

渦運動について

名大 工学部 桑原 真二

§ 1. まえおき

“渦”は古代の文様、絵画等からわかりように人類が古くから認識している概念である。流体運動の分析が進んで、数学的に渦度という概念が確立しても、決して事なる渦の概念の重要さは減少していない。

渦運動を特にとり上げて論ずる重要性は、多くの流体運動を渦に関する素過程に分解して考えることができる³である。渦間の相互作用、渦糸の粘性散逸等が興味ある素過程である。渦運動の基本的原理は、渦は Biot-Savart の法則により誘導速度を生ずることと、渦はそれ自身及び他の渦により誘導される速度で運動することである。

§ 2. 有限な断面積をもつ渦対

$2a$ はなれた循環 Γ の渦対はよく知られているように

$$V = \Gamma / (4\pi a) \quad (2.1)$$

の移動速度で、渦対をふくむ面に垂直に動く。有限の断面積をもつ渦対では、その断面形、移動速度がどうなるかをしらべる。

図1のような上下対称な渦対を考える。

$z \equiv x + iy = \pm ia$ に渦系の“中心”があり、上側の渦系の形は

$$\xi = z - ia = h(\theta) e^{i\theta} \quad (2.2)$$

で表わされしものとする。 $h(\theta)$ は実の1価関数で

$$h(\theta) = a_0 + \sum_{l=2}^{\infty} (a_l e^{il\theta} + \bar{a}_l e^{-il\theta}) \quad (2.3)$$

の様に展開できるとする。こゝで $l=1$ のモードは単なる平行移動なので落す。

渦系の外の解は複素速度ポテンシャル $f(z)$ で表わされ:

$$\begin{aligned} f(z) &\equiv \Phi(x, y) + i\Psi(x, y) \\ &= \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \frac{z - ia}{z + ia} + U_0 z + \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{c_l}{(z - ia)^l} + \frac{\bar{c}_l}{(z + ia)^l} \right\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

とおくことができる。

内部解はその上下対称性から $z = ia$ にある渦について考えればよい。二次元流では、流体の物質部分のしめり面積の不変性と Lagrange の渦定理から渦度保存が成り立ち、したがって渦の領域で渦度一定という解がありうい。これらの関

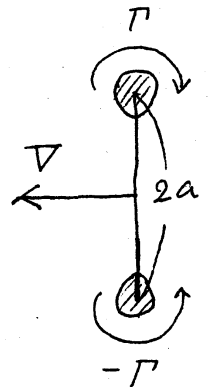


図1. 有限の断面積をもつ渦対。

数 Ψ と渦度 ω との関係から

$$\nabla^2 \bar{\Psi} = -\omega_0 = \text{一定} \quad (2.5)$$

の解を考へる。

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \xi - i\eta = \xi + i\eta \\ \bar{\zeta} &= \xi - i\eta \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

とかけば (2.5) は

$$\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \zeta \partial \bar{\zeta}} = -\frac{1}{4} \omega_0 \quad (2.7)$$

に変換され、直ちに解けて

$$\bar{\Psi} = -\frac{1}{2} \omega_0 \zeta \bar{\zeta} + g(\zeta) + \bar{g}(\bar{\zeta}) \quad (2.8)$$

を得る。ここで $g(\zeta)$ は ζ の解析関数である。 $\zeta = 0$ の附近(渦糸の中)では $g(\zeta)$ は正則でなければならぬから

$$g(\zeta) = \sum_{l=1}^{\infty} c_l \zeta^l \quad (2.9)$$

と展開しうる。

外部解 (2.4) 及び内部解 (2.8) はこれらの境界で次のような境界条件を満足しなければならない。 1) 各解は境界で連続になっている:

$$\bar{\Psi}(\zeta = h(\theta) e^{i\theta}) = \text{一定} \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{2i} \{ f(\zeta = h(\theta) e^{i\theta}) - f(\zeta = h(e^{-i\theta})) \} = \text{一定} \quad (2.11)$$

ただし

$$f(\zeta) = \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \frac{\zeta}{2ia + \zeta} + ia\sigma\zeta + \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{c_l}{\zeta^l} + \frac{\bar{c}_l}{(2ia + \zeta)^l} \right\} \quad (2.12)$$

2) 境界における接線速度が連続である:

$$\operatorname{Re}(w ds)_{iB} = \operatorname{Re}\left(\frac{df}{ds} ds\right)_{oB} \quad (2.13)$$

ここで iB は境界の内側 (渦糸の領域), oB は境界の外側を表わし

$$w = u - iv, \quad (2.14)$$

ds は境界上の微小線分 (複素数) である。

2) 第0近似

上の解析で最低次として

$$\zeta = a_0 e^{i\theta}$$

$$\Psi = -\frac{1}{4} \omega_0 \zeta \bar{\zeta}$$

$$f = \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \frac{\zeta}{2ia + \zeta} + U\zeta$$

} (2.15)

とおくと (2.10) の境界条件は自動的に満足され, (2.13) から

$$\Gamma = -\pi \omega_0 a_0^2 \quad (2.16)$$

(2.11) から

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi a} = -\frac{1}{4} \omega_0 \frac{a_0^2}{a} \quad (2.17)$$

がえられる。以下近似を進めると

II) 第1近似

$$\zeta = a_0 + a_2 e^{2i\theta} + \bar{a}_2 e^{-2i\theta}$$

$$\Psi = -\frac{1}{4} \omega_0 \zeta \bar{\zeta} + b_2 \zeta^2 + \bar{b}_2 \bar{\zeta}^2$$

$$f = \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \frac{\zeta}{2ia + \zeta} + U\zeta + \frac{c_2}{\zeta^2} + \frac{\bar{c}_2}{(2ia + \zeta)^2}$$

} (2.18)

とおくと

$$\left. \begin{aligned} \Gamma &= -\pi \omega_0 a_0^2, \quad \mathcal{V} = \Gamma/4\pi a = -\frac{1}{4} \omega_0 \frac{a_0^2}{a} \\ a_2 &= \frac{1}{8} \frac{a_0^3}{a^2}, \quad b_2 = \frac{1}{16} \omega_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2, \quad c_2 = \frac{i}{16} \omega_0 \frac{a_0^6}{a^2} \end{aligned} \right\} (2.19)$$

をうす。

Ⅳ) 第2近似

$$\left. \begin{aligned} h &= a_0 + (a_2 e^{4i\theta} + a_3 e^{3i\theta} + \text{c. c.}) \\ \Psi &= -\frac{1}{4} \omega_0 \zeta \bar{\zeta} + (b_1 \zeta + b_2 \zeta^2 + b_3 \zeta^3 + \text{c. c.}) \\ f &= \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \frac{\zeta}{2ia + \zeta} + \mathcal{V} \zeta + \frac{c_1}{\zeta} + \frac{c_2}{\zeta^2} + \frac{c_3}{\zeta^3} \\ &\quad + \frac{\bar{c}_1}{(2ia + \zeta)} + \frac{\bar{c}_2}{(2ia + \zeta)^2} + \frac{\bar{c}_3}{(2ia + \zeta)^3} \\ \Gamma &= -\pi \omega_0 a_0^2, \quad \mathcal{V} = -\frac{1}{4} \omega_0 \frac{a_0^2}{a} \end{aligned} \right\} (2.20)$$

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= c_1 = 0 \\ a_2 &= \frac{1}{8} \frac{a_0^3}{a^2}, \quad b_2 = \frac{1}{16} \omega_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2, \quad c_2 = \frac{i}{16} \omega_0 \frac{a_0^6}{a^2} \\ a_3 &= \frac{i a_0^4}{32 a^3}, \quad b_3 = \frac{i}{32} \omega_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3, \quad c_3 = \frac{1}{96} \omega_0 \frac{a_0^8}{a^3} \end{aligned} \right\} (2.21)$$

をうす。c. c. はその前の項の複素共役を表わす。

これらの結果、第2近似までの渦糸の変形は

$$h(\theta) = a_0 \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 \cos 2\theta - \frac{1}{16} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 \sin 3\theta \right\} \quad (2.22)$$

となる。第2項は流れの方向に扁平な楕円形、第3項はよにこがれた3角おむすび形の変形を表わす。

§3. 渦の自己誘導速度

完全流体の渦運動では、渦度分布がわかれば、Biot-Savartの法則により、渦糸に対する誘導速度が計算でき、渦糸の

運動を追跡することは、流場の場を決定できる。

しかし、曲った渦線では、自己誘導速度が対数的発散をきたすことが知られている。すなわち、曲率半径 R ともった渦線には、渦線と曲率半径に垂直な方向に誘導速度:

$$w = \frac{\Gamma}{4\pi R} \log |e| \quad (3.1)$$

が生ずる。この計算では渦線上の考えている点から前後に長さ ϵ の渦度の効果を用いている。もし $\epsilon \rightarrow 0$ とすれば自己誘導速度は発散する。

連続した渦度分布の流れを数値的に解くばあい、渦糸(渦線)で近似することはある。そのばあい、自己誘導速度を無視することは多いが、もっと精密な計算では、その断面種、曲率を考慮して自己誘導速度をみつめることができる。渦糸近似をしたばあい、渦度場を有限の太さの渦糸の集りに分け、それらを渦線とみなして更に有限の長さに分割して、数値的に計算することがある。したがって各長には太さ、長さ、曲率が与えられる“渦素片”が対応していると考える。

われわれは簡単のため、渦素片の断面種、長さ、曲率が与えられるとして、その中心に生ずる自己誘導速度を計算する。図2に示すような半径 a 、長さ $2L$ 、曲率 ϵ の渦素片を考える。(3, 7, 0)を通る渦線はパウリ-表示で

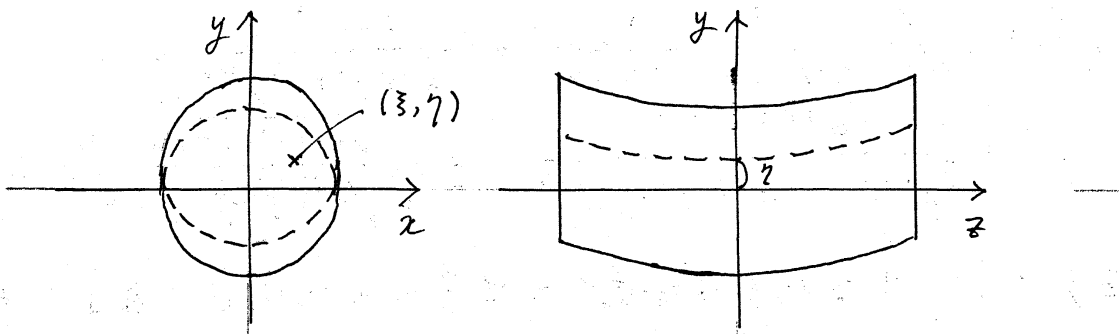


図 2. 曲った渦素片

$$x = \xi, \quad y = \eta + \frac{1}{2} \in 5^2, \quad z = 5, \quad (-Z \leq 5 \leq Z) \quad (3.2)$$

で表わされろ。 Biot-Savart の法則:

$$\delta W = \frac{\omega dS}{4\pi} \frac{1}{r^3} (\mathbf{r} \times d\mathbf{S}) \quad (3.3)$$

において

$$\left. \begin{aligned} d\mathbf{S} &= \in 5 d5 \mathbf{e}_2 + d5 \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{r} &= \xi \mathbf{e}_1 + \left(\eta + \frac{1}{2} \in 5^2\right) \mathbf{e}_2 + 5 \mathbf{e}_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

とおくことにより, (3.2) の渦線に対応する微小断面積 dS をもつ渦素要素が原点に誘導する速度は

$$\delta W((\xi, \eta) \rightarrow 0) = \frac{\omega_0 dS}{4\pi} \int_{-Z}^Z \frac{(\eta - \frac{1}{2} \in 5^2) \mathbf{e}_1 - \xi \mathbf{e}_2}{(\xi^2 + \eta^2 + (1 + \in \eta) 5^2)^{3/2}} d5 \quad (3.5)$$

となる。更に $\xi^2 + \eta^2 \leq a^2$ で ξ, η について積分してこの渦素片全体が原点に誘導する速度 W_{in} を求める。

$$\begin{aligned} W_{in} &= \iint_{\xi^2 + \eta^2 \leq a^2} \delta W((\xi, \eta) \rightarrow 0) d\xi d\eta \\ &= \frac{\in \omega_0 a^2}{4\pi} H(Z/a) \mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$H(\alpha) = \iint_{\xi^2 + \eta^2 \leq 1} \left[\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \xi^2 + \eta^2}} + \frac{2\alpha\eta^2}{(\alpha^2 + \xi^2 + \eta^2)^{3/2}} + \frac{\alpha^3\eta^2}{(\xi^2 + \eta^2)(\alpha^2 + \xi^2 + \eta^2)^{3/2}} - \frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \xi^2 + \eta^2} + \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \xi^2 + \eta^2} - \alpha} \right] d\xi d\eta \quad (3.7)$$

をうる。すなわち誘導速度は曲率 κ に比例し、長さ・半径比 Z/a のある関数となる。又、渦線に相当する $Z/a \rightarrow \infty$ の場合には、(3.7) の最後の積分が発散し、したがって誘導速度は ∞ となる。

§4. 2つの渦環の違いにせよ

同軸の2つの渦環の相互作用を考慮して、これらの渦環の運動を考へる。渦環はそれぞれ半径 a_1, a_2 , 近似的円形断面の半径 b_1, b_2 をもち ($a_1 \gg b_1, a_2 \gg b_2$)、これらは時間の関数である。渦環の外部の流体の運動はその軸対称から、軸 (z) 及び、動径 (r) 方向の速度成分を $v_z(x, r, t), v_r(x, r, t)$ とすればベクトル・ポテンシャル A をもちいて

$$v_z = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r}(rA), \quad v_r = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad (4.1)$$

のように表わされる。

半径 a , 断面半径 b , 循環 Γ をもつ1つの渦環は $a \gg b$ の仮定のもとに

$$A(x, r; a, \Gamma) = \Gamma B(x, r, a) \quad (4.2)$$

$$B(x, r, a) = \frac{1}{\pi} \frac{a}{\sqrt{(a+r)^2 + x^2}} \left[\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) E(k) + \frac{2}{k^2} F(k) \right] \quad (4.3)$$

$$\left. \begin{aligned}
 k &= \sqrt{\frac{4a\kappa}{(a+\kappa)^2 + \chi^2}} \\
 E(k) &= \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \\
 F(k) &= \int_0^1 \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}} dt
 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

で表わされる。ここで E, F は第1種, 第2種の楕円積分がある。

渦環は無限に長い, 遠方で静止した流体中では

$$V(a) = \frac{\Gamma}{4\pi a} \left(\log \frac{8a}{b} - \frac{1}{4} \right) \quad (4.5)$$

の軸方向の自己誘導速度をもつ。Lagrange の渦定理によつて、渦環の体積は不変で、したがつて $ab^2 = \text{一定}$ である。又、 Γ は渦ののちじみによつて変うなるから、(4.5) は a のみの関数となり、したがつて時間の関数である。

渦環の運動は自己誘導速度と他の渦環の誘導速度の合成であるから

$$\frac{dx_1}{dt} = V(a_1) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} \kappa_2 A(x_1 - x_2, \kappa_2, a_2) \quad (4.6)$$

$$\frac{d\kappa_1}{dt} = - \frac{\partial}{\partial x_2} A(x_1 - x_2, \kappa_2, a_2) \quad (4.7)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = V(a_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} \kappa_1 A(x_2 - x_1, \kappa_1, a_1) \quad (4.8)$$

$$\frac{d\kappa_2}{dt} = - \frac{\partial}{\partial x_1} A(x_2 - x_1, \kappa_1, a_1) \quad (4.9)$$

となる。

次に初期問題としてこれらの渦環の時間発展を追跡する。

初期値は

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_2, & b_1/a_1 &= b_2/a_2 = 0.1 \\ \Gamma_1 &= \Gamma_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

である。図3は長さは $a_1(0)$ で規格化してある。(a), (b), (c) では初期の渦環の間隔が異なり (a) $(x_1 - x_2)/a_1 = 2$, (b) $= 2$, (c) $= 0.5$ である。

§5. バーストの渦モデル

乱流秩序運動の1つである乱流境界層中のバースト現象を壁に平行で流れに垂直な大きい(平均流の)渦の不安定現象としてとらえ、解析する。

乱流境界層の平均速度分布は対数層より壁に近いところでは

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{u}}{v_\tau} &= \frac{1}{2\alpha} \log(\alpha\beta y_+^2 + 1) + \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} \tan^{-1} \sqrt{\alpha\beta} y_+ \\ \alpha &= 0.4, \quad \beta = 0.055 \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

によりよく近似しう。ここで v_τ は摩擦速度, $y_+ = v_\tau y / \nu$ である。2) では流れ方向の依存性を無視する。

2の論文では、上述の現象を完全流体の渦運動としてとりあつかう。まず、(5.1) を渦糸近似で表すが、渦で表わす領域は有限の厚さ X_2^M とし、鏡像法をもちいて $-X_2^M \leq x_2 (= y_+) \leq X_2^M$ について渦糸近似を行う。まず $-\infty < x_1 < \infty$, $-X_2^M \leq x_2 \leq X_2^M$ の領域を長方形の細胞に分け、

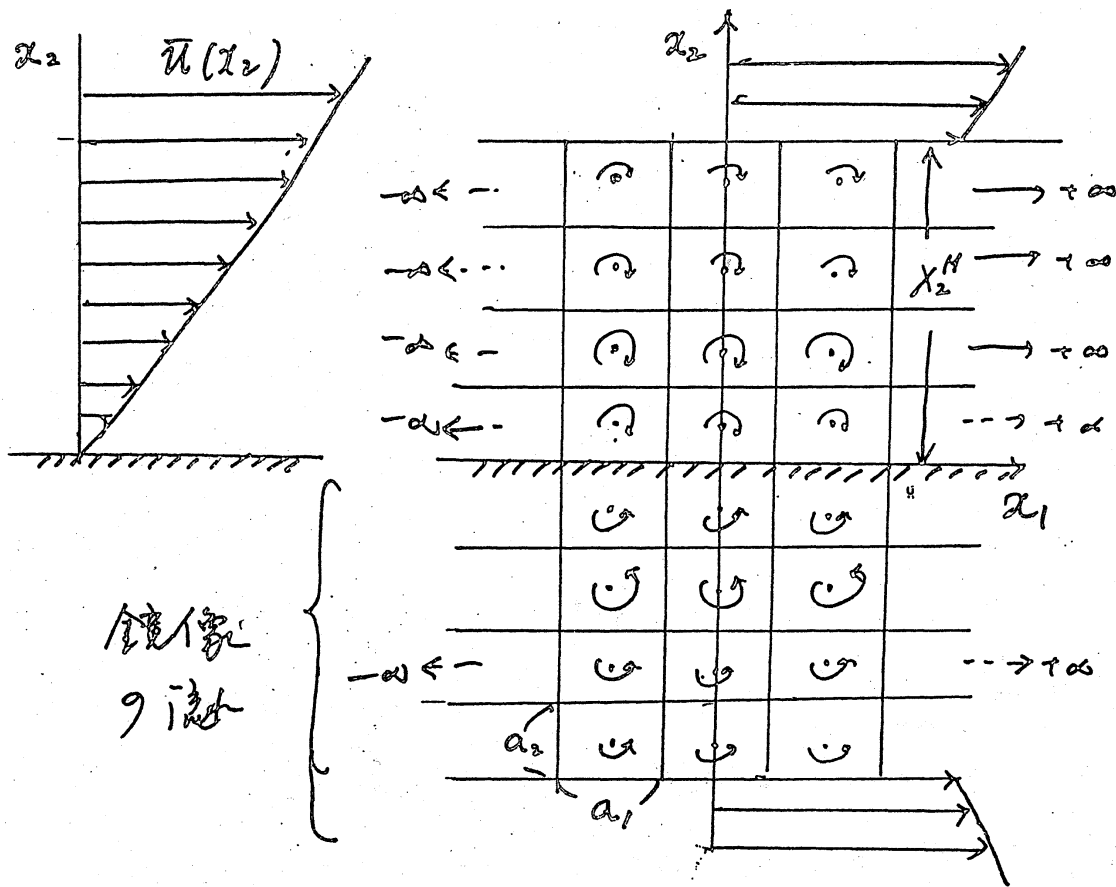


図4. 乱流境界層の平均流の渦系近似.

(x_1, x_2) 方向に対応して (l_1, l_2) とせず l_1 は $(-\infty < l_1 < \infty, -L_2 \leq l_2 (\neq 0) \leq L_2)$. 各細胞の中心に渦系を置いて近似し、 x_1 依存性が無いため x_1 方向に循環一定の渦が列んで渦列が更に x_2 方向に $2L_2$ 列んでものを考えることにする (図4). 上述の状態を初期 ($t=0$) と考えれば時間がたつにつれて、各渦列 ($l_2 = -L_2 \sim -1, 1 \sim L_2$) は x_1 方向に誘導される速度によって x_1 方向に移動するようになる。以上の方法によって得た速度分布は渦系の近くでのべき

$$w(x, t) = w_c + \sum_{l_2'=-L_2}^{L_2'} w_s(x, l_2', t) \quad (5.2)$$

$$wC = \bar{u}(X_2^M) e_1 \quad (5.3)$$

$$wS(x, l_2', t) = \frac{\Gamma_{l_2'}}{2a_1} \frac{e_1 \sinh \frac{2\pi}{a_1} \hat{R}_2 - e_2 \sinh \frac{2\pi}{a_1} \hat{R}_1}{\cosh \frac{2\pi}{a_1} \hat{R}_2 - \cosh \frac{2\pi}{a_1} \hat{R}_1} \quad (5.4)$$

$$\hat{R} = \hat{R}_1 e_1 + \hat{R}_2 e_2 = x - X([0, l_2'], t) \quad (5.5)$$

となる。ここで wC は渦糸近似をもちいた連続速度分布からの寄与であり、 $wS(x, l_2', t)$ は $l_2 = l_2'$ の渦糸からの寄与である。 $X([0, l_2'], t)$ は $l_1 = 0, l_2 = l_2'$ の渦糸の位置である。なお l_2' の渦糸の循環は

$$\Gamma_{l_2'} = \oint_{l_2' \text{ の渦糸の細胞}} v_s ds = a_1 [\bar{u}(l_2' a_2) - \bar{u}((l_2' - 1)a_2)] \quad (5.6)$$

である。 (a_1, a_2) は細胞の大きさを表わす。

時刻 $t=0$ において、 $l_1=0, l_2'=l_2'$ には渦糸が5本あり、 x 軸として

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= \epsilon \exp[-5^2/\sigma^2] + a_2(l_2' - \frac{1}{2}) \\ x_3 &= 5 \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

に擾動を受けるとして、それ以後の2本の渦糸が Biot-Savart の法則により変形して行く様子を見ることが図5である。ただし、この計算では、擾動を受けただけの渦の変形は考えず、 x_1 方向の平行移動を考慮していない。計算例では $a_1 = a_2 = 1, \epsilon = 0.5, \sigma = 5$ である。(a) $l_2' = 1$, (b) $l_2' = 3$, (c) $l_2' = 5$ の場合である。各図の左側が初期以後

$t = 5, 10, \dots, 30$ における変形を示している。

§ 6. Rankine の複合渦の粘性減衰

断面半径 r_0 の Rankine の複合渦の円方向の速度 v_θ は半径 r の関数として

$$v_\theta = \begin{cases} -\frac{1}{2}\omega_0 r & r \leq r_0 \\ -\frac{1}{2}\omega_0 \frac{r_0^2}{r} & r \geq r_0 \end{cases} \quad (6.1)$$

で表わされ、これに対応する渦度成分 ω_z (軸方向) は

$$\omega = \begin{cases} \omega_0 = \text{一定} & r \leq r_0 \\ 0 & r \geq r_0 \end{cases} \quad (6.2)$$

である。

$t=0$ から急に粘性が働き始めるとしてそれ以後の流れを解析する。まず円方向速度は r と t の関数で、他の成分は 0 と考えてよい。 ω と v_θ との関係：

$$\omega = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \quad (6.3)$$

と Navier-Stokes 方程式から導くと

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \nabla^2 \omega \quad (6.4)$$

これが基礎方程式である。 (6.4) を初期値 (6.2) の $t=0$ に解くと

$$\omega(x, t) = \frac{\omega_0}{4\pi\nu t} \iint_{|x'| \leq r_0} e^{-|x-x'|^2/4\nu t} d^2x'$$

$$= \frac{\omega_0}{2t} e^{-r^2/4\nu t} \int_0^{r_0} J_0(-i r r'/2\nu t) e^{-r'^2/4\nu t} d^2 x' \quad (6.5)$$

となる。 J_0 は 0 次の Bessel 関数である。

原盤における渦度は

$$\begin{aligned} \omega(0, t) &= \frac{\omega_0}{4\pi t} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} e^{-r'^2/4\nu t} r' dr' d\theta \\ &= \omega_0 (1 - e^{-r_0^2/4\nu t}) \end{aligned} \quad (6.6)$$

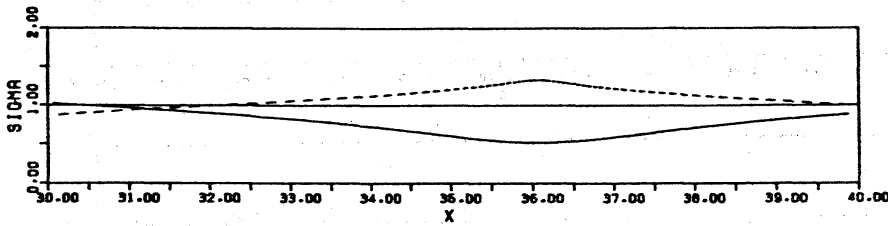
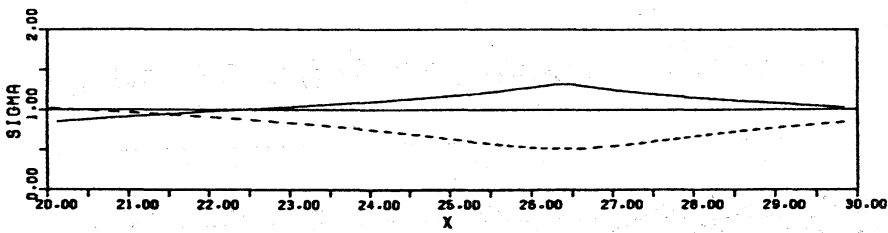
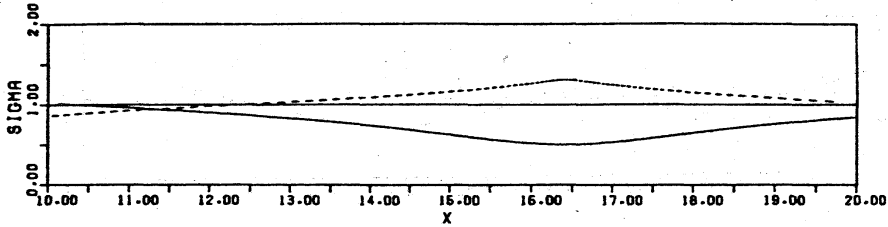
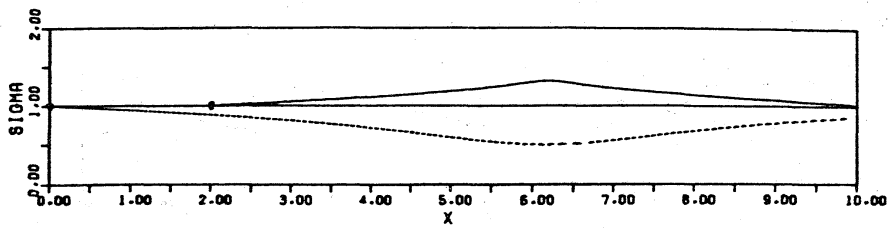
で表わされる。 すなわち、 $t \ll \frac{r_0^2}{4\nu}$ では中心の渦度はほとんど減衰しない。

この論文では渦に関する基本的問題をいくつか解析した。これら渦の形成過程の研究がもとと複雑な流れの解明に役立つことを期待する。

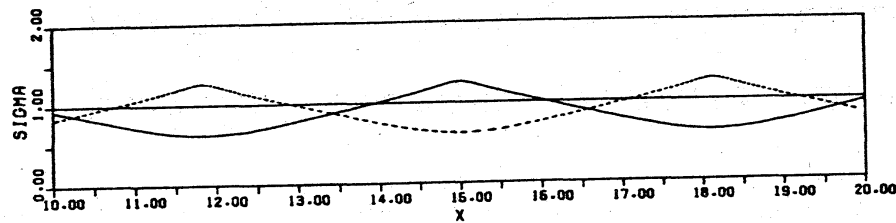
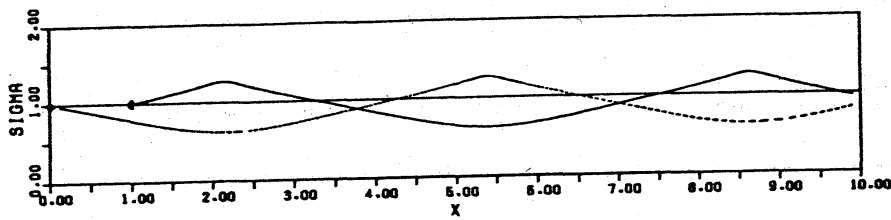
54 の渦の通りこし合いの研究は名大・工学部・応用物理の学生であった佐野久幸氏の卒業研究によるところが大きい。ここに感謝の意を表する。

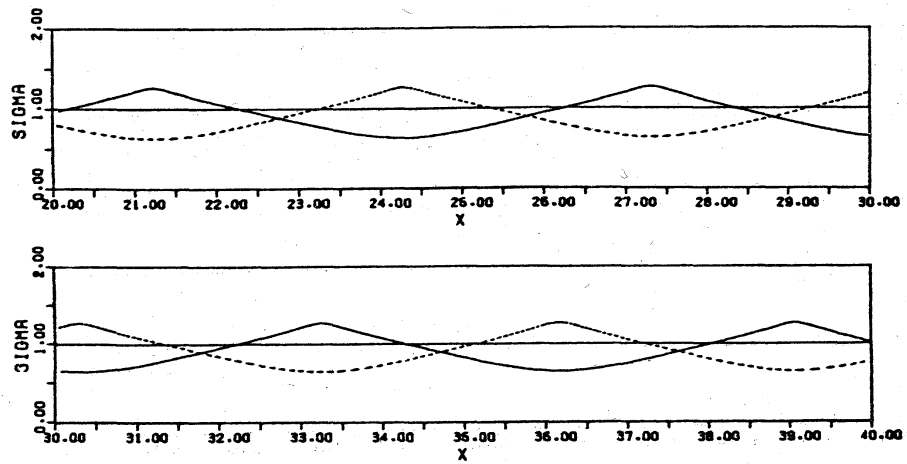
参考文献

- 1) 桑原真二：第13回乱流シンポジウム研究発表報告集
(名大・工・境界研 1981.6)
- 2) 桑原真二：中津川研究集会研究発表報告集 (1981.11)
- 3) H. Lamb: Hydrodynamics (Cambridge Univ. Press, 1932)

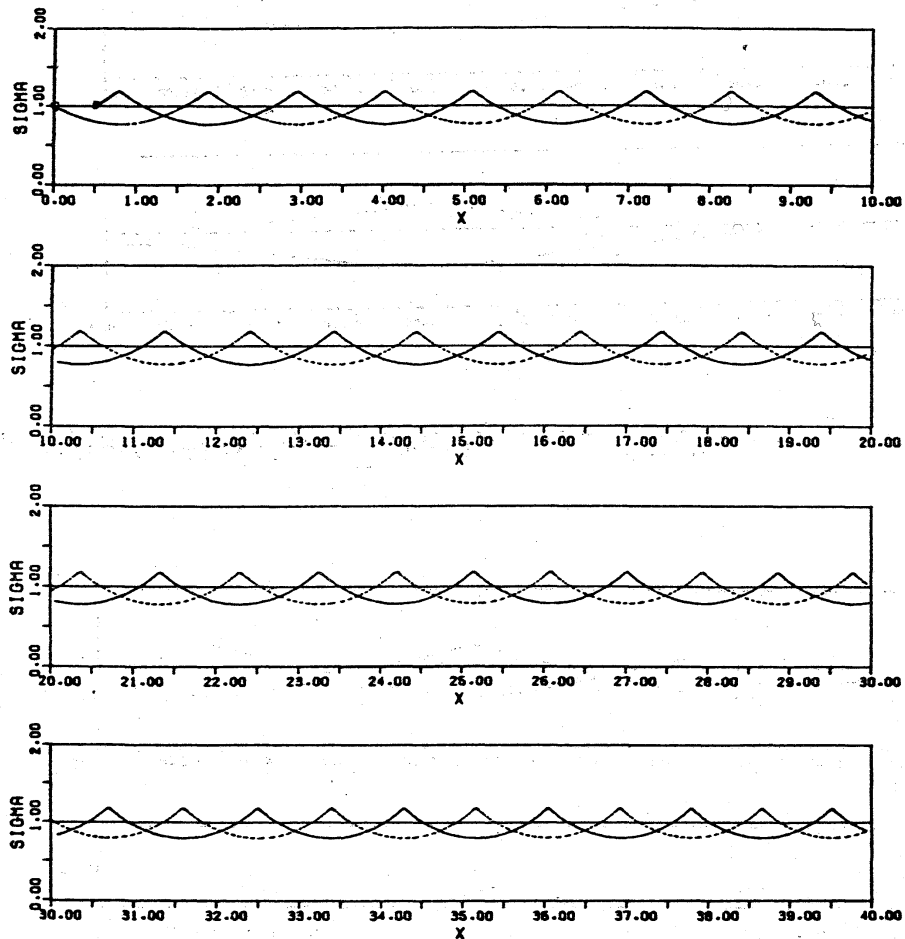


$$(a) \quad (x_1 - x_2)/a|_{t=0} = 2, \quad b_1/a_1|_{t=0} = b_2/a_2|_{t=0}, \quad a_1|_{t=0} = a_2|_{t=0}$$



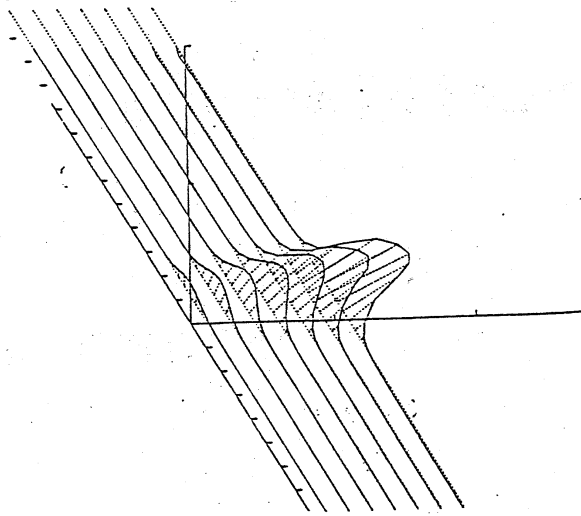


(b) $(x_1 - x_2)/a_1|_{t=0} = b_1/a_1|_{t=0} = b_2/a_2|_{t=0} = 0.1$, $a_1|_{t=0} = a_2|_{t=0}$

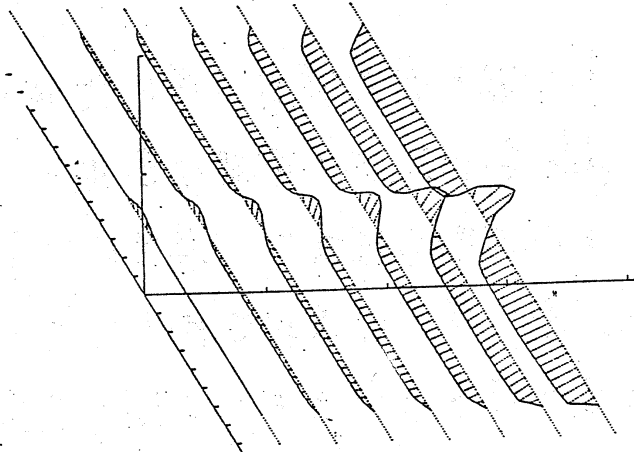


(c) $(x_1 - x_2)/a_1|_{t=0} = 0.5$, $b_1/a_1|_{t=0} = b_2/a_2|_{t=0} = 0.1$, $a_1|_{t=0} = a_2|_{t=0}$

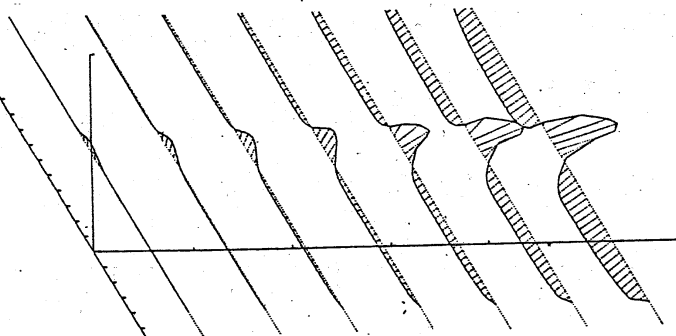
図3. 渦環の追いつき合い



(a) $t=0$ で 擾動渦を $y_+ = 1$ においた場合



(b) $t=0$ で 擾動渦を $y_+ = 3$ においた場合



(c) $t=0$ で 擾動渦を $y_+ = 5$ においた場合

図 5. バーストの渦モデル