

線形履歴減衰を有する建物の ARX モデルを用いた減衰同定法

正会員 ○南 良忠*
正会員 吉富 信太*
正会員 竹脇 出*

システム同定 構造ヘルスモニタリング ARX モデル
地震観測記録 物理パラメータ同定

1. 序

建築構造分野においてシステム同定は、実際の建物と解析モデルとの対応を明らかにする技術として用いられ、建物動特性の推定を行うことで建物の耐震性能評価への応用が期待される。

これまでに観測データに基づいて層の剛性、減衰係数、線形履歴減衰を同定する手法が提案されている¹⁾。一般には同定に用いる観測記録には不可避免的にノイズが含まれ、文献 1) の手法もノイズの影響が無視できない。

前田らは ARX モデルを有効に利用することでこの問題を解決し、剛性・粘性減衰を精度よく同定する方法を提案しているが²⁾、本研究では文献 2) の方法では扱うことが困難であった線形履歴減衰の同定法を提案する。

2. 同定理論

本論の提案手法では N 層せん断モデルを対象とした文献 1) の定式化を利用する。地動入力加速度、上層側床の絶対加速度のフーリエ変換を $\ddot{Z}(\omega)$ 、 $\ddot{U}_j(\omega)$ として、以下の同定式(1)~(3)を誘導する手順が文献 1) に示されている。

$$k_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{Re}\{f_j(\omega)\}, \quad \beta_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{Im}\{f_j(\omega)\} / 2k_j \quad (1)(2)$$

$$c_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} \operatorname{Im}\{f_j(\omega)\}, \quad f_j(\omega) = -\frac{\omega^2 M_j}{\{U_{j+1}(\omega)/U_j(\omega)\} - 1} \quad (3)(4)$$

以降(4)式で定義される $f_j(\omega)$ を、既往の同定関数と呼ぶ。 M_j は最上層から同定対象層までの質量の和を示す。

また、文献 1) の手法が有する低振動数領域でノイズの影響を受けやすいという問題を ARX モデルの有効利用により回避する方法が前田らにより示されている²⁾。この方法では ARX モデルパラメータ (ARX パラメータ) a_k, b_k で表される(5)式の ARX モデルの伝達関数を用いる。

$$G(\omega) = \frac{b_1 e^{-i\omega T_0} + \dots + b_n e^{-in\omega T_0}}{1 + a_1 e^{-i\omega T_0} + \dots + a_n e^{-in\omega T_0}} \quad (5)$$

(4)式中の $U_j(\omega)/U_{j+1}(\omega)$ を伝達関数とみなして ARX モデルの伝達関数を代入すると、剛性と粘性減衰係数を ARX パラメータで表現でき、極限值計算を回避できる。

2.1 線形履歴減衰定数同定のための関数の導出

伝達関数 $G(\omega)$ を用いて表現した既往の同定関数は、次式のように伝達関数が逆数の形で現れる。

$$f_j(\omega) = \frac{M_j(i\omega)^2}{\{1/G_{j,j+1}(\omega)\} - 1} \quad (6)$$

同定には $\omega \rightarrow 0$ の極限值が必要のため、伝達関数の逆数を $\omega = 0$ のまわりでテイラー展開すると次式が得られる。

$$\frac{1}{G_{j,j+1}(\omega)} = A_0^R + A_1^R \omega + A_2^R \omega^2 + \dots + i\{A_0^I + A_1^I \omega + A_2^I \omega^2 + \dots\} \quad (7)$$

ここで、(7)式のテイラー展開の係数 A^R, A^I の性質が運動方程式から次のように導かれる。各々 $\omega = 0$ で伝達関数実部が 1 に、虚部の勾配が 0 になることに対応する。

$$A_0^R = 1, A_0^I = 0 \quad (8)$$

次に A^R, A^I を用いて線形履歴減衰を表現する。履歴減衰定数の同定式(2)式に剛性の同定式(1)式を代入することにより(9)式を導くことができる。

$$\beta_j = -\frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow 0} \left\{ \frac{A_1^I + A_1^R \omega + A_2^I \omega^2 + \dots}{(A_0^R - 1) + A_1^R \omega + A_2^R \omega^2 + \dots} \right\} \quad (9)$$

(7)式より(9)式の分子分母を $1/G_{j,j+1}(\omega)$ で表現し次式を得る。

$$\beta_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} B_j^{(0)}(\omega) \quad (10)$$

$$B_j^{(0)}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{Im}\{1/G_{j,j+1}(\omega)\}}{\operatorname{Re}\{1/G_{j,j+1}(\omega)\} - 1} \quad (11)$$

(11)式の $\omega \rightarrow 0$ の極限值より β_j を同定できる。

また、(8)式の関係を用いて(9)式の第 2 式に代入すると、 $\omega \rightarrow 0$ の極限において(9)式右辺の分母、分子がともに 0 となる。そこでロピタルの定理を用いて、(9)式右辺の分子分母をそれぞれ ω で微分することにより(12)式を得る。

$$\beta_j = -\frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow 0} \left\{ \frac{A_1^I + 2A_2^I \omega + 3A_3^I \omega^2 + \dots}{A_1^R + 2A_2^R \omega + 3A_3^R \omega^2 + \dots} \right\} \quad (12)$$

(7)式を ω で微分したものより、(12)式の分子分母を $d/d\omega\{1/G_{j,j+1}(\omega)\}$ の実部、虚部によって表せることがわかる。そこで $B_j^{(1)}(\omega)$ を次のように定義すれば、その $\omega \rightarrow 0$ の極限值より $B_j^{(0)}(\omega)$ と同様に β_j を同定できる。

$$B_j^{(1)}(\omega) = -\frac{1}{2} \frac{\operatorname{Im}\left\{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{1}{G_{j,j+1}(\omega)}\right)\right\}}{\operatorname{Re}\left\{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{1}{G_{j,j+1}(\omega)}\right)\right\}} \quad (13)$$

2.2 $B^{(0)}, B^{(1)}$ による粘性減衰係数の同定

$B_j^{(0)}$ と $B_j^{(1)}$ は履歴減衰定数との関係から導いたものであるが、これらを用いて粘性減衰係数の同定も可能であ

る。既往の同定関数による粘性減衰係数の同定式(3)式により、 $B_j^{(0)}$ 、 $B_j^{(1)}$ と c_j の関係は以下のように表現される。

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} B_j^{(0)}(\omega) = \frac{c_j}{2k_j}, \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} B_j^{(1)}(\omega) = \frac{3c_j}{4k_j} \quad (14)(15)$$

2.3 ARX モデルを用いた $B(\omega)$ の表現

提案した関数 $B(\omega)$ に ARX モデルを適用し、ノイズの影響を低減する(図 1)。以降、伝達関数に ARX モデルを用いない方法をノンパラメトリック法と呼び区別する。

ARX モデルを用いると、 $B^{(0)}$ 、 $B^{(1)}$ の $\omega \rightarrow 0$ の極限值は 0 になるという性質がある。しかし、 $\omega = 0$ 近傍で 1 次の勾配のみをもつとみなすことができる。そこで低振動数域で、 $B^{(0)}$ 、 $B^{(1)}$ を直線近似し極限值を得る方法をとる。

3. 実建物における観測記録への適用

提案手法を京都大学構内に位置する免震建物における地震動観測記録に対して適用する。同定には計測時期の異なる 2 組の観測記録(1997.3.16 と 1999.2.12)を用いる。また、文献 1)においてこれらの観測記録を用いて同定された物理パラメータの値と比較検証する。

図 2 と表 1, 2 に同定結果を示す。既往の同定値と大きく異なるものの、本手法の $B^{(0)}$ 、 $B^{(1)}$ による同定結果は近い値を示していることが分かる。文献 1)の同定法は観測記録に含まれるノイズの影響を受けやすいという問題を有し、さらにその同定値は 2 つの観測時期によって粘性減衰係数で約 40%、履歴減衰定数で約 55%の差が見られる。一方、本提案手法の同定結果において 2 つの観測時期による差は粘性減衰係数で約 5%、履歴減衰定数で約 23%の差であり、いずれも既往の手法による同定値よりも差が小さかった。すなわち、提案手法は、既往の手法¹⁾よりもばらつきの少ない安定した同定が可能であるといえる。

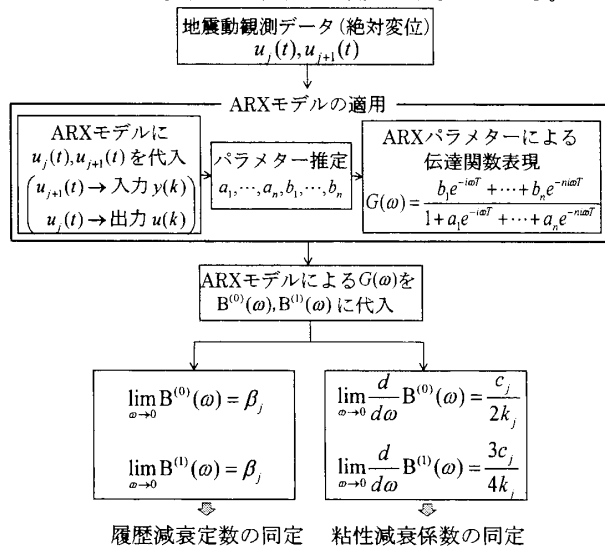


図 1 $B^{(0)}$ 、 $B^{(1)}$ への ARX モデル適用方法

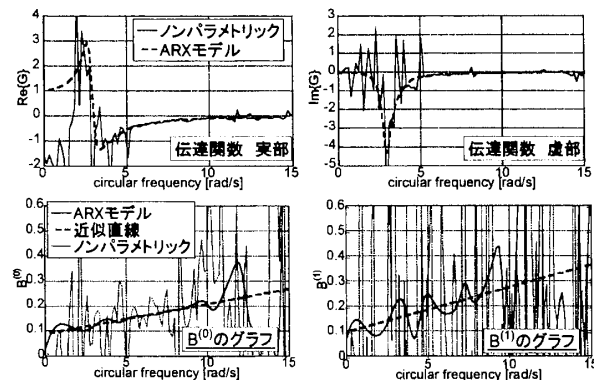


図 2 観測データを用いた同定(1997.3.16 の観測記録)

表 1 減衰同定結果(1997.3.16 の観測記録)

	$B^{(0)}$ による同定値		$B^{(1)}$ による同定値	
	同定値	既同定値との差[%]	同定値	既同定値との差[%]
粘性減衰係数 [kN・s/mm]	0.99	44.9	0.98	43.4
履歴減衰定数	0.088	-37.1	0.097	-30.6

表 2 減衰同定結果(1999.2.12 の観測記録)

	$B^{(0)}$ による同定値		$B^{(1)}$ による同定値	
	同定値	既同定値との差[%]	同定値	既同定値との差[%]
粘性減衰係数 [kN・s/mm]	1.07	118.7	1.01	108.0
履歴減衰定数	0.067	-25.2	0.076	-15.7

4. 結論

- (1) 実測データに含まれるノイズの影響を受けやすい既往の同定法¹⁾を ARX モデルを利用して改善した同定法²⁾では、線形履歴減衰の直接的な同定が困難であった。本論文では、新たな同定関数 $B^{(0)}(\omega)$ 、 $B^{(1)}(\omega)$ を導出し、線形履歴減衰を含む建物において粘性減衰係数・履歴減衰定数を同定する方法を提案した。
- (2) 履歴減衰の同定に用いる関数が低振動数領域でノイズの影響を受ける問題に対して、ARX モデルの適用により関数 $B^{(0)}(\omega)$ 、 $B^{(1)}(\omega)$ が安定した値となることを利用すると、適切な近似関数を設定してノイズの影響を低減した高い精度の同定できることを明らかにした。
- (3) 実建物における観測記録を用いて本手法の精度を検証した。本手法では、同じ量を 2 つの関数 $B^{(0)}(\omega)$ 、 $B^{(1)}(\omega)$ で同定できるため、両同定値の比較により精度検証が可能である。そのため、本手法はノイズの影響を含む実測記録などに対して、有効かつ実用性の高い手法といえる。

参考文献

- 1) 中村 充, 竹脇 出, 安井 譲, 上谷宏二: 限定された地震観測記録を用いた建築物の剛性と減衰の同時同定, 日本建築学会構造系論文集, No.528, pp.75-82, 2000.2
- 2) 前田朋宏, 吉富信太, 竹脇 出: 限定された地震観測記録と ARX モデルを用いた建物の剛性・減衰同定法 (投稿中)