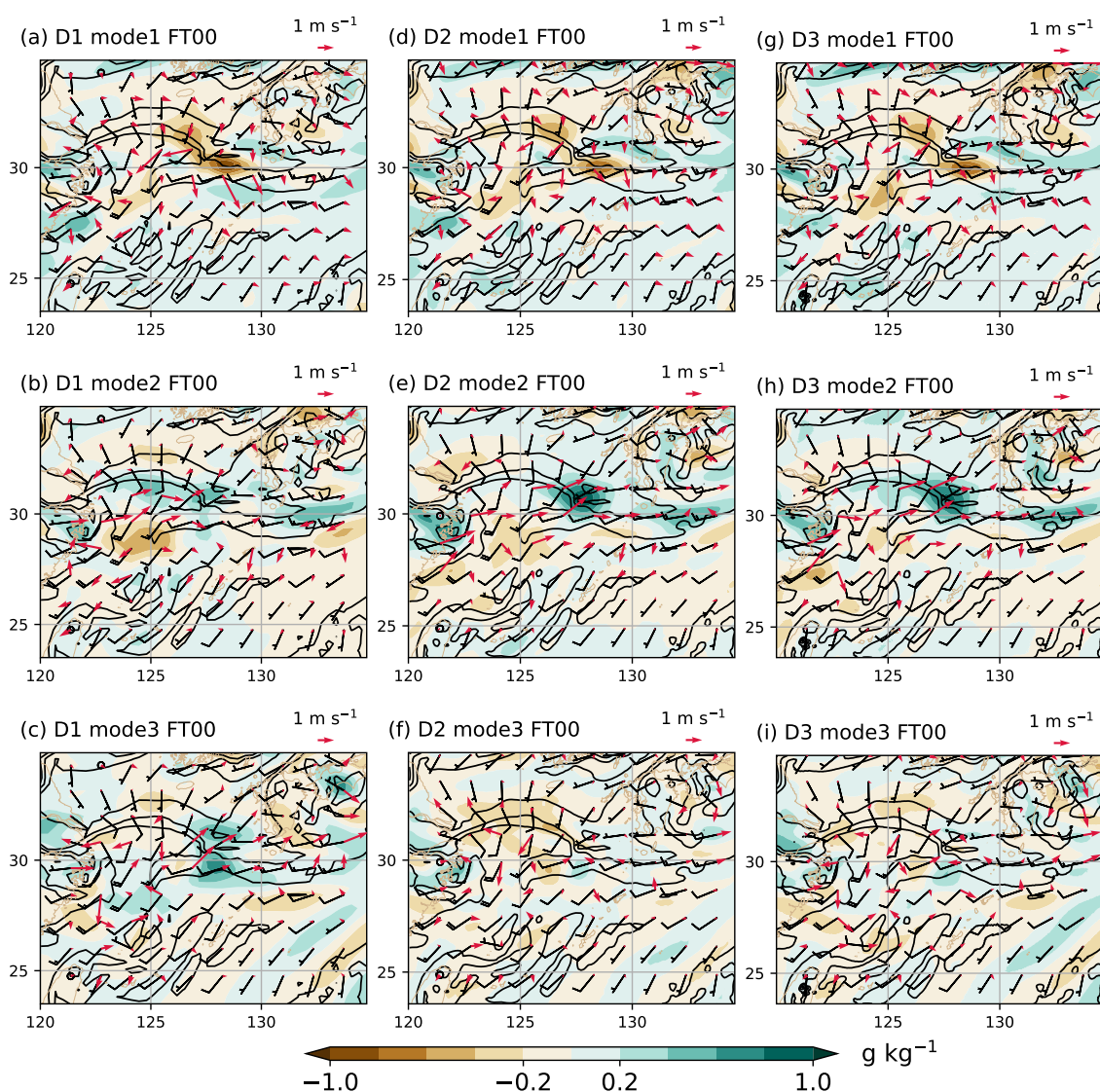


図 3.3: 850 hPa 面での初期時刻の比湿 (色,  $\text{g kg}^{-1}$ ) と水平風 (赤矢印, スケールは各図の右上) に対する EnSV. (a–c) D1, (d–f) D2, (g–i) D3 の第一モードから第三モードまでを示す. 黒の等値線と矢羽は基本場の相当温位 (4 K ごと) と水平風を表す.

を与えることを示唆している.

第二モードが感度を示す長江河口域は, 対流圏下層で大陸から東に伸びるトラフの先端部にあたり, 低気圧性循環が見られる (図 3.3b, e, h). EnSV はこの低気圧性循環による南西風が通る領域 (東経  $123^{\circ}$ – $126^{\circ}$ , 北緯  $28^{\circ}$ – $29^{\circ}$ ) に水蒸気摂動を示しており, 水蒸気摂動の北側では風速摂動の西風成分が卓越している. 西風成分が卓越する領域は低気圧性循環に伴い南西風から北風へと風向が変わるシアー域にあたり, 上流から運ばれる水蒸気が収束する地点であるが, この西風成分は収束位置をより東側に移動させる. D2 と D3 では南西風が通る領域での水蒸気摂動よりも風速摂動の西風成分がより顕著に現れており, さらに河口域 (東経  $120^{\circ}$ – $122^{\circ}$ , 北緯  $29^{\circ}$ – $30^{\circ}$ ) に見られる水蒸気摂動をより強調している (図 3.3e, h). しかし一貫してトラフ

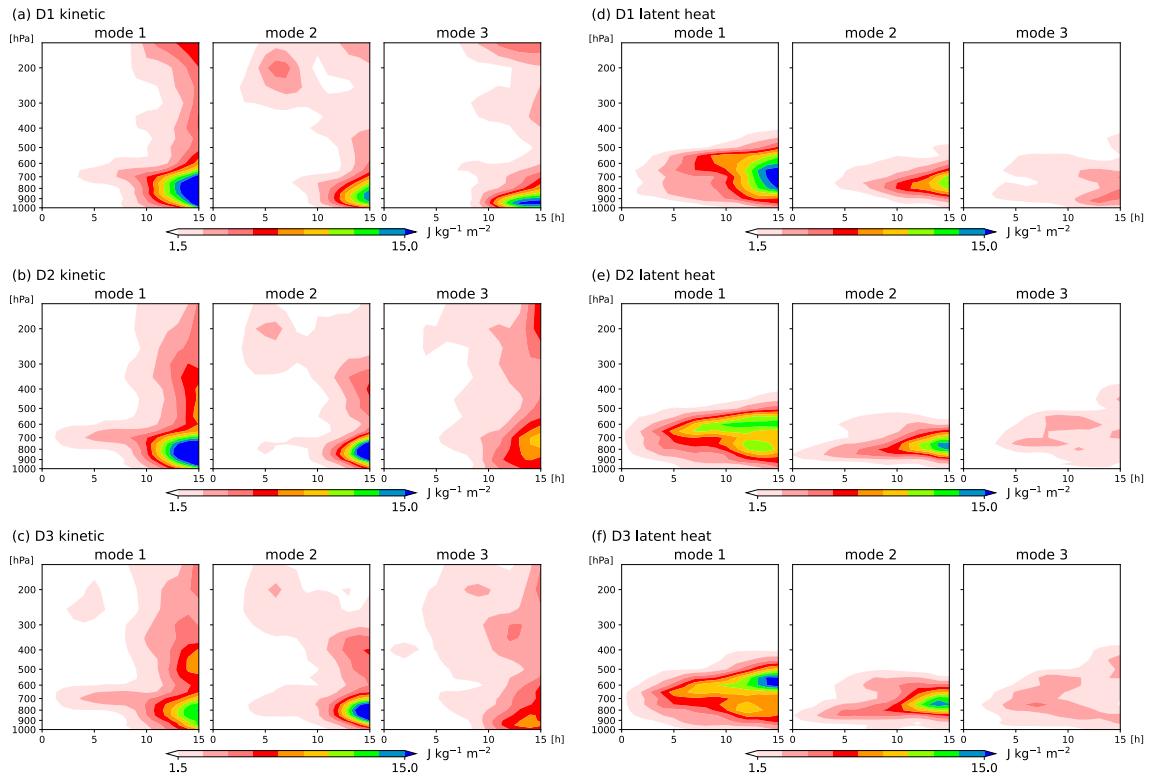


図 3.4: 第一モードから第三モードの EnSV について検証領域内で平均した (a–c) 運動エネルギーと (d–f) 潜熱項の時間 – 高度断面 ( $\text{J kg}^{-1} \text{m}^{-2}$ ). (a, d) D1, (b, e) D2, (c, f) D3 を表す.

の低気圧性循環に伴う水蒸気輸送の変化を表している. すなわち検証領域の上流側の水蒸気輸送の変化が MCS の発達に影響を与えることを示唆している.

D1 の第三モードが感度を示す 2 つの領域のうち, 検証領域西端は第一モードと同様に相当温位の前線域にあたり, 850 hPa より下層で水蒸気摂動が顕著に現れている (図 3.3c). 第一モードよりも下層で水蒸気摂動の振幅が大きいことから, この摂動は南風によって検証領域に運ばれる海洋由来の湿潤空気 (第 2.2 節) に対する感度を表していると考えられる. この水蒸気摂動には D2 と D3 の第二モードでも感度が現れている (図 3.3e, h) ことから, D2 と D3 では下層の水蒸気摂動が検証領域での MCS の発達に与える影響が D1 よりも大きいことを示唆している. また東シナ海南西部 (東経  $123^\circ$ , 北緯  $28^\circ$ ) では風速摂動が低気圧性の循環を示しており, 検証領域に到達する MCS に発達する対流系の発達位置がこの東シナ海南西部にあたることから, 上流での対流系の発達を表していると考えられる. この風速摂動は D3 で最も顕著に現れ (図 3.3i), かつより上層まで至ることから, 上流での対流系の発達は高解像度予測における検証領域での MCS の発達により大きな影響を与えることを示唆している. また D2 の第三モードは, この風速摂動の北側の前線帯の水蒸気摂動に感度を示している (図 3.3f). D3 の第三モードでは前線帯の水蒸気摂動がはっきりしないが, D2 と D3 とともに 700 hPa 面ではより顕著に前線帯の水蒸気に感度を示している. この水蒸気摂動は前線の位置を南北に移動させ, 下流側で発達した対流系が南西風に沿って北上する過程で影響を及ぼすと考えられる.

第一モードから第三モードにかけて, 主要な感度領域における MTE の 9 割以上を運動エネ



ルギーと潜熱項が説明しており、これは時刻や解像度によらず共通した性質である（図略）。そのため、運動エネルギーと潜熱項に着目して検証領域内での鉛直プロファイルの時間発展を比較する（図 3.4）。D1（図 3.4a, d）の第一モードでは、潜熱項は緩慢に成長するのに対し、運動エネルギーは FT09 から急激に成長し、そのエネルギーピークは 700 hPa より下の層に存在する。これは潜熱項から運動エネルギーへの変換を示唆している。第二モードでも同様に、運動エネルギーに対して潜熱項の成長が先行する。一方で潜熱項の発達開始は、感度が検証領域の上流にあるために第一モードよりも遅く、検証時刻においてエネルギーが極大をとる層は第一モードよりも浅い。第三モードでは潜熱項の発達が第一モードと第二モードよりも小さく、地表付近の運動エネルギーにのみ顕著な成長が見られる。D2（図 3.4b, e）の第一モードは、MTE の分布と同様に検証領域でのエネルギー発達も D1 と似ているが、潜熱項が 600 hPa 付近と 800 hPa 付近にダブルピークを示している。600 hPa 付近のピークは FT05 に 700 hPa 付近から徐々に発達しているため、図 3.3d で感度を示している前線帯への水蒸気流入を表していると考えられる。一方で 800 hPa 付近のピークは運動エネルギーが発達するタイミングと一致しているため、検証領域内での対流の発達を表していると考えられる。第二モードでも D1 の第二モードと同様に潜熱項が運動エネルギーより先に発達するが、検証領域の近くに感度が存在する（図 3.2e）ために、潜熱項の発達開始が D1 よりも早い。第三モードでは、潜熱項が FT05–10 にかけて 800–700 hPa 付近で極大をとった後、FT09 前後に 600 hPa 付近にピークが上昇し、その後運動エネルギーが 700 hPa より下の層で主に発達する。対流圏中層の水蒸気での摂動の発達が下層の運動エネルギーに影響を及ぼしていると考えられる。D3（図 3.4c, f）のエネルギーの発達は D2 とよく似ているが、第一モードの成長率は 3 つの領域の中で最も小さく、潜熱項の発達は 600 hPa 付近の中層のピークをより強調している。第三モードの運動エネルギーの発達は振幅を除いて D1 とよく似ているが、D1 と比較して潜熱項が 800 hPa 付近の下層で先行して発達している。このように領域・モード間で振幅や成長率に違いは存在するが、潜熱項が先行してゆっくりと発達した後運動エネルギーが急激に発達する性質は共通している。

### 3.3 非線型実験と線型推定の比較

前節から初期の EnSV の構造に対する解像度の影響は小さいことが示されたが、時間発展には解像度の違いが大きく影響すると考えられる。そこで本節では、EnSV における線型の時間発展の仮定の妥当性を調べるために、EnSV を初期値に加えた非線型実験における摂動の時間発展と EnSV との比較を行う。

図 3.5 に初期ノルムで正規化した検証領域における摂動のエネルギーの時間発展を示す。EnSV（灰実線）において、検証時刻（FT15）の値は固有値の値（表 3.1）と一致する。初期時刻の値は初期の検証領域における摂動のエネルギーに依存するため、初期時刻から検証領域内でのエネルギーが大きい第一モードは値が大きく、検証領域の上流に感度を示す D1 の第二モードや D2 と D3 の第三モードでは値が小さくなっている。検証時刻の位置に示す箱ひげは、各領域において EnSV を計算する際に利用したアンサンブル摂動を用いて評価した正規化エネ

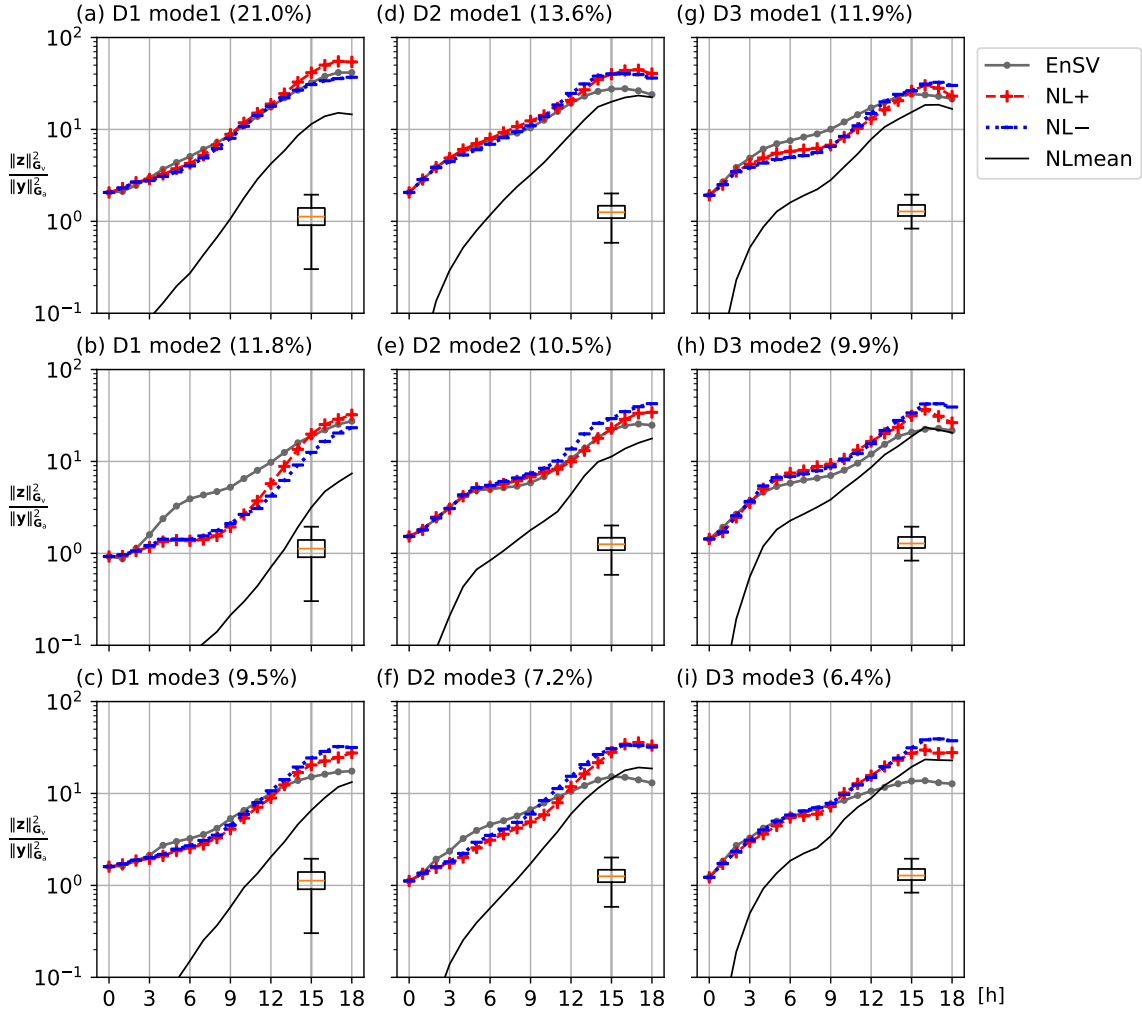


図 3.5: 初期ノルムで正規化した検証領域内の摂動 MTE の時間発展. ドット付きの実線, +マーク付きの破線, -マーク付きの点線, 細い実線はそれぞれ EnSV, NL+, NL-, NL+ と NL- の平均を表す. FT15 の位置の箱ひげは各領域のアンサンブル摂動の正規化した MTE を表す. (a-c) D1, (d-f) D2, (g-i) D3 の第一モードから第三モードを示す.

ルギーを表し, どの解像度においても EnSV が各メンバーの摂動よりも明らかに大きな発達を示していることがわかる.

非線型実験 (NL+ と NL-, 図 3.5 の赤破線と青点線) における摂動の時間発展は, 検証時刻において EnSV と同等または EnSV よりも大きい発達率を示す. また検証時刻までの時間発展も EnSV と非線型実験の間で類似していることから, EnSV が検証領域内での摂動の非線型的な成長を適切に表現していることを示唆している. しかし, 程度の差はあるがどの解像度でも, 非線型実験は EnSV と異なる時間発展の特徴も示している.

D1 では特に第二モードにおいて, 摂動の符号によらず非線型実験の FT06 前後の発達が小さい (図 3.5b). これは潜熱項の発達が EnSV の方が大きいためである. 第二モードで初期に検証領域の西側に見られる感度 (東経 125°, 北緯 30.5° 付近, 図 3.2b) が, EnSV では FT09 にかけて検証領域内で発達するものの, 非線型実験では発達せずエネルギーに大きな差が出て

いる (図 3.5b). 第一モードの NL+ は FT12 から運動エネルギーが大きく発達するため, 検証時刻には EnSV よりも大きな MTE を示す (図 3.5a). 一方 NL- では, 検証時刻における運動エネルギーの極大値は EnSV よりも大きい, エネルギーのピークが検証領域の北側に位置し, EnSV よりもピークの範囲が狭く, また潜熱項の発達も EnSV より小さい. そのため, 検証時刻の MTE は EnSV よりもわずかに小さい (図 3.5a). 第二モードと第三モードの非線型実験では, FT09 以降に EnSV よりも速くエネルギーが発達している. これは検証領域の上流 (西) 側の摂動が検証領域内に到達して発達するためである. また非線型実験における第二モードと第三モードの最終的な発達率は逆転している (図 3.5b, c).

D2 では全モードで摂動の符号によらず, 検証時刻には非線型発展の方が EnSV よりも大きく発達する (図 3.5d-f). 第二モードの NL+ もわずか (EnSV で 22.3, NL+ で 22.8) に EnSV より大きく発達する. D2 の第一モードは FT09 まで EnSV と非線型実験のエネルギーがよく対応している (図 3.5d). FT09 以降は非線型実験において運動エネルギーが EnSV よりも大きく発達するため, 検証時刻において NL+, NL- ともに EnSV よりも大きなエネルギーを示す. 第二モードは NL+ と EnSV の時間発展がよく対応し, NL- は他の 2 つの実験よりも大きく発達する (図 3.5e). NL+ は EnSV よりも潜熱項の成長率がやや小さいが, 運動エネルギーの成長率が大きいため, 合計したエネルギーは EnSV と同等である. NL- の発達においては, 運動エネルギーと潜熱項が単調に増加し続けている. 第三モードでは, EnSV で潜熱項が FT06 以降ほぼ増加しないが, 非線型実験では運動エネルギーとともに潜熱項が単調に増加し続けるため, EnSV よりも大きなエネルギーを示している (図 3.5f). この大きな発達には, D1 と同様に上流側で発達する潜熱項と運動エネルギーが寄与している. また D1 と同様に, 非線型実験での第二モードと第三モードの発達率が逆転している (図 3.5e, f).

D3 でも D2 と同様に, 非線型発展の方が EnSV よりも大きく発達し, 高次モードになるほど EnSV と比べてより大きく発達する (図 3.5g-i). 第一モードでは非線型実験における潜熱項の成長率が EnSV よりも小さいため, FT12 まで EnSV よりもエネルギーが小さい (図 3.5g). 検証時刻に至るまでの 3 時間で運動エネルギーが急激に発達するため, 検証時刻には EnSV よりもわずかに大きいエネルギーを示す (EnSV で 25.4, NL+ で 26.2, NL- で 26.3). 第二モードの非線型実験における発達にも, 第一モードと同様に運動エネルギーが寄与している (図 3.5h). 第三モードでは運動エネルギーに加えて潜熱項も EnSV より大きく成長するため, 他の 2 つのモードよりも EnSV と非線型実験との間に大きな乖離が見られる (図 3.5i). この第三モードの発達には D1, D2 と同じく上流側で発達するエネルギーの寄与が大きい.

どの解像度でも EnSV と非線型摂動の発展の間にある程度乖離が見られることから, 全ての解像度で非線型性の影響が現れていることは明らかであるが, その解像度による違いは時間発展の違いからでははっきりしない. しかし,  $(z^+ + z^-)/2$  の時間発展 (NLmean) には明らかな解像度間の違いが現れている (図 3.5 の黒実線). 第 3.1.4 節で述べたように, 線型の時間発展が成り立つ時には NLmean は常に 0 となる. 実際に初期時刻には 0 であり, 図 3.5 の縦軸は対数軸のため描画範囲を大きく外れている. しかし時刻とともにそのエネルギーは急激に発達し, その成長率は NL+, NL- の摂動の成長率よりも大きい. D1 では初期時刻を除き, NLmean のエネルギーがほぼ指数関数的に発達する (図 3.5a-c). 一方で D2 と D3 では



FT04 まで急激に NLmean のエネルギーが発達し、その後も発達率は落ちるが単調に検証時刻まで成長し続ける (図 3.5d-i). 検証時刻付近の NLmean のエネルギーの推移は、どの領域でも NL+ と NL- の推移と類似しており、成長率が小さい. NLmean が検証時刻に持つエネルギーの大きさは、第一モードを除いて解像度が上がるにつれて増大しており、高解像度ほど非線型性の影響が強く現れていることを示している. 特に D3 (図 3.5g-i) では検証時刻において、NLmean のエネルギーが NL+ と NL- の個々のエネルギーの平均の 70% を超える値まで成長しており、第三モードでは EnSV のエネルギーを大きく上回っている (図 3.5i).

特に顕著な非線型性が見られる D3 の第三モードについて、摂動 MTE の空間分布を EnSV と非線型実験で比較する (図 3.6). FT03 において、摂動 MTE の大まかな分布は EnSV と NL+, NL- で対応しているが、非線型実験の方が EnSV よりもさらに空間的に局在したエネルギーピークを示している (図 3.6a). NLmean のエネルギー分布は NL+ と NL- がピークを示す検証領域南側 (東経 127°-130°, 北緯 29.5°-30.5°) とその西側 (東経 125°, 北緯 30.5° 付近) に主なピークを示している. その後 FT06 には、EnSV に見られる検証領域内とその西側のピークに対応するピークが NL+ と NL- の両方で確認できるが、どちらも EnSV よりも大きく発達し、検証領域内のピークは EnSV よりも北に位置している (図 3.6b). 加えて NL+, NL- では九州の南側にも顕著なピークが見られ、これらの 3 つの領域に NLmean がピークを示している. FT09 には検証領域の上流で発達するピーク (東経 126°, 北緯 31°) の位置で、NLmean が EnSV よりも大きなエネルギーを示している (図 3.6c). これは対流系の発達と対応し、湿潤対流に伴う強い非線型性を表していると考えられる. このような対流が発達する位置での線型性の破綻は、領域モデルに対する特異ベクトルの時間発展でも確認されている (小野 2016). FT12 以降 (図 3.6d, e) には、NL+ と NL- のエネルギーはそれぞれ独立した位置に 100 km 未満のスケールの細かなピークを示している. NLmean も図 3.5i に現れているように、NL+ と NL- と同程度のエネルギーを示しており、2 つの摂動が空間方向にほぼ無相関であることを示唆している. このように、時間発展における非線型性の影響は大きいですが、検証時刻には NL+ と NL- とともに、EnSV と同様に検証領域内で顕著なピークを示している (図 3.6e) ことから、検証領域内で大きく発達するという EnSV の性質は非線型発展でも維持されていることが示唆される.

ここまでは検証領域でのエネルギーを用いて非線型性の影響を議論したが、第二モードや第三モードでは検証領域より上流に初期の感度が現れていることから、検証領域に到達する摂動への非線型性の影響を調べるには、より広い範囲で評価する必要がある. また摂動の成長率は解像度ごとに異なる (表 3.1, 図 3.5) ため、解像度間で比較するためには統一的な指標を用いることが望ましい. そのため、第 3.1.4 節で導入した線型性指標を用いて、初期ノルムを定義した D3 の領域内における非線型性の影響を調べる.

図 3.7 には D3 領域における運動エネルギーに対して計算した線型性指標  $\Theta$  の時間発展を示す. ここでは検証時刻における MTE において運動エネルギーの占める割合が最も大きいので、評価ノルムとして運動エネルギーを選択している. 潜熱項やポテンシャルエネルギー、MTE をノルムとして用いた場合も  $\Theta$  の時間発展は大きく変わらない. 図 3.5 における NLmean と同様に、線型性指標においても解像度による違いが明確に現れており、解像度が上がるにつれ

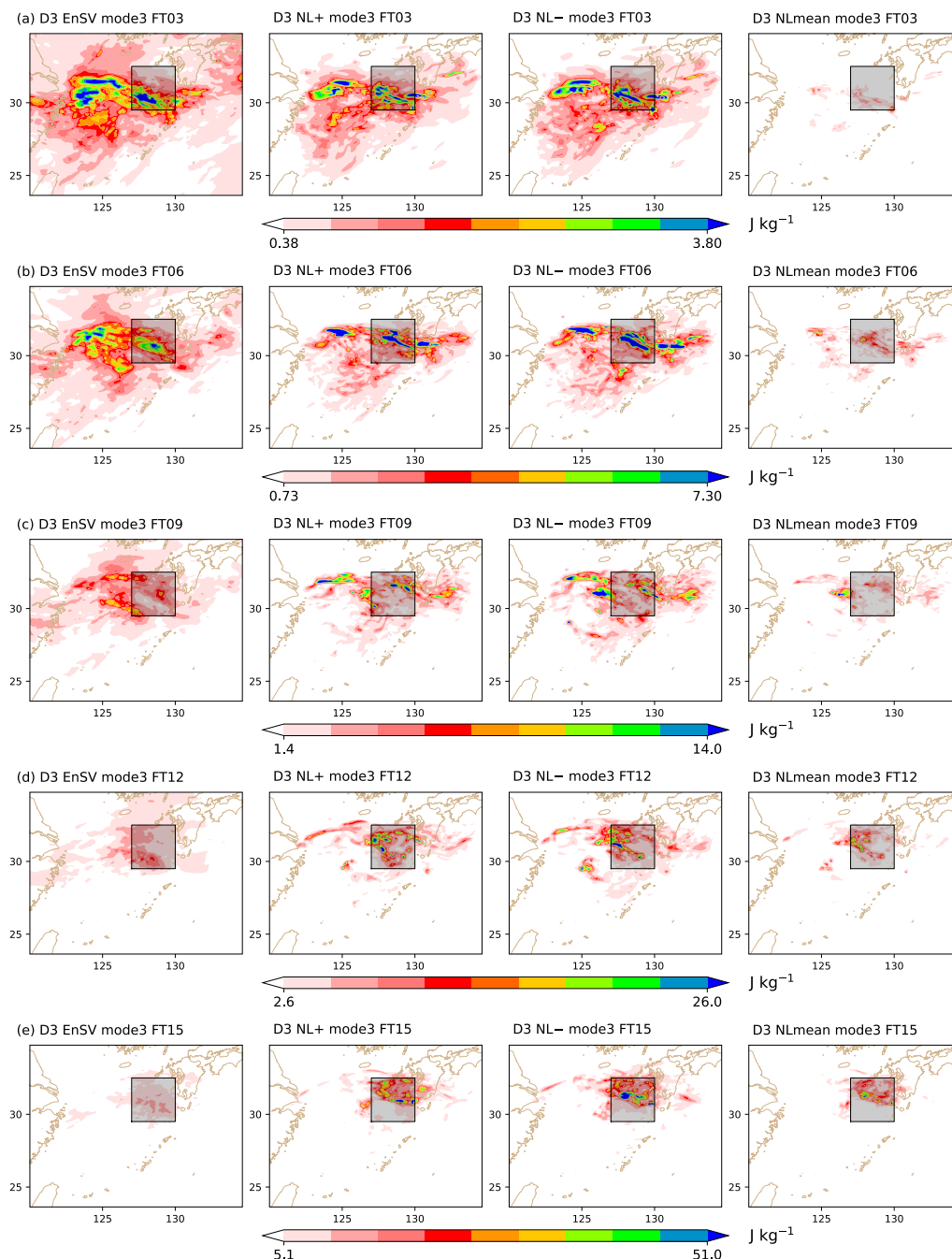


図 3.6: D3 の第三モードにおける (a) FT03 から (e) FT15 まで 3 時間おきの摂動 MTE ( $\text{J kg}^{-1}$ ) の空間分布. 左から順に EnSV, NL+, NL-, NL+ と NL- の平均を表す. 陰影をつけた領域は 図 3.2 と同様.

て  $\Theta$  が大きくなり, その時間変化が非線型的になっている. D1 では FT01 から  $\Theta$  がほぼ線型に増加している (図 3.7a). 第二モード (橙) は FT06 まで  $\Theta$  の増加率が大きく, 検証領域でエネルギーが発達し始める FT09 から増加率が小さくなる. これは初期時刻から検証領域の西側で発達した運動エネルギーが FT06 で減衰し, それ以降は上流から検証領域に向かってくるエネルギーが卓越することと対応している. 第三モード (緑) は第一モード (青) より  $\Theta$  の

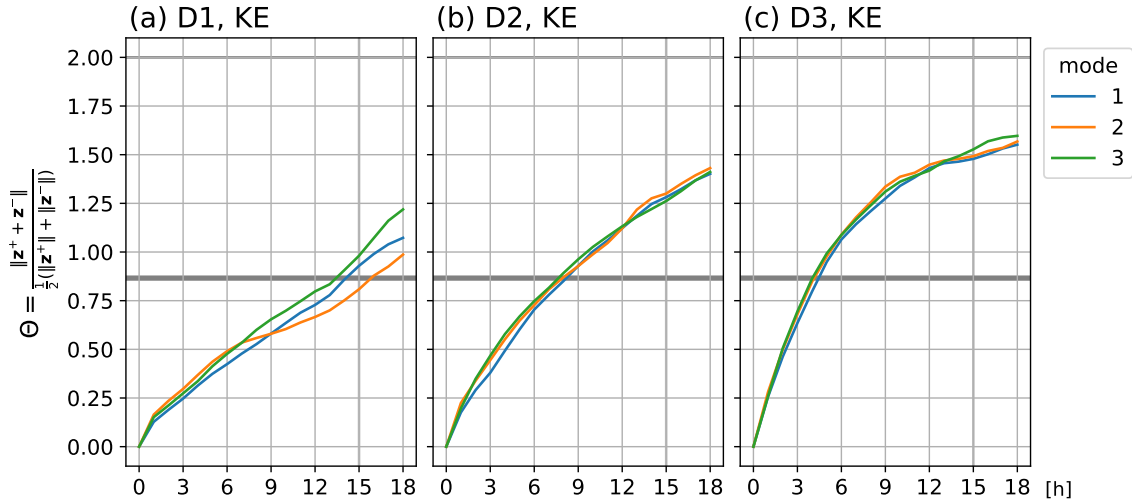


図 3.7: 初期ノルム評価領域 (D3) で運動エネルギーに対して計算した線型性指標  $\Theta$  の時間発展. (a) D1, (b) D2, (c) D3 を示す. 灰太線は, 線型性が破綻したと判断する閾値 ( $\sqrt{3}/2$ , 本文参照) を表す.

増加率が大きい, 検証時刻においても全モードで  $\Theta$  が 1 を下回っている. D2 と D3 ではモード間での  $\Theta$  の時間発展の差が小さい (図 3.7b, c). D3 では特に FT05 にかけての増加率が大きく, 評価領域は異なるものの, 図 3.5g-i の NLmean の推移と同様の傾向を示している. Hohenegger and Schär (2007) は 2 つの摂動が位相空間上で無作為に選択された場合の  $\Theta$  の期待値が  $\sqrt{3}$  であることから,  $\Theta \geq \sqrt{3}/2$  を線型性が破綻した状態と定義した. 同じ目安 (図 3.7 の灰太線) に従うと, D1 では検証時刻である FT15 付近まで線型性がある程度保たれているが, D3 では FT09, D3 では FT05 までに線型性が大きく崩れていることがわかる.

### 3.4 まとめと議論

本章では, 成長モード育成法によって生成された初期摂動を用いて異なる解像度・力学で計算したアンサンブル予測データから, 集中観測期間の前半に観測された MCS に対するアンサンブル特異ベクトル感度解析を行い, アンサンブル特異ベクトルの解像度と力学への依存性を調べた. また非線型実験との比較から, アンサンブル特異ベクトル感度解析における摂動の線型時間発展の仮定の妥当性を検討した.

アンサンブル特異ベクトル計算における固有値の比較から, 解像度が上がるにつれて上位モードの全体に対する寄与率が下がり, 検証領域での摂動の発達を説明するのにより多くのモードが必要となることがわかった. 先行研究で行われてきた総観規模擾乱に対する適用例と比較して上位モードの寄与率が低いことから, 高解像度シミュレーションが表現するメソスケールの擾乱の成長を説明するためには, 総観規模擾乱よりも多くのモードを考慮する必要があることが示唆される. 総観規模擾乱に対する特異ベクトルにおいて, 上位 1% 程度の成長モードが支配的であることを Errico et al. (2001) が指摘している. また現象のスケールが 1000 km を超える場合でも, 初期時刻と検証時刻の間が長くなり非線型性の影響が卓越してく

ると、線型での成長率が小さい高次モードも摂動の成長に影響を及ぼすようになる (Oortwijn and Barkmeijer 1995). したがって、本研究で得られた上位モードの寄与率の低下は、メソスケール擾乱の成長の非線型性の強さを反映した結果であると考えられ、EnSV は特異ベクトルと同様の傾向を示していることを示唆している.

上位3モードの感度から総合的に、検証領域近傍で収束する大陸由来と海洋由来の2つの水蒸気輸送と、上流側の下層トラフに伴う低気圧性循環の変化による上流での対流系の発達と水平収束の変化が、検証領域でのMCSの発達に影響を及ぼすことが示唆された. これらの感度領域は異なる解像度間で共通しており、観測されたMCSの発達メカニズムと整合的である. 特に第2章で重要性が示された前線帯での湿潤層の発達に影響を及ぼす水蒸気輸送への感度が、解像度によらず第一モードで現れていることは、第2章の考察を裏付けている. また、いずれの特徴も梅雨前線帯や下層トラフなどの総観規模の循環に関連すると考えられ、MCSの発達に対する総観規模の特徴の重要性を表していると解釈できる. 水蒸気の分布が注目するMCSの運動エネルギーの発達に影響を及ぼすことは、摂動のエネルギー発展の時間-高度断面でも解像度によらず現れている. Komori and Kadowaki (2010) は気象庁全球モデルを用いて熱帯低気圧の転向時を対象とした特異ベクトルの水平解像度依存性を調べた. 彼らは、特異ベクトルが解像度によらず上層のトラフと、下層における熱帯低気圧自身の循環と環境場の循環との合流域の2つの特徴に感度を示すが、高解像度になるほど下層の感度を強調するため、解像度の違いは特異ベクトルのエネルギーがピークをとる高さに影響を与えることを示した. 彼らの研究は全球の接線型モデルによって計算される特異ベクトルに対する結果であり、解像度の幅(約100 km (TL159) から200 km (TL63) まで)の点でも本研究とは異なるが、解像度が感度を示す領域に影響を与えない点は本研究の結果と整合的である. 本研究では解像度によりエネルギーピークの高度に違いが現れていないが、これは今回対象としたMCSの発達に対する上層の擾乱の影響が小さいためと考えられる.

特異値分解において主要モードとして出てくるのは摂動の持つエネルギーが大きい大規模なパターンであり、寄与率の低い高次モードがメソスケールの構造を捉えている可能性が高いと考えられる (Yokota and Seko 2021). しかし寄与率の低い高次モードは解像度による違いをより強調する一方で、物理的解釈を与えることが難しい. 本研究の結果から、物理的に解釈可能な、比較的大規模なパターンの特徴を有するアンサンブル特異ベクトルは、高解像度のアンサンブル予測からも主要モードとして特定できるといえる. ただしこの結果は全ての解像度で同一のアンサンブル初期摂動を用いている影響が現れていると考えられるため、より厳密に調べるには解像度ごとに異なる空間スケールにばらつきを示すアンサンブル予測データを用いて検証する必要がある.

予想されたように、アンサンブル特異ベクトル感度解析における線型の時間発展の仮定が高解像度になるにつれて成り立たなくなることが、検証領域でのエネルギーの時間発展と初期ノルムの評価域における線型性指標の時間発展から定量的に明らかになった. 非線型性の影響は特に対流が発達する摂動エネルギーのピークにおいて顕著に現れていた. 線型性指標はD3において、FT05には線型性が破綻することを示している. すなわち3 kmの解像度では、6時間以内に非線型性の影響が明瞭となることを示唆している. これは高解像度モデルほど湿潤対

流における非線型性の影響が現れやすいことから考えると当然の結果である。しかし、検証領域内での摂動エネルギーの成長率は、非線型性の影響が小さくても非線型実験と線型推定で一致するとは限らない。これは、エネルギー分布の比較だけでは非線型性の強さを判断できないことを意味している。一方で、本研究で行った摂動の時間発展における非線型性の定量的評価は、アンサンブル特異ベクトルの時間発展の途上における非線型性の影響の現れ方を明らかにしている。なお、本研究では 3-km 解像度において FT05 に線型性が破綻すると見積もったが、小野 (2016) は 5-km 解像度の領域モデルにおいて、特異ベクトルの時間発展の線型性が 3 時間以内に破綻することを報告している。数値モデルや線型性の評価領域、対象事例が異なるため、厳密に比べることはできないが、本研究の方が線型性が破綻するまでの時間が長いことは、非線型モデルで計算されたアンサンブルに基づくアンサンブル特異ベクトルと接線型モデルに基づく特異ベクトルの違いも反映している可能性がある。より詳細にアンサンブル特異ベクトルと特異ベクトルの性質の違いを調べるには、同じ事例に対してなるべく近い条件で比較する必要がある。

一方で、最も非線型性の影響が強く現れている D3 の第三モードの非線型発展においても、検証時刻に検証領域内で顕著なエネルギー発達を示すというアンサンブル特異ベクトルの性質は保たれていた。また、D3 の第三モード以外の解像度やモードに対する非線型実験も、検証時刻には検証領域内で顕著なエネルギーピークを示しており（図略）、非線型性の影響が強く現れていても摂動自体は線型推定よりも大きく発達する。これは一事例の結果ではあるが、アンサンブル特異ベクトルが注目するメソスケールの現象の発達に関する初期摂動を特定できることを示唆しており、メソスケール擾乱に対するアンサンブル特異ベクトルの有用性を支持している。

本研究では検証時刻を 15 時間後とした。これは最も高い解像度において非線型性の影響が 6 時間以内に現れることを考えると長い。傾圧不安定擾乱が発達する典型的な時間スケール (2–3 日) から考えると短い。実際に検証時刻に全ての解像度で、EnSV と同等または EnSV を上回る摂動の発達が非線型実験で得られた。しかし高解像度モデルでは摂動の成長の飽和が早いため、より検証時刻を伸ばすと EnSV によって推定される成長と同等の発達を示すことは難しいと考えられる。この検証時刻の限界はアンサンブルの性質や対象とする擾乱の性質の影響を強く受けると考えられる。今回対象とした MCS は総観規模の擾乱の影響が大きい事例であった (第 2 章) が、より局所的な不安定が発達に関与する擾乱に対しては、今回の事例よりも非線型性の影響が強まり、検証時刻の限界が短くなると推測される。より包括的に調べるためには、性質の異なるメソスケール擾乱を対象に、様々な特徴を持つアンサンブル予測データで検証する必要がある。

ここまでの章において、MCS の予測可能性に影響を及ぼす要因について解析してきた。次章からは MCS の予測精度を向上させるための改善点をデータ同化の観点から考察するために、アンサンブルデータ同化実験を行う。



第 4 章

梅雨前線帯のメソ対流系の予測に対する集中観測の効果

本章では、第 2 章と第 3 章で議論してきた 2022 年 6 月の梅雨前線帯の MCS の予測可能性に基づき、MCS の再現性に対する集中観測の影響を調べるアンサンブル同化実験を行う。第 4.1 節で本研究で構築した領域アンサンブル同化システムについて述べる。第 4.2 節では同化期間全体で集中観測が及ぼすインパクトについて、アンサンブルスプレッドの変化をもとに議論する。第 4.3 節では MCS の再現性に対する集中観測の影響を、第 2.3 節の結果と照らし合わせながら調べる。第 4.4 節では同化実験の結果と船舶観測を比較し、2 つの MCS の再現性に違いをもたらした原因について考察する。最後に第 4.5 節で本章の結果をまとめる。なお、第 2 章で用いた大気モデルと比較対象とするデータ、解析手法を本章でも用いる。

4.1 同化システムの構成と使用した観測

表 4.1: 同化実験の計算領域の設定.

|                    | D2b                     | D3b                     |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|
| 東西格子点数             | 145                     | 193                     |
| 南北格子点数             | 145                     | 145                     |
| 東西格子幅              | 9.0 km                  | 3.0 km                  |
| 南北格子幅              | 9.0 km                  | 3.0 km                  |
| 東西範囲               | 東経 118.48° – 東経 134.96° | 東経 124.79° – 東経 132.12° |
| 南北範囲               | 北緯 21.97° – 北緯 36.30°   | 北緯 29.16° – 北緯 33.84°   |
| 鉛直層数 ( $\sigma$ 面) | 42                      | 42                      |
| 支配方程式系             | 非静力学                    | 非静力学                    |

本章でも第 2 章と同様に、27 km（静力学）、9 km（非静力学）、3 km（非静力学）の 3 段階のネスティングを行うが、27 km の領域は親モデルである GFS と水平解像度が同等であり、

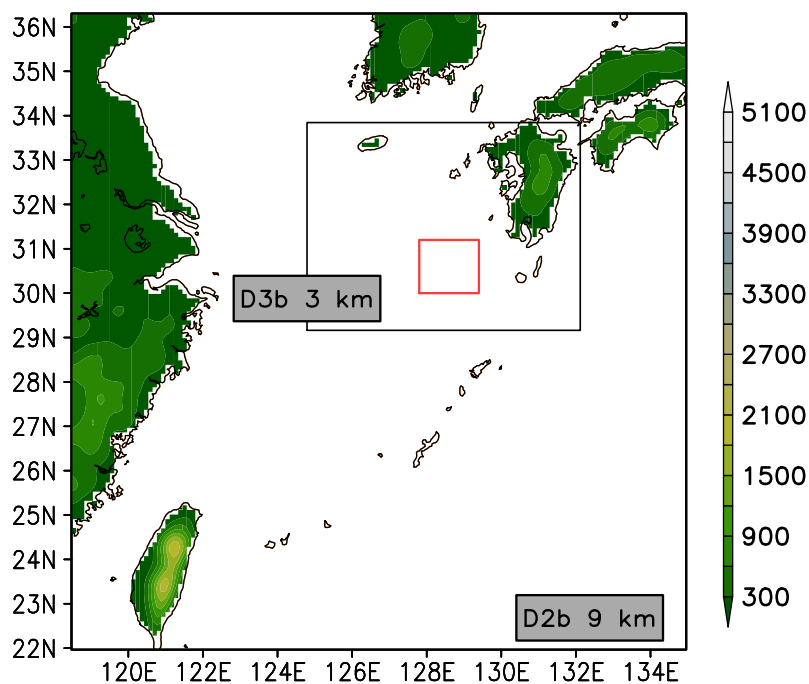


図 4.1: 同化実験の計算領域 (D2b, D3b) とモデルの標高 [m]. 赤い矩形は 3 隻による集中観測域を示す.

本研究よりも多くの種別の観測を利用している GFS に対する改善が期待できないため、D1 では同化を行わない。D1 のアンサンブル予測は第 2 章と同様に成長モード育成法を利用して行う。また集中観測域の周辺の変化に着目するため、第 2 章よりも内側領域を狭く取る (図 4.1, 表 4.1)。前章までの D2, D3 と区別するために、同化実験で用いる内側領域を D2b, D3b と呼ぶ。

本研究では NCEP MSM と最尤法アンサンブルフィルタ (Maximum Likelihood Ensemble Filter, MLEF, Zupanski 2005) を組み合わせたアンサンブル解析・予測システムを構築した。MLEF は第 5 章でも用いるアンサンブル変分法的一种であり、アンサンブル平均ではなく独立のコントロールメンバーに対して解析を行う。アンサンブルメンバー数は第 2 章と同様に 40 + コントロールメンバーとする。アンサンブル同化は予報モデルの状態変数次元よりもアンサンブル数が非常に少ない場合、サンプリング誤差により解析精度に悪影響を及ぼす可能性があることが知られている。本研究のアンサンブルサイズも NCEP MSM の状態変数次元 ( $O(10^6)$ ) と比べてはるかに小さいため、サンプリング誤差を防ぐための局所化手法が必要となる。そこで Yokota et al. (2016a) の観測空間局所化を MLEF に導入した。観測空間局所化の局所化半径は、水平に 100 (D2b) または 50 (D3b) km, 鉛直に  $0.4 \ln p$  とする。また予報誤差分散の過小評価を防ぐための共分散膨張として、予報と解析のアンサンブル摂動を 8 対 2 の割合で混ぜる摂動緩和法 (Zhang et al. 2004) を用いる。コスト関数の数値最適化には、Enomoto and Nakashita (2024) で有効性が示されたニュートン法を用いている。ただし後述する観測変数と予測変数との間の関係は気温と仮温度を除き線型であり、コスト関数は二次形式とみなすことができるため、最適化の反復は 1 回のみとする。降下方向へのステップ幅



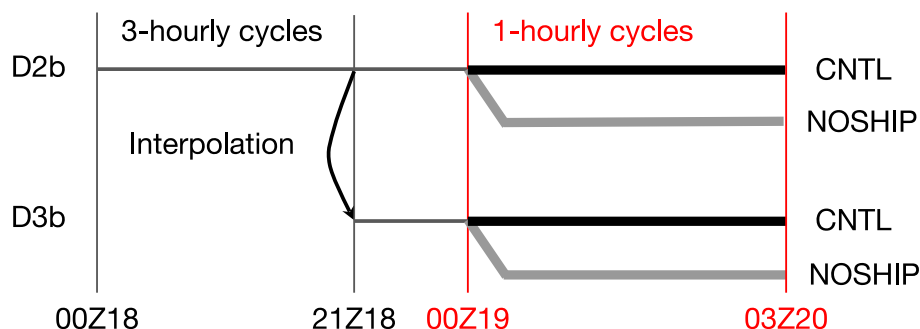


図 4.2: 同化サイクルの概念図.

は Nocedal and Wright (2006) に基づき、反復的に探索する．なお、計算領域全体で大域的に定義された二次のコスト関数に対して局所的に最適化を行う (Yokota et al. 2016a) ため、ニュートン法を利用する場合でも最適化は 1 回の反復で収束しないが、本研究の設定では最適化の反復回数を増やしても同化結果に大きな変化は見られなかった．

同化する観測は NCEP PREPBUFR に格納されている従来型観測のうち、地上定点観測（地表気圧）、船舶・ブイ（地表気圧、東西・南北風速）、高層観測（東西・南北風速、気温、比湿）を利用した．3 隻による集中観測（図 2.5）は高層観測として PREPBUFR に格納されている．同化サイクルは D2b で 18 日 0000 UTC、D3b で 18 日 2100 UTC に開始し、集中観測が始まる 19 日 0000 UTC まで 3 時間ごとのサイクルで行う．19 日 0000 UTC から 20 日 0300 UTC（集中観測は 0200 UTC に終了）までは集中観測の周期に合わせて 1 時間ごとのサイクルに変更し、上述した全ての観測を同化するコントロール実験（CNTL）と 3 隻による集中観測を取り除いた実験（NOSHIP）を行う（図 4.2）．同化ウィンドウは解析時刻の前後 30 分とし、観測は全て解析時刻に得られたものとして同化する．なお、観測の同化による更新は陸面の予測値及び海面水温には適用しない．そのため第 2 章のアンサンブル予測実験と同様に、CNTL と NOSHIP の海面水温（GFS の 19 日 0000 UTC の解析値から取得）は観測に対して低温バイアスを持っている（図 2.5）．

## 4.2 集中観測全体の同化インパクト

まず、同化実験全体における集中観測のインパクトを、アンサンブルスプレッドを用いて比較する．図 4.3 に D2b で水平方向に平均したアンサンブルスプレッドの差（CNTL–NOSHIP）の時系列を予報要素（東西・南北風速、気温、比湿）ごとに示す．青色の層は CNTL の方が NOSHIP よりもスプレッドが小さい、すなわち集中観測の影響で不確実性が減少したことを示している．0400–0600 UTC に東西風速（図 4.3a）と気温（図 4.3c）の最下層付近でスプレッドの減少が大きい層が見られるが、これは最初の MCS の通過に伴い、急激な気温の降下と風向の変化を観測したためと考えられる．どの要素も集中観測の影響がサイクルとともに蓄積され、1200 UTC 以降により大きく不確実性が減少している．要素ごとに比較すると、水平風（図 4.3a, b）は 1500 UTC 以降に 850 hPa 以上の下層で一様なスプレッドの減少が見られるのに対し、気温（図 4.3c）のスプレッド変化は小さく、最下層付近でのみ顕著な変化を示

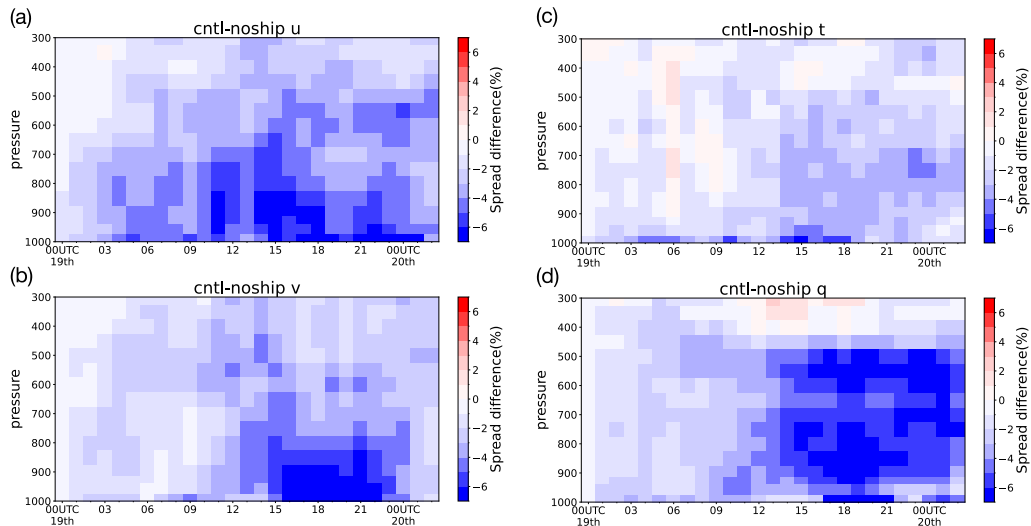


図 4.3: D2b で領域平均した解析アンサンブルスプレッドの差 (CNTL – NOSHIP, %) の時間 – 高度断面. (a) 東西風速, (b) 南北風速, (c) 気温, (d) 比湿を示す.

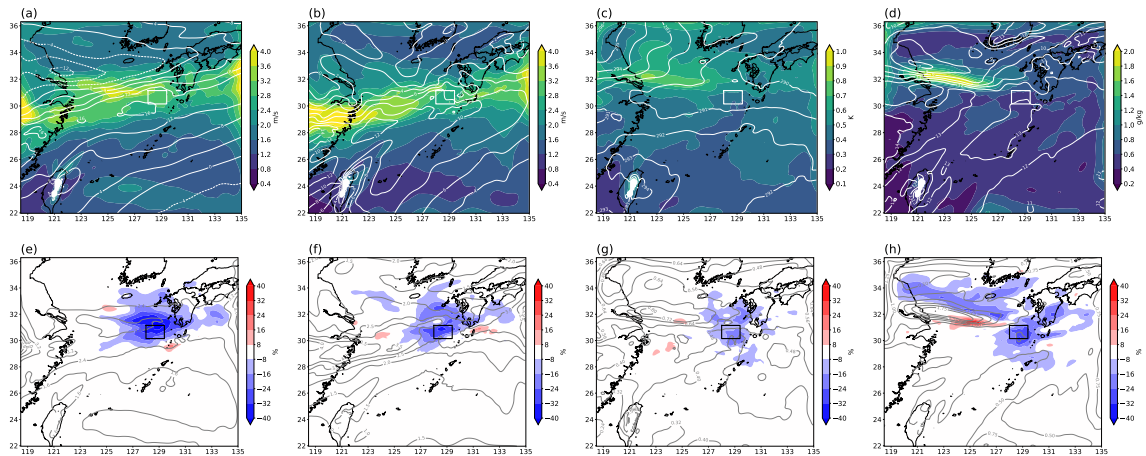


図 4.4: (a–d) 19 日 0000 UTC から 20 日 0300 UTC で平均した D2b の CNTL における 850 hPa 面の解析アンサンブルスプレッド. (a) 東西風速, (b) 南北風速, (c) 気温, (d) 比湿を示す. 白の等値線は各変数のアンサンブル平均の場を表す. (e–h) (a–d) と同様、ただし CNTL–NOSHIP (%) を表す. 灰色の等値線は CNTL のアンサンブルスプレッドを表す. 太い白 (a–d) または黒 (e–h) の矩形は集中観測域を示す.

している. また比湿 (図 4.3d) は変化が大きく、かつ対流圏中層まで広がっている. 全体として、集中観測によるスプレッドの減少率は対流圏下層で大きく、水蒸気へのインパクトが大きいことがわかる. ただし、この対流圏下層での大きなインパクトは、観測打ち切り時刻が早いために、対流圏上層よりも下層の方が観測数が多い (c.f. 図 2.6) ことも影響していると考えられる.

図 4.4a–d に 19 日 0000 UTC 以降の同化サイクル期間全体で平均した CNTL のスプレッドの空間分布を示す. ここではスプレッドの変化が大きい 850 hPa 面に着目する. 風速 (図 4.4a,

b) は東経 125°–127°, 北緯 31° 付近と東経 119°–121°, 北緯 28°–30° 付近に極大を示している。これらの極大域は大陸から長江河口付近を通して東西に伸びる下層トラフ（北緯 30° 付近, 図 2.8a）のそれぞれ東側と南側にあたり, 水平方向の風速勾配が大きい領域である。前者の極大は東西風速の方が顕著であり, 後者は南北風速の方が顕著である。トラフの東側の極大域はトラフの軸の移動に伴う水平風速シアの位置の不確実性を表しており, トラフの南側の極大域は大陸由来の暖かく湿った空気を運ぶ南風に関する不確実性を表していると考えられる。気温（図 4.4c）と比湿（図 4.4d）のスプレッドはともに, 東シナ海西部の相当温位の南北勾配の大きい領域（東経 121°–126°, 北緯 32° 付近）に沿って極大を取っている。この相当温位勾配は梅雨前線帯を表しており, 前線の位置の不確実性を表現していると考えられる。

次に, 850 hPa 面での CNTL と NOSHIP のスプレッド差を図 4.4e–h に示す。比湿（図 4.4h）以外の要素のスプレッドの変化は, 観測域周辺とその下流（北東）側に集中している。東西風（図 4.4e）のスプレッドの減少はその他の変数よりも大きく, 下層トラフの軸に沿って東西に伸びている。南北風（図 4.4f）, 気温（図 4.4g）, 比湿（図 4.4h）のスプレッドの減少はともに観測域の南西側でピークを取っており, 南西側からの暖かく湿った空気の流入と対応している。比湿のスプレッドの変化は他の変数と比較して影響範囲が広く, 特にスプレッドが極大を示す相当温位勾配の極大域を挟んで北側で減少, 南側で増大している。この変化はスプレッドの振幅の変化ではなく, CNTL のスプレッドが極大を示す位置が NOSHIP よりも南にシフトしていることを示している。すなわち, 集中観測の同化により, CNTL のアンサンブルにおける東シナ海西部の梅雨前線帯の平均位置が, NOSHIP のアンサンブルと比較して南側にシフトしたことを示唆している。同じ位置での気温のスプレッドの変化は比湿の変化と比較して顕著ではなく, 西側の梅雨前線帯が水蒸気勾配で特徴付けられることと整合的である。しかしこの前線に沿ったシグナルは集中観測域からは離れており, サンプルング誤差の影響を受けている可能性がある。本研究ではすべての変数で同じ局所化半径を用いているが, 水蒸気関連量の実際の影響範囲はその他の変数と比べて短いことが指摘されている (Destouches et al. 2021) ため, 変数ごとに異なる局所化半径を用いる (Wang and Wang 2023) ことが有用かもしれない。

## 4.3 メソ対流系の再現性に与える影響

本節では, MCS の再現性を CNTL と NOSHIP で比較し, 集中観測が MCS の再現性に与えた影響について考察する。

### 4.3.1 メソ対流系の表現の比較

図 4.5a に集中観測域で平均した 1 時間積算降水量の時系列を示す。第 2.2 節でも示したように, 合成レーダーでは集中観測期間に 2 回の降水ピーク（19 日 0400 UTC と 1900 UTC）が捉えられている。最初のピークは観測域を通過したメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環に伴う MCS によるものであり, 二つ目のピークは観測域の南側で断続的に発生した対流セルが集まって発達した MCS に起因する。最初のピークに関しては, 0300 UTC まで CNTL と NOSHIP ともに降水量を過小評価している。CNTL は 0400 UTC に摂動なし解析とメンバーの降水量がと

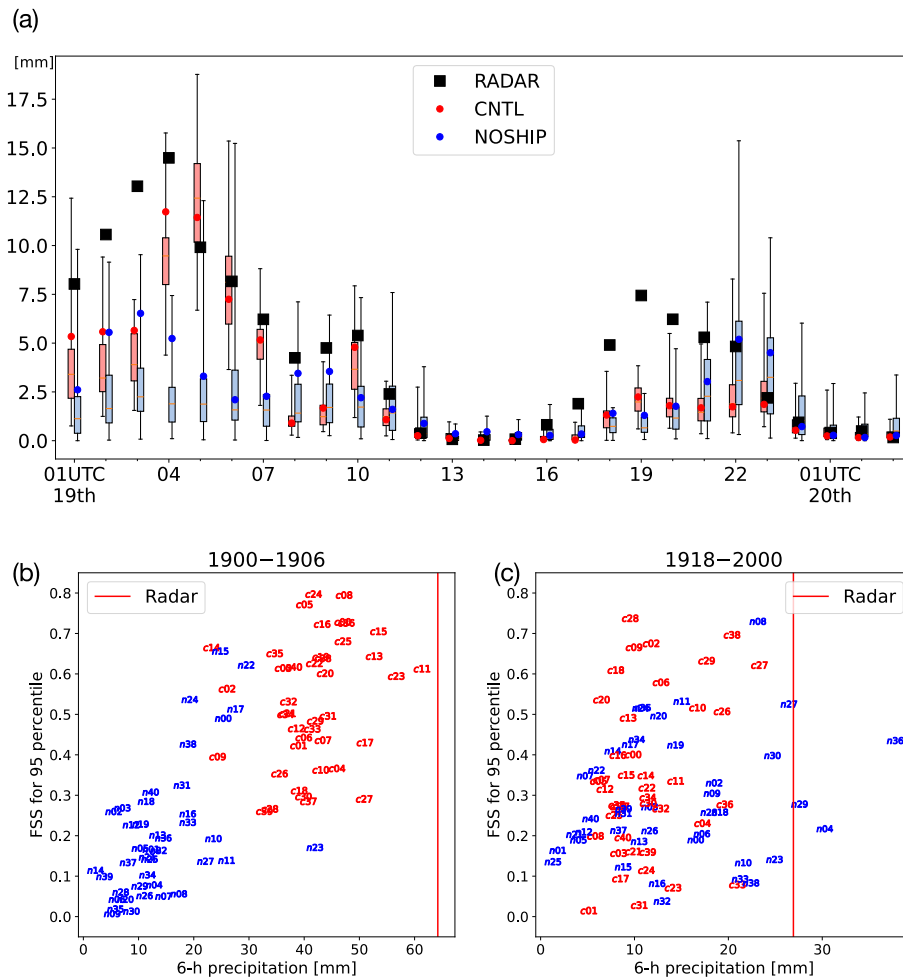


図 4.5: (a) D3b の摂動なし解析 (丸印) とメンバー (箱ひげ) の 1 時間予測における, 集中観測域で平均した 1 時間積算降水量 [mm]. 横軸は予報時刻を UTC で示す. 赤は CNTL, 青は NOSHIP を表し, 黒の四角形は気象庁合成レーダーを表す. (b, c) 図 2.9b, c と同様, ただし D3b の CNTL (赤) と NOSHIP (青) の連続する 6 サイクルの 1 時間予測から計算した FSS と 6 時間降水量.

もに急増し, 0500 UTC 以降は摂動なし解析が合成レーダーに近い降水量を表現し, 75 % 以上のメンバーが観測よりも多い降水量を表現している. 一方 NOSHIP では, 一部のメンバーが 0500 UTC 以降の強い降水を捉えているものの, 全体的に過小評価傾向を持っている. これは集中観測が最初の MCS の再現性の改善に寄与していることを意味している. 二つ目のピークに関しては, CNTL の NOSHIP はともに強い降水を捉えられていない. NOSHIP では 2100-2300 UTC に降水量の増加が見られるが, これは実際には存在しなかったメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環が発達したためであり, 1900 UTC の線状の降水帯 (図 2.10d) に伴う降水ピークとは対応しない. すなわち CNTL と NOSHIP はともに二つ目の MCS を再現できず, 2 つの MCS に対する集中観測の効果の現れ方に違いがあることがわかる. 2 つの MCS に対する集中観測の効果の違いは FSS で見ても明らかである (図 4.5b, c). 最初の MCS (図 4.5b) に対しては, 集中観測の同化により量と空間パターンの両方で現実的な降水の再現性が向上して

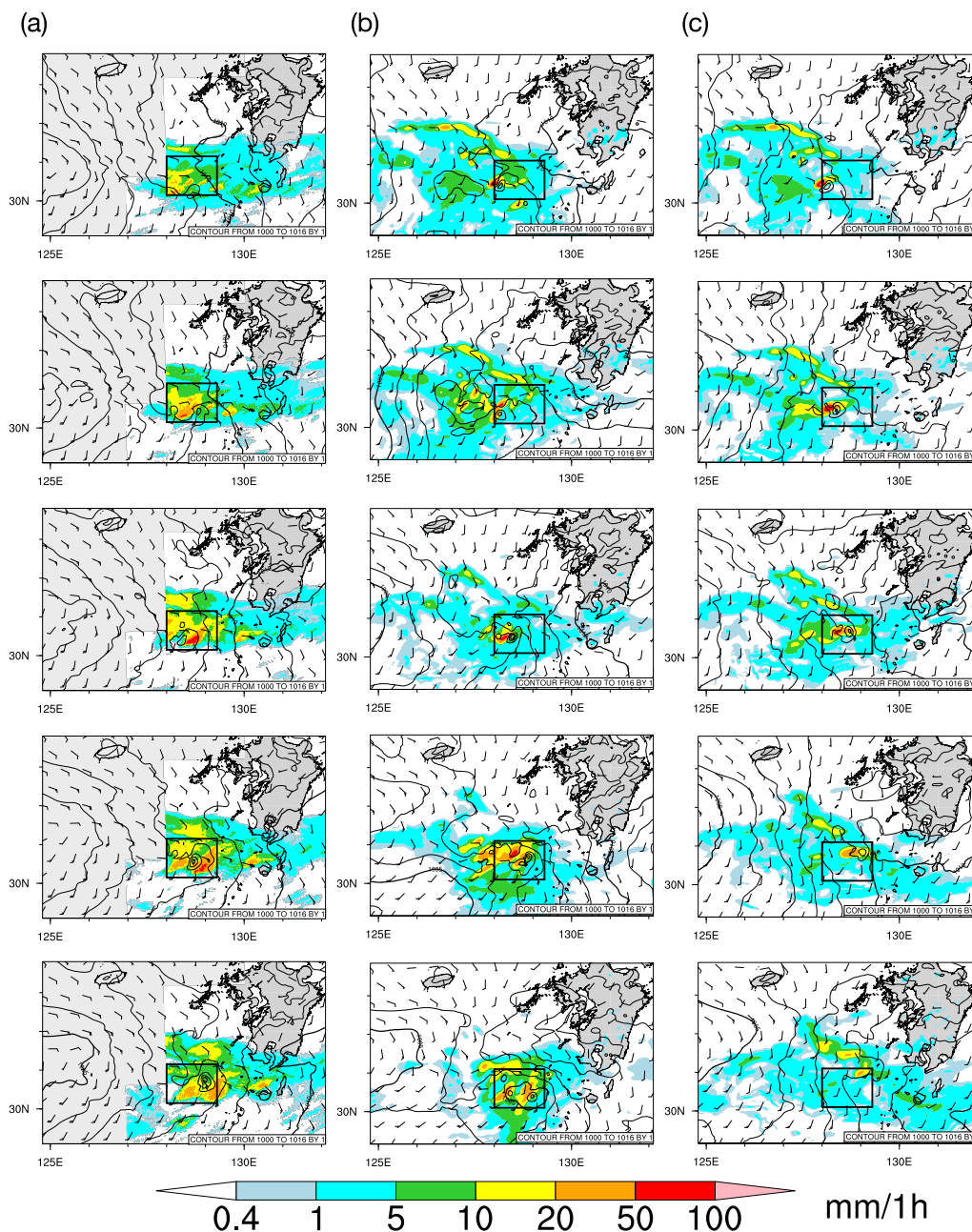


図 4.6: 図 2.10 と同様、ただし 19 日 0100–0500 UTC. (a) 気象庁メソ解析と合成レーダー、D3b の (b) CNTL と (c) NOSHIP の摂動なし解析からの 1 時間予測.

いることがわかる. 一方で二つ目の MCS (図 4.5c) に対しては, アンサンブル予測 (図 2.9c) と比べると従来型観測の同化により降水分布や降水量の表現が改善しているが, 集中観測の同化は降水の再現性にほとんど違いをもたらさないことがわかる.

ここからは, CNTL と NOSHIP の間での最初の MCS の再現性の違いを詳細に見ていく. 図 4.6 は 19 日 0100 UTC から 0500 UTC までの 1 時間積算降水量と海面気圧, 地上風を, 合成レーダーと JMA-MA, CNTL, NOSHIP で比較している. CNTL と NOSHIP はともに 0100 UTC から 0300 UTC にかけて観測域の西端で小規模な低気圧が発達し, 低気圧近傍で



局所的に強い降水がもたらされることを示している。しかし、観測域で平均した降水量で見ると(図 4.5), 合成レーダーが捉えている広がった降水分布と比べて CNTL と NOSHIP はともに過小評価となっている。さらに, 0300 UTC において CNTL と NOSHIP が表現する低気圧は, 位置は JMA-MA の表現する低気圧とよく対応するものの, 一番外側の閉じた等圧線の半径は小さい(約 30 km と 100 km)。この時刻までは CNTL と NOSHIP の間の差は不明瞭であるが, NOSHIP は JMA-MA よりも低気圧の東進をわずかに速めている。観測域を MCS が通過した 0300 UTC 以降では, CNTL が低気圧の表現において NOSHIP よりも大きく改善し, 南西から北東に伸びる対流システムと, 発達したメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環に伴う水平風シアの強化を表現している。一方で NOSHIP の低気圧は 0400 UTC 以降減衰している。

CNTL と NOSHIP の間での最初の MCS の表現の違いは, 深い対流の発達度合いでも明らかである。図 4.7 にひまわり 8 号の AHI チャンネル 13 で観測された輝度温度と MSM の 1 時間予測からのシミュレーション値の比較を示す。MSM の 1 時間予測値における輝度温度は RTTOV 高速放射伝達モデルバージョン 13 (Saunders et al. 2018) による放射シミュレータを利用して計算した。0100 UTC に観測域の西側(上流)に位置する対流システムは発達しながら東に進み, 観測域の南側に存在する小さな対流システムと結合して東西に伸びる MCS に発達する(図 4.7a)。MSM による予測値は全体的に雲頂高度を浅く(輝度温度を高く)表現しているが, CNTL では 0400 UTC におよそ 210 K に到達する雲頂の輝度温度を持つ深い対流雲が発達しており(図 4.7b), 観測された対流とよく対応している。一方で NOSHIP は深い対流を表現できていない(図 4.7c)。NOSHIP と比較した CNTL の対流表現の改善は観測域の下流(東側)に集中しており, 図 4.4 に示すスプレッドの減少域と整合的である。

集中観測の同化は摂動なし解析だけでなく, アンサンブルメンバーの MCS の再現性も改善する。図 4.8 はアンサンブルメンバーが深い対流を予測した割合を示す。ここで深い対流は輝度温度が 215 K (図 4.8 の白線)を下回ることとして定義し, 全体のアンサンブル数に対してこの条件を満たすメンバー数の割合を陰影で示している。サイクル初期では CNTL と NOSHIP はともにほとんどのメンバーが上流の対流システムを表現できず, 0300 UTC までは MCS の再現精度が低い。しかし, おおよそ 3 分の 1 の CNTL メンバーは 0300 UTC に観測域近傍(東経 129°, 北緯 30.5° 付近)で深い対流を表現している(図 4.8a)。一方で NOSHIP のメンバーは依然として観測された深い対流を表現できていない。その後同化サイクルが進むにつれて, 深い対流を表現する CNTL のメンバー数は急増し, 0500 UTC には 80% 以上のメンバーが観測域の東側(東経 129°–130°, 北緯 30.5°–31.5°)の深い対流を観測とほぼ同じ位置に再現している。これは集中観測の同化が MCS を正確に表現できるメンバー数の増加に寄与したことを示している。

#### 4.3.2 最初のメソ対流系の再現性に違いをもたらした要因

次に, 2 つの実験間で最初の MCS の表現に違いをもたらした要因を検討する。図 4.9 に最初の同化サイクルにおける D2b での CNTL と NOSHIP の差, すなわち 19 日 0000 UTC における船舶観測がもたらしたインクリメントを示す。対流圏下層における水平風のインクリメン

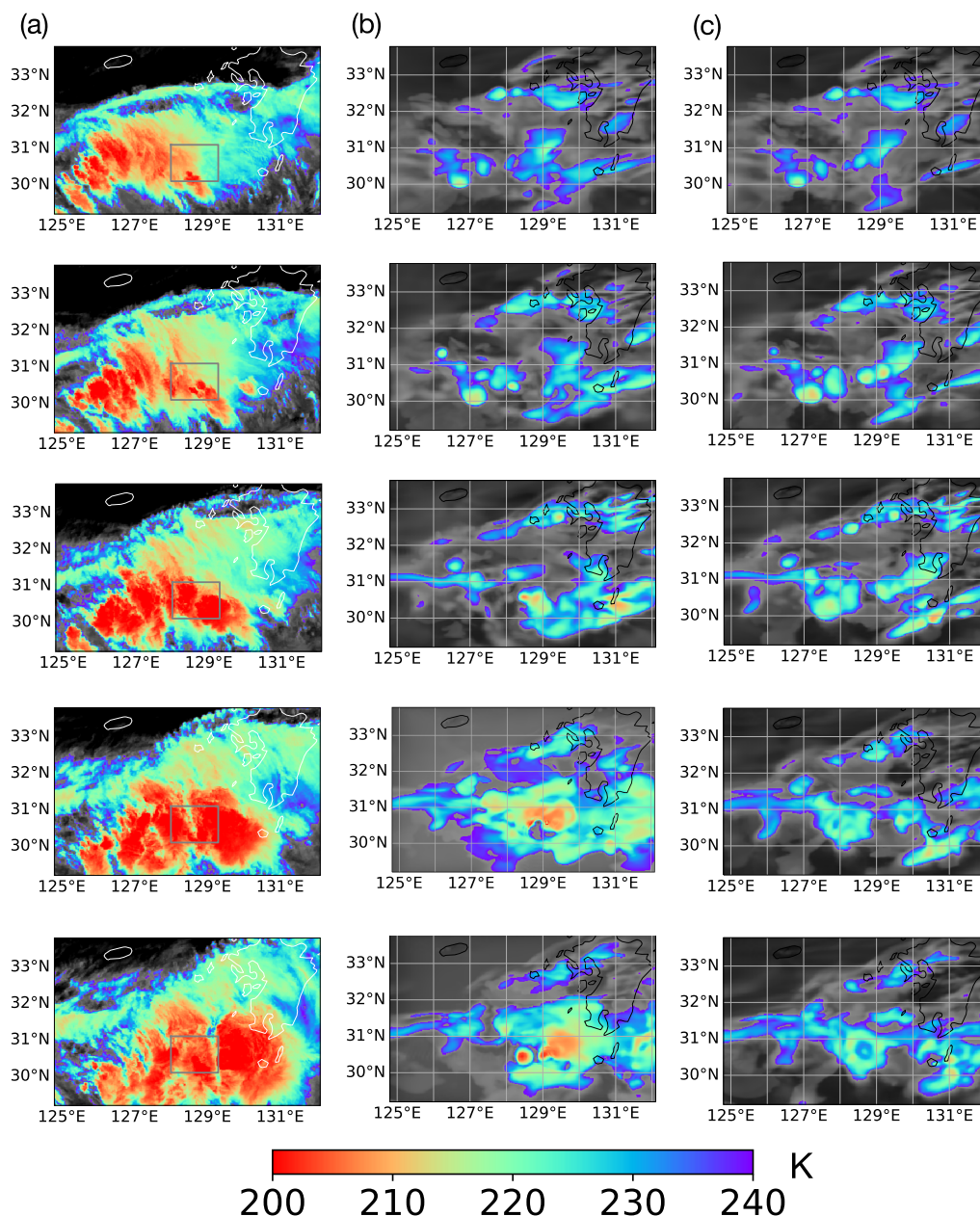


図 4.7: 19 日 0100–0500 UTC での雲頂輝度温度 (BT, K) の比較. (a) ひまわり 8 号の AHI チャンネル 13 による観測, D3b の (b) CNTL と (c) NOSHIP の摂動なし解析からの 1 時間予測から放射シミュレータ (Saunders et al. 2018) で計算した BT.

ト (図 4.9a) は観測域の南側で南風, 観測域内とその北側で東風成分を強めている. この東風は前線帯における水平風速シア (図 2.11d) を強化する役割を果たす. インクリメントの風向は低気圧性の水平シアを示し, 観測域の西側で収束している. これは観測域の西側で上昇流を励起するため, 上流での対流の発生と整合的である. 図 4.9b, c には, 気温と比湿に対するインクリメントの南北および東西断面を示す. どちらの要素に対するインクリメントも東西よりも南北方向により大きな変動を示している. 気温のインクリメントは前線面 (北緯 29°–30°)

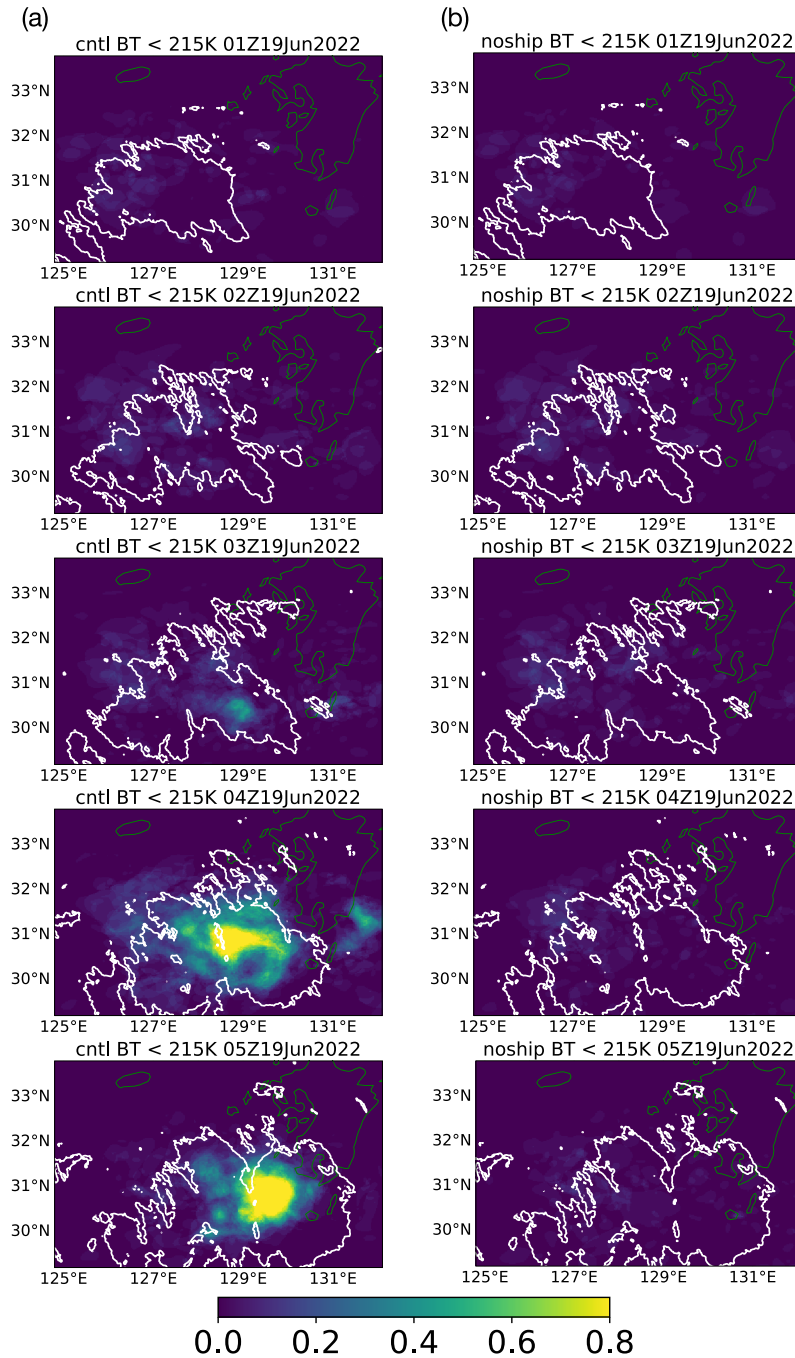


図 4.8: D3b の (a) CNTL と (b) NOSHIP における 19 日 0100–0500 UTC の BT のアンサンブル確率予測. 色は 215 K より低い BT を示すメンバー数の全体のアンサンブル数に対する割合を示す. 白の等値線は観測された BT=215 K の線を表す.

を挟んで南に正、北に負の双極子構造をとっており、前線帯の南北温度勾配を強化している. 比湿のインクリメントは前線帯の 850 hPa 以下を湿らせて、MAUL の形成を促進している. したがって、CNTL において MCS の発達には遅れるものの、船舶観測は最初のサイクルから MCS の発達に適した環境場を作るのに寄与していたことが示唆される.



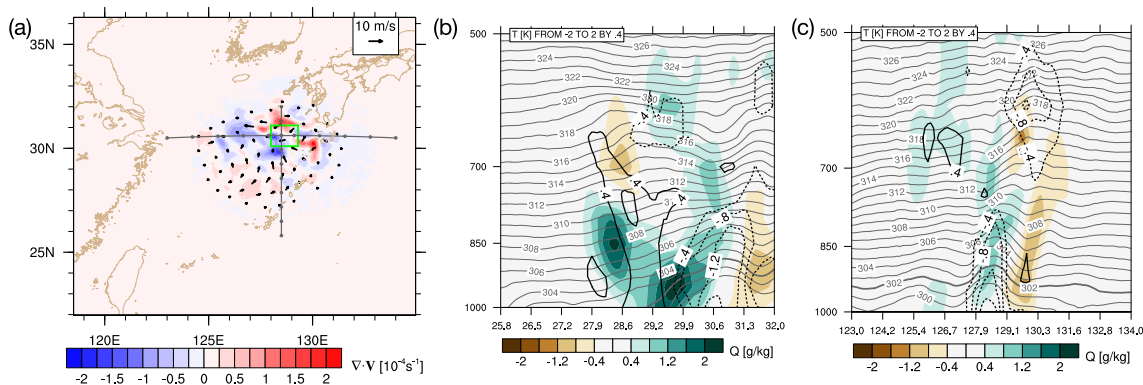


図 4.9: 19 日 0000 UTC (最初の同化サイクル) における D2b の CNTL と NOSHIP のインクリメントの差. (a) 950 hPa 面の水平風 (矢印, スケールは図の右上) と散発 (色,  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). (b, c) (a) に示す線の位置での気温 (等値線, K, 負値は破線) と比湿 (色,  $\text{g kg}^{-1}$ ) の (b) 南北, (c) 東西断面. 灰等値線は CNTL 解析の仮温位 (K) を表す.

集中観測による場の修正は, CNTL と NOSHIP の表現に明確な違いが現れる直前の 0300 UTC において, 環境場の表現に明確な違いをもたらす. 図 4.10a, b は D2b の CNTL と NOSHIP のアンサンブル平均における可降水量と鉛直積算水蒸気フラックスの分布を示す. CNTL (図 4.10a) は南西と南からの水蒸気フラックスの収束によって, 観測域とその西側にもたらされる多量の可降水量を再現し, JMA-MA (図 2.4b) に近い湿潤な環境場を形成している. 一方で NOSHIP (図 4.10b) は観測域上空から西に伸びる可降水量を全体的に過小評価している.

観測域を通る南北断面 (図 4.11, 断面の位置は図 2.11 と同じ) で見ると, CNTL (図 4.11a) が北緯  $30^\circ$  付近の急峻な相当温位の南北勾配を表現しており, その直上に多量の可降水量による湿潤化によって深い MAUL が形成されていることがわかる. NOSHIP (図 4.11c) は前線帯の相当温位勾配が小さく, 第 2 章の摂動なしランと同様に MAUL の位置が北偏し, 浅くなっている. この前線帯の構造の差異は 図 4.9 で示したインクリメントの構造と整合的である. CNTL は前線帯に吹き込む地上付近の南風と MAUL の下での水平風の収束もよく再現している (図 4.11b) が, NOSHIP では地上付近の南風が弱く (図 4.11d), 境界層内は JMA-MA と比較して冷たく乾燥している (図 4.11c). これらの比較から, 集中観測の同化は大気の前線構造の表現を改善することで, 最初の MCS の再現性の向上に寄与したことがわかる.

図 4.5 に示すように, 二つ目の MCS の再現に対する集中観測の効果はほとんど現れなかった. 集中観測の同化は CNTL で実況に近い地上付近の南南西の風と下流での対流の発生を再現するのに貢献していたが, 発生した対流は実況よりも早く減衰していた (図略). 第 2 章で議論したように, 二つ目の MCS の発達には黒潮の暖水塊の上での海面エンタルピーフラックスによる境界層の暖湿化が重要な役割を果たしていた (図 2.12) と考えられる. 集中観測は二つ目の MCS の発達時 (2100 UTC) において, 観測域の南側での水蒸気量を増加させる (図 4.10c, d) が, 二つ目の MCS が最盛期を迎える九州南側 (東経  $130^\circ$ , 北緯  $30^\circ$  付近, 図 2.4d, e) での多量の水蒸気量の再現には影響を及ぼさない.

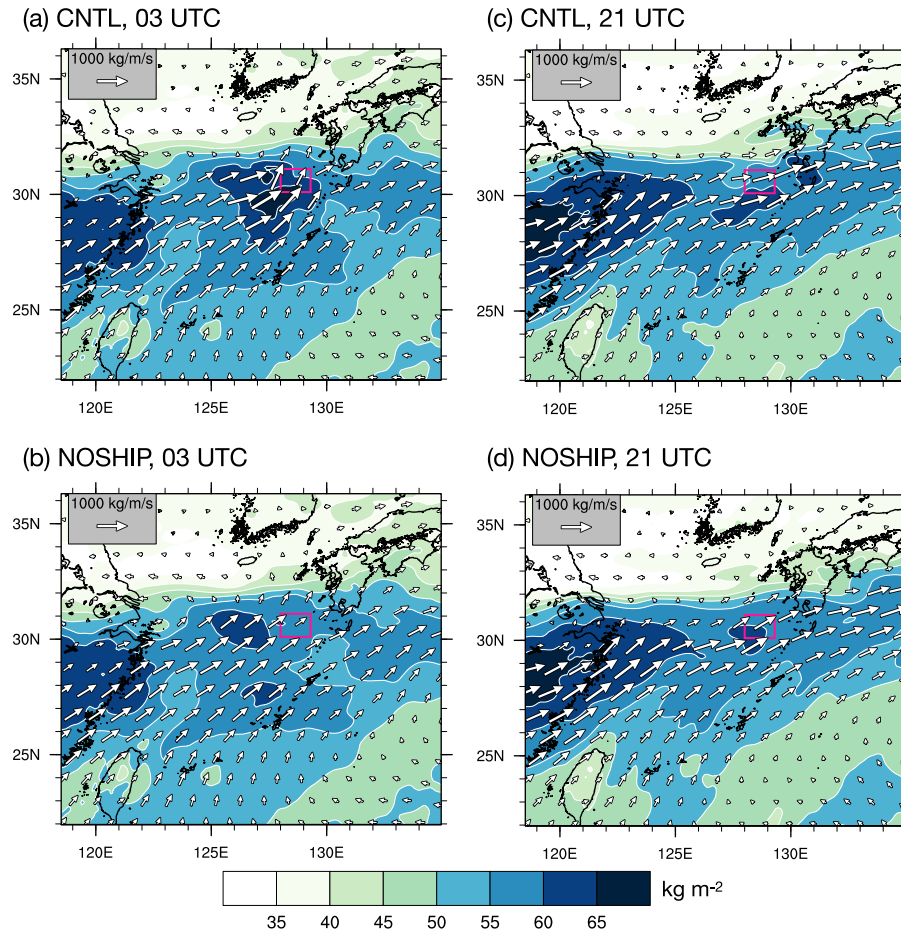


図 4.10: 図 2.4b, e と同様、ただし (a, b) 19 日 0300 UTC (4 サイクル目) と (c, d) 2100 UTC (22 サイクル目) における D2b のアンサンブル平均. (a, c) CNTL, (b, d) NOSHIP.

#### 4.4 船舶観測との比較

前節で示したように、集中観測期間に通過した 2 つの MCS に対する観測の影響には違いが見られた。本節ではこの違いをもたらした要因を船舶観測との比較から考察する。

図 4.12 は、2 つの同化実験の摂動なし解析から取得した、船舶観測の位置での相当温位と水平風の鉛直プロファイルを図 2.6 と同じ形式で示す。CNTL (図 4.12a–c) は最初の MCS 通過時 (0200–0500 UTC) に、観測よりも低い相当温位が  $346 \text{ K}$  を超える温かく湿った層が  $800 \text{ hPa}$  付近まで到達する様子を表現している。また MCS の通過直後の風向の変化は十分に表現されていないが、急激な気温降下は表現されている。NOSHIP (図 4.12d–f) も長崎丸 (図 4.12d) の位置で、前後の時刻と比べて相当温位がわずかに上昇しているが、他の 2 隻の位置では明瞭な相当温位の上昇は見られず、また湿潤層の厚さも観測や CNTL と比べて浅い。そのため NOSHIP では MCS が十分に発達せず、通過時刻の後も相当温位の変化が小さい。二つ目の MCS の通過時 (1800–2100 UTC) には、CNTL はかごしま丸と勢水丸 (図 2.6b, c) が観測した  $925 \text{ hPa}$  以下での相当温位の上昇を再現できていない。一方で NOSHIP は最初の

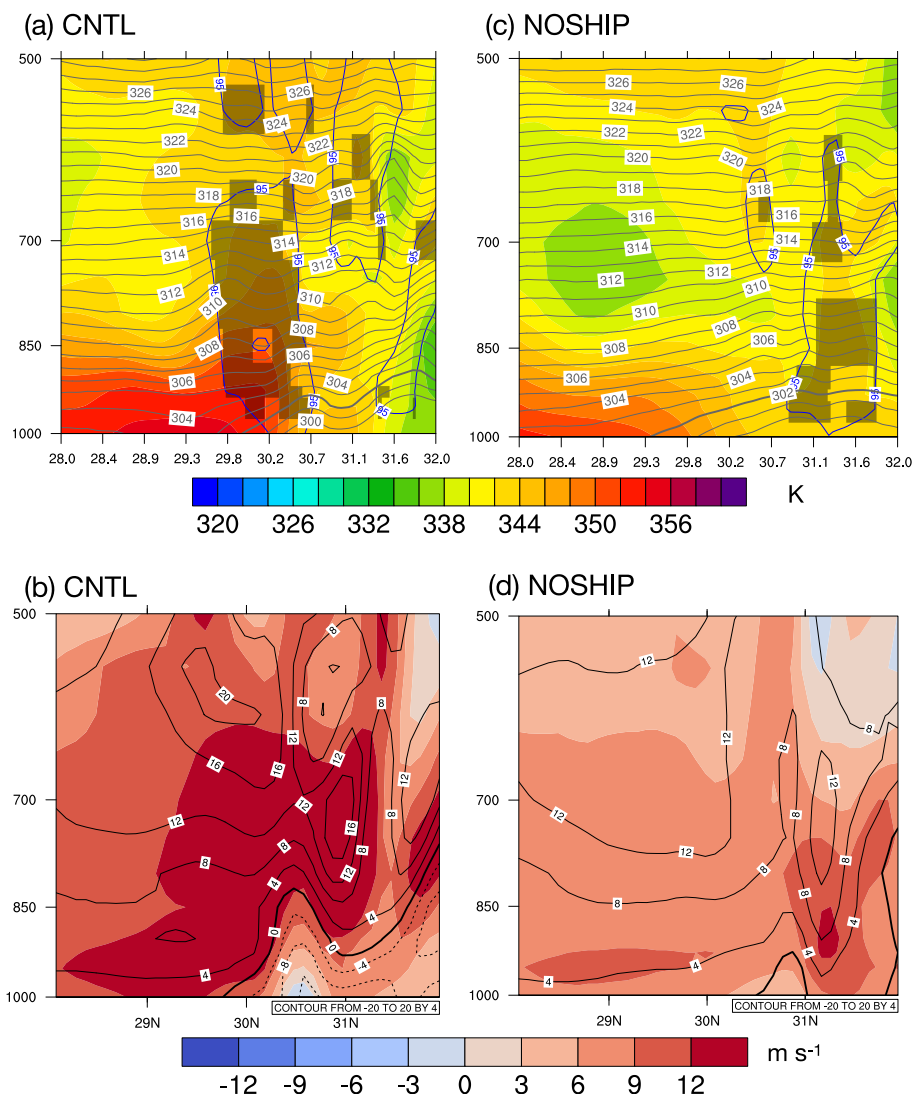


図 4.11: 図 2.11 と同様、ただし 19 日 0300 UTC (4 サイクル目) における D2b のアンサンブル平均. (a, b) CNTL, (c, d) NOSHIP.

MCS が十分に発達しなかったために、二つ目の MCS の通過時にも境界層内の相当温位が高いままであり、偽の降水ピーク (図 4.5a) をもたらす擾乱の発達に寄与した可能性がある。

境界層内の変動をより詳細に調べるために、図 4.13 は図 2.7 と同じ形式で、2 つの同化実験の解析値における地上風速、境界層内の相当温位、海面での飽和相当温位、飽和相当温位と境界層内の相当温位の差、地上付近から持ち上げたパーセルの CAPE を比較する。CNTL の地上風速の変動 (図 4.13a) は観測の風速変動 (図 2.7) と観測期間を通してよく対応し、最初の MCS の通過に伴って風速が増大している。降水量は過小評価しているが、二つ目の MCS の通過時にもかごしま丸と勢水丸に対応した風速の上昇が見られる。NOSHIP (図 4.13b) の風速変化は 2200 UTC 以降の偽の低気圧の発達に伴う風速の増加を除き、観測や CNTL と比較して変動が小さい。CNTL は最初の MCS の通過の直前に、境界層内の暖湿化による CAPE の急増もよく再現しており (図 4.13a)、MCS の発達によって消費されている。一方で NOSHIP

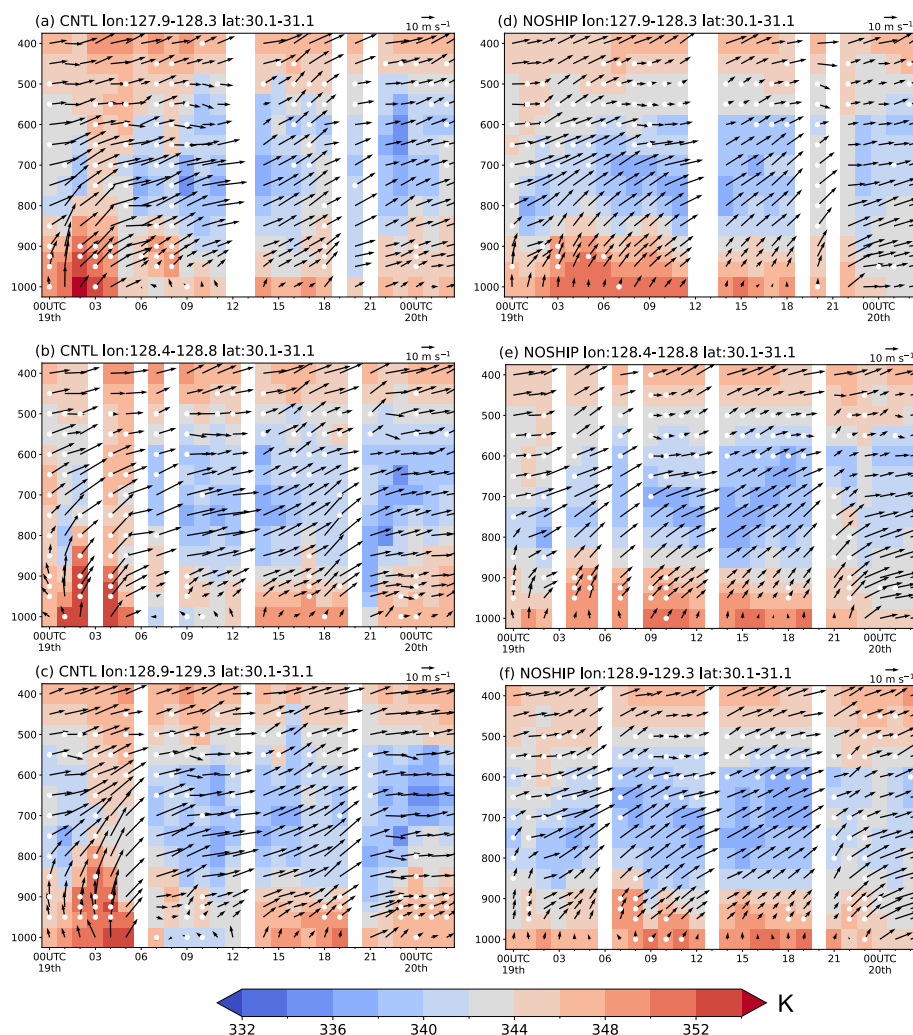


図 4.12: 図 2.6 と同様、ただし D3b の (a-c) CNTL と (d-f) NOSHIP の摂動なし解析の観測位置におけるプロファイル。

における CAPE の増加は CNTL よりも遅く、2100 UTC まで中程度の CAPE ( $\sim 400 \text{ J kg}^{-1}$ ) が維持されている。

風速変動とは対照的に、相当温位の変動には観測と同化実験の間で明らかな差が見られる。図 2.5 に示したように、同化実験が用いる海面水温は観測値よりも低く空間変化が小さいため、海面での飽和相当温位も観測より低く変動が小さい。CNTL と NOSHIP の間にある海面での飽和相当温位の差は、海面気圧の変化だけを反映しているため小さい。境界層内の相当温位の変動は風速の変動とよく対応しているため、CNTL の境界層内の相当温位の変動は最初の擾乱の通過前後には観測とよく対応している。CNTL では境界層内の相当温位が最初の MCS の通過まで増加し、0500–0700 UTC にかけて MCS の通過とともに減少する。この相当温位の減少に伴って、海面での飽和相当温位との差が正となり、差がほぼゼロである NOSHIP よりも海面エンタルピーフラックスの放出に好都合な環境場であることを示している。しかし相当温位の差が極大を示す時刻は MCS の通過時刻よりも後であり、海面水温が低いため通過時



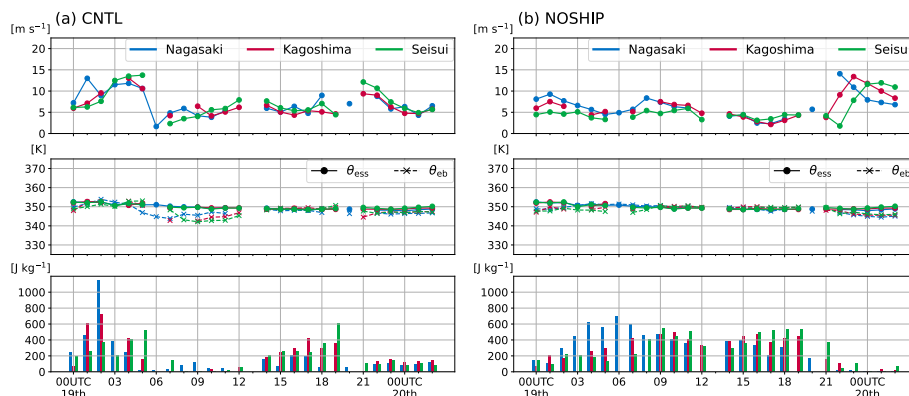


図 4.13: 図 2.7 と同様，ただし D3b の (a–c) CNTL と (d–f) NOSHIP の摂動なし解析の観測位置における時系列。

刻の相当温位差は負となっている．すなわちエンタルピーは大気から海に移動する．したがって，CNTL における MCS の発達に対する海面エンタルピーフラックスの寄与は限定的であり，CNTL と NOSHIP の間での最初の MCS の再現性の違いは，対流圏内の湿潤層と前線帯の再現性の違いがもたらしていたと考えられる．観測期間後半では，同化実験における海面での飽和相当温位と境界層内の飽和相当温位の変動は小さく，どちらの実験でも海面エンタルピーフラックスの放出には適さない環境場となっている．

これらの結果から，同化実験では暖かい海面からの熱と水蒸気の供給の影響を過小評価していたことがわかる．それでも最初の MCS の再現性に船舶観測の同化が大きく寄与したことから，最初の MCS の発達には境界層での局所的な対流調節メカニズムよりも湿潤な自由対流圏の下での大規模な上昇流 (Bryan and Fritsch 2000) の寄与が大きかったことが示唆される．また最初の MCS 通過時の CAPE の増減が CNTL でよく再現されているのは，船舶観測が MCS の直下で観測していたためと考えられる．一方で二つ目の MCS の発達には，環境場と船舶観測 (第 2.2.1 節)，およびアンサンブル予測実験 (第 2.3.3 節) から，境界層へのエンタルピー供給が重要であることが示唆された．しかし船舶が MCS の発達域から北側に離れた位置で観測をしていたことと，海面からの影響を過小評価していたことで，二つ目の MCS の再現性には同化の影響がほとんど現れなかったと考えられる．

## 4.5 まとめと議論

本章では 2022 年 6 月 19 日の MCS の再現性に対する集中観測の影響を調べるために，領域アンサンブル同化実験を行った．集中観測は主に対流圏下層の不確実性を減らす効果を示し，変数別に見ると特に風速と水蒸気のスプレッドの減少率が大きかった．水平分布では観測域の下流側にスプレッドの減少が集中しており，水蒸気のスプレッドの変化は集中観測の同化が上流の梅雨前線帯の位置を変化させることを示唆していた．

集中観測期間中に観測域を通過した 2 つの MCS の再現性に対する集中観測のインパクトには違いがみられた．最初に通過した MCS は第 2 章で示したように，メソ  $\beta$  スケールの低気圧

性循環を伴っており、対流圏中層まで多量の水蒸気が供給されたことで発達した深い MAUL が MCS の発達に寄与していた。この MCS の再現性に対する集中観測のインパクトは MCS 通過直後に顕著に現れた。集中観測を同化した実験では、南西から北東に伸びる現実的な対流セルを伴う、強いメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環を表現していた。一方で、同化しない実験では対応する低気圧性循環が減衰していた。集中観測の同化インパクトはアンサンブルメンバーにも顕著に現れ、75% 以上の CNTL 実験のメンバーが現実に近い深い対流を MCS 通過直後から表現していた。集中観測の同化によるインクリメントは、観測域近傍での水蒸気収束と急峻な前線構造の再現性を改善していた。これらの変化が Manda et al. (2024) で指摘されたように、深い湿潤不安定層の形成による最初の MCS の発達を精度良く表現することに寄与したと考えられる。この観測域近傍の水蒸気収束の重要性は、時刻は異なるが第3章で示された感度とも整合的である。

一方、二つ目の MCS は第2章で議論したように、海面からの熱と水蒸気の供給による境界層の暖湿化が発達に重要であったと考えられる。海面からの熱と水蒸気の供給は海面水温の影響を大きく受けるため、GFS の解析値から取得した低温バイアスを持つ海面水温を利用した本研究の同化実験では、大気の観測だけで境界層内の相当温位の上昇を十分に表現することができず、二つ目の MCS の再現性改善が見られなかった。海面水温が MCS の発達に与える影響を議論するためには、より観測に近い海面水温を利用して実験を行うことが望ましい。しかし梅雨前線下の海面水温は降水の影響を受けるため、衛星搭載のマイクロ波放射計からの観測が難しく、現場観測だけでは梅雨期の東シナ海における正確な海面水温を面的に得ることは難しい。そのため、大気と同様に海面水温の不確実性を考慮したアンサンブル実験を行い、海面水温の不確実性が MCS の再現性に与える影響を定量化することが求められるが、本研究は初期値の不確実性に着目しているため、このような境界条件の不確実性の考慮は取り扱わない。

海面水温の不確実性以外の課題として、集中観測が 19 日 0100–0300 UTC に観測域の上流に位置していた MCS の表現にはほとんど影響を及ぼさなかったために、CNTL で再現された降水ピークが実況よりも遅れたことが挙げられる。同化サイクルの進行による観測の影響の蓄積はもちろん重要な要素ではあるが、上流の MCS の発達を精度良く表現するためには東シナ海西部での水蒸気量を正しく表現することが重要であり、CNTL と NOSHIP (図 4.10a, b) はともに JMA-MA (図 2.4b) と比較してこの上流の水蒸気量を過小評価していた。観測域の上流の水蒸気量は、下層ジェットや亜熱帯高気圧などの大規模な循環の影響を受けると考えられる。このような大規模構造を空間的に局在する観測の同化だけで改善することは難しい。第 1.3 節で議論したように、全球解析は領域解析よりも広い観測網を利用しているため、大規模場の解析精度は領域より全球の方が優れていると考えられる。全球解析の情報を取り入れることで、領域同化における大規模場の構造の再現を改善するためのアンサンブル同化手法の改良について、第5章で取り上げる。

## 第 5 章

# 階層構造を持つ気象擾乱の予測精度 改善に向けたアンサンブルデータ同 化の改良

本章では、第 1.3 節で挙げた課題と第 4 章で見られた上流域の再現性の課題を踏まえて、領域大気モデルが抱える大規模場の誤差の問題を初期値作成の観点から改善するために、流れ依存性を考慮して領域モデルの大規模場を全球モデルに制約する新たな大規模混合 (LSB) 手法を提案する。

表 5.1: 大規模混合手法の比較.

| LSB 手法                             | 混合タイミング | 同化/LSB における<br>流れ依存性 | 文献                                                                                                                        |
|------------------------------------|---------|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 解析 LSB<br>(ALSB)                   | 同化の後    | 可能/なし                | Yang (2005), Caron (2013),<br>Wang et al. (2014b), Wang<br>et al. (2014a), Hsiao et al.<br>(2015), Zhang et al. (2015)    |
| 背景 LSB<br>(BLSB)                   | 同化の前    | 可能/なし                | Bučánek and Brožková (2017),<br>Milan et al. (2023), Gainford<br>et al. (2024)                                            |
| 変分 LSB<br>(nested 3DVar)           | 同化と同時   | なし/なし                | Guidard and Fischer (2008),<br>Dahlgren and Gustafsson<br>(2012), Vendraasco et al.<br>(2016), Keresturi et al.<br>(2019) |
| アンサンブル<br>変分 LSB<br>(nested EnVar) | 同化と同時   | あり/あり                | 本研究                                                                                                                       |

表 5.1 に本研究で提案する新たな LSB 手法と、先行研究で提案されてきた LSB 手法との比較を示す。独立 LSB 手法（解析 LSB と背景 LSB）では、データ同化における流れ依存性の有無は組み合わせる同化手法によるが、LSB において GM の LAM に対する相対的な重みはあらかじめ定められるため、相対的な重みの時間変化は考慮されない。変分 LSB 手法（nested 3DVar）は第 1.3 節で議論したように、解析と同時に混合を行う点が特色であるが、同化手法として静的な誤差共分散に基づく 3DVar を利用し、GM の大規模場の誤差共分散も静的であるため、同化と LSB の双方で流れ依存性は考慮されない。本研究で提案するアンサンブル変分 LSB 手法（nested EnVar）は、変分 LSB 手法をアンサンブル変分法（EnVar）の枠組みに拡張し、GM の大規模場の誤差共分散をアンサンブルから動的に求めることで、同化と LSB の両方で適切に流れ依存性を取り入れることができる。

本研究では LSB のタイミングと LSB 手法に対する流れ依存性が解析に与える影響を調べるために、アンサンブル変分 LSB 手法を背景 LSB 手法および変分 LSB 手法と比較する。先行研究では現実大気の挙動を再現できる高次元モデルで LSB 手法の挙動を調べていることが多いが、本研究では一次元モデルによる理想化した実験において手法間比較を行うことで、変数間相関や地形の影響を含まない LSB 手法そのものの性質を明らかにする。

まず、第 5.1 節で LSB 手法についてレビューするとともに、本研究で提案するアンサンブル変分 LSB 手法の定式化を示す。次に第 5.2 節で LSB 手法を比較する理想化実験のモデルと設定を示す。第 5.3 節では基準実験として GM と同じ観測を同化した場合の結果を示し、観測分布を変えた影響を第 5.4 節で調べる。最後に第 5.5 節で本章の結果をまとめ、提案手法の課題と今後の展望について議論する。

## 5.1 大規模混合手法

本節では、提案するアンサンブル変分 LSB 手法を含む LSB 手法について記述する。まず、Guidard and Fischer (2008, GF08) と Dahlgren and Gustafsson (2012, DG12) によって提案された、GM の情報を加えた定常誤差共分散に基づく変分 LSB 手法を簡単に説明する。次に、本研究で提案する EnVar に基づく拡張を導入する。本節の最後に、変分 LSB 手法と比較する背景 LSB 手法について簡単に説明する。

本節において登場するベクトル空間の定義と表記を以下にまとめる。

- $\mathbb{R}^{N_G}$ :  $N_G$  次元の GM 状態空間;
- $\mathbb{R}^{N_L}$ :  $N_L$  次元の LAM 状態空間;
- $\mathbb{R}^{N_{Ll}}$ :  $N_{Ll}$  次元の低解像度 LAM 状態空間;
- $\mathbb{R}^p$ :  $p$  次元の観測空間;
- $\mathbb{R}^K$ :  $K$  次元のアンサンブル空間

低解像度の LAM の状態空間は、LAM の大規模場のみを GM に制約するために定義する。



### 5.1.1 変分 LSB 手法

GF08 は従来の 3DVar が扱う情報ソース (LAM の背景場  $\mathbf{x}^b$ , 観測  $\mathbf{y}$ ) に加えて, GM 解析  $\mathbf{x}^A$  を用いて定義される新たな情報ソース  $H_1(\mathbf{x}^A)$  を定義した. ここで  $H_1: \mathbb{R}^{N_G} \mapsto \mathbb{R}^{N_{L1}}$  は空間内挿および解像度切断によって GM の状態空間から低解像度 LAM の状態空間へ投影する演算子である. 情報ベクトル

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}^b \\ \mathbf{y} \\ H_1(\mathbf{x}^A) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

に対して, LAM 状態空間で定義される真値  $\mathbf{x}^t$  からのずれを用いて以下の 3 種類の誤差を定義する.

- $\boldsymbol{\varepsilon}^b = \mathbf{x}^b - \mathbf{x}^t$ : LAM の背景誤差;
- $\boldsymbol{\varepsilon}^o = \mathbf{y} - H(\mathbf{x}^t)$ : 観測誤差,  $H: \mathbb{R}^{N_L} \mapsto \mathbb{R}^p$  は観測演算子を表す.
- $\boldsymbol{\varepsilon}^v = H_1(\mathbf{x}^A) - H_2(\mathbf{x}^t)$ : GM 解析の大規模場の誤差,  $H_2: \mathbb{R}^{N_L} \mapsto \mathbb{R}^{N_{L1}}$  は解像度切断によって LAM 状態空間から低解像度 LAM 状態空間へ投影する演算子を表す.

$H_1, H_2$  は, LAM の非周期的な場を変換するために離散コサイン変換 (DCT, Denis et al. 2002) を用いて定義する.

上記の誤差を用いて, 情報ベクトル  $\mathbf{z}$  の誤差共分散行列は以下のように表される.

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} E[\boldsymbol{\varepsilon}^b(\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T] & E[\boldsymbol{\varepsilon}^b(\boldsymbol{\varepsilon}^o)^T] & E[\boldsymbol{\varepsilon}^b(\boldsymbol{\varepsilon}^v)^T] \\ E[\boldsymbol{\varepsilon}^o(\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T] & E[\boldsymbol{\varepsilon}^o(\boldsymbol{\varepsilon}^o)^T] & E[\boldsymbol{\varepsilon}^o(\boldsymbol{\varepsilon}^v)^T] \\ E[\boldsymbol{\varepsilon}^v(\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T] & E[\boldsymbol{\varepsilon}^v(\boldsymbol{\varepsilon}^o)^T] & E[\boldsymbol{\varepsilon}^v(\boldsymbol{\varepsilon}^v)^T] \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

ここで  $E[\mathbf{a}]$  はベクトル  $\mathbf{a}$  の期待値を表す.  $\mathbf{W}$  のブロック対角成分のうち, 1 番目と 2 番目の要素はそれぞれ従来の 3DVar で用いられる背景誤差共分散と観測誤差共分散を表す.

$$\mathbf{B} \equiv E[\boldsymbol{\varepsilon}^b(\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T]$$

$$\mathbf{R} \equiv E[\boldsymbol{\varepsilon}^o(\boldsymbol{\varepsilon}^o)^T]$$

同様に, GM 解析の大規模場の誤差共分散を表す 3 番目の要素を以下のように表記する.

$$\mathbf{V} \equiv E[\boldsymbol{\varepsilon}^v(\boldsymbol{\varepsilon}^v)^T].$$

これらの定義を用いて, GF08 は以下の拡張コスト関数を構築した.

$$J(\boldsymbol{\varsigma}) = \frac{1}{2}(\mathbf{z} - \boldsymbol{\varsigma})^T \mathbf{W}^{-1}(\mathbf{z} - \boldsymbol{\varsigma}) \quad (5.3)$$

ここで  $\boldsymbol{\varsigma}$  は LAM の状態ベクトル  $\mathbf{x}$  に対して定義される制御ベクトル

$$\boldsymbol{\varsigma} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ H(\mathbf{x}) \\ H_2(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

を表す.

コスト関数 (5.3) は背景場  $\mathbf{x}^b$  に対するインクリメント方式に変換することができる。すなわち、変数変換  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^b + \delta\mathbf{x}$  と、情報ベクトルに対するイノベーション

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{d}^o \\ \mathbf{d}^v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b) \\ H_1(\mathbf{x}^A) - H_2(\mathbf{x}^b) \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

を用いて、 $\mathbf{z} - \boldsymbol{\varsigma} = \mathbf{d} - \mathbf{T}\delta\mathbf{x}$  と変換する。行列

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{N_L} \\ \mathbf{H} \\ \mathbf{H}_2 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

は制御変数の変換を定義する。ここで  $\mathbf{H}$  と  $\mathbf{H}_2$  はそれぞれ  $H$  と  $H_2$  の接線型演算子を、 $\mathbf{I}_{N_L}$  は LAM の状態空間  $\mathbb{R}^{N_L}$  における恒等写像を表す。インクリメント  $\delta\mathbf{x}$  を制御変数として、式 (5.3) は以下のように書き換えられる。

$$J(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathbf{T}\delta\mathbf{x})^T \mathbf{W}^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{T}\delta\mathbf{x}) \quad (5.7)$$

GF08 は誤差共分散  $\mathbf{W}$  を簡単にするために、従来の変分法で仮定される誤差のバイアスが無いこと ( $E[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0$ )、背景と観測誤差の相関が無視できること ( $E[\boldsymbol{\varepsilon}^b(\boldsymbol{\varepsilon}^o)^T] = 0$ ) に加えて、GM と LAM の間でも背景と観測誤差の相関が無視できること、解像度切断の演算子  $H_1, H_2$  の内挿誤差が無視できること、GM と LAM の観測誤差の間の相関が無視できることを仮定として置いた (仮定の妥当性に関する説明は GF08 の第 2.2 節を参照)。この仮定により、GM の大規模場の誤差と LAM の観測誤差の間の相関を無視することができる。GM の大規模場の誤差と LAM の背景誤差の間の交差共分散を  $\mathbf{E}^{bv} = E[\boldsymbol{\varepsilon}^b(\boldsymbol{\varepsilon}^v)^T]$  および  $\mathbf{E}^{vb} = E[\boldsymbol{\varepsilon}^v(\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T]$  と表記することで、 $\mathbf{W}$  を以下のように書き換える。

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{E}^{bv} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{E}^{vb} & \mathbf{0} & \mathbf{V} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

理論上は交差共分散  $\mathbf{E}^{bv}, \mathbf{E}^{vb}$  を無視することはできないが、GF08 は誤差統計の調査から、これらの交差共分散が他の誤差共分散と比較して無視できるほど小さいことを経験的に示した。最終的に、誤差共分散  $\mathbf{W}$  は  $\mathbf{B}, \mathbf{R}, \mathbf{V}$  を対角成分に持つブロック対角行列となり、式 (5.7) は従来のコスト関数に新たな項が一つ加わる形となる。

$$J(\delta\mathbf{x}) = J_b(\delta\mathbf{x}) + J_o(\delta\mathbf{x}) + J_v(\delta\mathbf{x}) \quad (5.9)$$

第一項

$$J_b(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\delta\mathbf{x})^T \mathbf{B}^{-1}\delta\mathbf{x} \quad (5.10)$$

は LAM の背景場からのずれを測り、第二項

$$J_o(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{d}^o - \mathbf{H}\delta\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d}^o - \mathbf{H}\delta\mathbf{x}) \quad (5.11)$$

は観測からのずれを測る。新たに加わる第三項

$$J_v(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{d}^v - \mathbf{H}_2\delta\mathbf{x})^T \mathbf{V}^{-1}(\mathbf{d}^v - \mathbf{H}_2\delta\mathbf{x}) \quad (5.12)$$

は GM 解析からのずれを測る。GF08 および Keresturi et al. (2019) ではこの項を  $J_k$  と表記していたが、本節ではアンサンブルメンバーのインデックス  $k$  との混同を防ぐために  $J_v$  と表記する。

DG12 では GF08 と同じ定義および簡略化に従ってコスト関数を構築したが、大規模場の情報を GM 解析  $\mathbf{x}^A$  ではなく短期 (6 時間) 予報  $\mathbf{x}^B$  を用いて定義し、LAM に同化される観測と GM 解析に暗に含まれる同時刻の観測との間の相関を和らげる工夫を施した。本研究でも DG12 の修正を適用し、 $\mathbf{V}$  と  $\mathbf{d}^v$  を GM の短期予報  $\mathbf{x}^B$  を用いて定義し直す。

さらに DG12 はコスト関数 (5.9) の数値最適化を効率的に行うための制御変数変換による前処理を明示的に導入した。制御変数変換は以下で定義される。

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi} \quad (5.13)$$

ここで  $\mathbf{L}^b$  は以下で定義される背景誤差共分散  $\mathbf{B}$  の平方根演算子を表す。

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}^b (\mathbf{L}^b)^T \quad (5.14)$$

式 (5.13) は表記上は行列ベクトル演算であるが、実際には  $\mathbf{L}^b$  は誤差分散を表す対角行列と、空間相関や変数間バランス、スペクトル変換などを定義する複数の演算子に分解される。このような分解を行う場合には、逆変換や随伴演算子を陽に定義する。

$\mathbf{V}$  の平方根演算子も  $\mathbf{B}$  と同様に定義される。

$$\mathbf{V} = \mathbf{L}^v (\mathbf{L}^v)^T \quad (5.15)$$

式 (5.13, 5.14, 5.15) を用いて、変換された制御変数  $\boldsymbol{\chi}$  に基づくコスト関数は以下の形式となる。

$$J_b(\boldsymbol{\chi}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\chi}^T \boldsymbol{\chi} \quad (5.16)$$

$$J_o(\boldsymbol{\chi}) = \frac{1}{2} (\mathbf{d}^o - \mathbf{H} \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{d}^o - \mathbf{H} \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi}) \quad (5.17)$$

$$J_v(\boldsymbol{\chi}) = \frac{1}{2} [(\mathbf{L}^v)^{-1} (\mathbf{d}^v - \mathbf{H}_2 \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi})]^T (\mathbf{L}^v)^{-1} (\mathbf{d}^v - \mathbf{H}_2 \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi}) \quad (5.18)$$

また、コスト関数の勾配とヘシアンはそれぞれ以下のように表される。

$$\nabla_{\boldsymbol{\chi}} J = \boldsymbol{\chi} + (\mathbf{H} \mathbf{L}^b)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi} - \mathbf{d}^o) + [(\mathbf{L}^v)^{-1} \mathbf{H}_2 \mathbf{L}^b]^T (\mathbf{L}^v)^{-1} \{\mathbf{H}_2 \mathbf{L}^b \boldsymbol{\chi} - \mathbf{d}^v\} \quad (5.19)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\chi}}^2 J = \mathbf{I}_{N_L} + (\mathbf{H} \mathbf{L}^b)^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{L}^b + \{(\mathbf{L}^v)^{-1} \mathbf{H}_2 \mathbf{L}^b\}^T (\mathbf{L}^v)^{-1} \mathbf{H}_2 \mathbf{L}^b \quad (5.20)$$

### 5.1.2 アンサンブル変分 LSB 手法

ここから、前節で導入した変分 LSB 手法をアンサンブルの枠組みに拡張する。EnVar のコスト関数は最適化のための前処理を行った後の 3DVar のコスト関数と類似の形式を取るため、アンサンブル空間での拡張コスト関数を式 (5.16, 5.17, 5.18) から変形して定義する。

EnVar はモンテカルロ法に基づき、アンサンブル予測を用いて流れ依存する背景誤差共分散  $\mathbf{P}^b$  を推定する.

$$\mathbf{P}^b = \frac{1}{K-1} \mathbf{X}^b (\mathbf{X}^b)^T$$

ここで  $\mathbf{X}^b = [\mathbf{x}_k^b - \overline{\mathbf{x}^b}]_{k=1, \dots, K}$  は  $N_L \times K$  次の行列であり,  $k$  番目の列ベクトルが  $k$  番目の予測アンサンブルメンバーのアンサンブル平均  $\overline{\mathbf{x}^b} = \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k^b / K$  からの摂動を表す. EnVar ではこのアンサンブル摂動を用いて制御変数変換を定義する.

$$\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}^b} + \mathbf{X}^b \mathbf{w}$$

ここで  $\mathbf{w}$  はアンサンブル摂動の線型結合の重みを表す  $K$  次元のベクトルである.

式 (5.16, 5.17, 5.18) において,  $\mathbf{L}^b$  を  $(K-1)^{-1/2} \mathbf{X}^b$  に,  $\chi$  を  $(K-1)^{1/2} \mathbf{w}$  に置き換えることで,  $\mathbf{w}$  を制御変数とするアンサンブル空間でのコスト関数を定義する.

$$J_b(\mathbf{w}) = \frac{K-1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} \quad (5.21)$$

$$J_o(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} (\mathbf{Y}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^o)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^o) \quad (5.22)$$

$$J_v(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \{(\mathbf{L}^v)^{-1} (\mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v)\}^T \{(\mathbf{L}^v)^{-1} (\mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v)\} \quad (5.23)$$

ただし観測空間と低解像度 LAM 空間でのアンサンブル摂動をそれぞれ  $\mathbf{Y}^b = \mathbf{H} \mathbf{X}^b$ ,  $\mathbf{Z}^b = \mathbf{H}_2 \mathbf{X}^b$  と定義する.

ここで, GM 予測の流れ依存する大規模場の誤差共分散  $\mathbf{P}^v$  も GM アンサンブル予測からモンテカルロ法で推定する.

$$\mathbf{P}^v = \frac{1}{K-1} \mathbf{Z}^v (\mathbf{Z}^v)^T, \quad \mathbf{Z}^v = \mathbf{H}_1 \mathbf{X}^B$$

ここで  $\mathbf{X}^B$  は  $N_G \times K$  次の GM アンサンブル予測の摂動行列である. なお, ここで GM と LAM のアンサンブル予測は同じアンサンブル数であるという仮定をさらに置いている. この仮定は, 境界付近のアンサンブルスプレッドを保持するために, LAM の個々のメンバーがそれぞれ異なる GM メンバーから LBC を取得する状況を考えると妥当である.

上記の推定を利用して, 平方根演算子  $\mathbf{L}^v$  を  $(K-1)^{-1/2} \mathbf{Z}^v$  に置き換える. 式 (5.23) を評価するには, 線型システム

$$(K-1)^{-1/2} \mathbf{Z}^v \mathbf{r} = \mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v \quad (5.24)$$

の解  $\mathbf{r}$  を用いて  $J_v = \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{r}$  と計算する. しかし,  $\mathbf{Z}^v$  の逆行列は  $N_{Ll} \neq K$  の時には一意に定まらず, さらに  $N_{Ll} > K$  の時 (高次元モデルにアンサンブル手法を適用する際には大抵成り立つ) には式 (5.24) が劣決定となる. そのため, Moore-Penrose 型逆行列を利用して, 式 (5.24) の最小二乗解のうちノルム  $\|\mathbf{r}\|$  が最小となる解を求める (Harville 2006). 行列  $\mathbf{Z}^v$  の特異値分解を以下のように表記する.

$$\mathbf{Z}^v = \mathbf{U}_F \Sigma_F \mathbf{V}_F^T = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T$$

ここで  $\mathbf{U}_F \in \mathbb{R}^{N_{Li} \times N_{Li}}$  と  $\mathbf{V}_F \in \mathbb{R}^{K \times K}$  はそれぞれ左特異ベクトルと右特異ベクトルを列方向に並べた行列であり,  $\boldsymbol{\Sigma}_F \in \mathbb{R}^{N_{Li} \times K}$  は  $q = \text{rank}[\boldsymbol{\Sigma}_F] \leq \min(N_{Li}, K-1)$  番目までの対角成分が特異値である疎行列を表す. 最右辺は特異値がゼロとなる無空間を除いた表記 ( $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N_{Li} \times q}$ ,  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{K \times q}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{q \times q}$ ) を表す. これを用いると, Moore-Penrose 型逆行列は以下のように表記できる.

$$(\mathbf{Z}^v)^\dagger = \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^T \quad (5.25)$$

式 (5.25) を用いることで, 式 (5.24) の最小二乗解は

$$\mathbf{r}_{ls} = (K-1)^{1/2} (\mathbf{Z}^v)^\dagger (\mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v) \quad (5.26)$$

と求めることができる.

最終的に, GM の情報を加えた EnVar のコスト関数は

$$J(\mathbf{w}) = J_b(\mathbf{w}) + J_o(\mathbf{w}) + J_v(\mathbf{w}) \quad (5.27)$$

と定義することができ, 新たに加わる項は

$$J_v(\mathbf{w}) = \frac{K-1}{2} \{(\mathbf{Z}^v)^\dagger (\mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v)\}^T (\mathbf{Z}^v)^\dagger (\mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v) \quad (5.28)$$

と表される. また式 (5.27) の勾配とヘシアンはそれぞれ,

$$\nabla_{\mathbf{w}} J = (K-1) \mathbf{w} + (\mathbf{Y}^b)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^o) + (K-1) [(\mathbf{Z}^v)^\dagger \mathbf{Z}^b]^T (\mathbf{Z}^v)^\dagger (\mathbf{Z}^b \mathbf{w} - \mathbf{d}^v) \quad (5.29)$$

$$\nabla_{\mathbf{w}}^2 J = (K-1) \mathbf{I}_{N_L} + (\mathbf{Y}^b)^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}^b + (K-1) [(\mathbf{Z}^v)^\dagger \mathbf{Z}^b]^T (\mathbf{Z}^v)^\dagger \mathbf{Z}^b \quad (5.30)$$

と表される.

さらに, アンサンブル数  $K$  が状態変数次元  $N_L$  および  $N_{Li}$  よりも遥かに小さい場合, ヘシアン (5.30) を用いたさらに効率的な変数変換を適用することができる (Zupanski 2005).

$$\mathbf{w} = [\nabla_{\mathbf{w}}^2 J]^{-1/2} \boldsymbol{\zeta}$$

この変数変換を適用した後のコスト関数のヘシアンは, 全ての演算子 ( $H, H_1, H_2$ ) が線型の場合には単位行列となり,  $J(\mathbf{w})$  を最小にする  $\mathbf{w} = \mathbf{w}^a$  を解析的に求めることができる. 本研究では全ての演算子が線型のため, ヘシアン前処理を用いることで勾配に基づく降下法でも, ニュートン法による最適化 (Enomoto and Nakashita 2024) と同じように 1 回で最適化が収束するようにしている.

また, 非線型演算子  $H, H_1, H_2$  を用いて接線型演算子とアンサンブル摂動との積を近似する (例えば  $\mathbf{H} \delta \mathbf{x} \simeq H(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) - H(\mathbf{x})$ ) と, 接線型および随伴演算子を用いない形式でコスト関数とその勾配を定義できる.

$$\begin{aligned} J(\mathbf{w}) &= \frac{K-1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{1}{2} [\mathbf{y} - H(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{y} - H(\mathbf{x})] \\ &\quad + \frac{K-1}{2} \{(\mathbf{Z}^v)^\dagger [H_1(\overline{\mathbf{x}^B}) - H_2(\mathbf{x})]\}^T (\mathbf{Z}^v)^\dagger [H_1(\overline{\mathbf{x}^B}) - H_2(\mathbf{x})] \\ \nabla_{\mathbf{w}} J &= (K-1) \mathbf{w} + (\mathbf{Y}^b)^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{y} - H(\mathbf{x})] \\ &\quad + (K-1) [(\mathbf{Z}^v)^\dagger \mathbf{Z}^b]^T (\mathbf{Z}^v)^\dagger [H_1(\overline{\mathbf{x}^B}) - H_2(\mathbf{x})] \end{aligned}$$

この場合、個々のアンサンブル摂動行列はそれぞれ

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}^b &= [H(\mathbf{x}_k^b) - H(\overline{\mathbf{x}^b})]_{k=1,\dots,K} \\ \mathbf{Z}^b &= [H_2(\mathbf{x}_k^b) - H_2(\overline{\mathbf{x}^b})]_{k=1,\dots,K} \\ \mathbf{Z}^v &= [H_1(\mathbf{x}_k^B) - H_1(\overline{\mathbf{x}^B})]_{k=1,\dots,K}\end{aligned}$$

と表される.

解析アンサンブル摂動  $\mathbf{X}^a$  は,  $\mathbf{w} = \mathbf{w}^a$  におけるヘシアン (5.30) がアンサンブル空間での解析誤差共分散の逆行列の推定になっている (Zupanski 2005) ことを利用して, 予測アンサンブル摂動  $\mathbf{X}^b$  から変換される.

$$\mathbf{X}^a = (K-1)^{1/2} \mathbf{X}^b [\nabla_{\mathbf{w}}^2 J(\mathbf{w}^a)]^{-1/2} \quad (5.31)$$

GF08 と DG12 は  $\mathbf{V}$  の空間および変数間相関に更なる仮定を置いている. 局所化を用いないアンサンブル変分 LSB 手法の定式化ではこのような仮定は不要であるが, 状態空間において局所化を適用する場合にはこのような相関構造を考慮する必要があると考えられる. 局所化の適用に向けた定式化の修正は将来的に行う.

### 5.1.3 背景 LSB 手法

背景 LSB 手法はスケール選択型の混合ステップと解析ステップの段階的な適用によって構成される. 混合ステップは変分 LSB 手法が用いる切断演算子 ( $H_1, H_2$ ) と同様のフィルタリング演算子 ( $H'_1, H'_2$ ) を用いて, GM を LAM の状態空間に投影することによって定義される (Milan et al. 2023).

$$\mathbf{x}^{\text{bld}} = \mathbf{x}^b + \delta \mathbf{x}^F \quad (5.32)$$

ここで

$$\delta \mathbf{x}^F = H'_1(\mathbf{x}^B) - H'_2(\mathbf{x}^b) \quad (5.33)$$

は GM の背景場に対する LAM の背景場の大規模構造のインクリメントである. 混合ステップを適用した後,  $\mathbf{x}^{\text{bld}}$  を LAM 同化の新たな背景値として用いる. 式 (5.33) における  $H'_1$  と  $H'_2$  はデジタルフィルタ (Yang 2005; Wang et al. 2014b; Bučánek and Brožková 2017), 陰的ローパスフィルタ (Wang et al. 2014a; Hsiao et al. 2015), スペクトルフィルタ (Zhang et al. 2015; Milan et al. 2023) などで定義されるが, 本研究では異なるタイプの LSB 手法を直接比較するために, 変分 LSB 手法と同じ DCT を用いて定義する.

## 5.2 実験設定

本研究で提案するアンサンブル変分 LSB 手法を, Lorenz (2005) によって提案された 1 次元カオスモデルを用いた観測システムシミュレーション実験 (OSSE) によって, 従来の LSB 手法及び LSB 手法なしの同化と比較する.

なお、本研究の実験を行う上で参考にした Kretschmer et al. (2015) は GM と LAM を同時に解析するアンサンブル同化手法を提案しているが、本研究では現業センターにおける全球解析の精度が十分に高いことと、現業センター以外の多くの研究機関では LAM のみを保有していることを考慮して、既存の全球解析または予測を利用して LAM の解析精度を改善する手法に着目する。

### 5.2.1 ネスト Lorenz システム

Lorenz (2005) は、Lorenz (1995) で導入された一次元カオスモデル (Lorenz I) よりも大規模な波の力学を表現する Lorenz II モデルを導入した。Lorenz II モデルの運動方程式は以下で表される。

$$\frac{dZ_n}{dt} = [Z, Z]_{K,n} - Z_n + F \quad (5.34)$$

ここで  $n = 1, \dots, N$  は緯度円上に等間隔に分布する格子点の位置を表し、周期境界条件で表現される ( $Z_{N+1} = Z_1$ )。  $F$  は外部強制を表すパラメータである。右辺第 1 項の表式は、以下の変形された移流項を表す。

$$[X, Y]_{K,n} = \begin{cases} \frac{\sum_{j=-J}^J \sum_{i=-J}^J (-X_{n-2K-i} Y_{n-K-j} + X_{n-K+j-i} Y_{n+K+j})}{K^2}, J = \frac{K}{2} & (K \text{ is even}) \\ \frac{\sum_{j=-J}^J \sum_{i=-J}^J (-X_{n-2K-i} Y_{n-K-j} + X_{n-K+j-i} Y_{n+K+j})}{K^2}, J = \frac{K-1}{2} & (K \text{ is odd}) \end{cases}$$

$$\sum_{n=1}^N X_n = \frac{X_1}{2} + \sum_{n=2}^{N-1} X_n + \frac{X_N}{2}.$$

パラメータ  $N/K$  が卓越波長を決め、式 (5.34) で  $N/K = 30$  かつ  $F = 15$  の時、 $N = 40$ ,  $F = 8$  の Lorenz I と同程度の卓越波数 (波数 7-8 に相当) と誤差成長率 (倍加時間がモデルの無次元時間単位の約 0.3 倍) を持つ。

Lorenz III は多重スケールの変動を表現するために、Lorenz II に大規模な波 ( $X$ ) と小規模な波 ( $Y$ ) の相互作用を導入することで定式化された。

$$\frac{dZ_n}{dt} = [X, X]_{K,n} + b^2[Y, Y]_{1,n} + c[Y, X]_{1,n} - X_n - bY_n + F \quad (5.35)$$

ここで  $b$  は小規模な波  $Y$  の振幅と周期を、 $c$  は  $X$  と  $Y$  のカップリングの強さを定めるパラメータである。 $X$  と  $Y$  のスケール分割は以下の式で定義される。

$$X_n = \sum_{i=-I}^I (\alpha - \beta|i|) Z_{n+i}$$

$$Y_n = Z_n - X_n,$$

ここで  $I$  は空間フィルタの幅を表し、定数  $\alpha$  と  $\beta$  は合成波  $Z_n$  が幅  $n-I$  から  $n+I$  の間で二次関数として表される時に  $Z_n = X_n$  を満たす ( $\sum_{i=-I}^I (\alpha - \beta|i|) = 1$ ,  $\sum_{i=-I}^I i^2 (\alpha - \beta|i|) = 0$ ) ように定める。

$$\alpha = (3I^2 + 3)/(2I^3 + 4I)$$

$$\beta = (2I^2 + 1)/(I^4 + 2I^2).$$



Lorenz III の誤差成長率には大規模な波の成長率の寄与が大きく、その成長率は Lorenz II と同様に  $N/K = 30$  かつ  $F = 15$  の時に  $N = 40$ ,  $F = 8$  の Lorenz I の成長率とほぼ等しくなる。

本研究ではより複数のスケールの波を表現するように、Lorenz II と Lorenz III に移流項を増やす変更を行なった。

$$\frac{dZ_n}{dt} = \sum_{K \in \mathbb{Z}_{K2}} [Z, Z]_{K,n} - Z_n + F \quad (5.36)$$

$$\frac{dZ_n}{dt} = \sum_{K \in \mathbb{Z}_{K3}} [X, X]_{K,n} + b^2[Y, Y]_{1,n} + c[Y, X]_{1,n} - X_n - bY_n + F \quad (5.37)$$

ここで  $\mathbb{Z}_{K\{2,3\}}$  は移流の長さスケールを表現する整数の組を表す。移流項は任意の  $K$  に対して  $\sum_{n=1}^N Z_n [Z, Z]_{K,n} = 0$  を満たすため、移流項を増やす変更は空間平均したエネルギー ( $d(\sum_{n=1}^N Z_n^2/2N)/dt$ ) の時間変化には影響しない。

OSSE を行うには、真値を作成するモデル、計算領域全体を低解像度で計算する GM、限定された計算領域を高解像度で計算する LAM を設定する必要がある。本研究では、Lorenz III を真値の作成と LAM に利用し、Lorenz II を GM に利用する。

真値を作成するモデルのパラメータは  $N = 960$ ,  $\mathbb{Z}_{K3} = [32, 64, 128, 256]$ ,  $I = 12$ ,  $b = 10.0$ ,  $c = 0.6$ ,  $F = 15$  と設定する。時間刻み幅は  $\Delta t = 0.05/36$  とし、36 ステップ (0.05 無次元時間) を 6 時間とする。この時、真値を与えるモデルの倍加時間はおおよそ 24 時間と見積もられる。これは総観規模擾乱の誤差の倍加時間がおおよそ 1.5 日である (Simmons et al. 1995) ことと比べてやや速いが、妥当な誤差成長率である。真値は正規乱数で生成した場から 100 日間 (14400 ステップ) スピンアップした場を 0 日として、そこから 1 年間 (52560 ステップ) 積分して作成した。

ネスト Lorenz システムは Kretschmer et al. (2015) に基づいて構築する。GM のパラメータは  $N_G = 240$ ,  $\mathbb{Z}_{K2} = [8, 16, 32, 64]$ ,  $F = 15$  とする。すなわち、GM の解像度は真値よりも 4 倍粗い。LAM は真値と同じパラメータを用いるが、計算領域は  $n = [240, 480)$  に制限する ( $N_L = 240$ )。LAM の水平境界条件は Davies (1976) の緩和法を用い、境界から 10 格子分の幅をスポンジ領域とする。スポンジ領域内の予測変数は、境界上で 1、スポンジ領域の内側の縁で 0 となる線型関数  $\gamma(n)$  による GM と LAM の線型結合で表現する。

$$Z_n^b \rightarrow (1 - \gamma(n))Z_n^b + \gamma(n)Z_n^B \quad (5.38)$$

GM が定義されていない格子では、GM を空間方向に線型内挿して値を求める。水平境界条件に用いる GM は 6 時間毎に更新し、間の時刻は時間方向に線型内挿して求める。

### 5.2.2 観測システムシミュレーション実験の設定

LAM の解析と予測に対する LSB 手法の影響を調べるために、GM の解析及び予測を後述する EnVar に統一し、LAM に対して以下の 6 つの同化手法を適用する (図 5.1)。

- 観測を 3DVar で同化する (3DVar)。
- 背景場の混合を行い、観測を 3DVar で同化する (BLSB+3DVar)。

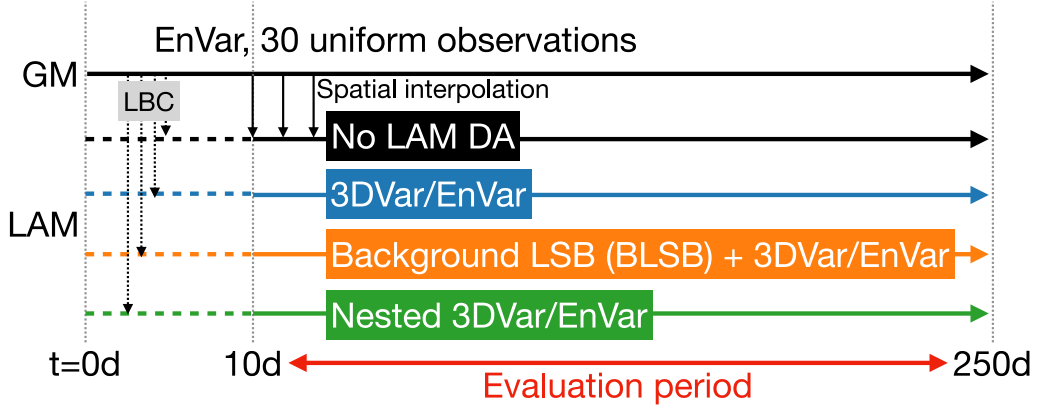


図 5.1: 観測システムシミュレーション実験の設定.

- 変分 LSB 手法で観測と GM の大規模場を同時に同化する (Nested 3DVar).
- 観測を EnVar で同化する (EnVar).
- 背景場の混合を行い、観測を EnVar で同化する (BLSB+EnVar).
- アンサンブル変分 LSB 手法で観測と GM の大規模場を同時に同化する (Nested EnVar).

観測は全て真値の線型空間内挿に標準偏差  $\sigma_o = 1.0$  の正規乱数を加えて生成する．すなわち、観測誤差共分散は  $\sigma_o^2$  を対角成分とする対角行列となる．GM に同化する観測は真値の格子点で 32 点ずつの間隔で一様に分布させ（全部で 30 点）、6 時間毎に 1000 サイクル（250 日）分の解析を行う．GM の解析は 80 メンバーの EnVar で行う．80 メンバーで観測精度を上回る十分な解析精度が得られるため、局所化は行わない．共分散膨張は乗算型で 10% とする．この値は解析誤差が最小になるように試行錯誤して調整した．3DVar 実験における LAM の LBC は、GM のアンサンブル平均を用いて計算する．GM の最初のサイクルの第一推定値は、正規乱数で生成した場から 60 日間スピナップした場とする．

観測分布への依存性を調べるために、以下の 5 種類の観測網を用いた実験 1–5 を行う．

1. GM と同じ観測のうち LAM の領域内の観測 (7 点,  $n = 256, 288, 320, 352, 384, 416, 448$ )
2. LAM の領域左側に偏って分布する観測 (30 点,  $n = 241, 242, \dots, 270$ )
3. LAM の領域中央に偏って分布する観測 (30 点,  $n = 345, 346, \dots, 374$ )
4. LAM の領域右側に偏って分布する観測 (30 点,  $n = 448, 449, \dots, 477$ )
5. LAM の領域内を移動する観測 (最大 30 点)

各実験の観測は GM と同様に 6 時間毎に 1000 サイクル同化する．実験 5 の観測は LAM の格子点をサイクル毎にランダムに選択し、その点を中心として左に 15 点、右に 14 点分を観測点として設定する (LAM の計算領域外に出た観測は同化しない)．

LSB 手法における大規模場は DCT を用いて、真値の格子点相当の波数  $k = 24$  で切断して定義する．この時低解像度 LAM 空間の格子点数は  $N_{LI} = 12$  となる．この切断波数は真値の分散パワースペクトルに基づいて選択したが、切断波数を  $12 \leq k \leq 30$  の間で変化させても LSB 手法の挙動に大きな変化は見られなかった．BLSB+3DVar 実験では LBC と同様に GM

のアンサンブル平均から大規模場を抽出して利用する。

3DVar を用いた実験における LAM と GM の大規模場の定常背景誤差共分散 ( $\mathbf{B}, \mathbf{V}$ ) は NMC 法 (Parrish and Derber 1992) を用いて構築した。ただし、NMC 法で得られる空間相関は小規模なノイズを含み、そのまま用いると構築される共分散行列の条件数が非常に大きくなるため、Gaspari and Cohn (1999) の 5 次の区分相関モデルでフィッティングを行い、大まかな特徴を保った滑らかな空間相関を推定した。また、誤差分散の大きさは解析誤差が最小になるように調整を行い、LAM の背景誤差標準偏差を 0.6、GM の大規模場の誤差標準偏差を 0.4 と設定した。

EnVar を用いた実験では GM と同じく、アンサンブル数を 80 とし局所化は作用させない。共分散膨張は EnVar と BLSB+EnVar で 5%、Nested EnVar で 25% と設定した。これらの値も GM の共分散膨張と同様に解析誤差が最小となるように調整している。Nested EnVar で共分散膨張の値を大きくしているのは、GM の大規模場を同時に同化することで情報量が増え、解析誤差分散が EnVar と比べてより減少しやすくなっているためである。

### 5.2.3 評価手法

LAM に対する観測の同化が GM の解析に対して付加価値を持つかどうかを検証するために、GM 解析の LAM 領域への内挿値（以下、No LAM DA）および GM のダウンスケーリング予報（以下、Dscl 実験）を比較対象として精度評価を行う。

各実験の精度評価では、最初の 40 サイクル（10 日間）を除いた期間を比較対象とする。精度評価には、空間方向の二乗平均平方根誤差（RMSE）

$$\sqrt{\frac{1}{N_L} \sum_{n \in [240, 480)} (x^{a,f}(t, n) - x^t(t, n))^2}, \quad (5.39)$$

時間方向の RMSE

$$\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1, T} (x^{a,f}(t, n) - x^t(t, n))^2}, \quad (5.40)$$

および DCT で定義した誤差の時間平均したスペクトル密度

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1, T} \beta_k [\hat{x}^{a,f}(t, k) - \hat{x}^t(t, k)]^2 \quad (5.41)$$

$$\beta_k = \begin{cases} \frac{L}{2\pi} & k = 1 \\ \frac{L}{\pi} & k > 1 \end{cases}$$

を指標として用いる。ここで  $x^{a,f}(t, n)$  は時刻  $t$ 、格子  $n$  における LAM の解析または予報を表し、 $x^t(t, n)$  は時刻  $t$ 、格子  $n$  における真値を表す。EnVar 実験における  $x^{a,f}(t, n)$  はアンサンブル平均の値とする。また  $\hat{x}$  は DCT で得られる波数空間の振幅を表し、式 (5.41) の係数  $\beta$  における緯度円の長さ  $L$  は  $2\pi$  とした。

上記の指標は解析値と解析からの延長予報に対して評価する。RMSE のサイクル平均を実験間で比較するときには、各 RMSE 時系列の差の自己相関を考慮した有意性判定 (Wilks 2011) を用いる。

さらに, No LAM DA を参照実験として, スキルスコアとそのスケール分割を以下の式で定義する.

$$\frac{\overline{\text{MSE}}_{\text{ref}} - \overline{\text{MSE}}_{\text{exp}}}{\overline{\text{MSE}}_{\text{ref}}} = \frac{\overline{\text{MSE}}_{\text{ref}}^{k \leq 24} - \overline{\text{MSE}}_{\text{exp}}^{k \leq 24}}{\overline{\text{MSE}}_{\text{ref}}} + \frac{\overline{\text{MSE}}_{\text{ref}}^{k > 24} - \overline{\text{MSE}}_{\text{exp}}^{k > 24}}{\overline{\text{MSE}}_{\text{ref}}} \quad (5.42)$$

ここで  $\text{MSE}_{[\text{ref}, \text{exp}]}$  はそれぞれ No LAM DA と LAM 同化実験で評価した二乗平均誤差 (式 (5.39) の平方根を取る前の値) を示し,  $\overline{(\cdot)}$  は時間平均を表す. 式 (5.42) は 1 に近いほど No LAM DA よりも精度が高く, 負の時は No LAM DA よりも精度が悪化していることを示す. スケール毎のスキルスコアへの寄与は, LSB 手法の切断波数  $k = 24$  を閾値として, DCT により誤差  $x^{\text{a}, \text{f}}(t, n) - x^{\text{t}}(t, n)$  を  $k \leq 24$  の大規模成分と  $k > 24$  の小規模成分に分割して評価する. スキルスコアの定義に RMSE ではなく MSE を用いるのは, スケール分割したスコアの和が全体のスコアに一致するようにするためである. DCT によって定義されるスケール毎の成分は互いに直交するため, スケール間の交差項を考慮する必要はない.

### 5.3 流れ依存性が LSB 手法に及ぼす効果

はじめに GM 解析と同じ様な観測を用いた実験 1 の結果から, LSB 手法において流れ依存性を考慮した影響について調べる.

図 5.2 に各実験における解析 RMSE の時間変化を示す. No LAM DA を含む全ての実験において解析 RMSE が平均的に観測誤差の標準偏差 (点線) を下回っていることから, 十分な解析精度が得られていることがわかる. 一方で, EnVar, 3DVar とともに LSB 手法を用いない従来の同化手法 (青線) だと No LAM DA (黒線) よりも解析精度が悪化している. No LAM DA に対する EnVar の時間平均した RMSE の増加はわずかであり有意でない (p 値が 0.1 を上回る) が, 3DVar は RMSE が有意に大きく増加している.

表 5.2: 一様観測を用いた実験における No LAM DA に対するスキルスコアとスケール毎の寄与. 括弧内の数値は No LAM DA の MSE を示す.

| 実験 ( $\text{MSE}_{\text{ref}}$ ) | 全波数 (1.51e-01) | $k \leq 24$ (9.87e-02) | $k > 24$ (5.22e-02) |
|----------------------------------|----------------|------------------------|---------------------|
| 3DVar                            | -1.4           | -1.6                   | 0.18                |
| BLSB+3DVar                       | -0.10          | -0.38                  | 0.27                |
| Nested 3DVar                     | 0.052          | -0.22                  | 0.27                |
| EnVar                            | 0.085          | -0.21                  | 0.29                |
| BLSB+EnVar                       | 0.28           | -0.014                 | 0.29                |
| Nested EnVar                     | 0.20           | -0.073                 | 0.27                |

No LAM DA に対するスキルスコアを比較する (表 5.2). LAM に対する観測の同化は, 中規模以下の解析精度に正のインパクトをもたらす ( $k > 24$  のスキルスコアが正) が, LSB 手法を用いない実験では先行研究で指摘されていたように大規模な構造の精度が悪化している ( $k \leq 24$  のスキルスコアが 3DVar で -1.6, EnVar で -0.21). No LAM DA では大規模な構

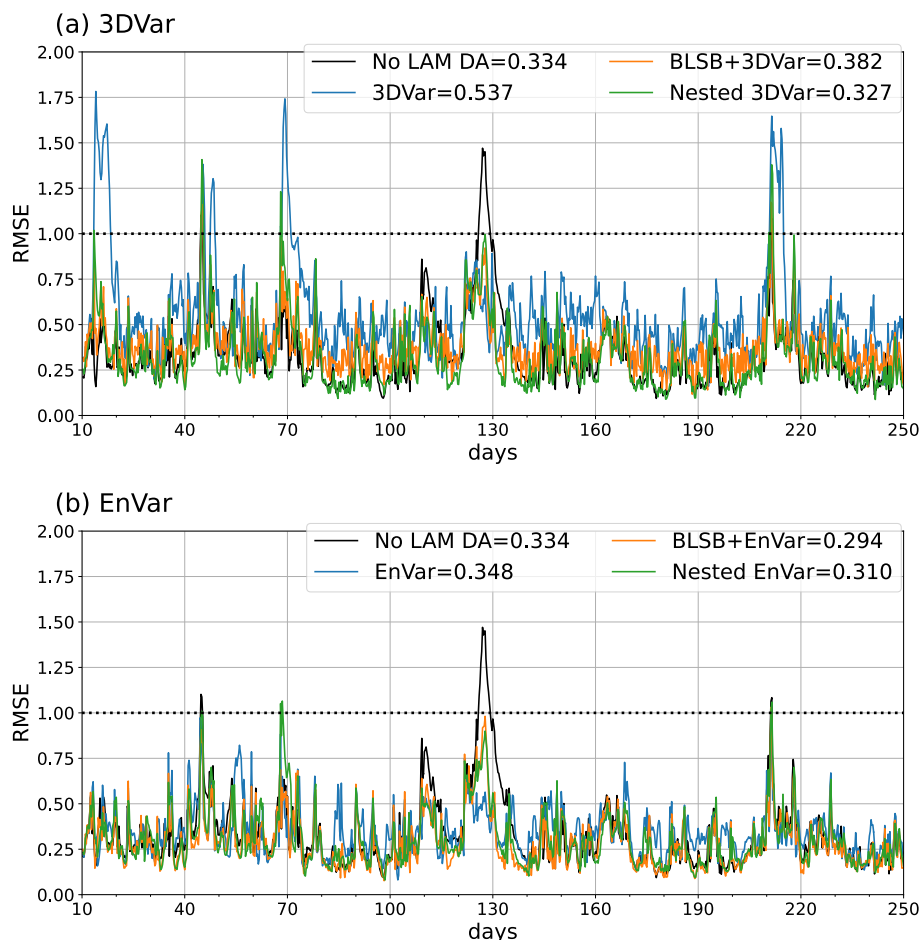


図 5.2: 一様観測を用いた (a) 3DVar, (b) EnVar 実験における解析 RMSE の時間変化. RMSE=1 の点線は観測誤差の標準偏差の水準を示す.

造の誤差 (0.0987) が全体の誤差 (0.151) の約 65% を占めている. LAM 同化実験では大規模な構造の誤差が全体の誤差の 9 割以上を占める (数値は省略) ため, 大規模な構造の精度が全体の精度に大きく影響する. EnVar は RMSE の時間平均 (図 5.2) で見ると No LAM DA よりも解析精度が悪化しているが, スキルスコアはわずかに改善を示している. これは MSE で定義したスキルスコアが誤差の急増 (例えば図 5.2 の 130 日付近の No LAM DA の RMSE ピークなど) に敏感であるためであり, EnVar と No LAM DA の間の RMSE の差が小さいことから, EnVar と No LAM DA の間にはほとんど差がないことを示唆している. したがって, 背景誤差の流れ依存性を考慮する EnVar では定常な誤差共分散を用いる 3DVar よりも大規模な構造の改悪が抑えられている. これは EnVar の背景誤差が多重スケールの誤差相関を 3DVar の定常な背景誤差よりも適切に表現できているためと考えられる (Johnson et al. 2015). それでも大規模な構造の精度悪化によるスキルスコアの減少は, 観測の同化による中規模以下の精度改善によるスキルスコアの増加とほぼ同程度であり, LAM 同化における大規模な構造の精度悪化は, GM 解析に対する高解像度の LAM 解析の効果を打ち消しうることを示している.

LSB 手法を導入すると, EnVar 実験, 3DVar 実験ともに解析精度が向上する (図 5.2). LSB

を導入した 3DVar 実験（図 5.2a の橙、緑線）は実験期間全体を通して解析精度を改善しており、特に Nested 3DVar（緑線）が安定して高い解析精度を示している。EnVar は 3DVar よりも解析精度が高いため、LSB 手法による改善率は 3DVar と比べると小さい。それでも LSB を導入した EnVar 実験（図 5.2b の橙、緑線）では、主に No LAM DA の精度が安定して高い時期（80–110 日、150–200 日）に EnVar よりも高い解析精度を示している。

これらの精度改善は大規模場の精度悪化が緩和された（表 5.2）ためであり、かつ中規模以下の解析精度は保たれていることから、期待される LSB 手法の効果が現れている。スキルスコアの定義（式 (5.42)）から、2 つの実験（exp1, exp2）の間の MSE の比と、exp1 に対する exp2 の MSE の変化は、それぞれ以下のように表すことができる。

$$\frac{\text{MSE}_{\text{exp1}}}{\text{MSE}_{\text{exp2}}} = \frac{1 - r_1}{1 - r_2}$$

$$\frac{\text{MSE}_{\text{exp1}} - \text{MSE}_{\text{exp2}}}{\text{MSE}_{\text{exp1}}} = \frac{r_2 - r_1}{1 - r_1}$$

ここで  $r_1$  と  $r_2$  はそれぞれ exp1 と exp2 のスキルスコアを表す。3DVar 実験では、BLSB+3DVar で 3DVar に対して 53%，Nested 3DVar で 60%MSE が減少しており、LSB 手法が大きなインパクトを持っていることがわかる。この誤差の減少には大規模場の精度改善が大きく寄与しているが、中規模以下の解析誤差も減少しており、大規模場の精度改善が LAM の同化性能にも正のインパクトを与えている。EnVar 実験では、EnVar に対して BLSB+EnVar で 21%，Nested EnVar で 13%MSE が減少している。BLSB+EnVar は大規模場の精度悪化をほぼ 0 にしており、LAM への同化インパクトが明瞭に現れるようになったことで No LAM DA よりも 28%MSE を改善している。一方 Nested EnVar も大規模場の精度悪化を緩和するものの、中規模以下の解析精度が EnVar よりもわずかに悪化しており、全体としては No LAM DA に対する改善率が 20% となっている。

EnVar 実験と 3DVar 実験における背景 LSB 手法と変分 LSB 手法の挙動の違いをさらに調べるために、図 5.3 に解析誤差の空間分布を、図 5.4 に解析誤差のスペクトル分布を示す。No LAM DA（図 5.3a, 5.3b の黒線）は LAM の計算領域の左側（ $n = [240, 320]$  付近）で比較的に解析精度が高く、右側（ $n = [380, 450]$  付近）で精度が低くなっている。GM 解析は等間隔で観測を同化していることを考えると、この精度差はモデルのカオス性から偶然的に生じたものと考えられる。No LAM DA のアンサンブルスプレッド（図 5.3b の黒破線）は観測位置で極小値を取り、観測位置の間で極大値を取る波構造をしている。また、平均的に解析誤差よりもスプレッドが小さいため、アンサンブルは実際の誤差よりも解析誤差分散の大きさを過小評価している。すなわち、観測よりも予測に重みが大きく、観測の情報が取り入れづらい自信過剰と呼ばれる状態になっている。No LAM DA の誤差のスペクトル分布（図 5.4a, 5.4b の黒線）を見ると、表 5.2 でも示されているように大規模な構造の誤差の寄与が支配的になっている。波数 30 付近の誤差のピークは、一様に 30 点置かれた観測を同化しているため観測位置で誤差が極小となり、波数 30 の構造を取りやすいことを反映している。

3DVar（図 5.3a の青線）の No LAM DA に対する誤差の悪化は図 5.2 でも見たように EnVar よりも顕著であり、特に領域右側で著しく誤差が増大している。誤差のスペクトル分布（図

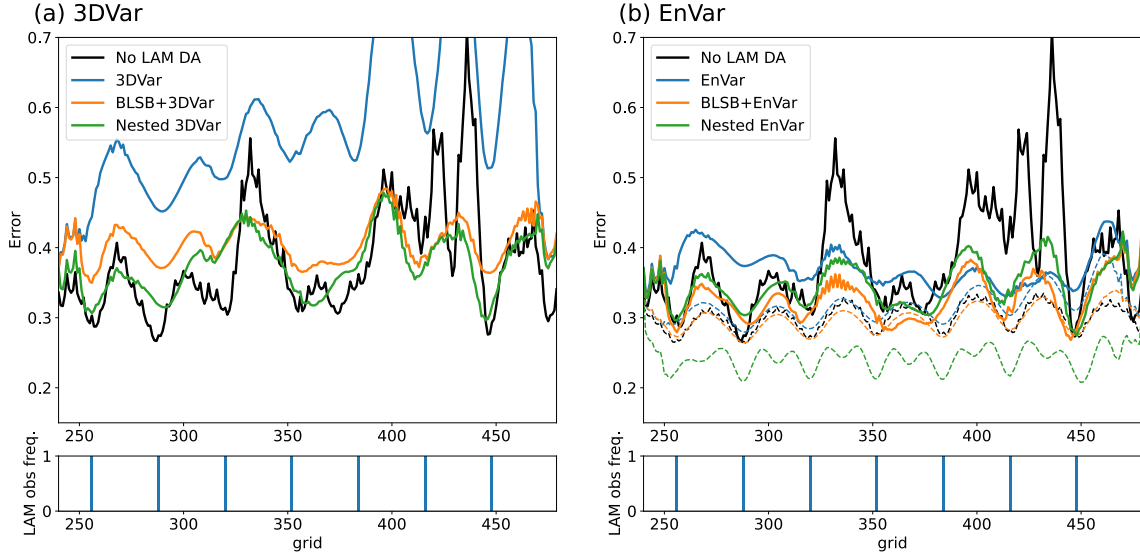


図 5.3: 一様観測を用いた実験における時間平均した解析誤差の空間分布. (a) 3DVar, (b) EnVar 実験. (b) の破線は時間平均した解析スプレッドの空間分布を示す. 各図の下に LAM での観測頻度を棒グラフで示す.

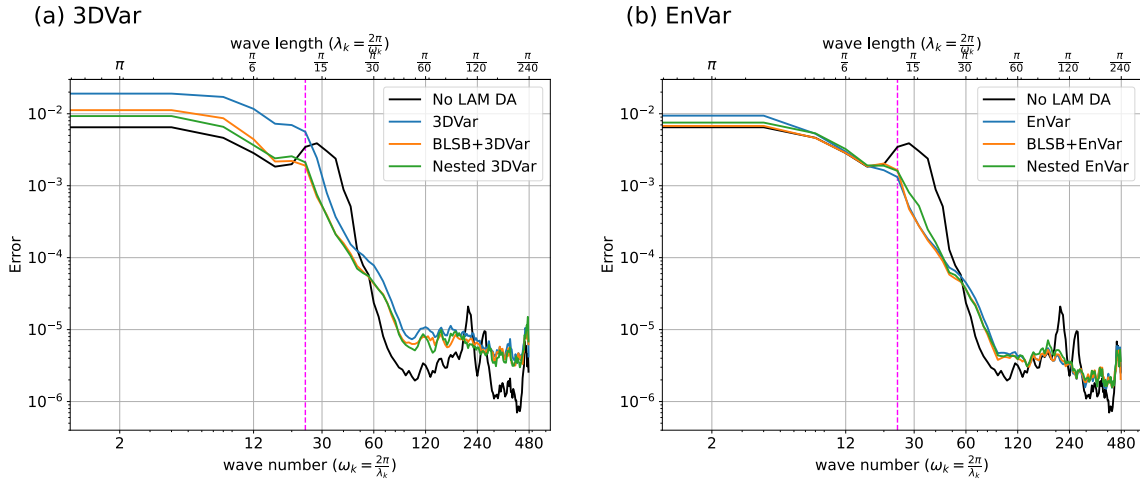


図 5.4: 一様観測を用いた実験における時間平均した解析誤差のスペクトル分布. (a) 3DVar, (b) EnVar 実験. 上下の横軸はそれぞれともに領域全体の長さに対して定義した波数と波長を示す. マゼンタの縦線は LSB 実験における切断波数を示す.

5.4a の青線)でも、波数 30–50 付近を除くスケール全体を通して誤差の増大が顕著であり、中規模波長帯の同化による正のインパクトが空間分布にはほとんど現れていないことがわかる。LSB 手法の導入で解析精度は No LAM DA に近づくが、BLSB+3DVar (図 5.3a の橙線)は観測の同化で大規模構造が再び乱されるために No LAM DA よりも大きな誤差を示している (図 5.4a)。一方で Nested 3DVar (図 5.3a の緑線)は観測と GM の情報を同時に同化することにより、大規模な構造の精度悪化を最小限に留め (図 5.4a)、領域右側の No LAM DA の誤差を観測の同化により改善している。EnVar により観測を同化している GM は予測誤差の時間

変化を反映しているが、3DVar 実験では LAM が気候学的な背景誤差に依存しているため、適切な背景誤差の構造を捉えられず解析誤差が大きくなりやすい。このように GM と LAM の同化システムの間で明らかな差がある場合は、GM の情報を観測と同時に取り入れる変分 LSB 手法が有利に働くことが示唆される。

EnVar (図 5.3b の青線) は LAM 領域の  $n = 320$  付近より右側の広い範囲で No LAM DA よりも高い精度を示すが、No LAM DA の精度が高い左側では No LAM DA よりも誤差が大きい。EnVar のアンサンブルスプレッド (図 5.3b の青破線) は領域右側の方が左側よりもわずかに大きくなっていることから、右側では観測の情報を取り入れやすいが左側では自信過剰な状態になっていることが、この精度の差にある程度寄与していると考えられる。誤差のスペクトル分布 (図 5.4b の青線) では、表 5.2 で見られたような大規模場の精度悪化が明らかである。一方で No LAM DA に見られる波数 30 付近の誤差のピークは減少しており、LAM への同化の効果が主にこの波数帯に顕著に現れていることを示している。

BLSB+EnVar (図 5.3b の橙線) は GM の背景場を取り入れることで、領域左側の精度を EnVar よりも改善し、かつ高解像度で同化を行うことで領域全体で No LAM DA よりも高い解析精度を示している。アンサンブルスプレッド (図 5.3b の橙破線) は EnVar よりも小さくなり、No LAM DA とおおよそ同じ水準にあるが、解析誤差の減少の方がスプレッドの減少よりも大きいために、結果としてスプレッドの過小評価が緩和されている。誤差のスペクトル分布 (図 5.4b の橙線) では大規模場の誤差が No LAM DA とほぼ一致し、かつ波数 30 付近の誤差分布は EnVar とほぼ一致しているために、全体として No LAM DA よりも解析誤差が小さくなっている。

一方で Nested EnVar (図 5.3b の緑線) は BLSB+EnVar と同様に領域左側の精度を EnVar よりも改善するが、その改善度合いが BLSB+EnVar よりも小さく、また領域右側では EnVar よりも精度がやや悪化している。領域全体を通して No LAM DA の結果に近づいており、GM の情報を観測と同時に同化している影響が強く現れている。また、GM の情報を取り入れることで情報量が増え、第 5.2.2 節でも言及したようにアンサンブルスプレッドが他の手法よりも大きく減少している (図 5.3b の緑破線)。スプレッドの空間分布は他の実験が示す観測位置での極小値に加えて、低解像度 LAM 空間の格子位置 (観測位置の中間に相当) でも極小値を持つ波構造をとっている。スプレッドを EnVar よりもさらに過小評価していることで、より観測の情報を取り入れづらく、No LAM DA に近い場を表現していると考えられる。誤差のスペクトル分布 (図 5.4b の緑線) から、観測の影響が入りづらく領域全体で誤差が増大していることによる大規模場の誤差の僅かな悪化と、No LAM DA の誤差ピークを反映して EnVar や BLSB+EnVar よりも波数 30 付近の誤差が増大していることがわかる。

これらの結果から、BLSB+EnVar と Nested EnVar はともに LAM 解析の大規模場の誤差を緩和するが、Nested EnVar において LAM の背景場と観測、GM の大規模場の間のバランスを適切に評価するためには、スプレッドの過小評価を改善する必要があることが示唆される。なお、Nested 3DVar の誤差のスペクトル分布 (図 5.4a の緑線) において、Nested EnVar で見られるような波数 30 付近の誤差の増大がはっきりと見られないのは、気候学的に構築した誤差共分散  $\mathbf{V}$  が波数 30 に誤差のピークを持つという GM 解析の特性を反映していないた



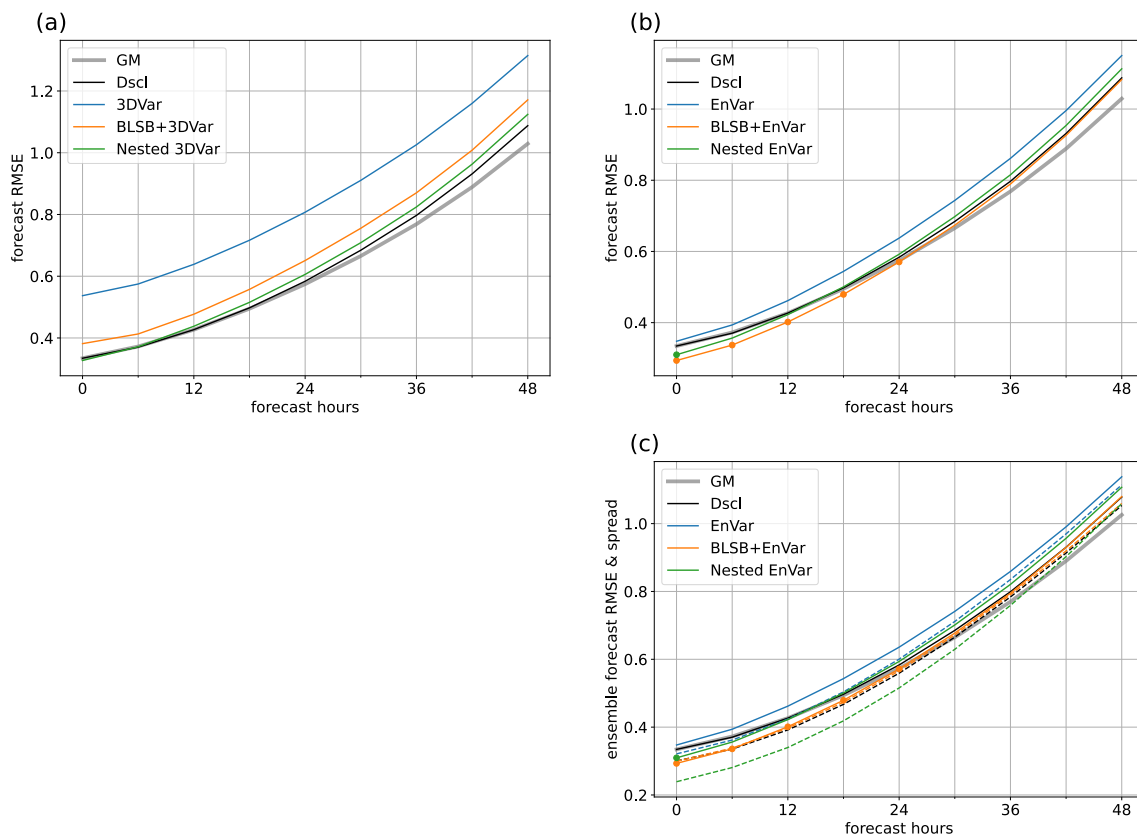


図 5.5: 一様観測を用いた (a) 3DVar 実験と (b) EnVar 実験における決定論的予測の RMSE. 各曲線は同化サイクルで平均した値を示す. 丸印は有意水準 0.05 で GM のダウンスケーリングよりも精度が高い予報時刻を示す. 太い灰色の曲線は LAM 領域内で評価した GM の予報 RMSE を示す. 横軸は解析時刻からの時間 (hour) を示す. (c) (b) と同様, ただしアンサンブル予測平均の RMSE (実線) とアンサンブル予測スプレッド (破線) を表す.

めと考えられる.

ここまでの解析誤差の比較から, 先行研究でも示されてきたように, LAM 解析が GM 解析に対する付加価値を持つためには LSB 手法の導入が重要であることが明らかになった. この LSB 手法による解析精度の向上が, 予測精度の向上にどの程度寄与するのかを確かめるために, 解析値からの予測の精度を比較する (図 5.5). LAM の時間発展による誤差と LBC 由来の誤差の切り分けの目安とするため, GM の予報値 (LAM の領域内) の誤差も同時に示す. Dscl 実験 (黒線) の誤差成長は人工的な境界条件の影響で GM よりもやや早い. LAM 同化実験の予測誤差の成長は, 3DVar を除く全ての実験で Dscl よりも早い. LAM 同化実験の予測誤差は最初の 24 時間でおおよそ倍になっており, Lorenz III の誤差の倍加時間と整合的である. 初期時刻において Dscl (GM 解析) よりも高い精度を示しているのは Nested 3DVar, BLSB+EnVar, Nested EnVar であるが, 95% 以上有意に精度が高いのは BLSB+EnVar と Nested EnVar である. しかし, Nested EnVar は 6 時間後には Dscl との精度差が有意でなくなり, 18 時間後には Dscl を上回る平均誤差を示す (図 5.5b). 一方で BLSB+EnVar は 24 時間後まで Dscl より 95% 以上有意に小さい予測誤差を示している (図 5.5b). 予測誤差の成長

率は Nested EnVar よりも僅かに大きいですが、初期の精度差が大きいため 24 時間後まで平均的に精度の高い予測ができています。アンサンブル予測平均 (図 5.5c) もほぼ決定論的予測と同じ誤差成長を示す。初期のアンサンブルスプレッドは図 5.3b で示すように、BLSB+EnVar 以外は解析誤差よりも小さく、予測誤差と成長率がほぼ同じため、48 時間後まで EnVar と Nested EnVar は自信過剰になっている。

実験 1 の結果から、本研究で提案する Nested EnVar が既存の LSB 手法と同様に LAM DA が持つ大規模場の誤差を軽減する効果を持つことが示された。定常な誤差共分散を利用する 3DVar では、同化によって大規模場の解析精度を大きく悪化させる傾向があるため、混合の後に同化を行う BLSB+3DVar よりも GM の情報を観測と同時に取り入れる Nested 3DVar の方が効果的に大規模場の誤差を軽減することができる。一方で EnVar の場合は、流れに依存する誤差共分散を用いることで 3DVar と比較して大規模場の解析精度の悪化が小さくなっているが、LSB 手法を導入することで GM 解析よりも精度の高い解析を得ることができる。Nested EnVar は Nested 3DVar よりも解析精度が高く、BLSB+EnVar と同程度の解析精度を示すが、EnVar や BLSB+EnVar と比較して解析アンサンブルスプレッドが減少しやすく、自信過剰になりやすい。そのため BLSB+EnVar よりも GM のダウンスケーリングに対する予測精度の優位性が持続しづらいと考えられる。Nested EnVar の共分散膨張率は解析誤差が最小となるように調整しているが、現在の値より膨張率を大きくするとスプレッドの過小評価が緩和されるが解析誤差も大きくなっていく (図略)。Nested EnVar の解析アンサンブル摂動は式 (5.31) に従って更新しているため、より大規模な構造のスプレッドが GM の情報を取り入れることで減少しやすくなっている。解析誤差を小さくしつつスプレッドの過小評価を緩和するには、スケール毎に共分散膨張率を変えるべきだと考えられる。このようなスケールに依存する共分散膨張の実装は将来的に行う。

## 5.4 観測分布への依存性

LAM 領域内に偏らせた観測を同化した実験 2-5 における、解析 RMSE とスキルスコアを表 5.3 に示す。一様な観測を同化した実験 1 (図 5.2, 表 5.2) よりも LAM に同化される観測数は増えているものの、LSB 手法なしの同化実験では領域内を動く観測を同化した EnVar を除き、全ての実験で解析精度が実験 1 よりも悪化している。特に 3DVar では領域内の一部のみを観測する場合に、観測誤差を大きく上回るほど解析精度が悪化している。スキルスコアの比較から、この解析精度の悪化は主に大規模場の改悪によるものであることがわかる。観測が水平境界付近に偏っている場合 (表 5.3a, 表 5.3c) の大規模場の誤差は、3DVar と EnVar ともに GM 解析の誤差の 2 倍以上 (スキルスコアが  $-1$  を下回る) になっており、大規模場の解析精度が著しく悪化していることを示している。これは偏りのある観測を同化する場合に、解析精度に領域内で差が生じることでより大規模場の解析精度が悪化しやすいことを示している。なお、LAM 領域の左側のみを観測した実験 (表 5.3a) と右側のみを観測した実験 (表 5.3c) の間で解析精度に差が出ているのは、観測の影響が伝わる方向と背景場の活動度によるものである。3DVar では左側を観測した場合の方が右側を観測した場合よりも解析 RMSE がわずかに

表 5.3: 異なる観測網を用いた実験における時間平均した解析 RMSE とスキルスコア.

| (a) 実験 2 (観測左寄り) |       |       |             |          |
|------------------|-------|-------|-------------|----------|
| 実験               | RMSE  | 全波数   | $k \leq 24$ | $k > 24$ |
| 3DVar            | 3.29  | -118  | -116        | -2.1     |
| BLSB+3DVar       | 0.331 | 0.051 | -0.21       | 0.26     |
| Nested 3DVar     | 0.323 | 0.040 | -0.23       | 0.27     |
| EnVar            | 0.662 | -3.8  | -3.9        | 0.13     |
| BLSB+EnVar       | 0.295 | 0.23  | -0.056      | 0.28     |
| Nested EnVar     | 0.287 | 0.26  | -0.0056     | 0.27     |
| (b) 実験 3 (観測中央)  |       |       |             |          |
| 実験               | RMSE  | 全波数   | $k \leq 24$ | $k > 24$ |
| 3DVar            | 1.33  | -17.3 | -16.8       | -0.50    |
| BLSB+3DVar       | 0.327 | 0.13  | -0.14       | 0.28     |
| Nested 3DVar     | 0.313 | 0.14  | -0.14       | 0.28     |
| EnVar            | 0.371 | -0.18 | -0.45       | 0.27     |
| BLSB+EnVar       | 0.285 | 0.32  | 0.032       | 0.29     |
| Nested EnVar     | 0.273 | 0.37  | 0.092       | 0.27     |
| (c) 実験 4 (観測右寄り) |       |       |             |          |
| 実験               | RMSE  | 全波数   | $k \leq 24$ | $k > 24$ |
| 3DVar            | 3.34  | -125  | -122        | -2.7     |
| BLSB+3DVar       | 0.328 | 0.053 | -0.21       | 0.27     |
| Nested 3DVar     | 0.323 | 0.036 | -0.23       | 0.27     |
| EnVar            | 0.543 | -1.9  | -2.2        | 0.26     |
| BLSB+EnVar       | 0.291 | 0.24  | -0.012      | 0.29     |
| Nested EnVar     | 0.307 | 0.12  | -0.14       | 0.26     |
| (d) 実験 5 (移動観測)  |       |       |             |          |
| 実験               | RMSE  | 全波数   | $k \leq 24$ | $k > 24$ |
| 3DVar            | 0.652 | -4.7  | -4.5        | -0.17    |
| BLSB+3DVar       | 0.329 | 0.086 | -0.19       | 0.27     |
| Nested 3DVar     | 0.311 | 0.13  | -0.15       | 0.27     |
| EnVar            | 0.315 | 0.15  | -0.15       | 0.29     |
| BLSB+EnVar       | 0.283 | 0.30  | 0.014       | 0.29     |
| Nested EnVar     | 0.258 | 0.40  | 0.11        | 0.29     |

小さい。これは Lorenz III の群速度が右向きである (Yoon et al. 2010) ため、左側の観測の影響の方が LAM の計算領域内に伝播しやすいことを反映している。しかし 3DVar では観測の偏りによる大規模場の解析精度の悪化が著しく、観測の影響が及ばない範囲では解析誤差が最大で 6 を超えるまで増幅する (図略)。EnVar でも観測の影響の右向きの伝播は確認できるが、流れ依存性を考慮した影響で 3DVar ほどの解析精度の悪化は見られず、背景場の活動度が比較的高く誤差が増幅しやすい右側の領域 (図 5.3) で解析誤差が大きくなっている (図略)。このため EnVar では、増幅しやすい右側を観測で抑えた実験の方が左側を観測した場合よりも高い解析精度を示している。

LSB 手法を導入すると、この大規模場での解析精度の悪化が抑えられ、安定した解析値が得られている。特に BLSB+3DVar と Nested 3DVar では、実験 1 と比較して観測数が増えたことによる解析精度の向上が現れており、2 つの実験間の精度差が小さくなっている。観測を左より (表 5.3a)、中央 (表 5.3b)、および右より (表 5.3c) に置いた実験では、背景 LSB 手法と変分 LSB 手法の解析精度の間に明確な差は見られず、2 つの LSB 手法は同等の性能を示している。右よりの観測を同化した実験で Nested EnVar が BLSB+EnVar よりもやや大きな RMSE と低いスキルスコアを示しているが、これは上述したように LAM 領域の右側で GM の誤差が比較的大きく、GM を同時に同化する Nested EnVar の方がこの誤差傾向をよく反映しているために差が生じている。実験 1 と同様にスプレッドの過小評価を改善することで精度差を小さくできると考えられる。

領域内を動く観測を同化した実験 5 (表 5.3d) では、RMSE とスキルスコアの両方で変分 LSB 手法が背景 LSB 手法よりも高い精度を示している。Nested 3DVar と BLSB+3DVar の解析 RMSE の差は実験 1 よりも小さいが、Nested EnVar と BLSB+EnVar の解析 RMSE の差は実験 1-4 と比べて大きく、 $t$  検定でも 99% 以上有意である。このことから、流れ依存性を考慮したアンサンブル変分 LSB 手法は、領域内を移動する密な観測を同化する場合に背景 LSB 手法よりも高い性能を示すと言える。以降、実験 5 の EnVar, BLSB+EnVar, Nested EnVar の結果に着目して LSB 手法間の比較を行う。

まず図 5.6 に実験 5 における解析 RMSE の時間変化を示す。EnVar (青線) では、一様観測実験よりも平均的な誤差は減少しているが、誤差が急増するタイミングは増えている。EnVar に LSB 手法を導入すると、誤差が急増するタイミングは相変わらず見られるものの、精度が高く安定している期間が一様観測実験よりも伸びている。Nested EnVar (緑線) はこの安定した期間において BLSB+EnVar (橙線) よりも全体的に低い RMSE を示している。

図 5.7a に解析誤差の空間分布を示す。LAM に同化される観測は領域内をランダムに動いているため、EnVar (青線) の解析誤差と解析スプレッドに明瞭な波状構造は見られない。領域右側で一様観測実験よりも解析精度が向上しているが、観測数が増えたことによりスプレッド (破線) も減少しているため、自信過剰気味である点は同様である。BLSB+EnVar は一様観測実験と同様にスプレッドの過小評価を緩和しているが、一様観測実験に対する解析精度の改善は明瞭でない。一方で Nested EnVar は水平境界付近を除く領域全体で解析誤差が下がっている。観測数の増加に伴いアンサンブルスプレッドも減少しているが、観測分布が不均一であるために図 5.3b で見られたような波状構造は明瞭でなくなっている。

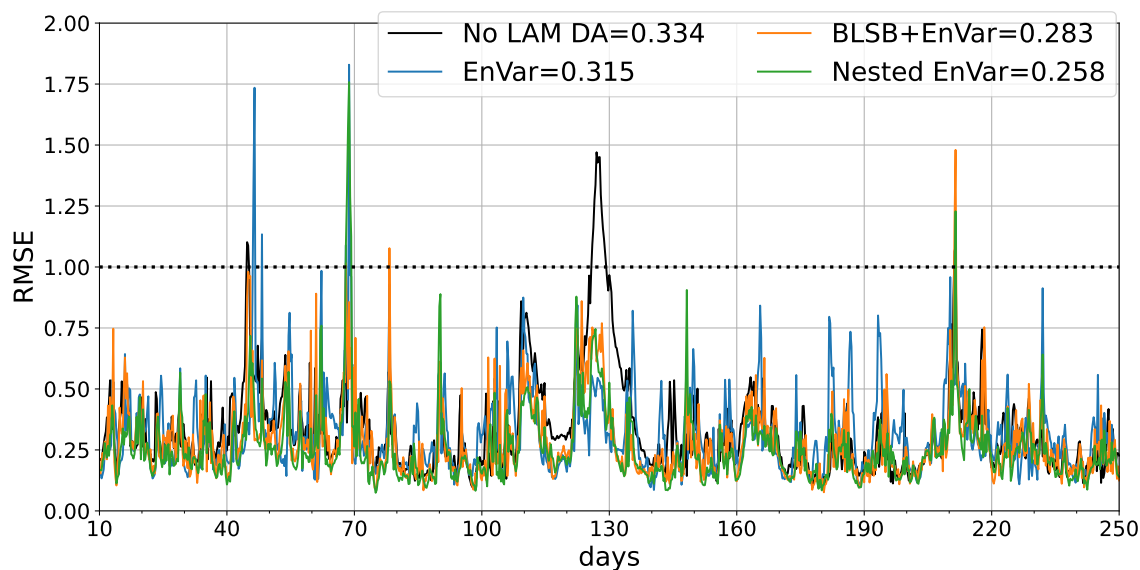


図 5.6: 図 5.2b と同様，ただし移動する密な観測を用いた実験．

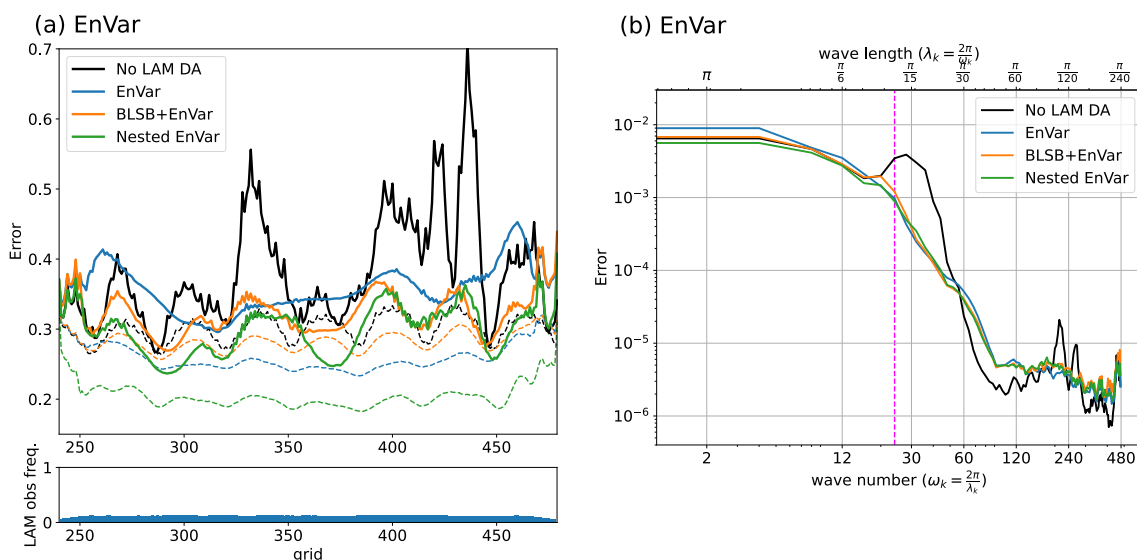


図 5.7: (a) 図 5.3b, (b) 図 5.4b と同様，ただし移動する密な観測を用いた実験．

解析誤差のスペクトル分布（図 5.7b）を見ると，EnVar（青線）は一樣観測実験（図 5.4b）の時よりもわずかに軽減しているが，やはり大規模場の解析誤差が No LAM DA よりも増加している．BLSB+EnVar（橙線）はスキルスコア（表 5.3d）にも現れているように，大規模場の解析精度はわずかな改善にとどまっているため，スペクトル分布が切断波数以下ではほぼ No LAM DA に重なっている．Nested EnVar（緑線）は波数 2–60 付近までの広い波長帯で解析誤差を減らしていることがわかる．一樣観測実験（図 5.4b）で見られた波数 30 付近での誤差の増加は現れているものの，LAM 領域内に多くの観測を同化しているため一樣観測実験よりも不明瞭になっている．特に切断波数付近では BLSB+EnVar よりも小さく EnVar と同等の誤差を示していることから，Nested EnVar が GM と LAM の背景誤差の情報を適切に組み

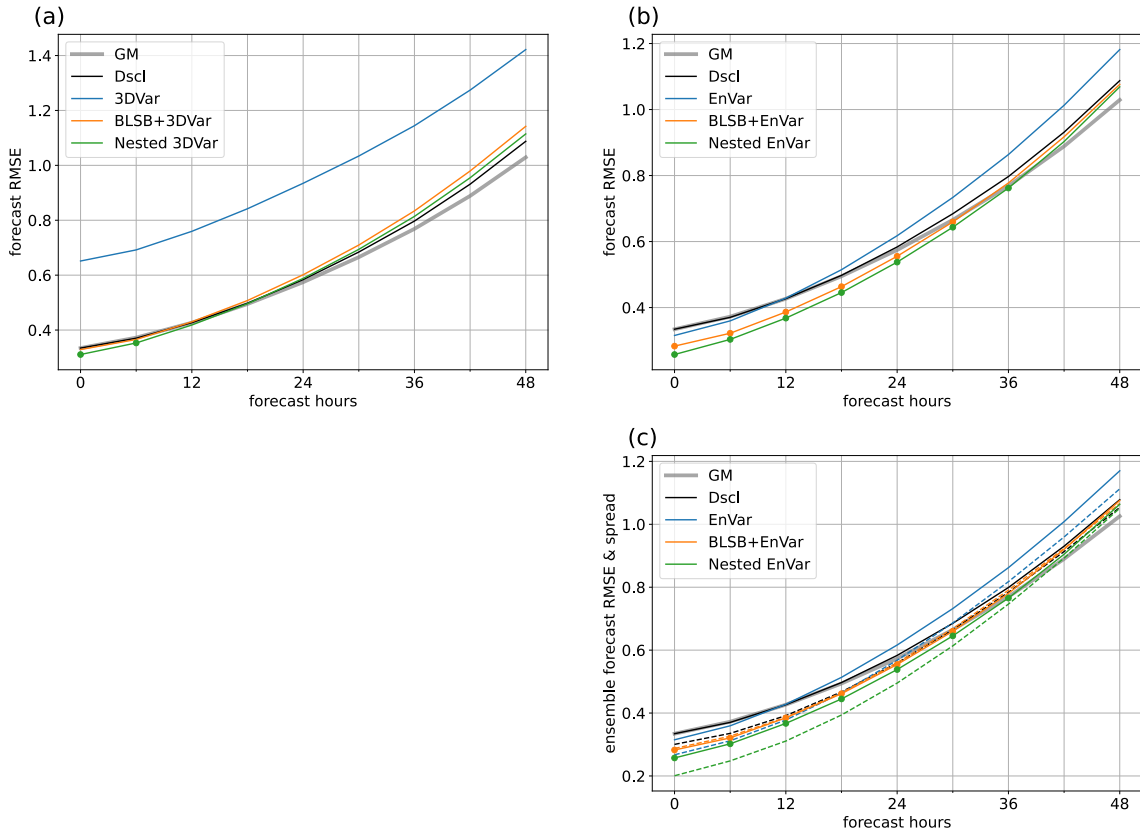


図 5.8: 図 5.5 と同様、ただし移動する密な観測を用いた実験。

合わせていることがわかる。

図 5.8b に解析アンサンブル平均値からの決定論的予測の誤差を示す。BLSB+EnVar からの予測は 30 時間後まで、Nested EnVar からの予測は 36 時間後まで 95% 有意にダウンスケーリングよりも高い精度を示している。予測誤差の成長率は一様観測実験 (図 5.5) と大きく変わらないため、予測精度の高いリードタイムの増加は初期値の誤差の改善によるものである。アンサンブル予測 (図 5.8c) も同様に Nested EnVar が 36 時間後まで有意に高い精度を示す。Nested 3DVar も BLSB+3DVar よりも解析精度を改善するが、有意に高い予測精度を示すのは 6 時間後までである (図 5.8a) ことから、背景場の流れ依存性を考慮することで密な観測を同化する効果を最大限引き出すことができると示唆される。

## 5.5 まとめと議論

本章では、LAM 同化が抱える大規模場の誤差を改善するために、GM と LAM の大規模場を背景誤差の変動を考慮して混合するアンサンブル変分 LSB 手法を新たに導入した。提案手法を背景 LSB 手法と静的な変分 LSB 手法と直接比較することで、LSB 手法に対する背景場の流れ依存性の影響を調べた。本研究で提案するアンサンブル変分 LSB 手法は、GM と LAM の背景誤差をどちらもアンサンブル予報から推定することで、GM の大規模場の情報を流れ場に応じた相対的な重みに基づいて動的に取り入れることができる。

Lorenz (2005) の一次元カオスモデルを用いた OSSE から、背景 LSB 手法と変分 LSB 手法はともに LAM DA によって生じる大規模場の解析精度の悪化を抑えるが、3DVar 実験のように GM の方が平均的に高い解析精度を示す場合、変分 LSB 手法によって観測と同時に GM の情報を同化することで、背景 LSB 手法よりも効果的に大規模場の精度悪化を抑えることができることがわかった。背景誤差の流れ依存性を考慮する EnVar では、定常な背景誤差を用いる 3DVar よりも大規模場の解析誤差の悪化は抑えられるものの、大規模場は中小規模な場よりも大きなエネルギーを持つため、大規模場の精度悪化は観測の同化による中規模波長帯の解析精度の改善を打ち消すほどの影響を持つ。そのため本研究で提案するアンサンブル変分 LSB 手法によって、この大規模場の精度悪化を抑え、GM 解析の空間内挿よりも高い解析精度を示す場を得ることができ、予測にも正のインパクトをもたらす。これらの結果は、LAM 同化が GM 解析のダウンスケーリングに対する付加価値を持つためには、LSB 手法による大規模場の制約が重要であることを示している。

さらに、LSB 手法による大規模場の制約は LAM 領域内に偏りのある観測を同化する場合に大きな効果を持つことがわかった。偏りのある観測は LAM 解析のバランスを崩しやすいため、均一な観測よりも大規模場の誤差を悪化させやすく、LSB 手法が大きなインパクトを示す。特に本研究で提案するアンサンブル変分 LSB 手法は、GM の背景誤差の流れ依存性を考慮することで、LAM 領域内を動く密な観測を同化する場合に背景 LSB 手法を上回る解析・予測精度を示した。アンサンブル変分 LSB 手法は、大規模場の制約と中規模場に対する観測の効果のバランスを適切に決定でき、幅広い波長帯で高い精度を示す解析値を作成していた。この結果は、衛星サウンダのように密で空間的に局在化した観測を LAM に同化する場合に、アンサンブル変分 LSB 手法が現在用いられている背景 LSB 手法の有望な代替手法であることを示唆している。

一方で、アンサンブル変分 LSB 手法はアンサンブルスプレッドを予測誤差に対して過小評価する傾向が見られ、均一な観測を同化する実験では観測の同化による正のインパクトを弱めていた。これはコスト関数のヘシアンを用いたアンサンブル変換 (Zupanski 2005) により GM の誤差情報を解析アンサンブルに反映しているためであり、観測のみを考慮するアンサンブル手法よりも特に大規模場の解析分散が縮小しやすくなっている。現状用いているすべてのスケールで一定の共分散膨張ではスケール毎の分散の調整を行うことができないため、スケール毎に膨張を行う手法を実装する必要がある。

また、本研究で定式化したアンサンブル変分 LSB 手法では、GF08 や DG12 と同様に GM と LAM の間の背景誤差相関を無視している。GM と LAM は水平境界で接続しているため、双方の背景誤差は本来相関を持つと考えられる。個々の誤差共分散と同様に、2 つの場の背景誤差間の交差共分散もモンテカルロ法で推定できるが、この交差共分散を変分法に組み込むためには交差共分散を含む巨大な行列  $((N_L + N_{Li}) \times (N_L + N_{Li}))$  次元の逆行列を考える必要がある。この行列はアンサンブル数が状態変数次元よりも小さい場合には、実際にはそうでなくとも 2 つの背景誤差が最大相関を持つ状態 (Berry and Sauer 2018) に相当し、行列の条件数が非常に大きくなり数値最適化が不安定になることに加え、GM の背景誤差を適切に考慮することができない。2 つの背景誤差間の交差共分散を考慮するためには、このランク落ちを克

服する手法が必要である。

このようなサンプル数不足によるランク落ちの問題は、交差共分散だけでなく現実的な高次元モデルに適用する場合にも課題となる。アンサンブル手法においてサンプル数不足を補う手法として有名なのは局所化手法であるが、局所化手法の挙動は局所化スケールに大きく依存する。アンサンブル変分 LSB 手法において、LETKF (Hunt et al. 2007) のように観測空間で局所化を行う場合は、GM の情報を観測のように扱うため、この GM の情報も距離に応じて局所化することになる。GM が表現する大規模な構造をなるべく乱さずに LAM に取り入れるためには、大規模場の情報を局所化する際の局所化スケールを観測に対する局所化スケールよりも大きく設定することが望ましいと考えられる。また状態空間での局所化 (Zupanski 2021) を用いる場合も、GM と LAM の背景アンサンブルをどちらも局所化する必要がある、それぞれ異なる局所化スケールを持つことが予測される。局所化の効果的な導入のためには、それぞれのモデルのアンサンブルに対して適切な局所化スケールを持つ関数を選択あるいは推定する手法が必要であると考えられる。局所化の考慮は交差共分散の導入にも効果的であると考えられるため、スケール毎の共分散膨張手法に加えて、適切な局所化手法についても研究する必要がある。





## 第 6 章

### 議論

本章では、第 2, 3, 4, 5 章を受けて、階層構造を持つ気象擾乱の予測可能性と多重スケールの不確実性との関係について包括的に議論する。ここまでは主に空間分布に基づいて結果の解釈を進めてきたが、本章ではより定量的に多重スケールの不確実性を示すために、運動エネルギースペクトル密度に基づく研究 (Durran and Gingrich 2014; Weyn and Durran 2017) を参考に、梅雨前線帯の MCS に対する領域アンサンブルシミュレーションとデータ同化から得られたアンサンブルの性質について調べ、一次元モデルによる理想化実験の結果と比較してスケール毎の誤差と予測精度との関係について考察する。

離散化された運動エネルギースペクトル密度は

$$\widehat{\text{KE}}(k_p) = \frac{L_x L_y \Delta k}{4\pi^2} \sum_{m,n \in R(p)} [\hat{u}(m,n)\hat{u}^*(m,n) + \hat{v}(m,n)\hat{v}^*(m,n)] \quad (6.1)$$

と表される。ここで、 $\hat{u}, \hat{u}^*$  と  $\hat{v}, \hat{v}^*$  はそれぞれ、東西風速と南北風速を DCT によって変換した波数空間の振幅とその複素共役を表す。 $\Delta k = \min(\pi/(n_x \Delta x), \pi/(n_y \Delta y))$  はモデルの格子点数と水平格子幅から決まる、DCT によって解像される最小の波数刻み幅を表し、 $k_p = p\Delta k$  は離散化された二次元波数を表す。式 (6.1) の  $\sum$  は、 $k_p - \Delta k/2 \leq \sqrt{(m\Delta k_x)^2 + (n\Delta k_y)^2} < k_p + \Delta k/2$  を満たす東西波数と南北波数の組  $(m,n)$  で足し合わせている。その他の式 (6.1) の詳細は、付録 B に記述する。

本章では、アンサンブルシミュレーションの背景場の運動エネルギースペクトルと摂動の運動エネルギースペクトルの比較から、予測可能性を検討する。そのためにまず、各アンサンブルメンバーのエネルギースペクトル  $\widehat{\text{KE}}_i$  を式 (6.1) から計算し、そのアンサンブル平均

$$\widehat{\text{KE}} = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \widehat{\text{KE}}_i \quad (6.2)$$

( $N_e$  はアンサンブルメンバー数) をとる。摂動のエネルギースペクトルを求めるために、式 (6.1) の  $u, v$  をアンサンブル摂動  $u_i - \bar{u}$ ,  $v_i - \bar{v}$  に置き換えて得られるエネルギースペクトル  $\widehat{\text{KE}}'_i$  をアンサンブル平均する。

$$\widehat{\text{KE}}' = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \widehat{\text{KE}}'_i \quad (6.3)$$

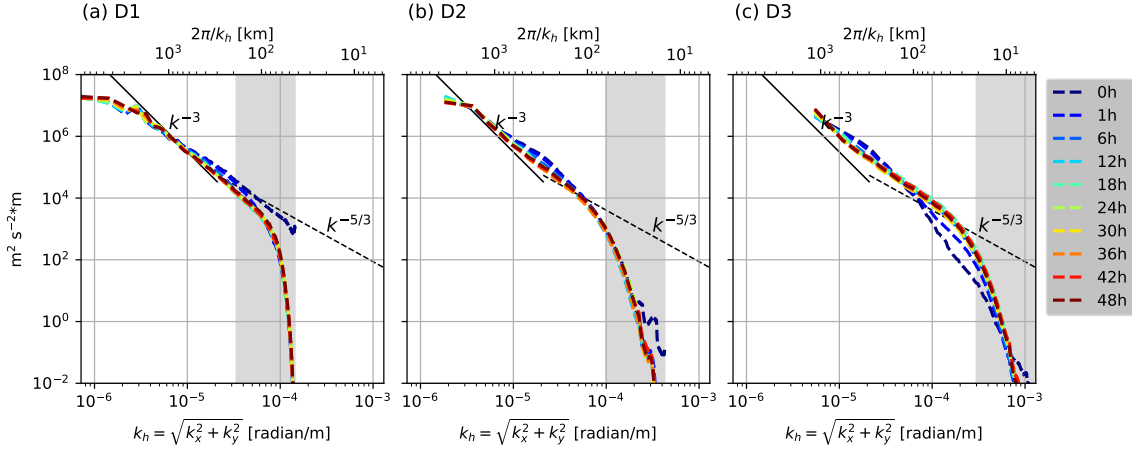


図 6.1: FT00, 01 及び FT06 から 6 時間毎の予報時刻において、モデル第 1–15 層で平均した、アンサンブル平均の運動エネルギースペクトル密度 ( $\text{m}^3 \text{s}^{-2}$ ). (a) D1, (b) D2, (c) D3. 下軸は水平波数 ( $\text{radian m}^{-1}$ ), 上軸は水平波長 ( $\text{km}$ ) を表す. 黒の実線および破線は航空機観測 (Nastrom and Gage 1985) から得られた運動エネルギースペクトルの参照線を示す. 灰色の陰影をかけた領域は数値粘性のためにスペクトルが減衰している波長帯 (水平刻み幅の 7 倍以下, Skamarock 2004) を示す.

ここで運動エネルギーは二乗量のため、摂動のエネルギースペクトルをアンサンブル平均してもゼロにはならない. 式 (6.2) と (6.3) をそれぞれ、背景場のエネルギースペクトルと誤差のエネルギースペクトルに対応する指標として用いる. 以後、アンサンブル摂動の運動エネルギースペクトルは個々のメンバーのスペクトルではなく、式 (6.3) を指すものとする.

Weyn and Durran (2017) では、初期にある限られた波長帯に背景場よりも十分小さい振幅を持つ摂動を与え、その摂動の時間発展から予測可能性の限界について議論している. 本研究では成長モード育成法やアンサンブルデータ同化を用いて初期摂動を生成しているため、初期摂動は大気の流れに応じた構造を持っており、その振幅を波長帯ごとに定めているわけではない. そのため、特に背景場の振幅が小さい高波数帯では、初期時刻から摂動が背景場と同等の振幅を持ち、振幅が単調に時間発展しない場合もある.

## 6.1 成長モード育成法によるアンサンブル摂動の特性

まず、第 2 章の成長モード育成法で生成した初期摂動によって駆動されるアンサンブル予測 (以下、BGM アンサンブル) の運動エネルギースペクトルの分布から、BGM アンサンブルの特性を調べる. 本研究で着目している MCS の予測可能性には、対流圏下層における摂動の発達が重要な役割を果たしていた (第 2, 3 章) ため、以降の解析では対流圏下層 (モデル面 1–15 層) に注目する.

まず各領域のアンサンブル平均の運動エネルギースペクトルを確認する (図 6.1). 初期時刻から FT01 にかけては、D1 では NCEP GFS から、D2 と D3 では D1 からのダウンスケーリングから各解像度に合わせるための急激な変化 (スピンアップ) が生じる. どの領域でも最初

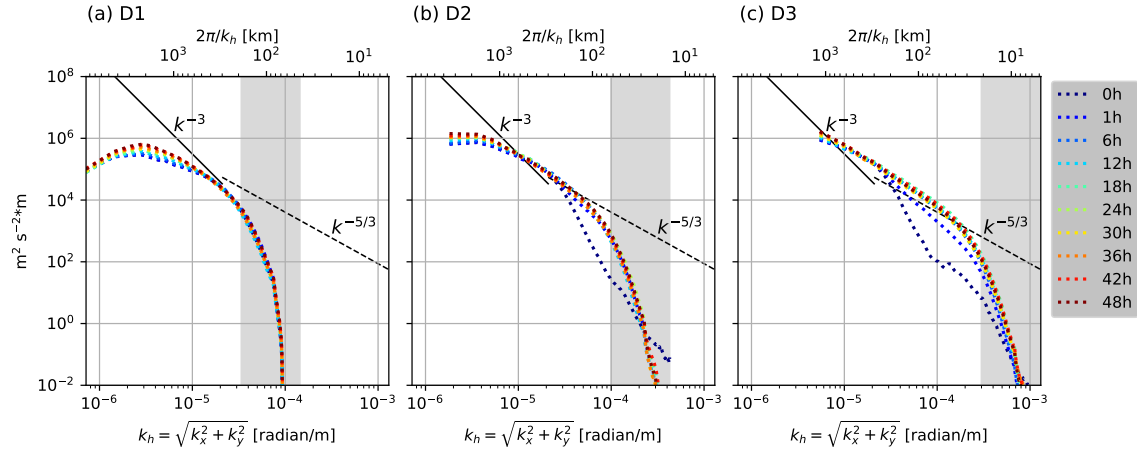


図 6.2: 図 6.1 と同様, ただしアンサンブル摂動の運動エネルギースペクトルを示す.

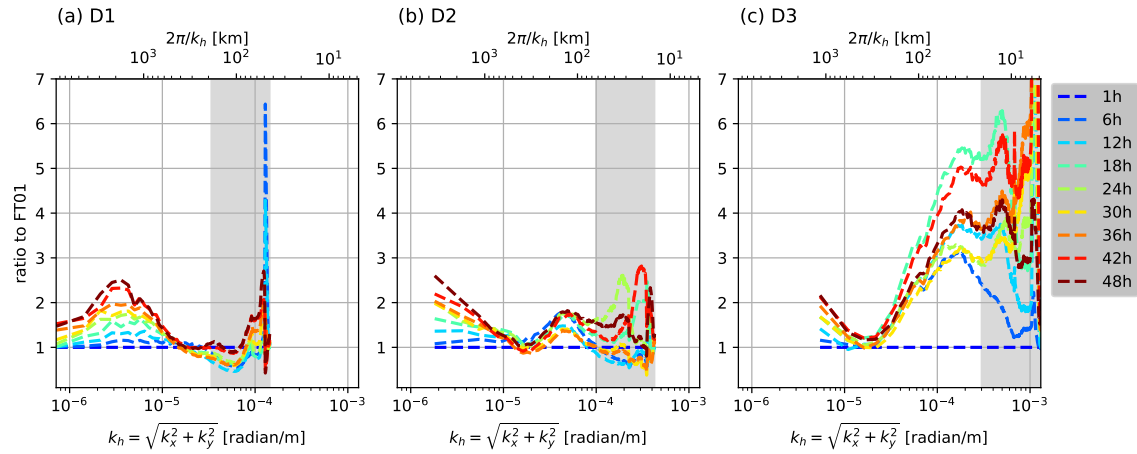


図 6.3: 図 6.2 と同様, ただし FT01 の運動エネルギースペクトルとの比を表す.

の 6 時間でスペクトルの概形がほぼ決まる. D1 (図 6.1a) では波長 500–2000 km においてスペクトルの傾きが  $k^{-3}$  に, 波長 200–500 km において  $k^{-5/3}$  に従っており, 航空機による観測結果 (Nastrom and Gage 1985) とよく対応している. それ以下のスケールの波長帯では, 数値粘性の影響で振幅が減衰している (Skamarock 2004). D2 (図 6.1b) でも D1 と同様に, 波長 500–2000 km で  $k^{-3}$  に従い, 波長 100–500 km では傾きが緩やかになる. 波長 100–500 km における傾きは  $k^{-5/3}$  よりもやや急であるが, 傾きの変化はメソスケール帯での背景場のスペクトル傾向の変化を表していると考えられる. D3 (図 6.1c) でも波長 500 km 以上のスケールは  $k^{-3}$  に従い, それより短波長帯ではおよそ 30 km まで  $k^{-5/3}$  に従っている. 領域間で比較すると, 背景場のエネルギーの振幅は解像度が上がるにつれて小さくなるが, 波数に対する傾きの傾向は一致していることがわかる.

全ての計算領域は同一の初期値からシミュレーションを開始するが, 各計算領域でのアンサンブル摂動の発達には違いが見られる. 図 6.2 は, 各領域のアンサンブルメンバーの平均からの摂動に対して計算した運動エネルギースペクトルを示す. また 図 6.3 は FT01 からの摂動

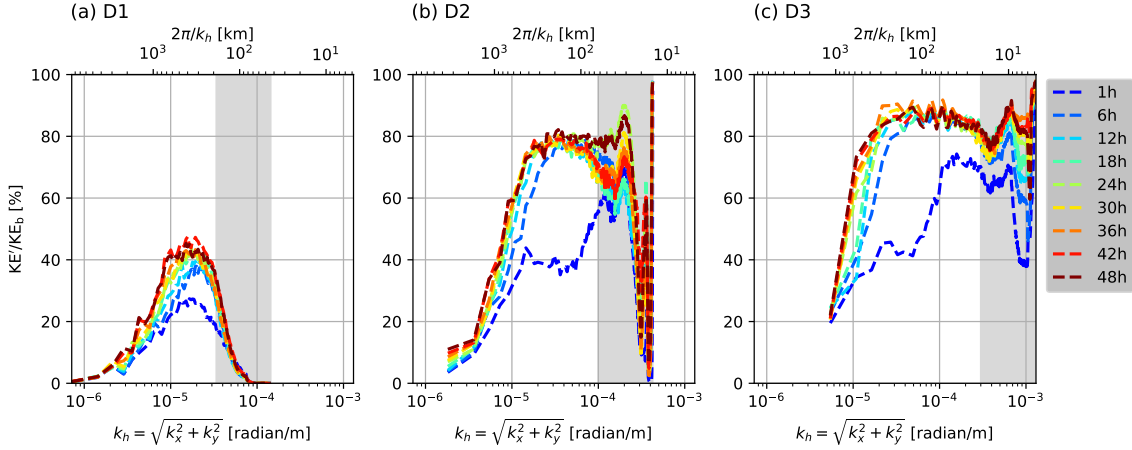


図 6.4: 図 6.2 と同様、ただしアンサンブル平均 (図 6.1) に対するアンサンブル摂動 (図 6.2) の運動エネルギースペクトルの比を % で表す。

の運動エネルギースペクトルの発達を、図 6.4 はアンサンブル摂動とアンサンブル平均のスペクトルの比を示す。D2 と D3 ではアンサンブル平均と同様に、初期時刻と FT01 の間にスパインアップが生じるため、摂動スペクトルの発達は FT01 を比較対象として議論する。また誤差の飽和は  $\widehat{KE}' = \widehat{KE}$  で定義されるため、摂動と平均のスペクトルの比から、摂動の振幅が平均の振幅の 80% に達した状態を、摂動の成長が飽和して予測可能性が著しく失われた状態とみなす (Weyn and Durran 2017)。

D1 (図 6.2a) では初期時刻から FT48 まで波長 2000–3000 km に摂動スペクトルのピークが位置し、総観規模の現象に対応する不確実性を表現している。FT01 以降の成長はこのピークの位置で特に顕著であり、時刻とともにピークから波長 300 km 付近までのスペクトルがおおよそ  $k^{-5/3}$  の傾きに従うようになる (Weyn and Durran 2017)。波長 500 km 以上、特に波長 1000–3000 km のスペクトルは時間とともに単調に増幅する (図 6.3a)。摂動の振幅においてアップスケールカスケードはわずかに確認できるが明瞭ではなく、200 km より短い波長帯での摂動の成長は数値粘性の影響で顕著ではない。3000 km 以上の長波長帯での摂動の成長が 1000–3000 km と比較して小さいことには境界に摂動を与えていない影響 (第 2.1.2 節) が現れている可能性があるが、この後示す内側領域での摂動の発達に悪影響は与えていないと考えられる。またどの波長帯においても、摂動の成長の飽和は見られない (図 6.4a)。

D2, D3 は D1 で計算される総観規模の不確実性を表現する初期摂動からシミュレーションを開始するが、それぞれの領域で解像される全ての波長帯の摂動が D1 よりも発達する。時間発展とともに、摂動の振幅は D2 では波長 100–2000 km (図 6.2b), D3 では波長 40–1000 km (図 6.2c) のスペクトルがおおよそ  $k^{-5/3}$  の傾きに従うようになる。D2, 3 ともに 1000 km 以上の長波長帯では D1 と同様にほぼ単調に摂動が発達し続ける (図 6.3b, c)。D2 の摂動は上記の長波長帯での成長に加えて、100–200 km での成長が顕著に見られる (図 6.3b)。200 km 以下の波長帯は FT06 までに、200–400 km の波長帯は FT24 までにほぼ飽和し、それ以上のスケールでは FT48 まで飽和しない (図 6.4b)。D3 の摂動は背景場のスペクトルの傾きが変わる

波長 500 km を境として、それ以上とそれ以下のスケールで振幅が成長し、特に短波長帯で大きい (図 6.3c). 数値粘性の影響で振幅の絶対値が小さい短波長帯を無視すると、波長 30–40 km 付近に顕著なスペクトルピークが存在し、最初の 6 時間で急激に発達したのちに FT18 に期間中で最大となる。これは最初の MCS の発達に対応していると考えられる。その後摂動スペクトルは FT24–30 にかけて FT06 と同程度まで減衰したのち、二つ目の MCS が発達する FT36 から FT42 にかけて再び FT18 と同程度まで発達する。FT42 は本研究では着目していないが、東シナ海西側で最初の MCS と同様にトラフ前面で MCS が発達する (図略)。このように D3 の摂動スペクトルの発達は領域内での擾乱の発達に応じた変動を示す。D3 でも D2 と同じく、200 km 以下の波長帯が FT06 までに、400 km 以下の波長帯が FT24 までにほぼ飽和する (図 6.4c).

これらの運動エネルギースペクトルの解析から、BGM アンサンブルは D1 では総観規模以上の現象に伴う飽和水準の高い成長モードを捉えているが、D2 と D3 では総観規模以上の摂動から励起されるそれぞれの解像度に応じたメソスケールの誤差成長を表現していることがわかる。これは大規模な誤差成長がメソスケールの誤差成長を駆動すると示した先行研究 (Bei and Zhang 2007; Ke et al. 2022) と整合的である。最初の MCS に伴うメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環が発達する FT12–18 において、D2 と D3 でこのスケールの誤差はすでに飽和している (図 6.4). しかし MCS に伴う降水の比較 (図 2.9) から、D3 のアンサンブル予測は摂動なし実験よりも降水量と降水分布に関して精度の高いメンバーが存在していることが示されている。すなわち、D3 のアンサンブルはそのばらつきの範囲内に観測された実際の気象に近い状態を含んでおり、変動の幅を推定できていると考えられる。したがって、BGM アンサンブルは、本研究で注目する観測期間前半に発達した MCS の予測可能性を調べる上で重要となるメソスケールの不確実性を表現できていると示唆される。

## 6.2 アンサンブル特異ベクトルの非線型時間発展のスケール依存性

前節で示された総観規模の初期の不確実性が MCS の発達に対して重要であることは、アンサンブル感度解析からも確認された (第 3 章) が、非線型実験における摂動の発達には解像度間で差異が見られた。本節では第 3 章で扱ったアンサンブル特異ベクトルの非線型時間発展に関して、非線型性に影響を与えるスケールを運動エネルギースペクトルから考察する。

図 6.5 に第一モードに対する NL+ 実験の D3 領域における運動エネルギースペクトルを示す。運動エネルギースペクトルの時間発展にはモード間・摂動の符号によって違いが見られなかった。ここでは基本場が摂動なしランのため、摂動のエネルギースペクトルは式 (6.3) のアンサンブル平均  $\bar{u}, \bar{v}$  を摂動なしラン  $u_c, v_c$  に置き換えて計算している。なお D1, D2 のスペクトル計算において、高波数成分のノイズを避けるため空間内挿を行わず、D3 の計算領域内に含まれる格子点値に対してスペクトルを計算している。そのため、低解像度実験ほど計算に用いる格子点の数は少なくなっている。また解像度の限界付近 (各図の陰影の右縁) の短波長帯の成長は、スペクトル計算 (付録 B) におけるサンプリング数の少なさと基本場と摂動にお

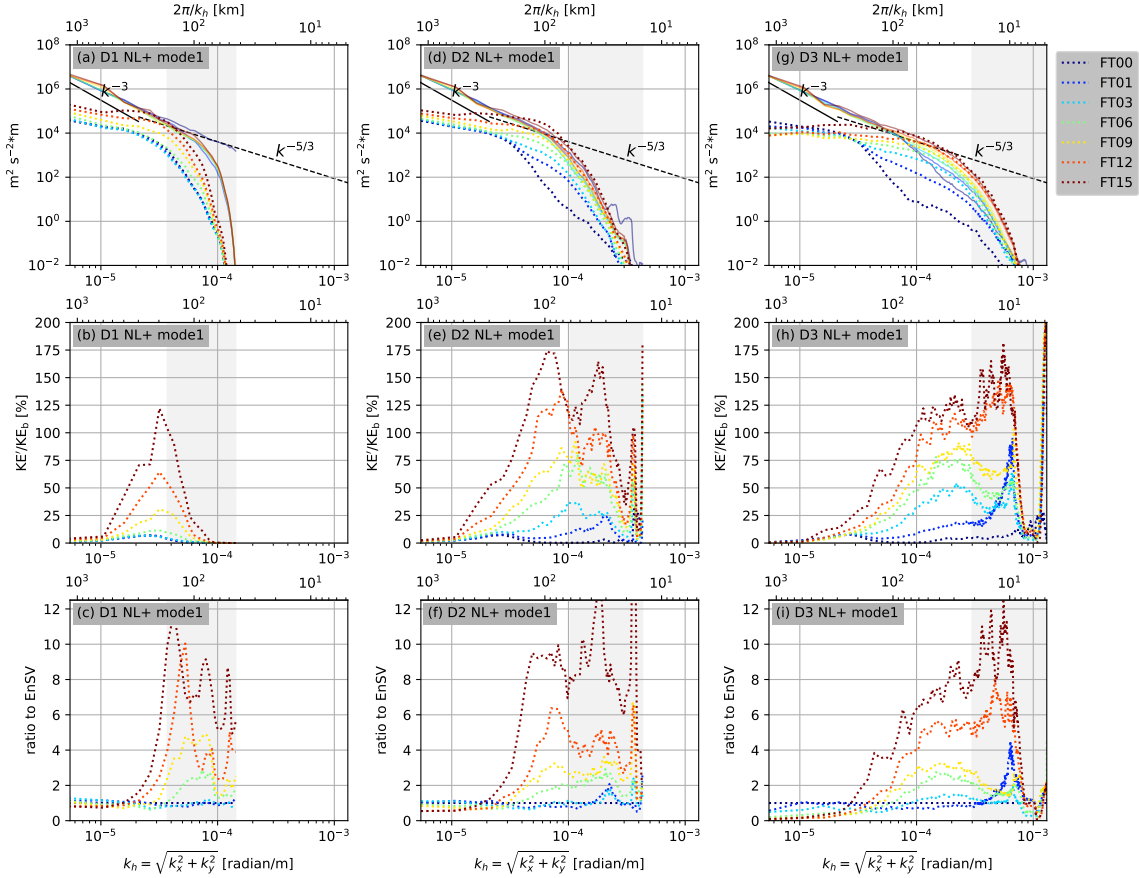


図 6.5: D1 (a–c), D2 (d–f), D3 (g–i) の第一モードに対する NL+ 実験の、モデル面 1–15 層で平均した運動エネルギースペクトル密度 ( $\text{m}^3 \text{s}^{-2}$ ). 初期時刻と FT01, および FT03 から 3 時間毎の予報時刻において、初期ノルム評価領域 (D3) で計算している. (a, d, g) 基本場 (実線) と摂動 (点線). (b, e, h) 基本場に対する摂動の比 (%). (c, f, i) EnSV に対する NL+ の摂動の比. 図の陰影および (a, d, g) の黒の実線と破線は図 6.2 と同様.

けるスペクトルの振幅の小ささから重要でない.

図 6.5a, d, g には基本場の運動エネルギースペクトル  $\widehat{KE}_c$  と摂動の運動エネルギースペクトルを示す. FT01 以降の基本場のスペクトルは、解像度の限界と数値粘性の影響を除いて領域間でほとんど差はなく、400 km 以上の波長帯はおおよそ  $k^{-3}$  に従い、200–400 km の波長帯で傾きが遷移し、200 km 以下の波長帯はおおよそ  $k^{-5/3}$  に従っている (図 6.5a, d, g). この基本場に対する摂動の成長の飽和を調べるために、図 6.5b, e, h には基本場の運動エネルギースペクトルと摂動の運動エネルギースペクトルの比を示す. 基本場が摂動なしランの場合、誤差の飽和は摂動なしランと他のアンサンブルメンバーの判別がつかなくなる状態として、 $\widehat{KE}' = 2\widehat{KE}_c$  で定義される. そのため図 6.5b, e, h のスペクトル比において、摂動の成長の飽和は摂動の振幅が基本場の振幅の 160% に達する状態とみなされる. さらに時間発展における非線型性の影響が最も強く現れている空間スケールを調べるために、図 6.5c, f, i に EnSV の運動エネルギースペクトルと NL+ の運動エネルギースペクトルとの比を示す.

FT00 の摂動のスペクトルは初期の EnSV のスペクトルを表しており、基本場と比べて波長 200–1000 km にピークを示している (図 6.5b, e, h). D2 と D3 では、MTE の分布 (図 3.2d–i) では判別できないものの、波長 50 km 以下にもピークが見られる。

D1 での摂動は最初の 3 時間で基本場に対して波長 200–300 km が成長し、その後は 200 km 付近にスペクトルピークを保ったまま 100–500 km の波長帯が広く成長する (図 6.5a, b). NL+ は初期に EnSV に対して 100 km 以下の短波長帯が成長し、その後時刻とともに波長 200 km 付近に成長のピークがシフトしていく (図 6.5c). 波長 200 km 付近のピークは基本場に対する摂動の発達と対応し、より解像度の高い D2 でも見られることから、D1 における摂動の主要な非線型発展を表していると考えられる。しかしこれより短波長帯での発達 (波長 70–80 km, 波長 50 km) は、この波長帯の摂動のエネルギーが数値粘性の影響で減衰しているため、全体のエネルギー発達への寄与は小さく、重要ではない。

D2 では D1 のダウンスケーリングに対するスピニアップの影響で、FT00 から FT01 にかけて波長 20–200 km の摂動スペクトルが急激に成長する (図 6.5d). スピニアップ後は FT03 までに波長 50–60 km が成長し、その後成長する波長帯が 100 km までシフトしている (図 6.5e). また波長 30 km 付近は数値粘性の影響を受けているが、FT03 から検証時刻まで成長し続けている。EnSV と NL+ との比 (図 6.5f) を見ると、最初の 1 時間は波長 50 km 以上で 1 を下回ることから、EnSV の方が成長率大きい。EnSV に対する非線型成長は FT06 以降に顕著に現れ、基本場に対する成長と同様に、ピークが長波長帯にシフトしながら波長 300 km 以下で EnSV よりも大きく増加し続ける。一方で、300 km 以上のスケールでの成長率は EnSV の方が大きい。

D3 の摂動でも D2 と同様に、FT01 にかけて波長 10–200 km でスピニアップが生じる (図 6.5g). 基本場に対する摂動の成長は、最初の 1 時間で波長 10 km 付近の狭い波長帯にピークが生じる (図 6.5h). 波長 10 km では数値粘性の影響でスペクトルが減衰している (図 6.5g) が、図 3.6 に見られるような、対流スケールの運動エネルギーの増大を表していると考えられる。FT01 以降は摂動の成長のピークが波長 60 km 付近まで広がり、この波長帯は検証時刻まで成長し続ける。NL+ の FT01 にかけての成長 (図 6.5i) は、波長 10 km 付近で EnSV よりも大きい、それ以上のスケールでは EnSV の方が大きい。その後 FT09 にかけて波長 20–100 km のスケールで EnSV よりも大きく成長する。波長 30 km 以下は FT03 から FT09 にかけて EnSV の方が成長率大きい (EnSV との比が減少する) が、FT12 からはピークが見られる波長 10–200 km において EnSV よりも大きく成長している。

これらの結果から、D2 と D3 で見られる波長 100 km 以下のメソ  $\beta$  スケールでの運動エネルギーの時間発展における非線型性が、線型性指標 (図 3.7) の増加に影響を及ぼしていると考えられる。D1 の解像度 (27 km) では 200 km 以下のスケールに対する数値粘性の影響が大きく、非線型発達を十分に表現できていないと考えられる。D2 においても 100 km 付近のピークの発達は表現できるが、 $O(10)$  km の波長帯はやはり数値粘性の影響が大きいため、D3 と比較して摂動の発達における非線型性の現れ方が弱いと考えられる。したがって、MCS に伴う非線型誤差発展を十分に表現するためには、数値粘性の影響を受けずにこの波長帯の変動を表現できる  $O(1)$  km の解像度が少なくとも必要であることが示唆される。



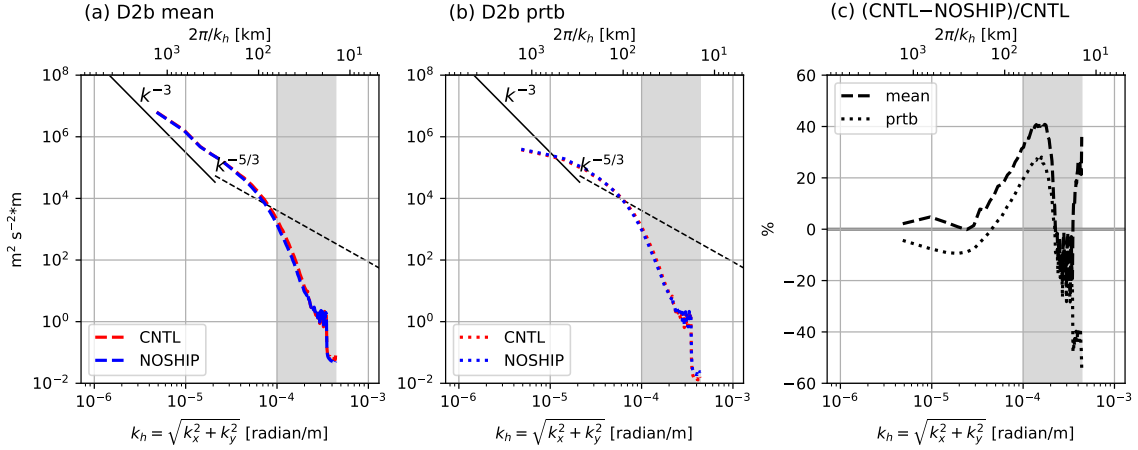


図 6.6: (a, b) D2b の CNTL (赤) と NOSHIP (青) の解析値の (a) アンサンブル平均および (b) アンサンブル摂動のモデル第 1–15 層で平均した運動エネルギースペクトル密度 ( $\text{m}^3 \text{s}^{-2}$ ). 19 日 0000 UTC からの同化サイクル全体で平均している. 陰影と黒の実線・破線の意味は図 6.1 と同様. (c) アンサンブル平均 (破線) とアンサンブル摂動 (点線) の CNTL と NOSHIP の差. CNTL のスペクトルに対する変化量を % で示す.

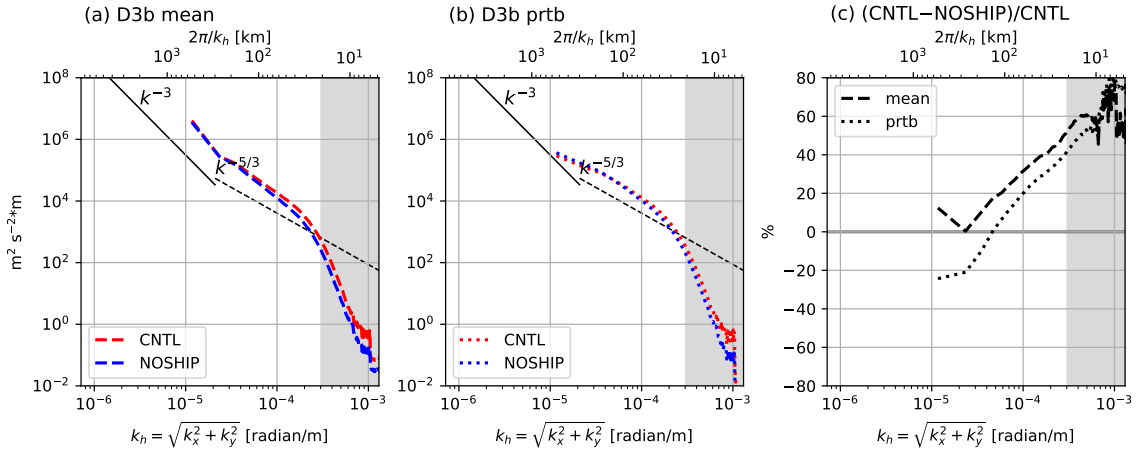


図 6.7: 図 6.6 と同様, ただし D3b アンサンブル.

### 6.3 空間スケール毎の集中観測の同化インパクト

第 6.1, 6.2 節から, MCS の予測可能性に対する初期の総観規模の不確実性とメソスケールの非線型誤差発展の重要性が示された. 本節では船舶観測のデータ同化実験 (第 4 章) における観測インパクトが各空間スケールに与える影響を見るために, 運動エネルギースペクトルの観点から CNTL と NOSHIP のアンサンブルの違いを調べる.

図 6.6 と 図 6.7 にはそれぞれ D2b と D3b で評価した運動エネルギースペクトルの比較を示す. D2b と D3b とともに, アンサンブル平均のエネルギースペクトルに対する集中観測の効果は背景場のスペクトルの傾きが変わる波長 300 km 付近を境に切り替わる (図 6.6a, 図 6.7a).

相対的な観測インパクトは短波長帯の方が大きく (図 6.6c, 図 6.7c), D3b の方が変化が大きい. 集中観測の同化は短波長帯のエネルギーを増幅する役割を果たし, 粘性の影響が出ない波長帯において D2b では平均して 20% 程度 (図 6.6c の破線), D3b では 30% 程度 (図 6.7c の破線) 増加している. これは CNTL が NOSHIP よりも 300 km 以下のスケールの変動をよく再現していることを示している.

集中観測の同化により, 領域平均したアンサンブル摂動の振幅は図 4.3 で示したように減少する. しかし摂動のエネルギースペクトルを見ると (図 6.6b, 図 6.7b), 船舶観測は波長 150 km よりも大規模な摂動の振幅を減らす一方で, 150 km よりも短波長の摂動の振幅を増大させている. 相対的な変化量は, D2b と D3b とともに長波長帯の振幅の減少よりも短波長帯での振幅の増大の方が大きい (図 6.6c, 図 6.7c の点線). 数値粘性の影響が出ているが, D2b では波長 40 km 付近に相対的な観測インパクトのピークが位置し, D3b では波長が短くなるにつれてインパクトが大きくなっている.

Weyn and Durran (2017) は, 背景場の運動エネルギースペクトルが  $-5/3$  乗則に従うとき, 2–4 km の波長帯における 100% の相対誤差が 200–400 km の波長帯における 21.5% の相対誤差に等しくなることから, 短波長帯の誤差よりも長波長帯の誤差が重要であることを示した. ここでは彼らの議論を参考に, 領域平均したスプレッドの減少と運動エネルギースペクトルの増減の関係についてエネルギースペクトル比を用いて検討する. D3b (図 6.7c) において, 波数  $2 \times 10^{-5}$  から  $4 \times 10^{-5}$  の範囲で CNTL が NOSHIP に対しておよそ 15% 振幅が減少しているのに対し, 波数  $10^{-4}$  から  $2 \times 10^{-4}$  においておよそ 25% 振幅が増大している. この波数帯のスペクトルはおおよそ  $k^{-5/3}$  に従っている (図 6.7b). ここで波数  $k_1$  と  $k_2$  の間の運動エネルギースペクトルは東西風速と南北風速の波数空間の振幅  $\hat{u}(k), \hat{v}(k)$  を用いて,

$$\text{KE}(k_1, k_2) = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{k_2} [\hat{u}(k)\hat{u}^*(k) + \hat{v}(k)\hat{v}^*(k)] dk \quad (6.4)$$

と表される. エネルギースペクトルが  $-5/3$  乗則に従うとき,

$$\hat{u}(k)\hat{u}^*(k) + \hat{v}(k)\hat{v}^*(k) = \alpha k^{-5/3}$$

と表すことができるため, 波数  $k_1$  と  $k_2$  の間と  $k_3$  と  $k_4$  の間でのエネルギースペクトルの比は,

$$\frac{\text{KE}(k_1, k_2)}{\text{KE}(k_3, k_4)} = \frac{\int_{k_1}^{k_2} k^{-5/3} dk}{\int_{k_3}^{k_4} k^{-5/3} dk} = \frac{k_1^{-2/3} - k_2^{-2/3}}{k_3^{-2/3} - k_4^{-2/3}} \quad (6.5)$$

と波数から計算することができる. 式 (6.5) に着目している波数帯 ( $k_1 = 2 \times 10^{-5}$ ,  $k_2 = 4 \times 10^{-5}$ ,  $k_3 = 10^{-4}$ ,  $k_4 = 2 \times 10^{-4}$ ) を代入すると,

$$\frac{\text{KE}(k_1, k_2)}{\text{KE}(k_3, k_4)} = \frac{(2 \times 10^{-5})^{-2/3} - (4 \times 10^{-5})^{-2/3}}{(10^{-4})^{-2/3} - (2 \times 10^{-4})^{-2/3}} = 5^{2/3} \sim 2.92$$

となる. 従って,  $\text{KE}(k_1, k_2) = c$  とおくと,  $\text{KE}(k_3, k_4) \sim 0.342c$  であり, それぞれの振幅の変化は

$$\Delta \text{KE}(k_1, k_2) = -0.15c$$

$$\Delta KE(k_3, k_4) = +0.25 \times 0.342c = +0.0855c$$

と見積もることができる。すなわち、長波長帯での振幅の減少が短波長帯での振幅の増大よりも大きなスペクトル密度変化をもたらすため、全波長帯で積算すると摂動のスペクトルは減少している、つまりスプレッドが減少していることを示している。上記の議論はより変動の小さい D2b (図 6.6c) に対しても同様に成り立つことから、図 4.3 と図 6.6 の結果は整合的であることがわかる。

以上から、集中観測を同化した解析アンサンブルは同化していないアンサンブルと比較して、150 km よりも長波長帯における不確実性を減らしつつ、小規模な場の不確実性をより強く表現しているといえる。船舶観測は空間的に限られた（およそ 100 km × 100 km）範囲のみを観測しているが、その観測インパクトはサイクル毎に蓄積される。図 4.4e–h に示す D2b のスプレッドの減少は、第 4.2 節で述べたように観測域の下流側に広がる。船舶観測域は場の時空間方向の変動が激しく、船舶観測の同化による解析インクリメントは第一推定値または解析値と同程度の大きさを持つ。また、船舶観測の情報はアンサンブル予測が表現する空間方向と変数間の相関を通して、局所化半径（D2b で 100 km, D3b で 50 km）の範囲内で離れた領域や観測された変数と別の予報変数にも影響を及ぼす。そのため、解析インクリメントの伝播を定常な基本場に対する波の伝播だけで説明することは難しい。それでも、今回の船舶観測が主に対流圏下層にインパクトをもたらしたこと（図 4.3）、東シナ海上の対流圏下層における平均的な風向が西風で、風速が 10 m s<sup>-1</sup> 前後であったこと（図 2.3b, c）、および解析インクリメントの鉛直方向の位相差（図略）から見積もると、解析インクリメントによって生じる波長 200–300 km 程度の傾圧ロスビー波モードが持つ、背景風に対する位相速度と群速度は平均的な風速より 2 オーダー小さく、このロスビー波モードは背景場の平均的な風速とほぼ同じ速さで情報を東向きに伝播する。したがって、期間前半に同化された船舶観測の影響は、同化期間内にどちらの計算領域でも東側の水平境界に到達するまで及びうると見積もられる。これらの観測の情報を伝播させる要因を考慮すると、サイクル全体で積算したインパクトは図 6.6, 図 6.7 で示したように長波長帯の摂動に影響を及ぼすことができると考えられる。一方で短波長帯の摂動は、サイクルが重なるにつれて観測で取り入れられたメソスケールの変動がモデルの時間発展によってさらに成長することで、より大きな変動を示していると考えられる。したがって、長波長帯と短波長帯でのアンサンブル摂動の応答の違いは、データ同化サイクルの蓄積効果と領域モデルが表現するメソスケールの力学の影響を反映していると解釈できる。

### 6.3.1 成長モード育成法とアンサンブル同化の比較

次に、BGM アンサンブルと同化によって生成したアンサンブルの性質を運動エネルギーースペクトルを用いて比較する（図 6.8, 図 6.9）。ここでは解析における高波数帯のノイズ（図 6.6a, b, 図 6.7a, b）の影響を避けるため、同化実験の解析アンサンブルからの 1 時間予測のサイクル 1 から 27 の平均と、同じ時間範囲（19 日 0100 UTC から 20 日 0300 UTC）における BGM アンサンブルの平均を比較する。また第 6.2 節とは異なり、BGM アンサンブルと同化実験で解像度が同等であるため、同じ領域における予測間の差を取るために BGM アンサンブルの格

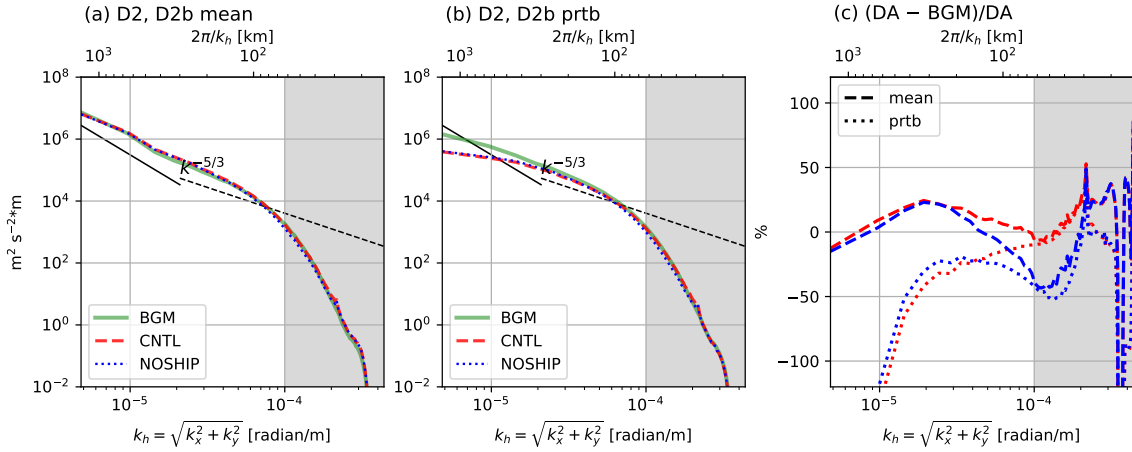


図 6.8: D2 における BGM アンサンブル（緑実線）と D2b の同化実験からの 1 時間予測における CNTL（赤破線）と NOSHIP（青点線）アンサンブルの運動エネルギースペクトル密度 ( $m^3 s^{-2}$ ) の比較. 図 6.6 と同様に, モデル第 1–15 層で平均している. D2 アンサンブルは FT13–39 (19 日 0100–20 日 0300 UTC) で, D2b アンサンブルは全ての同化サイクルで平均したスペクトルを示す. (a) アンサンブル平均, (b) アンサンブル摂動. (c) アンサンブル平均 (破線) とアンサンブル摂動 (点線) の BGM アンサンブルとアンサンブル同化実験との差. BGM アンサンブルのスペクトルに対する CNTL (赤) と NOSHIP (青) の比を % で示す.

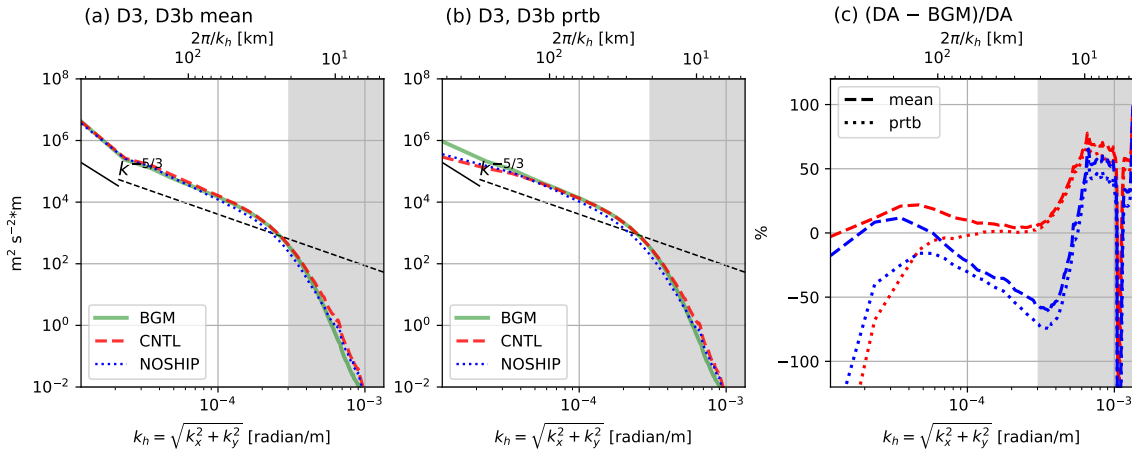


図 6.9: 図 6.8 と同様, ただし D3 と D3b アンサンブル.

子値を同化実験の計算領域に内挿してからスペクトルを計算した.

まず平均場に注目すると, D2b, D3b とともに BGM アンサンブルと同化アンサンブルの差は小さい (図 6.8a, 図 6.9a). しかし BGM アンサンブルと比較して, D2b の CNTL は波長 80–800 km, D3b の CNTL は 800 km 以下のほぼ全ての波長帯で平均して 20% 程度 BGM アンサンブルよりも大きな振幅を示している (図 6.8c, 図 6.9c の破線). 一方で NOSHIP は, 100 km 以下のスケールの振幅が BGM アンサンブルよりも小さくなっている.

摂動のスペクトルは, BGM アンサンブルと同化アンサンブルの間で平均場よりも明らかに

大きな違いがある (図 6.8b, 図 6.9b). 波長 300 km 以上の摂動の振幅は CNTL と NOSHIP とともに, 同化の影響で BGM アンサンブルよりも著しく小さくなる (図 6.8c, 図 6.9c). しかし集中観測の効果が現れている波長 150 km 以下のスケールに目を向けると, D3b の CNTL では, 船舶観測の効果で 50 km 以下のスケールの振幅が BGM アンサンブルと同程度になっている. CNTL と NOSHIP は 1 時間予測, BGM アンサンブルは 12 時間以上時間発展してきた予測であることを考慮すると, CNTL は船舶観測の同化によって数値モデルの時間発展によって得られる変動と同程度のメソスケールの変動を表現することができているといえる.

本節の解析から, 船舶観測の同化によって得られた最初の MCS に伴う降水の表現精度の改善は, 主に 100 km 以下のメソスケールの不確実性が適切に考慮されたことによると示唆される.

## 6.4 一次元モデルと領域大気モデルのアンサンブルの比較

最後に, 第 5 章で行った一次元カオスモデルに対するアンサンブル同化・予測実験と領域大気モデルによるアンサンブルシミュレーションの結果を比較し, 本研究で得られた結果の一般性に関して述べる.

第 5 章の Lorenz モデルは一変数のため, 運動エネルギースペクトルが定義できない. 前節までの運動エネルギースペクトルの解析と対応づけるため, 本節では Lorenz モデルの予測変数  $Z$  に対して, 式 (5.41) と同様に定義した空間方向の分散のパワースペクトル (以下, パワースペクトル)

$$\widehat{V}(Z)(FT, k) = \frac{1}{T} \sum_{t=1, T} \beta_k [\hat{Z}(t, FT, k)]^2 \quad (6.6)$$

を用いて, 式 (6.2, 6.3) と同様に背景場と摂動のスペクトルを定義する. ここで  $k$  は波数,  $t$  は解析時刻,  $FT$  は予報時間を表す.

### 6.4.1 一次元モデルにおけるアンサンブル予測の時間発展

図 6.10 には, 領域内を動く密な観測を同化した実験 5 (第 5.4 節) のアンサンブル変分 LSB 手法による解析から計算した, 48 時間のアンサンブル予測におけるパワースペクトルを示す. 背景場のパワースペクトルは実際の大気の運動エネルギースペクトルが示す  $k^{-5/3}$ ,  $k^{-3}$  に従っていないが, 波数が大きくなるにつれて振幅が小さくなり, 高波数帯が低波数帯と比べて早く飽和水準に近づく (図 6.10a, c). この傾向は, 第 6.1 節で示した BGM アンサンブルの運動エネルギースペクトルと同様である.

アンサンブル平均の予測誤差のスペクトル (図 6.10b) を見ると, 同化実験において波数 120 以上の高波数成分は解析時刻 (FT0) からほとんど時間発展しない. 基本場に対する誤差の振幅の比 (図 6.10d) を見ると, 高波数成分の比は飽和水準 (80%) には達していないが, 50% 付近で変動している. 波数 30 以下の低波数成分は時刻とともにほぼ指数関数的 (対数スケールで等間隔) に成長しており, 予報 RMSE の指数関数的成長 (図 5.8) と整合的であることから, 予報誤差の時間発展は大規模場の誤差の時間発展が支配していることを示している. 予報

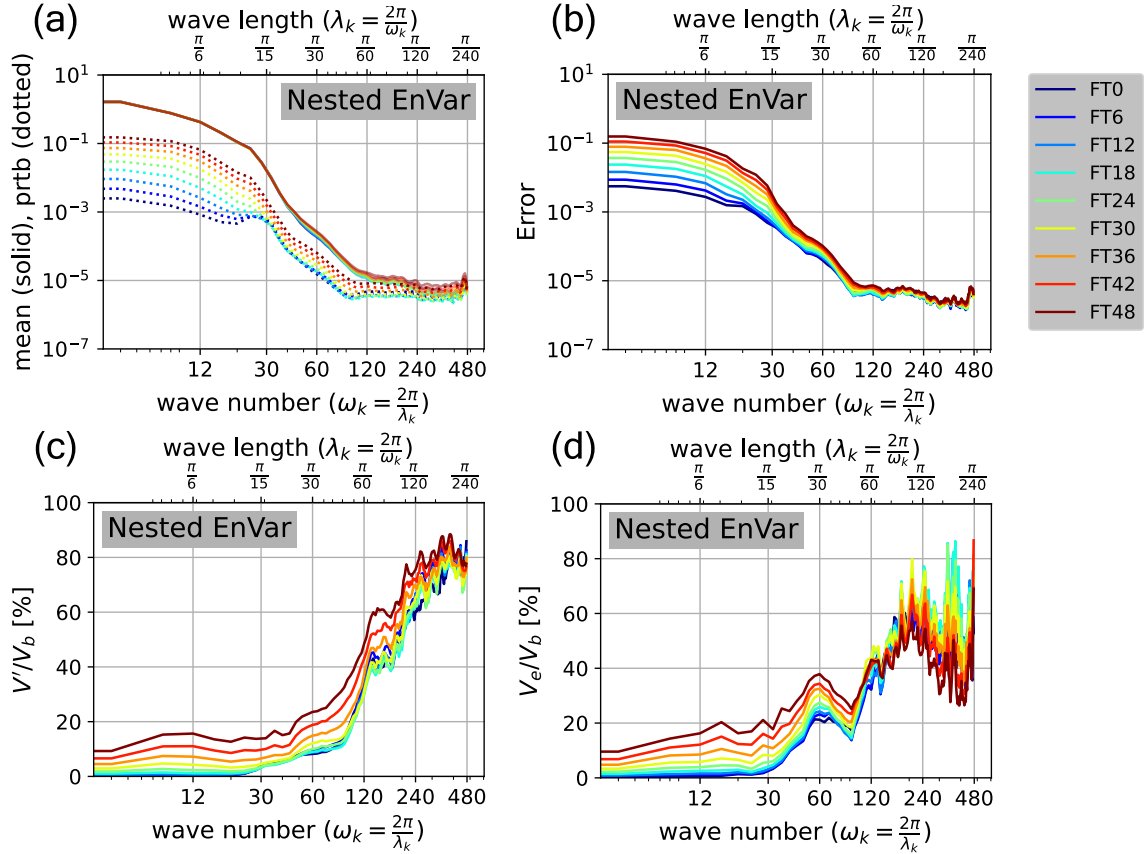


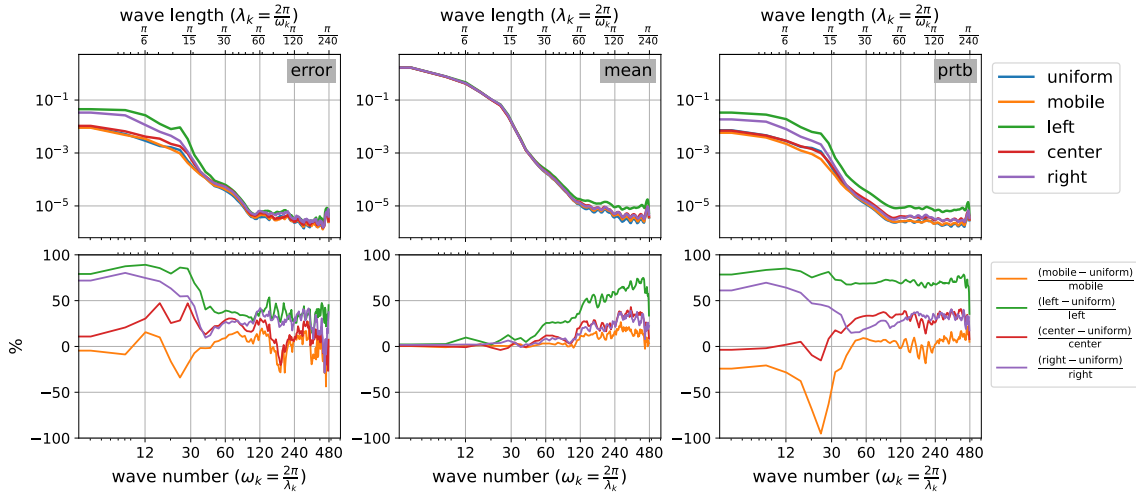
図 6.10: 一次元カオスモデルに対する同化実験 5 のアンサンブル変分 LSB 手法から得られたアンサンブル予測のパワースペクトルの時間変化. (a) アンサンブル平均（実線）とアンサンブル摂動（破線）, (b) アンサンブル平均の予測誤差. アンサンブル平均のパワースペクトルに対する (c) アンサンブル摂動のパワースペクトルの比（%）, および (d) アンサンブル平均の予測誤差のパワースペクトルの比（%）.

誤差に対する大規模場の誤差の寄与が大きいことは現実的な領域大気モデルでも確認されている (Durran et al. 2013). 一次元モデルにおける誤差発展が現実的な大気モデルの誤差発展と似た傾向を示していることは, 第 5 章で得られたアンサンブル変分 LSB 法による大規模場の誤差の改善が, 現実的な領域大気モデルにおける予測誤差の改善に有効である可能性を示唆している.

#### 6.4.2 観測インパクトで見た一次元モデルと領域大気モデルの対応

第 4 章における CNTL 実験と NOSHIP 実験との比較は, 第 5 章における偏った密な観測を同化した実験 2-5 と一様な観測を同化した実験 1 との比較と対応するといえる. また計算領域 (D2b, D3b) と船舶観測の位置の関係は, 一次元モデルにおいて領域中央にのみ観測を同化した実験 (赤) とおおよそ対応し, 船舶が動くことを考慮すると領域内を動く観測を同化した実験 (橙) とも対応すると思われる. そこで, 局所的な観測が領域解析に与える影響という観

(a) EnVar



(b) Nested EnVar

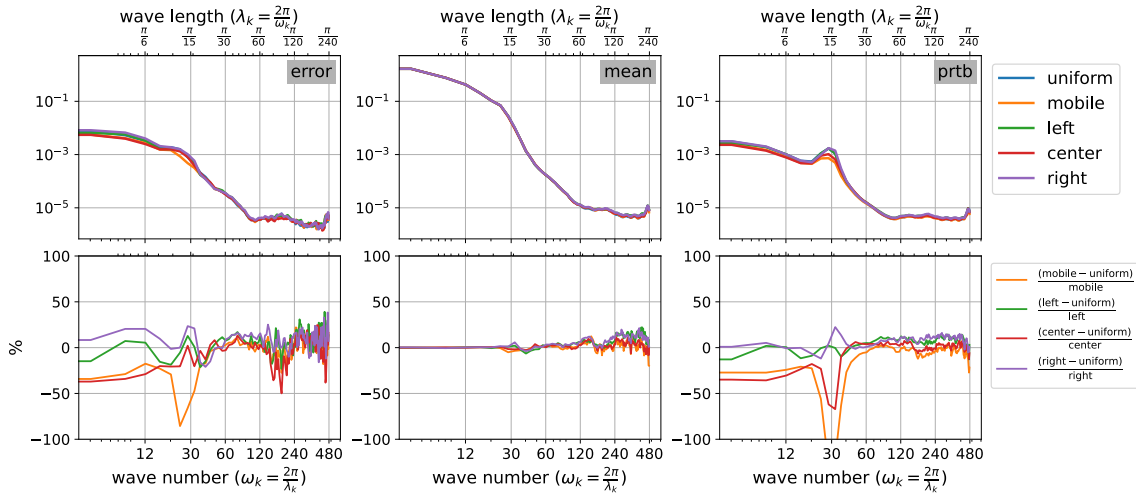


図 6.11: 一次元カオスモデルに対するアンサンブル同化実験の（上左）解析アンサンブル平均の誤差，（上中）解析アンサンブル平均，（上右）解析アンサンブル摂動のパワースペクトル．異なる観測網を用いた実験（左の凡例）の解析値を異なる色で表す．下段は一樣観測実験（青）に対する偏った密な観測を同化した実験の変化量の比（%）を表す．（a）アンサンブル変分法（大規模混合なし），（b）アンサンブル変分 LSB 手法の結果を示す．

点から，領域大気モデルにおける同化の影響（図 6.6，図 6.7）と一次元モデルにおける同化の影響（図 6.11）を比較する．

第 4 章で行ったデータ同化において混合手法は用いていないため，CNTL 実験と NOSHIP 実験は一次元モデルに対する EnVar の結果（図 6.11a）と対応する．一樣観測の同化と比べると，密で偏った観測の同化は平均と摂動の波数 30 以上の高波数成分のパワースペクトルの振幅を増幅させる傾向があることがわかる．平均では低波数成分の変化が小さいが，中央（赤）と動く（橙）観測を同化した実験では，摂動のスペクトルにおいて高波数成分と比較して相対的に低波数成分の振幅が減少している．摂動における低波数成分の振幅の減少は，アンサンブル変分 LSB 手法を導入した実験でよりはっきりと現れる（図 6.11b）．アンサンブル変分 LSB

手法では、第 5.3 節で述べたように全体的に摂動の振幅の減少が大きいですが、低波数成分の振幅を高波数成分よりも相対的に大きく減らす傾向は同様である。この低波数成分と高波数成分に対する観測インパクトの現れ方は図 6.6、図 6.7 と整合的である。さらに、一次元モデルで解析精度の高い中央（赤）と動く（橙）観測を同化した実験において、領域大気モデルに対する同化実験と似たような低波数成分と高波数成分の観測インパクトの対比が見られていることは、第 4 章で行ったアンサンブル同化実験が適切に集中観測の影響を反映できていることを示唆している。

しかし、EnVar の解析精度が著しく悪化する左側（緑）と右側（紫）のみ観測した実験では、平均場において波数 30 以下の低波数成分の振幅も増大している（図 6.11a の中央図）。解析誤差の変化（左図）を見ると、平均場における低波数成分の増幅は低波数成分の誤差の増大と対応すると考えられる。低波数成分の増幅を抑えているアンサンブル変分 LSB 手法では、低波数成分の誤差の増幅が抑えられている（図 6.11b）ことから、空間的に局在した稠密な観測から低波数成分の修正が加わることは、解析精度の改悪につながると示唆される。ここで領域大気モデルに対する同化実験の結果を振り返ると、船舶観測の同化により、波長 300 km 以上で平均場のエネルギースペクトルの振幅が増大していた（図 6.6c、図 6.7c）。これは一次元モデルでの同化結果と照らし合わせると、大規模場の誤差の増大を意味している可能性がある。領域大気モデルに対する同化実験では真値が得られないため推論の域を出ないが、この比較結果は領域大気モデルにおけるアンサンブル同化において、本研究で考案したアンサンブル変分 LSB 手法を適用することで、大規模場の解析精度の悪化を抑えて稠密な船舶観測の効果をさらに高めうる可能性を示唆している。





## 第7章

# 結論

本研究は階層構造を持つ気象擾乱の予測可能性と現象および数値モデルの階層性に起因する多重スケールの不確実性との関係を明らかにするために、階層構造を持つ気象擾乱の代表である梅雨前線帯のメソ対流系（MCS）を対象に、領域大気モデルによるアンサンブルシミュレーションを軸として、データ同化の理論を応用した多角的視点から MCS の予測精度と初期値の不確実性の関係を調べた。梅雨前線帯の MCS は東シナ海上で頻繁に発達するが、海上では陸上と比較して詳細な鉛直プロファイルの観測を高頻度で得ることが難しい。しかし、2022 年 6–7 月に気象庁と大学・研究機関が合同で行った観測キャンペーンにおいて、期間中の 6 月 19–20 日に長崎大・鹿児島大・三重大の 3 隻の研究船によって実施された高頻度大気・海洋同期観測が、発達した 2 つの MCS に伴う詳細な環境場を観測することに成功した。この観測成果は従来不足してきた海上での情報を補うものである。

そこで本研究では、これらの船舶観測が捉えた 2 つの MCS に着目し、特に観測期間前半に発達した顕著な MCS の予測精度に対する解析を行った。これらの MCS はそれぞれ梅雨前線帯で発達する MCS の代表的な特徴を持っていた。観測期間の前半に発達した MCS は、対流圏中層まで深く湿った環境の下で発達し、対流圏下層のトラフ前面で発達したメソ  $\beta$  スケールの低気圧性循環を伴っていた。観測期間の後半に発達した MCS は明瞭な大気のメソスケール擾乱を伴わず、東シナ海上に貫入する黒潮の暖水舌上で地表付近の風向に沿ってバンド状に発達し、環境場は境界層内に限定された相当温位の上昇で特徴付けられていた。

まず、米国国立環境予測センター（NCEP）によって開発された領域大気モデル RSM/MSM と成長モード育成法を用いたアンサンブルシミュレーションを行った。成長モード育成法によって生成した初期摂動は、総観規模（2000–3000 km スケール）の不確実性を表現していた。摂動の空間分布は水蒸気勾配で特徴付けられる東シナ海上の梅雨前線帯と、大陸から長江河口付近を通り東西に伸びるトラフに伴う擾乱の発達に応じた変動を表現しており、循環場に即した成長構造を捉えていた。この初期摂動によって駆動される 3, 9 km の解像度のアンサンブルシミュレーションは、それぞれの解像度で表現されるメソスケールの不確実性を表現していた。このアンサンブルシミュレーションから、大気の初期値の不確実性を考慮したアンサンブル予測による MCS の予測可能性は、MCS の発達メカニズムに依存することが示された。アンサンブルメンバーは観測期間の前半に発達した MCS に伴う降水量のばらつきをよく表現し

ていた。この MCS を摂動なし実験よりも精度良く再現するメンバーでは、発達したメソ $\beta$ スケールの低気圧性循環と深い湿潤層を伴う前線帯の強い相当温位勾配が現業メソ解析とよく対応していた。これは大規模場の循環の影響を受けて発達する MCS の予測可能性が、総観規模の不確実性の影響を受けることを示唆している。

観測期間前半に発達した MCS に対するアンサンブル感度解析からも、総観規模の循環によって決まる梅雨前線帯の水蒸気勾配と、上流での MCS 発生域への水蒸気供給の重要性が確認された。この結果は解像度の異なるアンサンブル予測に対して行った感度解析の間で整合しており、MCS の予測可能性に対して総観規模の不確実性が大きな影響を与えることを支持している。しかし摂動が線型に時間発展することを仮定するアンサンブル感度解析と、数値モデルから計算される摂動の非線型時間発展とは、解像度が上がるにつれて整合しなくなり、3 km 解像度では 6 時間以内に非線型性の影響が明瞭に現れることが明らかになった。この非線型発展には 100 km 以下のメソスケールの摂動発達が寄与していることが運動エネルギーのスペクトル解析から示唆された。これは MCS の予測可能性に対するメソスケールの誤差発達の重要性を示している。

さらにデータ同化の観点から、MCS の予測精度を向上させるための知見を得るために、集中観測が MCS の再現性に与える影響をアンサンブル同化実験によって調べた。集中観測の同化により、アンサンブル摂動は成長モード育成法が捉える大規模場の不確実性を減らしつつ、メソスケールの不確実性を集中観測を同化しない実験よりも強く反映していた。大気の鉛直プロファイルの詳細な観測は、観測期間前半に発達した MCS に関連する急峻な前線帯の構造の再現性を向上させ、MCS に伴う降水の表現を著しく改善した。この結果は、稠密な船舶観測の同化によって表現されるメソスケールの不確実性が、予測初期の MCS の再現性において重要であることを示唆している。

しかし空間的に局在した船舶観測は、大規模な循環の影響を受けると考えられる上流の MCS の再現性を改善することはできなかった。限定された領域で計算する領域モデルでは大規模場の解析精度が全球モデルよりも改悪することがあるため、本研究ではここまでで重要性が明らかとなった大規模場の不確実性を利用して、全球モデルが表現する大規模場の情報を取り入れるアンサンブル変分法ベースの大規模混合 (LSB) 手法を考案した。この提案手法は、一次元モデルによる理想化実験において、特に空間的に密な観測を同化する場合に既存手法よりも高い性能を持つことが示された。

領域大気モデルによる集中観測の同化実験と一次元モデルに対する局所的な観測の同化実験の挙動が対応することは、エネルギースペクトルを用いた観測インパクトの評価によって確認された。この整合性は、本研究で行った領域大気モデルにおける同化実験が期待通りの挙動を示していることを支持している。さらに、本研究で扱った稠密な特別観測のように、局所的な観測が持つメソスケールの情報を解析に反映させつつ、大規模場の精度を保った高解像度の領域解析を作成する上で、本研究で考案したアンサンブル変分 LSB 手法が現実的なモデルに対しても有効であることを示唆している。

一連の研究から、梅雨前線帯で大規模な循環の影響を受ける湿潤な環境場の下で発達する MCS の予測可能性には、総観規模以上の不確実性が大きく影響することが明らかになった。一

方で感度解析と集中観測のデータ同化から、大規模場の循環の影響を受ける MCS の予測においても、メソスケールの誤差発達とその不確実性を表現することが重要であると明らかになった。したがって、階層構造を持つ気象擾乱に伴う誤差発達を数値シミュレーションで表現するためには、メソスケールの変動を十分に表現できる  $O(1)$  km 解像度の大気モデルを用いることが望ましい。さらに、初期の大規模場の不確実性を領域同化にも取り入れることで、高解像度の領域同化の性能を最大限活用できることが示唆された。本研究で明らかになった階層構造を持つ気象擾乱の予測可能性に対する初期の大規模場の不確実性とメソスケールの誤差発達の重要性は、このような気象擾乱が引き起こす大雨の予測可能性を理解する上で重要な知見となる。

本研究では初期値の不確実性に着目して、階層構造を持つ気象擾乱の予測可能性に与える影響を調べたが、数値モデルによる予測は初期値だけでなく境界条件やモデル自体の不確実性の影響も受ける。本研究では扱わなかったこれらの不確実性に影響を与えうる要因について、最後に検討する。大気の初期値の不確実性のみを考慮したアンサンブル予測では、観測期間後半に発達した MCS に伴う降水量の不確実性を十分に表現できず、また大気の観測の効果も限定的であったことから、観測期間後半に発達した MCS には暖かい海洋からの熱と水蒸気の供給が重要な役割を果たしていたことが示唆される。しかし、シミュレーションで用いた海面水温は観測された黒潮上の暖水塊と急峻な水温前線構造を再現していなかったため、この結果は海面水温の影響を十分に反映できていない。第 4.5 節でも述べたように、梅雨前線下の東シナ海の海面水温は観測が難しいため不確実性が大きく、解析プロダクト間でもばらつきが大きい。したがって、後半の MCS の予測精度を改善するためには、大気と同様に海面水温の不確実性を表現することが重要であると考えられる。気象庁の現業全球アンサンブル予測では海面水温に摂動を与えているが、全球予測における海面水温の摂動は週間予報を対象として、時間方向の変動を表現するために開発されており(太田・堀田 2016)、短期予報で重要となる初期値の不確実性は対象としていない。大気に影響を与える表面付近の海面水温は、擾乱の通過に応じて大気と同様の時間スケールで変動するため、MCS の発達に影響を与える海面水温の不確実性を取り入れるためには初期値の不確実性を考慮する必要がある。複数センターの海面水温解析(Kunii and Miyoshi 2012; Duc et al. 2015) や、海洋のアンサンブル解析プロダクト(Ohishi et al. 2023) を用いて、海面水温の初期値の不確実性を表現することで、海洋の影響を受けて発達する気象擾乱の予測可能性に対して理解を深めることができると期待される。また、観測期間後半の MCS の発達には海面エンタルピーフラックスに由来する局所的な条件付き不安定が寄与したと考えられるが、このような局所的な不安定成層の表現には地表面過程や境界層過程が持つ不確実性が大きく影響する(Stensrud et al. 2000)。これらの境界条件や数値予報モデルが持つ不確実性を考慮することで、海上で発達する MCS の予測可能性に対する理解をより深めることができると考えられる。

第 5 章で考案したアンサンブル変分 LSB 手法では、サンプル数不足の問題から全球モデルと領域モデルの間の交差共分散を無視した。しかし全球と領域モデルのように異なる空間スケールを持つ場の間での相互作用や、大気と海洋のように異なる時間スケールを持つ場の間での相互作用を考慮するためには、データ同化においてそれぞれの場の間での交差共分散を適切に

取り扱う必要がある。大気と海洋の間の相互作用については、大気海洋結合のアンサンブル予測システムを用いて、海洋の力学が持つ不確実性の影響を大気の変動に反映させる試みが近年進められている。しかし、結合システムにおいて大気（海洋）の観測が海洋（大気）に与えるインパクトを適切に評価するのは難しく (Komori et al. 2018)、交差共分散の性質を把握した上でその扱いを改善することが求められている (Wright et al. 2024)。本研究で定式化したアンサンブル変分 LSB 手法は、全球モデルの場合を同化によって変更される制御変数ではなく、観測と同じように情報として扱っている点で結合同化とは異なるが、例えば前述した海面水温アンサンブルを情報として取り入れることで、海洋モデルと結合するよりも簡単に海面水温の不確実性を同化において考慮することができると考えられる。また、海洋内部の不確実性を取り入れる場合には大気との時間スケールの違いが問題となるが、アンサンブル変分法は 4 次元同化への拡張において接線型モデルや随伴モデルを必要としないため、容易に拡張することができる。必要な情報を落とさずにサンプリング誤差を緩和する手法を探索することで、本研究のアンサンブル変分 LSB 手法を発展させて、異なる空間範囲、異なる要素を対象とする数値予報モデル間の階層性を反映したデータ同化手法を構築することができると期待される。

# 論文目録

Thesis の基礎となった論文は以下のとおりである.

1. Multi-scale uncertainty of mesoscale convective systems in the Baiu frontal zone: A case study from June 2022.

*Journal of Meteorological Society of Japan*, **102**, 599–631. 2024 年 12 月掲載.

NAKASHITA, Saori, Takeshi ENOMOTO, and Satoshi ISHII

2. Flow-dependent large-scale blending for limited-area ensemble data assimilation.

*Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 2024 年 9 月投稿.

NAKASHITA, Saori, and Takeshi ENOMOTO

3. Applicability of ensemble singular vectors to a mesoscale convective system over the East China Sea.

*Geophysical Research Letters*, 2025 年 1 月投稿.

NAKASHITA, Saori, and Takeshi ENOMOTO

上記論文は全ての実験と解析を著者自身が行なったものである. 論文 1 は Thesis の第 2 章と第 4 章の基礎, 論文 2 は Thesis の第 5 章の基礎, 論文 3 は Thesis の第 3 章の基礎となっている.



## 参考文献

- Ancell, B., and G. J. Hakim, 2007: Comparing adjoint- and ensemble-sensitivity analysis with applications to observation targeting. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 4117–4134.
- Ancell, B. C., and A. A. Coleman, 2022: New perspectives on ensemble sensitivity analysis with applications to a climatology of severe convection. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **103**, E511–E530.
- Asselin, R., 1972: Frequency filter for time integrations. *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 487–490.
- Baxter, G. M., S. L. Dance, A. S. Lawless, and N. K. Nichols, 2011: Four-dimensional variational data assimilation for high resolution nested models. *Computers & Fluids*, **46**, 137–141.
- Bednarczyk, C. N., and B. C. Ancell, 2015: Ensemble sensitivity analysis applied to a southern plains convective event. *Mon. Wea. Rev.*, **143**, 230–249.
- Bei, N., and F. Zhang, 2007: Impacts of initial condition errors on mesoscale predictability of heavy precipitation along the Mei-Yu front of China. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **133**, 83–99.
- Berre, L., 2000: Estimation of synoptic and mesoscale forecast error covariances in a limited-area model. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 644–667.
- Berry, T., and T. Sauer, 2018: Correlation between system and observation errors in data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, **146**, 2913–2931.
- Bishop, C. H., and Z. Toth, 1999: Ensemble transformation and adaptive observations. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1748–1765.
- Bolton, D., 1980: The computation of equivalent potential temperature. *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 1046–1053.
- Bryan, G. H., and J. M. Fritsch, 2000: Moist absolute instability: The sixth static stability state. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **81**, 1207–1230.
- Bučánek, A., and R. Brožková, 2017: Background error covariances for a BlendVar assimilation system. *Tellus A*, **69**, 1355718.
- Buizza, R., and T. N. Palmer, 1995: The singular-vector structure of the atmospheric global circulation. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 1434–1456.
- Caron, J.-F., 2013: Mismatching perturbations at the lateral boundaries in limited-area ensemble forecasting: A case study. *Mon. Wea. Rev.*, **141**, 356–374.



- Cheng, Y.-Y., S.-C. Yang, Z.-H. Lin, and Y.-A. Lee, 2023: Using orthogonal vectors to improve the ensemble space of the ensemble Kalman filter and its effect on data assimilation and forecasting. *Nonlinear Processes Geophys.*, **30**, 289–297.
- Chou, M.-D., and M. J. Suarez, 1999: A solar radiation parameterization for atmospheric studies. *NASA Tech. Rep. Series on Global Modeling and Data Assimilation*, vol. 15, NASA/TM-1999-104606, 51 pp.
- Dahlgren, P., and N. Gustafsson, 2012: Assimilating host model information into a limited area model. *Tellus A*, **64**, 15836.
- Davies, H. C., 1976: A lateral boundary formulation for multi-level prediction models. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **102**, 405–418.
- Denis, B., J. Côté, and R. Laprise, 2002: Spectral decomposition of two-dimensional atmospheric fields on limited-area domains using the discrete cosine transform (DCT). *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 1812–1829.
- Destouches, M., T. Montmerle, Y. Michel, and B. Ménétrier, 2021: Estimating optimal localization for sampled background-error covariances of hydrometeor variables. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **147**, 74–93.
- Duc, L., T. Kuroda, K. Saito, and T. Fujita, 2015: Ensemble Kalman filter data assimilation and storm surge experiments of tropical cyclone Nargis. *Tellus A*, **67**, 25941.
- , T. Kawabata, and D. Hotta, 2023: On the foundation and different interpretations of ensemble sensitivity. *Mon. Wea. Rev.*, **151**, 1689–1697.
- Durran, D., J. A. Weyn, and M. Q. Menchaca, 2017: Practical considerations for computing dimensional spectra from gridded data. *Mon. Wea. Rev.*, **145**, 3901–3910.
- Durran, D. R., and M. Gingrich, 2014: Atmospheric predictability: Why butterflies are not of practical importance. *J. Atmos. Sci.*, **71**, 2476–2488.
- , P. A. Reinecke, and J. D. Doyle, 2013: Large-scale errors and mesoscale predictability in Pacific northwest snowstorms. *J. Atmos. Sci.*, **70**, 1470–1487.
- Ehrendorfer, M., R. M. Errico, and K. D. Raeder, 1999: Singular-vector perturbation growth in a primitive equation model with moist physics. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1627–1648.
- Ek, M. B., K. E. Mitchell, Y. Lin, E. Rogers, P. Grunmann, V. Koren, G. Gayno, and J. D. Tarpley, 2003: Implementation of Noah land surface model advances in the National Centers for Environmental Prediction operational mesoscale Eta model. *J. Geophys. Res.: Atmos.*, **108**, 8851.
- Enomoto, T., and S. Nakashita, 2024: Application of exact Newton optimisation to the maximum likelihood ensemble filter. *Tellus A*, **76**, 42–56.
- Enomoto, T., W. Ohfuchi, H. Nakamura, and M. A. Shapiro, 2007: Remote effects of tropical storm Cristobal upon a cut-off cyclone over Europe in August 2002. *Meteorol. Atmos. Phys.*, **96**, 29–42.
- Enomoto, T., S. Yamane, and W. Ohfuchi, 2015: Simple sensitivity analysis using ensemble

- forecasts. *J. Meteor. Soc. Japan*, **93**, 199–213.
- Errico, R. M., T. Vukićević, and K. Raeder, 1993: Examination of the accuracy of a tangent linear model. *Tellus A*, **45**, 462–477.
- , M. Ehrendorfer, and K. Raeder, 2001: The spectra of singular values in a regional model. *Tellus A*, **53**, 317–332.
- Feng, J., J. Sun, and Y. Zhang, 2020: A dynamic blending scheme to mitigate large-scale bias in regional models. *J. Adv. Model. Earth Syst.*, **12**, e2019MS001754.
- Ferrier, B. S., Y. Jin, Y. Lin, T. Black, E. Rogers, and G. DiMego, 2002: Implementation of a new grid-scale cloud and precipitation microphysics in the NCEP Eta model. Preprints, *19th Conf. on Weather Analysis and Forecasting/15th Conf. on Numerical Weather Prediction*, 10.1.
- Fukui, S., and A. Murata, 2021: Sensitivity to horizontal resolution of regional climate model in simulated precipitation over Kyushu in Baiu season. *SOLA*, **17**, 207–212.
- Gainford, A., S. L. Gray, T. H. A. Frame, A. N. Porson, and M. Milan, 2024: Improvements in the spread-skill relationship of precipitation in a convective-scale ensemble through blending. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **150**, 3146–3166.
- Gaspari, G., and S. E. Cohn, 1999: Construction of correlation functions in two and three dimensions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 723–757.
- Gilmour, I., L. A. Smith, and R. Buizza, 2001: Linear regime duration: Is 24 hours a long time in synoptic weather forecasting? *J. Atmos. Sci.*, **58**, 3525–3539.
- Guidard, V., and C. Fischer, 2008: Introducing the coupling information in a limited-area variational assimilation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **134**, 723–735.
- Gustafsson, N., and Coauthors, 2018: Survey of data assimilation methods for convective-scale numerical weather prediction at operational centres. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **144**, 1218–1256.
- Hacker, J. P., and L. Lei, 2015: Multivariate ensemble sensitivity with localization. *Mon. Wea. Rev.*, **143**, 2013–2027.
- Hall, M. C. G., D. G. Cacuci, and M. E. Schlesinger, 1982: Sensitivity analysis of a radiative-convective model by the adjoint method. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 2038–2050.
- Hansen, J. A., and L. A. Smith, 2000: The role of operational constraints in selecting supplementary observations. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 2859–2871.
- Harville, D. A., 2006: *Matrix Algebra from a Statistician's Perspective*. Springer, 634 pp.
- Hill, A. J., C. C. Weiss, and B. C. Ancell, 2016: Ensemble sensitivity analysis for mesoscale forecasts of dryline convection initiation. *Mon. Wea. Rev.*, **144**, 4161–4182.
- , ——, and ——, 2020: Factors influencing ensemble sensitivity-based targeted observing predictions at convection-allowing resolutions. *Mon. Wea. Rev.*, **148**, 4497–4517.
- Hobbs, P. V., and J. M. Wallace, 1977: *Atmospheric Science: An Introductory Survey*. Academic Press, 350 pp.

- Hohenegger, C., and C. Schär, 2007: Atmospheric predictability at synoptic versus cloud-resolving scales. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **88**, 1783–1793.
- Hong, S.-Y., and H.-L. Pan, 1996: Nonlocal boundary layer vertical diffusion in a medium-range forecast model. *Mon. Wea. Rev.*, **124**, 2322–2339.
- , and ———, 1998: Convective trigger function for a mass-flux cumulus parameterization scheme. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 2599–2620.
- , H.-M. H. Juang, and Q. Zhao, 1998: Implementation of prognostic cloud scheme for a regional spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 2621–2639.
- , H.-M. H. Juang, and D.-K. Lee, 1999: Evaluation of a regional spectral model for the east Asian Monsoon case studies for July 1987 and 1988. *J. Meteor. Soc. Japan*, **77**, 553–572.
- Hsiao, L.-F., and Coauthors, 2015: Blending of global and regional analyses with a spatial filter: Application to Typhoon prediction over the western North Pacific ocean. *Wea. Forecasting*, **30**, 754–770.
- Hu, G., S. L. Dance, R. N. Bannister, H. G. Chipilski, O. Guillet, B. Macpherson, M. Weissmann, and N. Yussouf, 2023: Progress, challenges, and future steps in data assimilation for convection-permitting numerical weather prediction: Report on the virtual meeting held on 10 and 12 November 2021. *Atmos. Sci. Lett.*, **24**, e1130.
- Hunt, B. R., E. J. Kostelich, and I. Szunyogh, 2007: Efficient data assimilation for spatiotemporal chaos: A local ensemble transform kalman filter. *Physica D.*, **230**, 112–126.
- Ikawa, M., 1988: Comparison of some schemes for nonhydrostatic models with orography. *J. Meteor. Soc. Japan*, **66**, 753–776.
- Ito, J., S. Hayashi, A. Hashimoto, H. Ohtake, F. Uno, H. Yoshimura, T. Kato, and Y. Yamada, 2017: Stalled improvement in a numerical weather prediction model as horizontal resolution increases to the sub-kilometer scale. *SOLA*, **13**, 151–156.
- Japan Meteorological Agency, 2019: *Outline of the operational numerical weather prediction at the Japan Meteorological Agency*. [Available at <https://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-center/nwp/outline2019-nwp/index.htm>.]
- Johnson, A., X. Wang, J. R. Carley, L. J. Wicker, and C. Karstens, 2015: A comparison of multiscale GSI-based EnKF and 3DVar data assimilation using radar and conventional observations for midlatitude convective-scale precipitation forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **143**, 3087–3108.
- Juang, H.-M. H., 2000: The NCEP mesoscale spectral model: A revised version of the nonhydrostatic regional spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 2329–2362.
- , and M. Kanamitsu, 1994: The NMC nested regional spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 3–26.
- , and S.-Y. Hong, 2001: Sensitivity of the NCEP regional spectral model to domain

- size and nesting strategy. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 2904–2922.
- , S.-Y. Hong, and M. Kanamitsu, 1997: The NCEP regional spectral model: An update. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **78**, 2125–2144.
- Kanada, S., and A. Wada, 2016: Sensitivity to horizontal resolution of the simulated intensifying rate and inner-core structure of typhoon ida, an extremely intense typhoon. *J. Meteor. Soc. Japan*, **94A**, 181–190.
- Kato, T., 2020: Quasi-stationary band-shaped precipitation systems, named “Senjo-Kousuitai,” causing localized heavy rainfall in Japan. *J. Meteor. Soc. Japan*, **98**, 485–509.
- , and K. Aranami, 2005: Formation factors of 2004 Niigata-Fukushima and Fukui heavy rainfalls and problems in the predictions using a cloud-resolving model. *SOLA*, **1**, 1–4.
- , M. Yoshizaki, K. Bessho, T. Inoue, Y. Sato, and X-BAIU-01 observation group, 2003: Reason for the failure of the simulation of heavy rainfall during X-BAIU-01—Importance of a vertical profile of water vapor for numerical simulations—. *J. Meteor. Soc. Japan*, **81**, 993–1013.
- Ke, J., M. Mu, and X. Fang, 2022: Impact of optimally growing initial errors on the mesoscale predictability of heavy precipitation events along the Mei-Yu front in China. *Mon. Wea. Rev.*, **150**, 2399–2421.
- , ——, and ——, 2023: Influence of physically constrained initial perturbations on the predictability of Mei-Yu heavy precipitation. *Mon. Wea. Rev.*, **151**, 2115–2138.
- Keil, C., F. Heinlein, and G. C. Craig, 2014: The convective adjustment time-scale as indicator of predictability of convective precipitation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **140**, 480–490.
- Keresturi, E., Y. Wang, F. Meier, F. Weidle, C. Wittmann, and A. Atencia, 2019: Improving initial condition perturbations in a convection-permitting ensemble prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **145**, 993–1012.
- Kim, Y.-J., and A. Arakawa, 1995: Improvement of orographic gravity wave parameterization using a mesoscale gravity wave model. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 1875–1902.
- Komori, N., T. Enomoto, T. Miyoshi, A. Yamazaki, A. Kuwano-Yoshida, and B. Taguchi, 2018: Ensemble-based atmospheric reanalysis using a global coupled atmosphere-ocean GCM. *Mon. Wea. Rev.*, **146**, 3311–3323.
- Komori, T., and T. Kadowaki, 2010: Resolution dependence of singular vectors computed for Typhoon SINLAKU. *SOLA*, **6**, 45–48.
- Kretschmer, M., B. R. Hunt, E. Ott, C. H. Bishop, S. Rainwater, and I. Szunyogh, 2015: A composite state method for ensemble data assimilation with multiple limited-area models. *Tellus A*, **67**, 26495.
- Kunii, M., and T. Miyoshi, 2012: Including uncertainties of sea surface temperature in an

- ensemble Kalman filter: A case study of Typhoon Sinlaku (2008). *Wea. Forecasting*, **27**, 1586–1597.
- Kunoki, S., and Coauthors, 2015: Oceanic influence on the Baiu frontal zone in the East China Sea. *J. Geophys. Res.: Atmos.*, **120**, 449–463.
- Kyouda, M., 2002: The ensemble prediction system for medium-range weather forecasting at JMA. *Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling*. Report No. 32, Ritchie, H. (ed.), WMO/TD-No.1105, 6–11.
- Langland, R. H., M. A. Shapiro, and R. Gelaro, 2002: Initial condition sensitivity and error growth in forecasts of the 25 January 2000 East Coast snowstorm. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 957–974.
- Laprise, R., M. R. Varma, B. Denis, D. Caya, and I. Zawadzki, 2000: Predictability of a nested limited-area model. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 4149–4154.
- Limpert, G. L., and A. L. Houston, 2018: Ensemble sensitivity analysis for targeted observations of supercell thunderstorms. *Mon. Wea. Rev.*, **146**, 1705–1721.
- Lorenz, E. N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, **20**, 130–141.
- , 1965: A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model. *Tellus*, **17**, 321–333.
- , 1969: The predictability of a flow which possesses many scales of motion. *Tellus*, **21**, 289–307.
- Lorenz, E. N., 1995: Predictability: A problem partly solved. *In: Seminar on Predictability*, Shinfield Park, ECMWF, on 4–9 September 1995, pp. 1–18.
- , 2005: Designing chaotic models. *J. Atmos. Sci.*, **62**, 1574–1587.
- Luo, Y., and Y. Chen, 2015: Investigation of the predictability and physical mechanisms of an extreme-rainfall-producing mesoscale convective system along the Meiyu front in East China: An ensemble approach. *J. Geophys. Res.: Atmos.*, **120**, 10, 593–510, 618.
- Maeda, S., K. Tsuboki, Q. Moteki, T. Shinoda, H. Minda, and H. Uyeda, 2008: Detailed structure of wind and moisture fields around the Baiu frontal zone over the East China Sea. *SOLA*, **4**, 141–144.
- Manda, A., Y. Tachibana, H. Nakamura, T. Takikawa, A. Nishina, Q. Moteki, N. Zhao, and S. Iizuka, 2024: Intensive radiosonde observations of environmental conditions on the development of a mesoscale convective system in the Baiu frontal zone. *Earth Space Sci.*, **11**, e2023EA003486.
- Matsueda, M., M. Kyouda, Z. Toth, H. L. Tanaka, and T. Tsuyuki, 2011: Predictability of an atmospheric blocking event that occurred on 15 December 2005. *Mon. Wea. Rev.*, **139**, 2455–2470.
- Milan, M., A. Clayton, A. Lorenc, B. Macpherson, R. Tubbs, and G. Dow, 2023: Large-scale blending in an hourly 4D-Var framework for a numerical weather prediction model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **149**, 2067–2090.

- Mlawer, E. J., S. J. Taubman, P. D. Brown, M. J. Iacono, and S. A. Clough, 1997: Radiative transfer for inhomogeneous atmospheres: RRTM, a validated correlated-k model for the longwave. *J. Geophys. Res.: Atmos.*, **102**, 16663–16682.
- Moteki, Q., H. Uyeda, T. Maesaka, T. Shinoda, M. Yoshizaki, and T. Kato, 2004a: Structure and development of two merged rainbands observed over the East China Sea during X-BAIU-99 Part I: Meso- $\beta$ -scale structure and development processes. *J. Meteor. Soc. Japan*, **82**, 19–44.
- , ——, ——, ——, ——, and ——, 2004b: Structure and development of two merged rainbands observed over the East China Sea during X-BAIU-99 Part II: Meso- $\alpha$ -scale structure and build-up processes of convergence in the Baiu frontal region. *J. Meteor. Soc. Japan*, **82**, 45–65.
- Nakashita, S., and T. Enomoto, 2021: Factors for an abrupt increase in track forecast error of Typhoon Hagibis (2019). *SOLA*, **17A**, 33–37.
- Nastrom, G. D., and K. S. Gage, 1985: A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 950–960.
- Nguyen, T. V., K. V. Mai, P. N. B. Nguyen, H.-M. H. Juang, and D. V. Nguyen, 2019: Evaluation of summer monsoon climate predictions over the Indochina Peninsula using regional spectral model. *Wea. Climate Extremes*, **23**, 100195.
- Ninomiya, K., and T. Akiyama, 1992: Multi-scale features of Baiu, the summer monsoon over Japan and the east Asia. *J. Meteor. Soc. Japan*, **70**, 467–495.
- , and Y. Shibagaki, 2007: Multi-scale features of the Meiyu-Baiu front and associated precipitation systems. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85B**, 103–122.
- Nishii, K., and H. Nakamura, 2010: Three-dimensional evolution of ensemble forecast spread during the onset of a stratospheric sudden warming event in January 2006. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **136**, 894–905.
- Nocedal, J., and S. J. Wright, 2006: *Numerical Optimization*. 2nd ed. Springer, 664 pp.
- Ohishi, S., T. Miyoshi, and M. Kachi, 2023: LORA: A local ensemble transform Kalman filter-based ocean research analysis. *Ocean Dyn.*, **73**, 117–143.
- Oortwijn, J., and J. Barkmeijer, 1995: Perturbations that optimally trigger weather regimes. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3932–3944.
- Pan, H.-L., and W.-S. Wu, 1995: Implementing a mass flux convective parameterization package for the NMC medium-range forecast model. *NMC office note*, No. 409, 40 pp.
- Parrish, D. F., and J. C. Derber, 1992: The National Meteorological Center's spectral statistical-interpolation analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1747–1763.
- Raymond, D. J., 1995: Regulation of moist convection over the west Pacific warm pool. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3945–3959.
- Reynolds, C. A., and T. E. Rosmond, 2003: Nonlinear growth of singular-vector-based perturbations. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **129**, 3059–3078.

- Robert, A., J. Henderson, and C. Turnbull, 1972: An implicit time integration scheme for baroclinic models of the atmosphere. *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 329–335.
- Roberts, N. M., and H. W. Lean, 2008: Scale-selective verification of rainfall accumulations from high-resolution forecasts of convective events. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 78–97.
- Rotunno, R., and C. Snyder, 2008: A generalization of Lorenz’s model for the predictability of flows with many scales of motion. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 1063–1076.
- Saito, K., M. Hara, M. Kunii, H. Seko, and M. Yamaguchi, 2011: Comparison of initial perturbation methods for the mesoscale ensemble prediction system of the Meteorological Research Institute for the WWRP Beijing 2008 Olympics Research and Development Project (B08RDP). *Tellus A*, **63**, 445–467.
- , H. Seko, M. Kunii, and T. Miyoshi, 2012: Effect of lateral boundary perturbations on the breeding method and the local ensemble transform Kalman filter for mesoscale ensemble prediction. *Tellus A*, **64**, 11594.
- Sampe, T., and S.-P. Xie, 2010: Large-scale dynamics of the Meiyu-Baiu rainband: Environmental forcing by the westerly jet. *J. Climate*, **23**, 113–134.
- Sasaki, Y. N., S. Minobe, T. Asai, and M. Inatsu, 2012: Influence of the Kuroshio in the East China Sea on the early summer (Baiu) rain. *J. Climate*, **25**, 6627–6645.
- Sato, K., and Coauthors, 2016: Influence of the Kuroshio on mesoscale convective systems in the Baiu frontal zone over the East China Sea. *Mon. Wea. Rev.*, **144**, 1017–1033.
- Saunders, R., and Coauthors, 2018: An update on the RTTOV fast radiative transfer model (currently at version 12). *Geosci. Model Dev.*, **11**, 2717–2737.
- Selz, T., and G. C. Craig, 2015: Simulation of upscale error growth with a stochastic convection scheme. *Geophys. Res. Lett.*, **42**, 3056–3062.
- Simmons, A. J., R. Mureau, and T. Petroliaigis, 1995: Error growth and estimates of predictability from the ECMWF forecasting system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **121**, 1739–1771.
- Skamarock, W. C., 2004: Evaluating mesoscale NWP models using kinetic energy spectra. *Mon. Wea. Rev.*, **132**, 3019–3032.
- Stensrud, D. J., J.-W. Bao, and T. T. Warner, 2000: Using initial condition and model physics perturbations in short-range ensemble simulations of mesoscale convective systems. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 2077–2107.
- Takemi, T., and T. Unuma, 2020: Environmental factors for the development of heavy rainfall in the eastern part of Japan during Typhoon Hagibis (2019). *SOLA*, **16**, 30–36.
- Takemura, K., T. Enomoto, and H. Mukougawa, 2021: Predictability of enhanced monsoon trough related to the meandered Asian jet and consequent Rossby wave breaking in late August 2016. *J. Meteor. Soc. Japan*, **99**, 339–356.
- Talagrand, O., and P. Courtier, 1987: Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. I: Theory. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **113**,

- 1311–1328.
- Tatsumi, Y., 1986: A spectral limited area model with time-dependent lateral boundary conditions. *J. Meteor. Soc. Japan*, **64A**, 473–483.
- Tiedtke, M., 1983: The sensitivity of the time-mean large-scale flow to cumulus convection in the ECMWF model. *Workshop on Convection in Large-scale Numerical Models, 28 November to 1 December 1983*, 297–316.
- Torn, R. D., and G. J. Hakim, 2008: Ensemble-based sensitivity analysis. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 663–677.
- Toth, Z., and E. Kalnay, 1993: Ensemble forecasting at NMC: The generation of perturbations. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **74**, 2317–2330.
- , and ———, 1997: Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method. *Mon. Wea. Rev.*, **125**, 3297–3319.
- Toyooka, D., T. Kawabata, and H. L. Tanaka, 2024: Windward region sensitivity and its effects on heavy rainfall prediction investigated with ensemble systems. *J. Meteor. Soc. Japan*, **102**, 167–183.
- Trevisan, A., and R. Legnani, 1995: Transient error growth and local predictability: A study in the Lorenz system. *Tellus A*, **47**, 103–117.
- Tsuji, H., and Y. N. Takayabu, 2023: A hierarchical structure of the heavy rainfall event over Kyushu in July 2020. *J. Meteor. Soc. Japan*, **101**, 271–287.
- , ———, R. Shibuya, H. Kamahori, and C. Yokoyama, 2021: The role of free-tropospheric moisture convergence for summertime heavy rainfall in western Japan. *Geophys. Res. Lett.*, **48**, e2021GL095030.
- Vendrasco, E. P., J. Sun, D. L. Herdies, and C. F. de Angelis, 2016: Constraining a 3DVAR radar data assimilation system with large-scale analysis to improve short-range precipitation forecasts. *J. Appl. Meteor. Clim.*, **55**, 673–690.
- von Storch, H., H. Langenberg, and F. Feser, 2000: A spectral nudging technique for dynamical downscaling purposes. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 3664–3673.
- Wang, H., X.-Y. Huang, D. Xu, and J. Liu, 2014a: A scale-dependent blending scheme for WRFDA: Impact on regional weather forecasting. *Geosci. Model Dev.*, **7**, 1819–1828.
- Wang, Y., and X. Wang, 2023: Simultaneous multiscale data assimilation using scale- and variable-dependent localization in EnVar for convection allowing analyses and forecasts: Methodology and experiments for a tornadic supercell. *J. Adv. Model. Earth Syst.*, **15**, e2022MS003430.
- Wang, Y., M. Bellus, J.-F. Geleyn, X. Ma, W. Tian, and F. Weidle, 2014b: A new method for generating initial condition perturbations in a regional ensemble prediction system: Blending. *Mon. Wea. Rev.*, **142**, 2043–2059.
- Weyn, J. A., and D. R. Durran, 2017: The dependence of the predictability of mesoscale convective systems on the horizontal scale and amplitude of initial errors in idealized



- simulations. *J. Atmos. Sci.*, **74**, 2191–2210.
- , and ——, 2019: The scale dependence of initial-condition sensitivities in simulations of convective systems over the southeastern United States. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **145**, 57–74.
- Wile, S. M., J. P. Hacker, and K. H. Chilcoat, 2015: The potential utility of high-resolution ensemble sensitivity analysis for observation placement during weak flow in complex terrain. *Wea. Forecasting*, **30**, 1521–1536.
- Wilks, D. S., 2011: *Statistical methods in the atmospheric sciences*. 3rd ed. Elsevier, 704 pp.
- Wright, A., A. S. Lawless, N. K. Nichols, D. J. Lea, and M. J. Martin, 2024: Assessment of short-range forecast error atmosphere-ocean cross-correlations from the met office coupled numerical weather prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **150**, 2783–2797.
- Yang, S.-C., E. Kalnay, and T. Enomoto, 2015: Ensemble singular vectors and their use as additive inflation in EnKF. *Tellus A*, **67**, 26536.
- Yang, X., 2005: Analysis blending using spatial filter in grid-point model coupling. *HiRLAM Newsletter*, **10**, 49–55.
- Yokota, S., and H. Seko, 2021: Ensemble-based singular value decomposition analysis to clarify the causes of heavy rainfall. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **147**, 2244–2263.
- , M. Kunii, K. Aonashi, and S. Origuchi, 2016a: Comparison between four-dimensional LETKF and ensemble-based variational data assimilation with observation localization. *SOLA*, **12**, 80–85.
- , ——, M. Kunii, H. Yamauchi, and H. Niino, 2016b: The tornadic supercell on the Kanto plain on 6 May 2012: Polarimetric radar and surface data assimilation with EnKF and ensemble-based sensitivity analysis. *Mon. Wea. Rev.*, **144**, 3133–3157.
- Yoon, Y., E. Ott, and I. Szunyogh, 2010: On the propagation of information and the use of localization in ensemble Kalman filtering. *J. Atmos. Sci.*, **67**, 3823–3834.
- Zhang, F., C. Snyder, and J. Sun, 2004: Impacts of initial estimate and observation availability on convective-scale data assimilation with an ensemble Kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **132**, 1238–1253.
- Zhang, F., N. Bei, R. Rotunno, C. Snyder, and C. C. Epifanio, 2007: Mesoscale predictability of moist baroclinic waves: Convection-permitting experiments and multistage error growth dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 3579–3594.
- Zhang, H., J. Chen, X. Zhi, Y. Wang, and Y. Wang, 2015: Study on multi-scale blending initial condition perturbations for a regional ensemble prediction system. *Adv. Atmos. Sci.*, **32**, 1143–1155.
- Zhuang, X., N. Wu, J. Min, and Y. Xu, 2020: Understanding the predictability within convection-allowing ensemble forecasts in east China: Meteorological sensitivity, forecast

- error growth and associated precipitation uncertainties across spatial scales. *Atmosphere*, **11**, 234.
- Zupanski, M., 2005: Maximum likelihood ensemble filter: Theoretical aspects. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 1710–1726.
- , 2021: The maximum likelihood ensemble filter with state space localization. *Mon. Wea. Rev.*, **149**, 3505–3524.
- 太田洋一郎, 堀田大介, 2016: 海面水温摂動の開発. 数値予報課報告・別冊第 62 号, 気象庁予報部, 77–84.
- 小野耕介, 2016: メソアンサンブル予報システムの開発状況. 数値予報課報告・別冊第 62 号, 気象庁予報部, 100–113.
- 山根省三, 2002: 摂動の線型発展の理論. 気象研究ノート, **201**, 21–72.
- 幾田泰醇, 2010: 高分解能モデルの降水予報精度評価に適した検証手法. 平成 22 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 11–17.
- 気象庁観測部, 2004: 配信資料に関する技術情報 (気象編) 第 162 号～1km メッシュ全国合成レーダー GPV の提供等について～. **162**, 1–28.
- 経田正幸, 2006: 週間アンサンブル予報. 平成 18 年度数値予報課報告・別冊第 52 号, 気象庁予報部, 23–33.



# 謝辞

本研究を行う上で、指導教員である京都大学防災研究所 榎本 剛 教授には、修士課程から博士後期課程まで5年間にわたり、熱心なご指導と充実した研究環境を与えていただきました。修士課程の頃から様々な研究テーマに手を出していましたが、どのような研究に対しても真摯に向き合い多様なアドバイスをいただきました。また、国内外の多くの研究会への参加を促していただき、多くの研究者と議論し、貴重な経験を積むことができました。心より感謝申し上げます。副指導教員である防災研究所 吉田 聡 准教授と理学研究科 向川 均 教授、および災害気候研究分野の井口 敬雄 助教には、セミナーや学会での発表の折に多くの有益なコメントをいただきました。秘書の西出 依子 氏には、出張やリサーチアシスタントに伴う事務手続きで大変お世話になりました。また、災害気候研究分野の元・現メンバーの皆様には、公私共に大変お世話になりました。この場を借りて深く御礼申し上げます。

本論文の基礎となる研究の遂行にあたり、JSPS 科研費 JP22KJ1966, JP19H05698, JP19H05605, JP21K03662, JP24H02226 の助成を受けました。本論文の核をなす梅雨前線帯のメソ対流系の研究を行うきっかけとなった、2022年6月の東シナ海集中観測に携わったすべての研究者に感謝申し上げます。NCEP RSM/MSM は Hann-Ming Henry Juang 博士よりご提供していただきました。

NCEP GFS と PREPBUFR は米国大気海洋庁現業モデルアーカイブシステム (National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) Operational Model Archive Distributed System, NOMADS) より取得しました。2020, 2021 年の NCEP GFS データは米国大気研究センター (National Center for Atmospheric Research, NCAR) が公開している研究データアーカイブ (Research Data Archive, RDA) より取得しました。気象庁全国合成レーダーおよびメソ解析は京都大学生存圏研究所が公開しているデータベースより取得しました。ひまわり 8 号の格子化データは宇宙研究開発機構 (Japan Aerospace Exploration Agency, JAXA) の P-tree システムより取得しました。

各データベースへは以下の URL からアクセスできます。

- NOMADS: <https://nomads.ncep.noaa.gov/>
- NCAR RDA: <https://rda.ucar.edu/>
- 生存圏研究所データベース: <http://database.rish.kyoto-u.ac.jp/arch/jmadata>
- JAXA P-tree: <https://www.eorc.jaxa.jp/ptree/index.html>

最後に、私の意思を尊重し、温かく見守り支え続けてくれた家族に深く感謝します。



## 付録 A

# FSS の導出と解釈

ここでは 幾田 (2010) の解説を参考に、Fractions Skill Score (Roberts and Lean 2008) の導出とその解釈について記す。

FSS は現象の表現に空間的な曖昧さを与えて検証を行うファジー検証の一つである。同じ格子に空間内挿した任意の変量の観測と予報の分布を  $O_r$ ,  $F_r$  として、閾値  $q$  を用いてそれぞれの分布を二値化する。

$$I_O = \begin{cases} 1 & O_r \geq q \\ 0 & O_r < q \end{cases}$$

$$I_F = \begin{cases} 1 & F_r \geq q \\ 0 & F_r < q \end{cases}$$

この  $I_O$  と  $I_F$  に対して、検証対象格子を中心とする一辺  $n$  格子の正方形領域を考え、この正方形領域に含まれる二値化された情報を領域平均し分数化する。

$$O(n)_{i,j} = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n I_O \left[ i+k-1 - \frac{n-1}{2}, j+l-1 - \frac{n-1}{2} \right]$$

$$F(n)_{i,j} = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n I_F \left[ i+k-1 - \frac{n-1}{2}, j+l-1 - \frac{n-1}{2} \right]$$

添え字の  $i, j$  は東西、南北方向の格子番号を表す。分数化された変量  $O(n)$  と  $F(n)$  によって計算される平均二乗誤差 (MSE) は、検証領域の東西、南北方向の格子数をそれぞれ  $N_x$ ,  $N_y$  として、

$$\text{MSE}_{(n)} = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [O(n)_{i,j} - F(n)_{i,j}]^2$$

と表される。この MSE と参照値として任意の MSE の取りうる最大値 (予報と観測の分布が全く適合しない場合の MSE)

$$\text{MSE}_{(n)\text{ref}} = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [O(n)_{i,j}^2 - F(n)_{i,j}^2]$$

および完全予報の  $\text{MSE}_{(n)\text{perfect}} = 0$  を用いて、FSS は以下の式で定義される。

$$\text{FSS}_{(n)} = \frac{\text{MSE}_{(n)} - \text{MSE}_{(n)\text{ref}}}{\text{MSE}_{(n)\text{perfect}} - \text{MSE}_{(n)\text{ref}}} = 1 - \frac{\text{MSE}_{(n)}}{\text{MSE}_{(n)\text{ref}}} \quad (\text{A.1})$$

この定義から、FSS は 0 から 1 の値を取り、1 に近いほど予報精度が高いことを示すことがわかる。

FSS は平滑化の空間スケール  $n$  を大きくするに従って増加し、一定の値 (Asymptote FSS, AFSS) に漸近する。

$$\text{AFSS} = 1 - \frac{(f_O - f_F)^2}{f_O^2 + f_F^2} = \frac{2f_O f_F}{f_O^2 + f_F^2} \quad (\text{A.2})$$

ここで

$$f_O = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} I_{O\ i,j}$$

$$f_F = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} I_{F\ i,j}$$

はそれぞれ観測頻度と予報頻度を表す。AFSS は検証対象領域全体を覆う空間スケール ( $n = 2 \cdot \max(N_x, N_y) - 1$ ) に対して計算された FSS であり、予報がバイアスを持たない ( $f_F = f_O$ ) 場合には 1 となる。

FSS は平滑化スケールに依存するため、利用価値のある空間スケールを選択するための目標スコア (ターゲット FSS) を完全予報 ( $\text{FSS} = 1$ ) とランダム予報の中間の FSS として定義する。

$$\text{FSS}_{\text{target}} = \frac{1 + \text{FSS}_{\text{random}}}{2} \quad (\text{A.3})$$

ここで  $\text{FSS}_{\text{random}}$  はバイアスを持たないランダム予報を仮定した場合の FSS であり、FSS ( $n = 1$ ) の予報あり観測ありの確率 ( $P(\text{予報あり}) \times P(\text{観測あり})$ ) で表される。

$$\begin{aligned} \text{FSS}_{\text{random}} &= \text{FSS}_{(1)} \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [I_{O\ i,j} - I_{F\ i,j}]^2}{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [I_{O\ i,j}^2 + I_{F\ i,j}^2]} \\ &= 1 - \frac{f_O + f_F - \frac{2}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} I_{O\ i,j} I_{F\ i,j}}{f_O + f_F} \\ &= \frac{2f_O f_F}{f_O + f_F} \xrightarrow{f_F=f_O} f_O \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

ここでは同一格子で  $P(\text{予報あり}) \times P(\text{観測あり}) = f_F f_O$  であること、 $I_{O,F}^2 = I_{O,F}$  であることを用いている。

## 付録 B

# 領域モデルにおける運動エネルギー スペクトルの計算

ここでは第 6 章で用いた、領域モデルの水平 2 次元の風速データから 1 次元の運動エネルギースペクトルを計算する手法について記す。なお、一次元モデルの誤差・分散のスペクトルも、本節の手法を一次元データに対応させて用いている。本研究では Durran et al. (2017) の記述を参考に、離散余弦変換 (DCT, Denis et al. 2002) を用いてスペクトルを計算している。

2 次元風速データから 1 次元の運動エネルギースペクトル  $\widehat{\text{KE}}(k)$  を計算する際には、ベクトル化した波数  $\mathbf{c}(\theta) = (k \cos \theta, k \sin \theta)$  を用いて表される以下の式を離散化する。

$$\widehat{\text{KE}}(k) = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{ \hat{u}[\mathbf{c}(\theta)] \hat{u}^*[\mathbf{c}(\theta)] + \hat{v}[\mathbf{c}(\theta)] \hat{v}^*[\mathbf{c}(\theta)] \} k d\theta \quad (\text{B.1})$$

式 (B.1) の右辺の積分の概念図を図 B.1 に示す。ここでは Durran et al. (2017) とは異なり DCT を用いるため、東西・南北波数の平面において第一象限のみ考慮する。

2 次元東西風速データ  $u(i, j)$  の DCT は以下のように表される。

$$\hat{u}(m, n) = \beta(m) \beta(n) \sum_{i=0}^{N_i-1} \sum_{j=0}^{N_j-1} u(i, j) \cos \left[ \pi m \frac{(i + \frac{1}{2})}{N_i} \right] \cos \left[ \pi n \frac{(j + \frac{1}{2})}{N_j} \right] \quad (\text{B.2})$$

$$u(i, j) = \sum_{m=0}^{N_i-1} \sum_{n=0}^{N_j-1} \hat{u}(m, n) \cos \left[ \pi m \frac{(i + \frac{1}{2})}{N_i} \right] \cos \left[ \pi n \frac{(j + \frac{1}{2})}{N_j} \right] \quad (\text{B.3})$$

$$\beta(m) = \begin{cases} \frac{1}{N_i} & (m = 0) \\ \frac{2}{N_i} & (m \neq 0) \end{cases}, \quad \beta(n) = \begin{cases} \frac{1}{N_j} & (n = 0) \\ \frac{2}{N_j} & (n \neq 0) \end{cases}$$

式 (B.2) の実装には Scipy の `fft` モジュールの `dct(type=2, norm='forward')` を利用した。

式 (B.2) における離散化された東西・南北波数

$$k_{xm} = m \Delta k_x = m \frac{\pi}{L_x}$$

$$k_{yn} = n \Delta k_y = n \frac{\pi}{L_y}$$



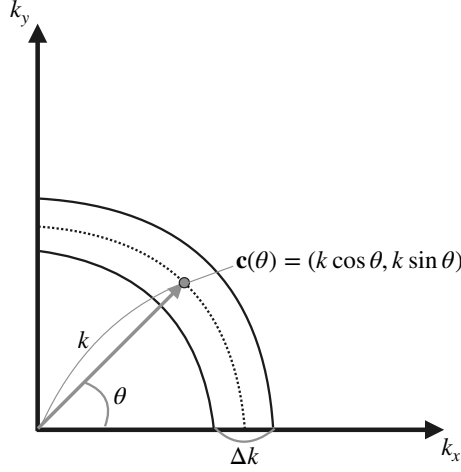


図 B.1: 東西・南北波数と水平波数の対応.

( $L_x, L_y$  はそれぞれ東西方向と南北方向の領域幅) を用いると, 領域平均した運動エネルギー  $\frac{\bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{u}}}{2}$  と 1 次元の運動エネルギースペクトル密度  $\widehat{\text{KE}}(k)$  との間のパーシバル関係式

$$\frac{\bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{u}}}{2} = \int_0^\infty \widehat{\text{KE}}(k) dk$$

の離散形は以下のように表される.

$$\frac{1}{L_x L_y} \sum_{i=0}^{N_i-1} \sum_{j=0}^{N_j-1} \frac{u(i,j)^2 + v(i,j)^2}{2} \Delta x \Delta y = \frac{L_x L_y}{2\pi^2} \sum_{m=1}^{N_i-1} \sum_{n=1}^{N_j-1} [\hat{u}(m,n) \hat{u}^*(m,n) + \hat{v}(m,n) \hat{v}^*(m,n)] \Delta k_x \Delta k_y \quad (\text{B.4})$$

ここで水平波数  $k$  とその刻み幅を

$$k = \sqrt{k_{xm}^2 + k_{yn}^2}, \quad \Delta k = 2 \max(\Delta k_x, \Delta k_y)$$

と定義する. 刻み幅の定義では, フーリエ変換との一貫性のために 2 を掛けている. 最大水平波数を

$$k_{\max} = N_{\max} \Delta k = \left\lceil \sqrt{2} \max\left(\frac{N_i}{2}, \frac{N_j}{2}\right) \right\rceil$$

(図 B.1 の対角方向の最大距離) として, 離散化した水平波数を  $k_p = p \Delta k$  ( $p = 1, \dots, N_{\max}$ ) と定義する.  $k_p$  に対応するスペクトル密度は,

$$R(p) = \left[ (m,n) \left| k_p - \frac{\Delta k}{2} \leq \sqrt{k_{xm}^2 + k_{yn}^2} < k_p + \frac{\Delta k}{2} \right. \right] \quad (\text{B.5})$$

(図 B.1 の点線を挟む 2 つの弧で囲まれる領域) に含まれる波数空間のインデックス  $(m,n)$  を持つ要素の合計で定義する. すなわち式 (B.4) より, 離散化された 1 次元エネルギースペクトル密度は

$$\frac{1}{L_x L_y} \sum_{i=0}^{N_i-1} \sum_{j=0}^{N_j-1} \frac{u(i,j)^2 + v(i,j)^2}{2} \Delta x \Delta y = \sum_{p=1}^{N_{\max}} \widehat{\text{KE}}(k_p) \Delta k$$

$$\widehat{\text{KE}}(k_p) = \frac{L_x L_y \min(\Delta k_x, \Delta k_y)}{4\pi^2} \sum_{m,n \in R(p)} [\hat{u}(m,n)\hat{u}^*(m,n) + \hat{v}(m,n)\hat{v}^*(m,n)] \quad (\text{B.6})$$

と表される．

式 (B.6) の和に含まれる項の数 ( $C(p)$ ) は  $k_p = \min(k_{x\max}, k_{y\max})$  を満たすまで  $p$  とともに単調に増加し，その後  $p$  が増加するにつれて減少するため，その変動に伴う離散化ノイズが生じる．このノイズを緩和するために， $C(p)$  に基づく緩和係数を作用させる (Durrant et al. 2017)．

$$\widehat{\text{KE}}(k_p) := \frac{\pi \overline{k_p}}{2\Delta k_\perp C(p)} \widehat{\text{KE}}(k_p) \quad (\text{B.7})$$

$$\overline{k_p} = \frac{1}{C(p)} \sum_{m,n \in R(p)} \sqrt{k_{xm}^2 + k_{ym}^2}$$

$$\Delta k_\perp = \min(\Delta k_x, \Delta k_y)$$

式 (B.7) の係数は 図 B.1 の点線上にある要素数と実際の要素数  $C(p)$  との比を表している．



## 付録 C

# アンサンブル感度解析

### C.1 アンサンブルアジョイント感度解析

#### C.1.1 アジョイント感度解析

アジョイント感度解析では、注目する現象を表す予測指標  $J$  の変化量と初期時刻の予報変数の間の関係から、予測指標の変化に最も影響を与える初期時刻の変数・領域を特定する。

時刻  $T$  における予報変数の微小変化  $\mathbf{z}$  に対する予測指標  $J(\mathbf{x}_T)$  の変化は、 $\mathbf{x}_T$  の周りでのテイラー展開

$$J(\mathbf{x}_T + \mathbf{z}) = J(\mathbf{x}_T) + \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_T} \right]^T \mathbf{z} + O(\|\mathbf{z}\|^2)$$

において摂動の二次以上の項を無視することで、

$$\Delta J = J(\mathbf{x}_T + \mathbf{z}) - J(\mathbf{x}_T) \simeq \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_T} \right]^T \mathbf{z} \quad (\text{C.1})$$

と表される。摂動の線型時間発展 (3.3) を仮定すると、(C.1) より予測指標の変化は随伴（アジョイント）モデル  $\mathbf{M}^T$  を用いて以下のように表される。

$$\Delta J = \left[ \mathbf{M}^T \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_T} \right]^T \mathbf{y} \equiv \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{y} \quad (\text{C.2})$$

したがって、アジョイント感度は以下のように定義される。

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} = \mathbf{M}^T \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_T} \quad (\text{C.3})$$

##### C.1.1.1 統計的観点からの定義

Ancell and Hakim (2007, AH07) は初期の基本場の誤差分布に基づく統計的なアジョイント感度を定義し、Duc et al. (2023, DKH23) では AH07 の定義を予測指標の変化（応答） $\Delta J$  の観点から整理した。

式 (C.2) の両辺に右から初期摂動の転置を作用させ、期待値を取る。

$$\langle \Delta J \mathbf{y}^T \rangle = \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \langle \mathbf{y} \mathbf{y}^T \rangle$$

左辺は予測指標の変化量と初期摂動の間の交差共分散 ( $\text{cov}(\Delta J, \mathbf{y})$ ), 右辺はアジョイント感度と初期摂動の共分散 ( $\mathbf{A} = \langle \mathbf{y}\mathbf{y}^T \rangle$ ) との内積を表している. したがって, 統計的に定義されるアジョイント感度は以下のように表される.

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} = \mathbf{A}^{-1} \text{cov}(\mathbf{y}, \Delta J) \quad (\text{C.4})$$

DKH23 は式 (C.2) に基づき, 予報変数の  $i$  番目の要素  $\mathbf{x}_{0,i}$  が  $\text{std}(y_i)$  ( $\mathbf{y}$  の  $i$  番目の要素の標準偏差) だけ変化したときの  $J$  の正規化された応答を標準化感度 (の  $i$  番目の成分) として定義した.

$$s_i \equiv \frac{1}{\text{std}(\Delta J)} \Delta J[\text{std}(y_i)] = \frac{1}{\text{std}(\Delta J)} \mathbf{y}_i^T \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right] \quad (\text{C.5})$$

ここで  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^N$  は  $i$  番目の要素が  $\text{std}(y_i)$  であり, その確率分布は  $\mathbf{A}$  を共分散とするガウス分布に従う.  $\mathbf{y}_i$  は  $\mathbf{A}$  の標準偏差と相関への分解

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{C} \mathbf{\Sigma}$$

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}[\text{std}(y_i)]_{i=1, \dots, N}$$

を利用すると, 以下のように表される.

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{\Sigma} \mathbf{c}_i \quad (\text{C.6})$$

$\mathbf{c}_i$  は相関行列  $\mathbf{C}$  の  $i$  列目 ( $y_i$  と  $\mathbf{y}$  の間の相関) を表す. 式 (C.6) を (C.5) に代入し, (C.4) を用いると,

$$s_i = \frac{1}{\text{std}(\Delta J)} \mathbf{c}_i^T \mathbf{\Sigma} \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right] = \frac{1}{\text{std}(\Delta J)} \mathbf{c}_i^T \mathbf{\Sigma} \mathbf{A}^{-1} \text{cov}(\mathbf{y}, \Delta J)$$

となる. したがって, 標準化感度は

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_N \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{std}(\Delta J)} \mathbf{C} \mathbf{\Sigma} \mathbf{A}^{-1} \text{cov}(\mathbf{y}, \Delta J) = \frac{1}{\text{std}(\Delta J)} \mathbf{\Sigma}^{-1} \text{cov}(\mathbf{y}, \Delta J) = \text{cor}(\mathbf{y}, \Delta J) \quad (\text{C.7})$$

と表され, 予測指標と初期摂動との間の相関 ( $\text{cor}(\mathbf{y}, \Delta J)$ ) と一致する.

#### C.1.1.2 初期摂動の決定方法

アジョイント感度解析において,  $\partial J / \partial \mathbf{x}_0$  は初期場  $\mathbf{x}_0$  の単位変化に対する予測指標の変化  $\Delta J$  を表すが,  $\Delta J$  を最適にする初期摂動  $\mathbf{y}$  を求めることもできる.

Langland et al. (2002) では, 予測指標として解析に対する予報の誤差エネルギー

$$J(\mathbf{x}_T) = \frac{1}{2} (\mathbf{e}_T)^T \mathbf{C} \mathbf{e}_T, \quad \mathbf{e}_T = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_T^a$$

( $\mathbf{x}_T^a$  は時刻  $T$  における解析値,  $\mathbf{C}$  は予報変数からエネルギーを計算する際の係数行列) を取り, 予測指標が初期摂動に対して線型に変化するとみなせる ( $J(\mathbf{x}_0 + \mathbf{y}) \simeq J(\mathbf{x}_0) + (\partial J / \partial \mathbf{x}_0) \mathbf{y}$ )

場合に、予測指標の変化量が基本場の予報誤差エネルギー（の  $-1$  倍）と等しくなる、すなわち予報誤差を 0 にするような初期摂動を最適な初期摂動と定義した。

$$\mathbf{y}^{\text{opt}} = -\lambda \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0}, \quad \lambda = \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{e}_T)^T \mathbf{C} \mathbf{e}_T}{\left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0}} = \frac{J(\mathbf{x}_T)}{\left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0}} \quad (\text{C.8})$$

$$\Delta J^{\text{opt}} = \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{y}^{\text{opt}} = -\lambda \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} = -J(\mathbf{x}_T)$$

Enomoto et al. (2015, EYO15) では、初期ノルムが  $\|\mathbf{y}\|_{\mathbf{G}_a} = 1$  を満たすという制約条件のもとで、 $|\Delta J|$  を最大にする  $\mathbf{y}$  を Lagrange の未定乗数法を用いて以下のように求めた。

$$F(\mathbf{y}, \lambda) = \Delta J + \lambda(1 - \mathbf{y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{y}) = \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{y} + \lambda(1 - \mathbf{y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{y}) \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{y}} = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} - 2\lambda \mathbf{G}_a \mathbf{y} = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$\therefore 2\lambda \mathbf{y} = \mathbf{G}_a^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \quad (\text{C.11})$$

すなわち、 $\mathbf{y}$  は  $\mathbf{G}_a^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0}$  と平行になる。 $\mathbf{G}_a$  が単位行列、すなわち初期のノルムに標準内積を選択すると、 $\mathbf{y}$  は  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0}$  と平行になる。

EYO15 では  $\mathbf{y}$  の振幅に任意性を残していたが、Lagrange 関数の未定乗数に関する微分（制約条件）を利用することで、振幅も決定することができる。

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 1 - \mathbf{y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{y} = 0 \Rightarrow \mathbf{y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{y} = 1 \quad (\text{C.12})$$

(C.11) と (C.12) より、

$$\frac{1}{(2\lambda)^2} \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{G}_a^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} = 1$$

$$\Rightarrow 2\lambda = \pm \left( \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{G}_a^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{C.13})$$

したがって、

$$\mathbf{y} = \pm \left( \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{G}_a^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{G}_a^{-1} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \quad (\text{C.14})$$

として（符号の任意性を残して）最大成長する初期摂動が求まる。

DKH23 では統計的感度 (C.4) とその標準化 (C.7) から、EYO15 と同様に  $|\Delta J|$  を最大にする初期摂動を定義した。

$$|\Delta J| = \left| \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{y} \right| = |\text{cov}(\mathbf{y}, \Delta J)^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{y}| = \text{std}(\Delta J) |\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \tilde{\mathbf{y}}| \quad (\text{C.15})$$

初期摂動への制約条件として、初期の誤差共分散の逆行列  $\mathbf{A}^{-1}$  に基づくノルム（マハラノビスノルム）を考える．

$$\|\mathbf{y}\|_{\mathbf{A}^{-1}} = \rho \Leftrightarrow \|\tilde{\mathbf{y}}\|_{\mathbf{C}^{-1}} = \rho \quad (\text{C.16})$$

このとき、 $|\Delta J|$  を最大にする  $\mathbf{y}$  は式 (C.15) にコーシーシュワルツの不等式を適用して、

$$|\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \tilde{\mathbf{y}}| \leq \|\mathbf{s}\|_{\mathbf{C}^{-1}} \|\tilde{\mathbf{y}}\|_{\mathbf{C}^{-1}} \leq \rho \|\mathbf{s}\|_{\mathbf{C}^{-1}} \quad (\text{C.17})$$

したがって、 $|\Delta J|$  が最大となるとき、 $\tilde{\mathbf{y}}$  は  $\mathbf{s}$  と平行である．

$$\tilde{\mathbf{y}}^{\text{opt}} = \mu \mathbf{s}$$

係数  $\mu$  は (C.16) より、

$$\mu = \pm \frac{\rho}{\|\mathbf{s}\|_{\mathbf{C}^{-1}}}$$

となる．したがって、 $|\Delta J|$  を最大にする初期摂動は

$$\mathbf{y}^{\text{opt}} = \pm \frac{\rho}{\|\mathbf{s}\|_{\mathbf{C}^{-1}}} \Sigma \mathbf{s} \quad (\text{C.18})$$

$\rho = \|\mathbf{s}\|_{\mathbf{C}^{-1}}$ （初期摂動と標準化感度は誤差相関行列に対するノルムに対して同じ大きさ）と設定すると、

$$\mathbf{y}^{\text{opt}} = \pm \Sigma \mathbf{s}$$

となる．

### C.1.2 アンサンブルへの拡張

本節では、アンサンブルアジョイント感度解析（Ensemble adjoint sensitivity analysis, EnASA）の複数の導出をレビューし、それらの間の関係について議論する．

#### C.1.2.1 AH07 の導出

統計的に定義されるアジョイント感度 (C.4) の右辺をアンサンブルで近似すると、以下のアンサンブル感度が得られる．

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} = [\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T]^{-1} \mathbf{Y}\mathbf{J}_e^T \quad (\text{C.19})$$

ここで  $\mathbf{J}_e$  は各メンバーに対して計算した予測指標のアンサンブル平均からの差を並べた行ベクトル

$$\mathbf{J}_e = [J(\mathbf{x}_T^{(1)}) - \bar{J}, \dots, J(\mathbf{x}_T^{(K)}) - \bar{J}] \in \mathbb{R}^{1 \times K} \quad (\text{C.20})$$

を表す．

通常アンサンブルサイズは状態変数次元より遥かに小さいため ( $N \gg K$ )、共分散  $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T$  の逆行列は定義できない．そこで AH07 は、初期摂動の分散のみを用いることでアンサンブル感度を定義した．

$$\frac{\partial J_e}{\partial \mathbf{x}_0} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{Y}\mathbf{J}_e^T, \quad \mathbf{D} = \text{diag}[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T] \quad (\text{C.21})$$

## C.1.2.2 Hacker and Lei (2015, HL15) の導出

HL15 では, EnASA はアジョイント感度  $\partial J / \partial \mathbf{x}_0$  の統計的線型化であるとみなし, 以下の線型回帰問題を解いて得られる回帰係数  $\hat{\beta}$  がアンサンブル感度であると定義した.

$$\mathbf{J}_e = \beta^T \mathbf{Y} + \varepsilon, \quad \hat{\beta} \equiv \frac{\partial J_e}{\partial \mathbf{x}_0} \quad (\text{C.22})$$

前小節でも述べたように, 大抵の場合アンサンブル数は状態変数次元よりも小さいため, 式 (C.22) は劣決定である. そこで HL15 では式 (C.22) の最小ノルム解を Lagrange 未定乗数法を用いて求めた.

$$F(\beta, \lambda) = \beta^T \beta - \lambda^T (\beta^T \mathbf{Y} - \mathbf{J}_e) \quad (\text{C.23})$$

ここで未定乗数  $\lambda \in \mathbb{R}^K$  はアンサンブル次元のベクトルである. 式 (C.23) から, 最小ノルム解に基づくアンサンブル感度は以下のように表される.

$$\frac{\partial J_e}{\partial \mathbf{x}_0} = \hat{\beta} = \mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T \quad (\text{C.24})$$

## C.1.2.3 EYO15 の導出

EnSVSA (第 3.1.1 節) と同様に, 求めるべき初期摂動  $\mathbf{y}$  をアンサンブル初期摂動の線型結合 (式 (3.6)) で表す. 式 (C.2) の関係が各アンサンブルメンバーに対しても成り立つと仮定すると,

$$\Delta J = \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{Y} \mathbf{p} = \mathbf{J}_e \mathbf{p}$$

式 (C.9) に基づき, Lagrange の未定乗数法を適用すると,

$$F(\mathbf{p}, \lambda) = \mathbf{J}_e \mathbf{p} + \lambda(1 - \mathbf{p}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y} \mathbf{p})$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{J}_e^T - 2\lambda \mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y} \mathbf{p}$$

$$\therefore 2\lambda \mathbf{p} = (\mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T$$

と求められる. したがって,  $|\Delta J|$  を最大化する初期摂動は,

$$\mathbf{y} \propto \mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T \quad (\text{C.25})$$

式 (C.13) と同様に, 制約条件を利用して振幅を求めると,

$$\mathbf{y} = \pm [\mathbf{J}_e (\mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T]^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T \quad (\text{C.26})$$

となる.

初期ノルムとしてアンサンブルから推定される誤差共分散

$$\mathbf{A}_e = \frac{1}{K-1} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T$$



の (擬) 逆行列を取る ( $\mathbf{G}_a \rightarrow \mathbf{A}_e^\dagger$ , マハラノビスノルム (C.16) に相当する) 場合,  $\mathbf{Y}^T \mathbf{A}_e^\dagger \mathbf{Y} \simeq (K-1)\mathbf{I}_K$  より, 式 (C.26) は

$$\mathbf{y} \simeq \pm \frac{1}{\text{std}(\mathbf{J}_e)} \text{cov}(\mathbf{Y}, \mathbf{J}_e) \quad (\text{C.27})$$

と表される. ここで  $\text{std}(\mathbf{J}_e)$  は  $\mathbf{J}_e$  の標準偏差を表す. すなわち, 予測指標の変化量  $|\Delta J|$  を最大にする初期摂動は, 予測指標のアンサンブル摂動 (C.20) を重みとするアンサンブル初期摂動の線型結合に比例する. これは, DKH23 における最適初期摂動 (C.18) において,  $\rho = \text{std}(\Delta J) \|\mathbf{s}\|_{\mathbf{C}^{-1}}$  とした場合と一致する.

#### C.1.2.4 アンサンブルアジョイント感度解析の複数の定式化の関係

- AH07 と HL15 の関係

HL15 における線型回帰問題としての定式化 (C.22) に従うと, AH07 の定式化 (C.21) は最小二乗解 (C.19) の単変量回帰とした場合に相当し, HL15 では多変量回帰を取ることが特に小さなスケールの変動が存在する場合に重要であることを示した. 一方で AH07 の定式化 (C.21) は, 変数どうしが無視できない相関を持つ実事例に対しても妥当な感度を与えることが多くの先行研究で示されてきている. この単変量回帰の問題に関して, DKH23 では標準化感度 (第 C.1.1.1 節) の観点から, 単変量の摂動  $[0, \dots, 0, \text{std}(y_i), 0, \dots, 0]$  が与えられたときに, 初期の誤差共分散  $\mathbf{A}$  に従う多変量の摂動  $\mathbf{y}_i$  に対してアジョイント感度が与えるのと同じ応答を与える感度を実効アジョイント感度 ( $[\partial J / \partial \mathbf{x}_0]_e$ ) として定義した.

$$\Delta J[\mathbf{y}_i] = \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]^T \mathbf{y}_i = \left( \left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]_e \right)_i \text{std}(y_i) \quad (\text{C.28})$$

(C.5) より  $\Delta J[\mathbf{y}_i] = s_i \text{std}(\Delta J)$  であるから, 全ての要素を考えると,

$$\left[ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} \right]_e = \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \text{std}(\Delta J) \mathbf{s} = \mathbf{D}^{-1} \text{cov}(\mathbf{y}, \Delta J) \quad (\text{C.29})$$

となる. この最右辺をアンサンブルで近似すると, AH07 の定式化 (C.21) と一致する. すなわち, 実効アンサンブル感度の観点からは, AH07 のアンサンブル感度は感度自体が変数間の相関構造を含んでいるとみなせる.

DKH23 の議論は AH07 のアンサンブル感度が相関構造を反映していることを支持しているが, 予測指標の応答を最大にする初期摂動 (第 C.1.1.2 節) の観点から考えると, AH07 のアンサンブル感度からは初期摂動の相関構造が適切に推定できないことになる.

- HL15 と EYO15 の関係

HL15 の多変量回帰から導出される予測指標の応答を最大にする初期摂動について考える. 式 (C.14) において, アジョイント感度を多変量アンサンブル感度 (C.24) に置き換えると,

$$\mathbf{y} = \lambda \mathbf{G}_a^{-1} \mathbf{Y} (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T$$

$$\lambda = \pm \left( [\mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T]^T \mathbf{G}_a^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T \right)^{-\frac{1}{2}}$$

と表される．ここで初期ノルムとして  $\mathbf{A}_e$  に対するマハラノビスノルム (C.16) を取ると、

$$\begin{aligned} \lambda &= \pm \left( \mathbf{J}_e (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \frac{\mathbf{Y} \mathbf{Y}^T}{K-1} \mathbf{Y} (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T \right)^{-\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\text{std}(\mathbf{J}_e)} \\ \mathbf{y} &= \pm \frac{1}{\text{std}(\mathbf{J}_e)} \frac{\mathbf{Y} \mathbf{Y}^T}{K-1} \mathbf{Y} (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T = \pm \frac{1}{\text{std}(\mathbf{J}_e)} \text{cov}(\mathbf{Y}, \mathbf{J}_e) \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

となり、(C.27) と一致する<sup>\*1</sup>．したがって、HL15 の多変量アンサンブル感度から計算される応答を最大にする初期摂動は、EYO15 の定式化において初期のアンサンブル誤差共分散をノルムとして取る場合に得られる初期摂動と一致する．

## C.2 アンサンブル特異ベクトル感度解析とアンサンブルアジョイント感度解析

本節では、EnSVSA から得られる最大成長する初期摂動と、EnASA から得られる初期摂動との関係について議論する．

EYO15 で導出された、EnASA に基づく初期摂動 (C.26) において、予測指標として  $\mathbf{G}_v$  で定められるノルムを取ることを考える．各メンバーによる予測指標のずれ  $\Delta J^{(k)}$  は通常  $J^{(k)} - \bar{J}$  で定義されるが、ここでは EnSVSA のノルムと対応づけるために各メンバーの摂動に対するノルムを取る．

$$\mathbf{J}_e = [(\mathbf{z}^{(k)})^T \mathbf{G}_v \mathbf{z}^{(k)}]_{k=1, \dots, K} = \text{diag}[\mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z}]$$

このとき、EnASA から求められる初期摂動は、

$$\mathbf{y}_{\text{EnASA}} = \pm [\mathbf{J}_e (\mathbf{Y}^T \mathbf{G}_a \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{J}_e^T]^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Y} [\mathbf{Y} \mathbf{G}_a \mathbf{Y}^T]^{-1} \text{diag}[\mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z}] \quad (\text{C.31})$$

一方、EnSVSA から求められる初期摂動は、

$$\mathbf{y}_{\text{EnSVSA}} = \mathbf{Y} \mathbf{p} = \lambda^{-1} \mathbf{Y} [\mathbf{Y} \mathbf{G}_a \mathbf{Y}]^{-1} [\mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z}] \mathbf{p} \quad (\text{C.32})$$

すなわち、

$$\text{diag}[\mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z}] = [\mathbf{Z}^T \mathbf{G}_v \mathbf{Z}] \mathbf{p} \quad (\text{C.33})$$

を満たすとき、2つの解析から得られる初期摂動は（振幅を除いて）一致する．しかし、式 (3.10) と (C.33) を同時に満たす  $\mathbf{p}$  は存在しないため、EnASA と EnSVSA の解は指標を統一しても一致しない．

<sup>\*1</sup> アンサンブル平均からの摂動を考える場合、 $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$  はランク落ちとなるため逆行列が存在せず、擬逆行列で置き換えた計算を行うことになるため、式 (C.30) は厳密には成立しない．しかし状態変数次元がアンサンブル数よりもはるかに大きい場合、 $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$  のランクはおおよそ  $K-1$  となるため、式 (C.30) が成り立つとして計算しても実用上の問題は生じない．