

3次元ひずみ空間多重せん断モデルにおける 初期構造異方性の表現に関する一考察

A Study on Representation of Inherent Anisotropy in Three-Dimensional Strain Space Multiple Mechanism Model

上田恭平・中原知洋⁽¹⁾・井川誠二⁽¹⁾

Kyohei UEDA, Tomohiro NAKAHARA⁽¹⁾ and Seiji IGAWA⁽¹⁾

(1) 五洋建設株式会社

(1) Penta-Ocean Construction Co., Ltd.

Synopsis

It is known that soil materials such as sand and clay exhibit anisotropy due to the effects of the depositional environment and other factors. Such anisotropy is called inherent (or fabric) anisotropy to distinguish it from stress-induced anisotropy, which is caused by the effects of dilatancy and other factors unique to granular materials under the action of stress. A strain space multiple mechanism model under two-dimensional plane strain conditions has been extended to allow for inherent anisotropy, but inherent anisotropy remains unaccounted for in the three-dimensional constitutive model. Therefore, this paper discusses how to incorporate the effects of inherent anisotropy into the three-dimensional strain space multiple mechanism model.

キーワード: 地盤材料, 3次元構成モデル, 初期構造異方性, 多重せん断機構

Keywords: geomaterial, three-dimensional constitutive model, inherent anisotropy, multiple shear mechanism

1. はじめに

砂や粘土などの土質材料は、堆積環境などの影響により異方性を示すことが知られている。このような異方性は、応力作用下における粒状材料特有のダイレイタンスーなどの影響によって生じる応力誘導異方性と区別するために、初期構造（固有またはファブリック）異方性と呼ばれている（Oda, 1972；佐武, 1984）。これまでに、2次元平面ひずみ条件下での（微小変形理論に立脚した）ひずみ空間多重せん断モデル（Iai et al., 1992; 2011）は、このような初期構造異方性を考慮できるように拡張されてきた（Ueda and Iai, 2019; 2021）。また、2次元に限定すれば、有限変形理論に基づくひずみ空間多重せん断モ

デル（Iai et al., 2013）への初期構造異方性の導入に向けて、材料線形・幾何非線形の領域での基礎的な検討が実施されている（上田ら, 2021; 2022）。他方、3次元ひずみ空間多重せん断モデル（Iai, 1993; Iai and Ozutsumi, 2005）においては、初期構造異方性の影響は依然として考慮されていない。

そこで本稿では、地盤が有する初期構造異方性の影響を適切に考慮した3次元有効応力（液状化）解析の将来的な実現に向けて、3次元ひずみ空間多重せん断モデルに初期構造異方性の効果を組み込む方法について基礎的な考察を行う。なお、本稿における議論はすべて微小変形理論の枠組みとし、幾何学的な非線形性を考慮した3次元の有限変形理論に関する考察は今後の検討課題とする。

2. 3次元ひずみ空間多重せん断モデルの概要

ここでは、既往の文献 (Iai, 1993; Iai and Ozutsumi, 2005) に従い、3次元ひずみ空間多重せん断モデルの概要を述べる。なお、本稿の目的は同モデルへの初期構造異方性の導入に関する基礎検討であることから、有効応力 (液状化) 解析に必要なダイレイタンスーのモデル化については説明の対象外とする。

連続体として定義される粒状材料の応力は、粒子間の接触力のある平均値によって与えられる。球状粒子の集合体では、接触力 $\mathbf{P}$ は接触法線方向 $\mathbf{n}$ と接触線方向 $\mathbf{t}$ に次のように分割できる。

$$\mathbf{P} = f_n \mathbf{n} + f_t \mathbf{t} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{P}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{t}$ はいずれも3次元空間におけるベクトルであり、 f_n, f_t はそれぞれ方向 $\mathbf{n}$, $\mathbf{t}$ における接触力成分である。巨視的応力は、体積 V を持つ代表的な体積要素 R 内の接触力の平均をとることにより、次のように与えられる (例えば, Thornton, 1989)。

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{V} \sum_R l \mathbf{P} \otimes \mathbf{n} = \frac{1}{V} \sum_R l (f_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + f_t \mathbf{t} \otimes \mathbf{n}) \quad (2)$$

ここに、 l は球の枝の長さを表す。

ここで、ランダムな向きのすべての接触点について平均を取る前に、向きに応じて接触点を系統的にグループ化 (構造化) することを考える。第1のレベルの構造は、ある任意の法線方向を有する平面に着目し、その平面内において接触力と接触法線方向のペアを選択することで特定される (Iai, 1993)。これらのペアの集合体は2次元機構を構成し、以下「仮想2次元機構」と呼ぶ。仮想2次元機構の構造を明らかにするために、全体座標系 $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ で定義される3次元空間において、対象とする平面の法線方向を $\tilde{\mathbf{z}}$ 軸とし、 $\mathbf{x}$ - $\mathbf{y}$ 平面に平行な $\tilde{\mathbf{y}}$ 軸を設定することで局所座標系 $\tilde{\mathbf{x}}$, $\tilde{\mathbf{y}}$, $\tilde{\mathbf{z}}$ を導入する (Fig. 1参照)。

仮想2次元機構内では、粒子間の接触力を $\tilde{\mathbf{x}}$ 軸に対する方向に従って体系的にグループ化することで、第2のレベルの構造が特定される。接触法線方向 $\tilde{\mathbf{n}}$ は、 $\tilde{\mathbf{x}}$ 軸に対する角度 $\theta (= \omega/2)$ を導入することで、対象とする平面上で一意に定義できる。既往の研究 (Rothenburg and Bathurst, 1989) に従うと、仮想2次元機構からの応力寄与 $\boldsymbol{\sigma}'$ は、接触密度 (すなわち、単位体積当たりの集合接触総数) m_v 、平均枝長さ $\bar{l}_0$ 、および接触分布関数 $\tilde{E}(\theta)$ を用いて、以下のように与えられる。

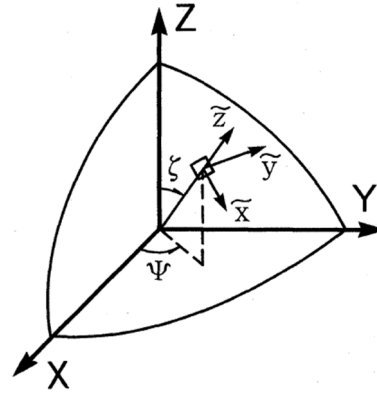


Fig. 1 Spherical polar coordinate system (Iai, 1993)

$$\boldsymbol{\sigma}' = m_v \bar{l}_0 \left\{ \int_0^{2\pi} \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} d\theta + \int_0^{2\pi} \tilde{f}_t(\theta) \tilde{E}(\theta) \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} d\theta \right\} \quad (3)$$

ここに、

$$\tilde{\mathbf{n}}^T = (\cos \theta \quad \sin \theta) \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{t}}^T = (\sin \theta \quad -\cos \theta) \quad (5)$$

$$\int_0^{2\pi} \tilde{E}(\theta) d\theta = 1 \quad (6)$$

であり、接触力成分 $\tilde{f}_n, \tilde{f}_t$ の記号は、法線方向として θ を共有する複数の接触力の平均で定義されている。

3. 3次元ひずみ空間多重せん断モデルの拡張

3.1 初期構造異方性を表現する関数の導入

初期構造異方性を考慮した2次元ひずみ空間多重せん断モデルの定式化 (Ueda and Iai, 2019; 2021) に準じて、式(3)において初期構造異方性を表現する関数を導入することを考える。すなわち、

$$\boldsymbol{\sigma}' = m_v \bar{l}_0 \left\{ \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} d\theta + \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) \tilde{f}_t(\theta) \tilde{E}(\theta) \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} d\theta \right\} \quad (7)$$

ここに、関数 $\tilde{F}(\theta)$ は初期構造異方性を表現する異方性関数であり、2次元モデルでは以下のような2次に近似された関数形を用いていた。

$$\tilde{F}(\theta) = 1 + a_1 \cos 2\theta + a_2 \cos 4\theta \quad (8)$$

ここに、 a_1, a_2 は初期構造異方性の大きさ（程度）を規定するモデルパラメータであり、異方性の方向については式(7)における変数 θ_0 で表現することができる。なお、2次元モデルにおいては、前章で述べた第1のレベル構造が存在せず、第2のレベル構造のみを考えれば十分であった。そのため、式(8)における変数 θ は（3次元のモデル化における第2レベルの）局所座標系 $\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{y}}, \tilde{\mathbf{z}}$ により定義されている。この場合、初期構造異方性（特にその方向）は局所座標系に依存することとなり、この第2レベルでの異方性の集合として第1レベル、すなわち3次元空間における異方性構造が決まることになる。異方性関数 $\tilde{F}$ を θ のような（局所座標系による）ローカル変数の関数とするか、（全体座標系による）グローバル変数の関数とすべきかは、対象とする地盤の異方性構造により使い分けの必要があると考えられる。この点については、次節において基礎的な考察を行うこととする。

さて、式(7)において運動量の平衡式、

$$\int_0^{2\pi} \tilde{f}_i(\theta) \tilde{E}(\theta) (\tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} - \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{t}}) d\theta = 0 \quad (9)$$

を考慮すると、式(7)は等方性成分と偏差成分の組み合わせとして以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' &= \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) |\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}| d\theta \\ &+ \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) \langle \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle d\theta \quad (10) \\ &+ \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) \tilde{f}_t(\theta) \tilde{E}(\theta) \langle \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle d\theta \end{aligned}$$

ここに、

$$|\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}| = \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} + \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{t}} \quad (11)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle = \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} - \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{t}} \quad (12)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle = \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} + \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{t}} \quad (13)$$

式(10)の右辺第1項は、次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) |\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}| d\theta \\ &= \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) |\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}| d\theta = \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \mathbf{I} \quad (14) \end{aligned}$$

ここに、 $\omega = 2\theta$ の関係を用いると、

$$\begin{aligned} \bar{f}_0 &= \int_0^{2\pi} \tilde{f}_n(\theta) \tilde{E}(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{4\pi} \tilde{f}_n\left(\frac{\omega}{2}\right) \tilde{E}\left(\frac{\omega}{2}\right) d\omega = \int_0^{2\pi} \tilde{f}_n\left(\frac{\omega}{2}\right) \tilde{E}\left(\frac{\omega}{2}\right) d\omega \quad (15) \end{aligned}$$

一方、式(10)の右辺第2項と第3項は、それぞれ仮想2次元機構における2軸せん断 $\langle \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle$ と単純せん断 $\langle \tilde{\mathbf{t}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle$ を表している。しかし、これら2次のテンソル量は、一方を $\pi/4$ 回転させることにより（方向の違いを除いて）区別がつかなくなる。従って、式(10)は次のような単純な形に書き直すことができる。

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = -\bar{p} \mathbf{I} + \int_0^{2\pi} \tilde{q} \langle \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle d\omega \quad (16)$$

ここに、

$$\langle \tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}} \rangle = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ \sin \omega & -\cos \omega \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{p} = -\frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \tilde{q} &= \frac{m_v \bar{l}_0}{2} \left\{ \left(\tilde{F}\left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2}\right) \tilde{f}_n\left(\frac{\omega}{2}\right) \tilde{E}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{F}\left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2}\right) \tilde{f}_t\left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \tilde{E}\left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right\} \quad (19) \end{aligned}$$

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{2\pi} \quad (20)$$

式(19)の仮想単純せん断応力 $\tilde{q}$ は、初期構造異方性がない場合の成分 $\tilde{q}_{\text{iso}}$ と、初期構造異方性に起因する追加項 $\tilde{q}_{\text{Aniso}}$ を用いて、次のように書くことができる。

$$\tilde{q} = \tilde{F}\left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2}\right) \tilde{q}_{\text{iso}} + \tilde{q}_{\text{Aniso}} \quad (21)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{\text{iso}} &= \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \left\{ \left(\tilde{f}_n\left(\frac{\omega}{2}\right) \tilde{E}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{f}_t\left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \tilde{E}\left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

$$\tilde{q}_{\text{Aniso}} = \frac{1}{2} \left(\tilde{F}\left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2}\right) - 1 \right) m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \bar{E}_0 \quad (23)$$

式(23)の初期構造異方性に起因する追加項は、式(8)と式(18)を代入して次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{\text{Aniso}} \\ = -\{a_1 \cos(\omega - \omega_0) + a_2 \cos 2(\omega - \omega_0)\} \bar{E}_0 \tilde{p} \end{aligned} \quad (24)$$

上式より、初期構造異方性に起因する追加項は、有効拘束圧に比例することがわかる。

ここで、仮想2次元平面内での多重せん断機構における仮想単純せん断ひずみは、以下で与えられる。

$$\tilde{\gamma} = \langle \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \rangle : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (25)$$

式(17)より、仮想せん断ひずみは、以下のような性質を有することがわかる。

$$\tilde{\gamma}(\omega + \pi) = -\tilde{\gamma}(\omega) \quad \text{or} \quad \tilde{\gamma}(\omega) = -\tilde{\gamma}(\omega - \pi) \quad (26)$$

よって、角度 $\pi \leq \omega \leq 2\pi$ については、

$$\tilde{q}_{\text{Iso}}(\omega) / q_v = -\tilde{q}_{\text{Iso}}(\omega - \pi) / q_v \quad (27)$$

となるので、式(16)は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = & -\tilde{p} \mathbf{I} \\ & + \int_0^\pi \left[\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) + \tilde{F} \left(\frac{\omega + \pi}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) \right] \tilde{q}_{\text{Iso}}(\omega) \\ & + \{ \tilde{q}_{\text{Aniso}}(\omega) - \tilde{q}_{\text{Aniso}}(\omega + \pi) \} \langle \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \rangle d\omega \end{aligned} \quad (28)$$

式(8)と式(24)を式(28)に代入すると、

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = -\tilde{p} \mathbf{I} + \int_0^\pi \tilde{q} \langle \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \rangle d\omega \quad (29)$$

ここに、仮想単純せん断応力 $\tilde{q}$ は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{q} = & 2 \{ 1 + a_2 \cos 2(\omega - \omega_0) \} \tilde{q}_{\text{Iso}}(\omega) \\ & - 2a_1 \cos(\omega - \omega_0) \bar{E}_0 \tilde{p} \end{aligned} \quad (30)$$

これらの仮想2次元機構を、単位球面を覆う立体角 $d\Omega$ の部分平面として重ね合わせると、3次元空間における巨視的な応力・ひずみ関係は次のように与え

られる（なお、 $\tilde{p} \rightarrow p$, $\tilde{q} \rightarrow q$ のように、変数の書き換えを行っている）。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}' = & -p \mathbf{I} + \frac{1}{4\pi} \int_s \int_0^\pi q \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega d\Omega \\ = & -p \mathbf{I} + \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^\pi q \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle \sin \zeta d\omega d\psi d\zeta \end{aligned} \quad (31)$$

ここに、

$$q = \frac{\gamma / \gamma_v}{1 + |\gamma / \gamma_v|} q_v \quad (32)$$

$$\gamma = \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (33)$$

であり、 $\langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle$ は、次式で表されるベクトル $\hat{\mathbf{n}}$ をテンソル表記したものである（Iai, 1993）。

$$\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{T}_\varepsilon^T \mathbf{T}_\varepsilon \hat{\mathbf{n}} \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{n}}^T = (\cos \omega \quad -\cos \omega \quad \sin \omega) \quad (35)$$

$$\mathbf{T}_\varepsilon^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} a_1^2 & b_1^2 & c_1^2 \\ a_2^2 & b_2^2 & c_2^2 \\ a_3^2 & b_3^2 & c_3^2 \\ 2a_1a_2 & 2b_1b_2 & 2c_1c_2 \\ 2a_2a_3 & 2b_2b_3 & 2c_2c_3 \\ 2a_3a_1 & 2b_3b_1 & 2c_3c_1 \\ a_1b_1 & b_1c_1 & c_1a_1 \\ a_2b_2 & b_2c_2 & c_2a_2 \\ a_3b_3 & b_3c_3 & c_3a_3 \\ a_1b_2 + a_2b_1 & b_1c_2 + b_2c_1 & c_1a_2 + c_2a_1 \\ a_2b_3 + a_3b_2 & b_2c_3 + b_3c_2 & c_2a_3 + c_3a_2 \\ a_3b_1 + a_1b_3 & b_3c_1 + b_1c_3 & c_3a_1 + c_1a_3 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}^T = & (\cos \psi \cos \zeta \quad \sin \psi \cos \zeta \quad -\sin \zeta) \\ = & (a_1 \quad b_1 \quad c_1) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\hat{\mathbf{y}}^T = (-\sin \psi \quad \cos \psi \quad 0) = (a_2 \quad b_2 \quad c_2) \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}^T = & (\cos \psi \sin \zeta \quad \sin \psi \sin \zeta \quad \cos \zeta) \\ = & (a_3 \quad b_3 \quad c_3) \end{aligned} \quad (40)$$

3.2 異方性関数に関する考察

ここで、初期構造異方性を表現する関数として、式(8)に代えて以下のような関数を考える。

$$\tilde{F}(\theta) = 1 + \sin \xi (a_1 \cos 2\theta + a_2 \cos 4\theta) \quad (41)$$

ここに、Fig. 1に示すように ξ は全体座標系で定義されるグローバルな変数である。 $\xi = \pi/2$ とするとこの式は式(8)に帰着することから、2次元モデルにおける異方性関数(式(8))を包含していることがわかる。式(41)をより詳しく見ると、 $\xi = 0$ のサブプレーン (z 軸に直交する面)では $\tilde{F}(\theta) = 1$ となり異方性が存在しないのに対し、それ以外($\xi \neq 0$)のサブプレーンでは異方性を有することになる。特に、 $\xi = \pi/2$ のサブプレーンのうち、 x 軸に直交する面と y 軸に直交する面に着目すると、面内等方性に相当する異方性が発現されると考えられる。

このような異方性関数の一例として、例えば Yimsiri and Soga (2010)は、

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \int_{\Omega} n_i n_j E(n) d\Omega \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} n_i n_j E(\xi, \psi) \sin \xi d\xi d\psi \end{aligned} \quad (42)$$

と表される fabric tensor において、

$$\begin{aligned} E(\xi, \psi) &= \frac{3(1 + a \cos 2\xi)}{4\pi(3-a)} \\ &\quad \left(= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3}{3-a} + \frac{3a}{3-a} (2\cos^2 \xi - 1) \right] \right) \end{aligned} \quad (43)$$

という関数形を採用している。ここに、 ξ および ψ は全体座標系で定義されるグローバルな変数だが、式(43)の右辺に示すように変数 ψ は初期構造異方性には寄与しないモデルとなっている。このようなモデル化により、 z 軸回りの cross-anisotropic fabric (x - y 面での面内等方性)を表すことができるとされている (Chang et al., 1989; Kanatani, 1984)。この場合、 $E(\pi + \xi) = E(\xi)$ の関係が満たされることになる。

ひずみ空間多重せん断モデルでは、マクロな有効応力テンソルを求めるためには、式(31)のように仮想2次元機構のサブプレーンでの(局所座標系に基づくローカルな変数 ω に関する)積分が必要になる。この際、ある仮想2次元機構内で異方性関数が ω (元々は θ)に依存しないかどうか考えると、 $\xi = 0$ の場合はサブプレーンの方向(法線ベクトル)が面内等方

性を示す x - y 面と一致するので、異方性関数は ω には依存しない。一方、 $\xi \neq 0$ の場合には、 x - z 面および y - z 面に関する異方性が存在するのであれば、局所座標系に基づくローカルな変数 ω (元々は θ)に依存した異方性関数を定義する必要があると考えられる。

4. おわりに

砂や粘土などの土質材料は、堆積環境などの影響により初期構造(固有またはファブリック)異方性を示すことが知られている。これまでに、2次元平面ひずみ条件下でのひずみ空間多重せん断モデルは、このような初期構造異方性を考慮できるように拡張されてきた。他方、3次元ひずみ空間多重せん断モデルにおいては、初期構造異方性の影響は依然として考慮されていない。そこで本稿では、3次元ひずみ空間多重せん断モデルに初期構造異方性の効果を組み込む方法について、基礎的な考察を行った。その結果、初期構造異方性を考慮した2次元ひずみ空間多重せん断モデルの場合と同様に、異方性の程度および方向を規定するモデルパラメータ(=これらのパラメータを変数として持つ異方性関数)を導入することにより、3次元モデルにおいて初期構造異方性の影響を表現可能であることがわかった。また、異方性関数のパラメータを、3次元座標におけるグローバルな変数とするか、もしくは仮想2次元機構(平面)におけるローカルな変数とすべきかは、対象とする土質材料の異方性構造により決定する必要があることが示唆された。

参考文献

- 上田恭平・中原知洋・井川誠二 (2021) : 初期構造異方性を有する多重せん断型非線形弾性体の total Lagrange法に基づく大変形式化, 京都大学防災研究所年報, 第64号B, pp. 108-114.
- 上田恭平・中原知洋・井川誠二 (2022) : 初期構造異方性を有する多重せん断型非線形弾性体の updated Lagrange法に基づく大変形式化, 京都大学防災研究所年報, 第65号B, pp. 107-113.
- 佐武正雄 (1984) : 地盤と土の異方性, 土と基礎, 32-11 (322), pp. 5-12.
- Chang, C.S., Sundaram, S.S. and Misra, A. (1989): Initial moduli of particulated mass with frictional contacts, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 13(6), pp. 629-644.
- Iai, S. (1993): Three dimensional formulation and objectivity of a strain space multiple mechanism model for sand, Soils and Foundations, Vol. 33, No. 1, pp. 192-

- 199.
- Iai, S., Matsunaga, Y. and Kameoka, T. (1992): Strain space plasticity model for cyclic mobility, *Soils and Foundations*, Vol. 32, No. 2, pp. 1-15.
- Iai, S. and Ozutsumi, O. (2005): Yield and cyclic behavior of a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 29, No. 4, pp.417-442.
- Iai, S., Tobita, T., Ozutsumi, O. and Ueda, K. (2011): Dilatancy of granular materials in a strain space multiple mechanism model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 35, No. 3, pp. 360-392.
- Iai, S., Ueda, K., Tobita, T. and Ozutsumi, O. (2013): Finite Strain Formulation of a Strain Space Multiple Mechanism Model for Granular Materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 37, No. 9, pp. 1189-1212.
- Kanatani, K. (1984): Distribution of directional data and fabric tensors, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 22(2), pp. 149-164.
- Oda, M. (1972): Initial fabric and their relations to mechanical properties of granular materials, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 1, pp. 17-36.
- Rothenburg, L. and Bathurst, R. J. (1989): Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials, *Géotechnique*, Vol. 39, No. 4, pp. 601-614.
- Thornton, C. A. (1989): direct approach to micro-mechanically based continuum models for granular material, In *Mechanics of Granular Materials*, JSSMFE: Tokyo, XII ICSMFE, pp. 145–150.
- Ueda, K. and Iai, S. (2019): Constitutive modeling of fabric anisotropy in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 43, No. 3, pp. 708-737.
- Ueda, K. and Iai, S. (2021): Non-coaxiality considering inherent anisotropy under various loading paths in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 45, No. 6, pp. 815-842.
- Yimsiri, S. and Soga, K. (2010): DEM analysis of soil fabric effects on behaviour of sand, *Géotechnique*, Vol. 60, No. 6, pp. 483-495.

(論文受理日 : 2023年8月31日)