

氏 名	吉 岡 昭 子 よし おか あき こ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 323 号
学位授与の日付	昭 和 45 年 7 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Structure du groupe des Similitudes orthogonales (一般直交群の構造)

論文調査委員 (主 査)
教 授 永 田 雅 宜 教 授 小 松 醇 郎 教 授 吉 沢 尚 明

論 文 内 容 の 要 旨

ある体 k 上の有限次元ベクトル空間 V とその上の 2 次形式 Q が与えられたとき、 V の一次変換で Q を不変に保つもの全体が直交群 $O(V, Q)$ であり、 Q を定数倍するもの全体が一般直交群 $GO(V, Q)$ である。これらの群の構造は k および Q の性質に深く関する部分があり、例えば k が実数体等の場合には、Lie 群となり、それ固有の方法が適用できる。 k が一般のとき、特にその標数が 2 のとき、現在の数学は上記 Lie 群論に比肩し得る強力な方法を持ち合わせない。しかし一般体上のこれらの群は、例えば有限群論、不変式論等との関連において、捨て置くことのできない重要性をもつ。これらの群をくわしく調べる為の現存唯一の方法は、Dieudonné から古く Dickson にさかのぼるもので、標語的に言えば“symmetry に還元する”ものである。ここで symmetry とはユークリッド空間での超平面に関する“折返し”の概念を一般化したもので、例えば“任意の直交変換はいくつかの symmetry の積として書ける”(Cartan-Dieudonné の定理)。これに基づいて、例えば、ある(要求された性質を充す)変換の存在を証明したいとき、実際適当な symmetry を探して、その積として構成してみせる。symmetry の位数は 2 であるが、一般に位数 2 の元が involution と呼ばれ、例えば自己同型群の決定に際してみられるように、symmetry について基本的である。一般直交群において involution に対応する役割を持つのは 2 乗するとスカラーになる元即ち semi-involution である。

さて申請者は主論文において、Dickson-Dieudonné の方法により標数 2 の体上の一般直交群を研究している。得られている定理の一つは上述 Cartan-Dieudonné の拡張と考えられるもので；“任意の一般直交変換は一つの semi-involution といくつかの symmetry の積で書ける。”これは直交群に関する既知の結果と合わせていくつかの一般直交群についての構造定理を生む。上記が主定理と考えられるが、証明の課程は一筋道でなく、与えられた条件を充す変換を symmetry で書く具体的な構成を数多く含み、それ自身他に役立つと思われる結果を含んでいる。

副論文 2 では主論の主定理が、標数 2 の制限なしに、一般の k について成立することを証明している。

【副論文1は直交群に対して、Dieudonné が定義したある種の不変式を一般直交群に対して定義し、対応する性質を証明している。

論文審査の結果の要旨

申請者は標数2の体 k 上の一般直交群 $GO(V, Q)$ に対し、“その任意の元が一つの semi-involution といくつかの symmetry の積で書けるか?” という Cartan-Dieudonné の定理の拡張を考え、主論文において肯定的解答を与えている。この種の問題の意義については論文要旨中に述べた。標数を2に限った理由は、specialistの間では周知のことながら、2次形式論は標数2の場合とそれ以外の場合では非常に様子が違い、用い得る手段も異り、概して言えば、2の 때가 むずかしい。申請者は標数2の2次形式を識っている数少ない研究者の一人であることを、主定理の証明に至る、標数2固有の方法の駆使によって示している。ここで視点を主定理の結果だけに限れば、それは申請者自身が副論文2で示している如く、方法もこめて、必ずしも標数2に特有のものではない。しかし、主論文は主定理証明のための補題とだけ考えるべきでない多くの具体的補題を含み、これら及びこれらを発見し得る申請者の能力はより深い研究への可能性を示している。例えば主定理の“いくつかの symmetry”を“いくつかの involution”で代え、その最低数を決定するという Coxeter の問題は、その一つであり、申請者はそれに対する手がかりを既に得ていると判断し得る。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。