

# 砂の変形特性について

村山 朔郎, 八木 則男

## ON THE DEFORMATION PROPERTIES OF SANDS.

by Dr. Eng. Sakuro Murayama and Norio Yagi

### Synopsis

This paper is a report of some experimental researches and their discussion on the relations between stress, strain and volumetric change with Toyoura standard sand under various stress condition in triaxial apparatus. Stress condition are as follows; (1) mean principal stress  $\sigma_m$  is kept constant ( $\sigma_m$ -constant test), (2) isotropic compression test, (3) allround pressure  $\sigma_3$  is kept constant ( $\sigma_3$ -constant test), (4) deviator stress  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  is kept constant ( $(\sigma_1 - \sigma_3)$ -constant test), (5) repetitional deviatoric stress is applied, Result from these tests following conclusions are summerized,

- (1) In  $\sigma_m$ -constant test, if void ratio of sand is same, its stress~strain curve chiefly depends on  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  (Fig. 3).
- (2) In  $\sigma_m$ -constant test, relation between volumetric change  $\Delta V/V$  and shearing strain  $\gamma$  represented by straight line on the logarithmic paper (Fig. 7, Fig. 8).
- (3) In isotropic compression test, relation between volumetric change  $\Delta V/V$  and isotropic pressure  $\sigma$  is not always linear on logarithmic paper as proposed by Wilson & Sutton and Jakobson (Fig. 10, Fig. 11).
- (4) Instead of the second term of Eq. (3), which represents the dilatancy effect of sand, the following term is proposed.

$$D^* \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_m} \right) \text{ (where } D^* \text{ coefficient)}$$

- (5) It is observed in repetitional loading test that the effect of repetitional stress appears more remarkable if deviator stress  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  becomes larger as shown Fig. 18 (a).

### 1. まえがき

土の応力と変形の関係を知ることは土質力学の基本的問題の一つである。砂質土に応力変化を与えると、つぎのような変形を生ずる。(1)平均主応力 ( $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ ) の変化による体積変化, (2)主応力差の変化による体積変化 (ダイレイタンス), (3)主応力差の変化によるせん断ヒズミ。これらの変形を支配するのは砂質土ではつぎのものが考えられる。(1)砂粒子の形, (2)粒の大きさおよび粒度分布, (3)飽和度, (4)間ゲキ比 (間ゲキ率), (5)応力条件, (6)荷重速度などである。このように、砂の変形を支配する要素は数多く、中でも、粒形のように定量的に表現するのが困難な要素が含まれているので、砂の応力~変形関係の研究に困難が少なくない。したがって、従来からも砂の変形について研究されたものは少なくないが、なお、研究する余地が多いので著者らは三軸試験機を用いて、種々の応力条件の下における砂の応力~変形関係を系統的に調査した。

## 2. 実験装置、試料、供試体

三軸試験容器には *N. G. I.* 型のものを用い、その軸圧載荷装置は標準圧密試験を改良して使用した。載荷レバーのレバー比は28.3である。また、ヒズミの測定には精度  $\frac{1}{1000}$  mmのダイヤルゲージを、体積変化の測定には精度  $\frac{1}{100}$  cm<sup>3</sup>のビューレットを用いた。

試料には Fig. 1 に示す粒径加積曲線をもつ豊浦の標準砂を用いた。その均等係数1.75, 比重は2.58である。

供試体の製作には、まず成形用モールド（高さ、9 cm, 内径3.6 cm）の内側に厚手のゴムスリーブ（厚さ0.15 mm）を張り、その中に水を満し、あらかじめ水につけた砂を3層に分けて入れ、各層を直径1.5 cmの棒で突き固め、突き固め回数により間ゲキ比  $e$  を調節した。つぎに、この供試体にわずかの真空（0.2 kg/cm<sup>2</sup> 程度）をかけてモールドをはずす。このようにして得られた供試体は高さ、8.0～8.5 cm, 直径3.6 cmの円筒形で、完全飽和であり、間ゲキ比は比較的密なものであった。

## 3. 平均主応力を一定とした試験

$\sigma_m$  一定のもとで、砂の応力～変形関係を調べるには、ヒズミ制御式は困難があるので、応力制御式を用いた。 $\sigma_m$  を一定に保つには、側圧 $\sigma_3$ を減少させると同時に、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を増加させる方法をとった。なお、これらの間には次の関係がある。

$$3\sigma_m = (\sigma_1 - \sigma_3) + 3\sigma_3$$

このようにして  $\sigma_m$  が一定のもとで主応力差をかえた場合のたてヒズミ  $\varepsilon_1$  ( $\sigma_1$  方向) と体積変化  $\Delta V$  を測定した。試験を  $\sigma_m$  が1.0, 2.0, 3.0, 4.0 kg/cm<sup>2</sup> について行なった。

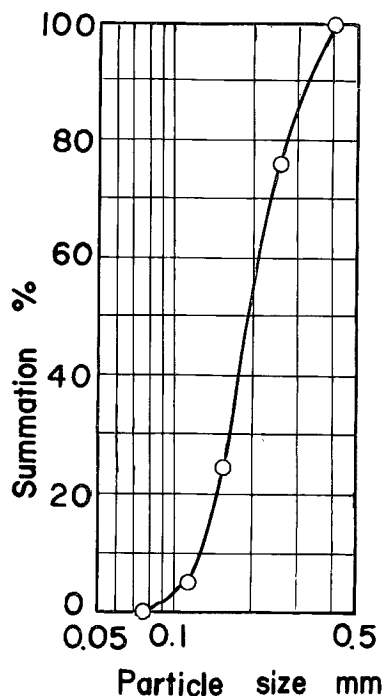


Fig. 1 Grain size distribution curve.

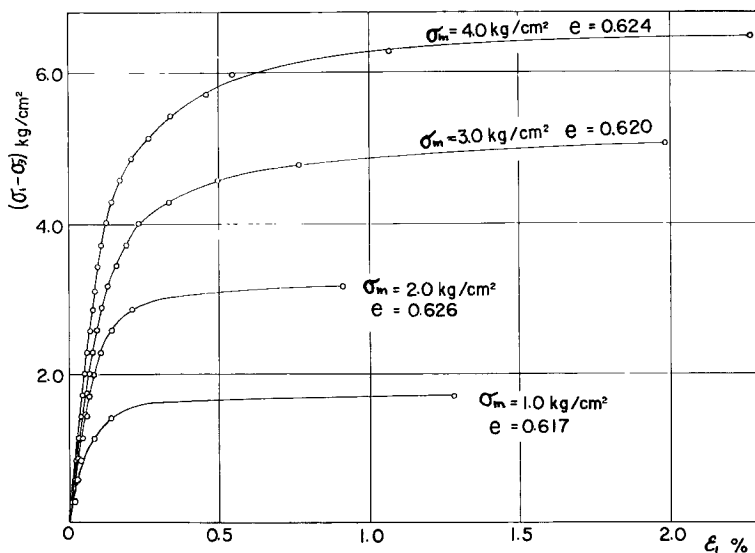


Fig. 2 Stress-strain curves obtained by  $\sigma_m$  constant tests.

実験より得られたデータの中より、比較の間ゲキ比(図中  $e$  で示す)の近いものを選び  $\sigma_m$  をパラメーターとして  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  と  $\varepsilon_1$  の関係を示すと **Fig. 2** となる。 $\sigma_m$  が大きいほど同じ  $\varepsilon_1$  に対して  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  は大きな値を示すが、これは  $\sigma_m$  が大きいほど拘束圧が大きいからである。

さて、外力を八面体応力で示すとつぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ \tau &= \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに  $\sigma_m$  は八面体垂直応力、 $\tau$  は八面体せん断応力である。 $\tau$  はせん断ヒズミ  $\gamma$  を起す原因となる応力であり、 $\sigma_m$  はせん断抵抗に寄与する拘束圧となる。砂質土のような非粘着性物質では粒子間に作用する摩擦のみで外圧に抵抗するから、せん断抵抗は  $\sigma_m$  に比例すると考えてよい。したがって、変形を左右するものは  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  であると思われる。そこで、**Fig. 2** の関係を  $\varepsilon_1 \sim (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  の関係に描きかえると **Fig. 3** になる。これを見ると

$(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  のいかにかわらず、すべてのヒズミ  $\varepsilon_1$  はほぼ同一線上にのるが、傾向として  $\sigma_m$  が小さいほど同じヒズミに対し多少  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  が大きいようである。これには試料の間ゲキ比に若干の差異があるための影響もあるのではないと思われる。

つぎに、平均主応力  $\sigma_m$  が一定の場合の体積変化について述べる。先述のように、体積変化には平均主応力  $\sigma_m$  の変化によるものとダイレイタンスーのためにせん断ヒズミの変化をとまなうものがある。

**Skempton**<sup>(1)</sup> は土の体積変化  $\Delta V/V$  を次式で示した。

$$\frac{\Delta V}{V} = C \left( \frac{\Delta \sigma'_1 + \Delta \sigma'_2 + \Delta \sigma'_3}{3} \right) + D \sqrt{(\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_2)^2 + (\Delta \sigma'_2 - \Delta \sigma'_3)^2 + (\Delta \sigma'_3 - \Delta \sigma'_1)^2} \dots\dots(2)$$

ここに  $\sigma'_1, \sigma'_2$  および  $\sigma'_3$  は有効応力を示し、 $\Delta$  はその増分、 $\Delta V$  は膨脹を正とし、 $C$  は圧縮係数は、 $D$  はダイレイタンスー係数である。三軸試験では  $\Delta \sigma'_2 = \Delta \sigma'_3$  であるから、次式のようになる。

$$\frac{\Delta V}{V} = C \left( \frac{\Delta \sigma'_1 + 2\Delta \sigma'_3}{3} \right) + \sqrt{2} D (\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_3) \dots\dots(3)$$

したがって、 $\sigma_m$  が一定の試験においては右辺の第1項はゼロとなり、せん断応力による体積変化すなわちダイレイタンスー係数が求まるはずである。

$(\sigma_1 - \sigma_3)$  と  $\Delta V/V$  の関係を  $\sigma_m$  をパラメーターとして図示すると **Fig. 4** のようになり、 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  関係と同様な関係が得られる。そこで  $\varepsilon_1$  のときと同様に  $\Delta V/V$  を  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  に対してプロットすれば **Fig. 5** のようにはほぼ同一線上に集まる。ダイレイタンスーによる体積変化の正負(膨脹を正とする)は間ゲキ比に関係し、 $\sigma_m$  が一定であり間ゲキ比が限界間ゲキ比以下にある場合は体積変化は膨脹のみを示し、限界間ゲキ比以上では逆に圧縮である。上記の実験の場合はすべて体積変化は膨脹であったから、ここに用いた試料はすべて限界間ゲキ比以下のものといえる。この場合について考察する。**Fig. 5** によれば、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  が小さいうちは  $\Delta V/V$  は  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  にほぼ直線的に比例して増加し、かつその増量が小さ

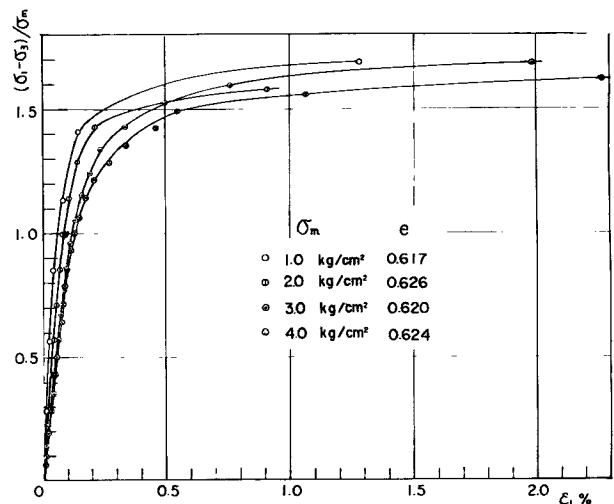


Fig. 3 Relation between stress ratio  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  and strain.

い。しかし、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ がある大きさ以上になると  $\Delta V/V$  は急激に増加する。このように、ダイレイタンス係数  $D$  は一定でなく、間ゲキ比や  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ,  $\sigma_m$  の関数になる。さらに  $\Delta V/V$  が小さい範囲の  $D$  の値は **Table 1** のようであった。この表では  $D$  は  $\sigma_m$  に反比例しているから、 $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  の関数として扱える。

つぎに、間ゲキ比の大小が  $\Delta V/V \sim (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  におよぼす関係を示す。**Fig. 6** は間ゲキ比をパラメーターにした  $\Delta V/V \sim (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  関係で、間ゲキ比が小さいほど同じ  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  の大きさに対して体積変化が小さいことを示している。これは一見間ゲキ比が小さいほど膨脹性が大いという通念に矛盾しているようにみえるが、ダイレイタンスはせん断ヒズミにより生ずるものであり、せん断ヒズミは密な砂ほど同じ  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  に対して小さいことから、上記の事実を説明することができよう。通常密な砂ほどダイレイタンスが大きいといわれていることは厳密には最終的な体積変化を比較したとき間ゲキ比が小さい砂ほど膨脹が大きいということと解される。 $D$  の値におよぼす間ゲキ比の影響は上述の通りであるが、今回扱った程度の間ゲキ比の変化の範囲では  $D$  におよぼす関係を定量化するには、なお不十分であった。

ダイレイタンスは形状変化による体積変化であるから、せん断ヒズミ  $\gamma$  と、これとの関係を調べる。得られたデータを両対数紙に  $\sigma_m$  をパラメーターにして図示すると **Fig. 7**、間ゲキ比をパラメーターにして **Fig. 8** が得られる。両図ともダイレイタンスと  $\gamma$  の間には直線関係が得られた。なお、ここに  $\gamma$  は次式により計算したものを用いた。

$$\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_3, \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta V/V - \varepsilon_1}{2} \dots\dots (4)$$

ここに  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  は最大および最小主応力方向のヒズミである。したがって、ダイレイタンスによる体積変化を  $(\Delta V/V)_d$  とすれば、次の実験式が得られる。

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_d = \alpha \gamma^\beta \quad (\alpha, \beta; \text{常数}) \dots\dots (5)$$

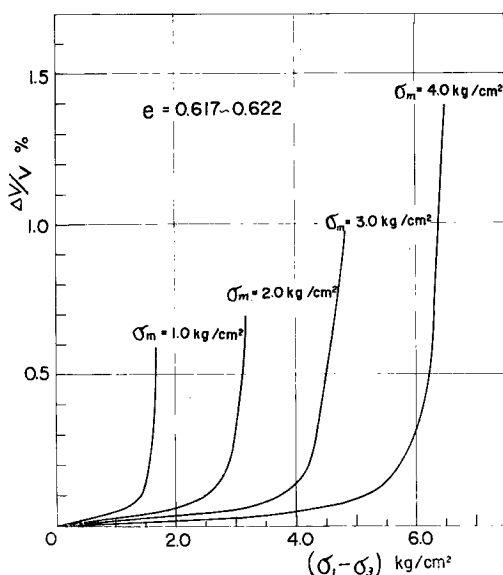


Fig. 4 Volumetric change by deviatoric stress owing to dilatancy.

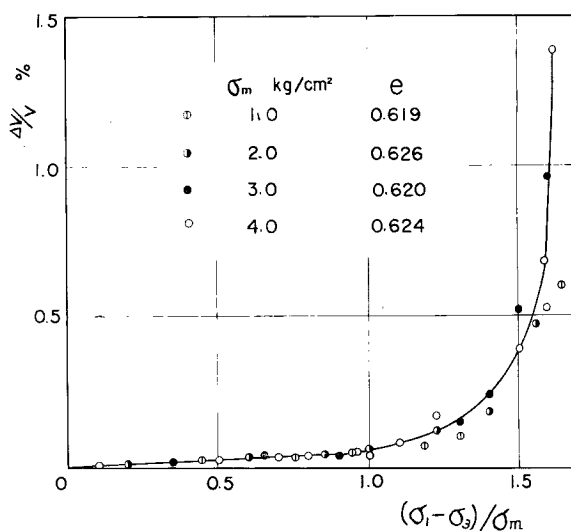


Fig. 5 Relation between volumetric change owing to dilatancy and stress ratio  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$ .

Table 1

| $\sigma_m$ kg/cm <sup>2</sup>          | 1.0  | 2.0  | 3.0  | 4.0  |
|----------------------------------------|------|------|------|------|
| $D \times 10^{-4}$ cm <sup>2</sup> /kg | 4.40 | 2.40 | 1.50 | 0.88 |

また、Fig. 7, Fig. 8 の直線の傾斜角はほぼ  $45^\circ$  とみてよいから、 $\sigma_m$  や間ゲキ比に無関係に  $\beta \approx 1$  とみなされる。ゆえに、 $(\Delta V/V)_d$  と  $\gamma$  の関係は普通目盛でも直線である。一方 Fig. 7, Fig. 8 とも各直線はややずれているので、 $\alpha$  の値は  $\sigma_m$  や間ゲキ比により変化するとと思われる。Fig. 7 より  $\sigma_m$  が大きい方が同じ  $\gamma$  に対し  $(\Delta V/V)_d$  は小さく、 $\alpha$  は小さな値となるが、これは Tschebotarioff<sup>(2)</sup> が  $\sigma_3$  が大きくなると限界間ゲキ比が小さく、膨脹性が小さくなると述べた事実とは矛盾していないようである。また、 $(\Delta V/V)_d$  は同じ  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  に対しては間ゲキ比が小さいほど小さかったが、同じ  $\gamma$  では大きくなっており、密な砂ほど膨脹性が大きいという通念と合致させるには  $\gamma$  をそえて比較するよう提案する必要がある。ゆえに、 $\alpha$  の値は間ゲキ比が小さいほど大きくなる。

#### 4. 等方圧縮試験

等方圧縮の場合は  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  として平均主応力  $\sigma_m$  を増加させた。砂質土では、粘土と異なり透水係数が非常に大きいため圧縮完了には数秒間を必要としない。

砂質土の圧縮量は2部分からなっている。第1の部分は砂粒子自身の弾性圧縮によるものであり、これは応力が非常に大きくないかぎり応力を除くと回復するものである。第2の部分は粒子間まぎの平衡が破れ、粒子が回転またはすべり移動を起し、より安定な位置に移るために起る圧縮で、これは大部分が非可逆的で応力を除いても回復しない量がある。

Wilson & Sutton (1948)<sup>(3)</sup> は砂塊の圧縮を粒子自身の弾性圧縮のみとし

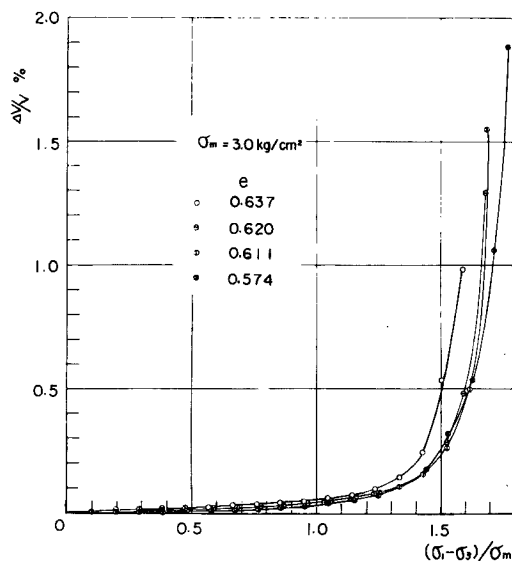


Fig. 6 Relation between volumetric change owing to dilatancy and stress ratio  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  with parameter of void ratio  $e$ .

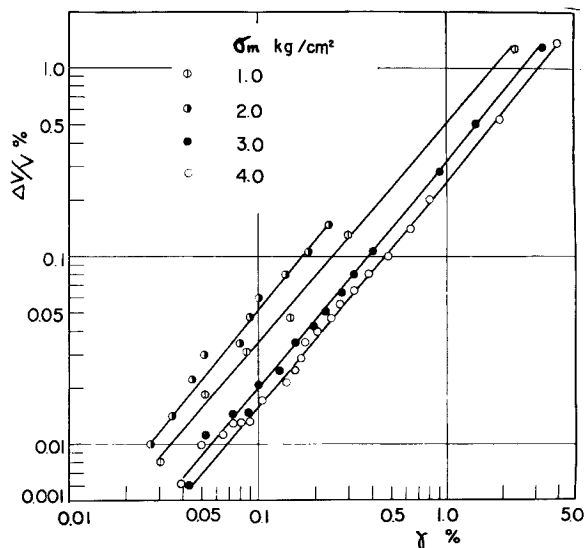


Fig. 7 Relation between volumetric change owing to dilatancy and shearing strain  $\gamma$  with parameter of  $\sigma_m$ .

て、また、粒子を完全弾性の球と考えて次式を与えた。

$$\varepsilon = 1.845 \left( \frac{4\sigma}{E} \right)^{2/3} \dots\dots\dots (6)$$

ここに  $\varepsilon$  は体積変化、 $\sigma$  は等方圧縮応力、 $E$  は粒子の弾性係数である。いま、かりに  $E$  を石英質の粒子の弾性係数を用い  $2.7 \times 10^{-6}$  kg/cm<sup>2</sup> とし、上式に代入して体積変化を計算し、実験より求めた体積変化と比較して示したのが **Fig. 9** である。この実験曲線は等方圧力を 1.0~12.0 kg/cm<sup>2</sup> の範囲で十分繰り返し、サイクル内で残留圧縮量が発生しなくなったときの最終曲線で、**Fig. 9** には、この曲線と対比するため初回の圧縮曲線もかき加えた。**Fig. 9** によると、実験より得られた圧縮量は十分繰り返し载荷の最終状態においても、**Wilson & Sutton** の理論値よりも 2 倍近くの大きさを示している。これは

先述した圧縮のうちの粒子の回転などの第 2 の部分を無視したからであり、**Wilson & Sutton** の仮定に不足があることを示している。圧縮に非可逆部分があることは初期圧縮と最終圧縮で曲線の位置が異なっていることからわかり、粒子の回転あるいはすべりによる体積変化のうちにも可逆部分が存在することは残留

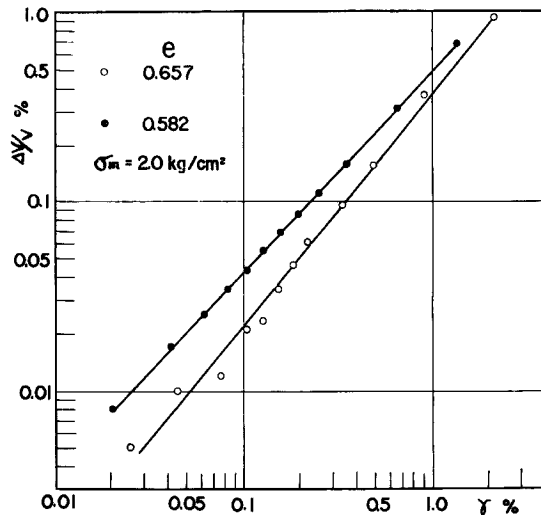


Fig. 8 Relation between volumetric change owing to dilancy and shearing strain  $\gamma$  with parameter of void ratio  $e$ .

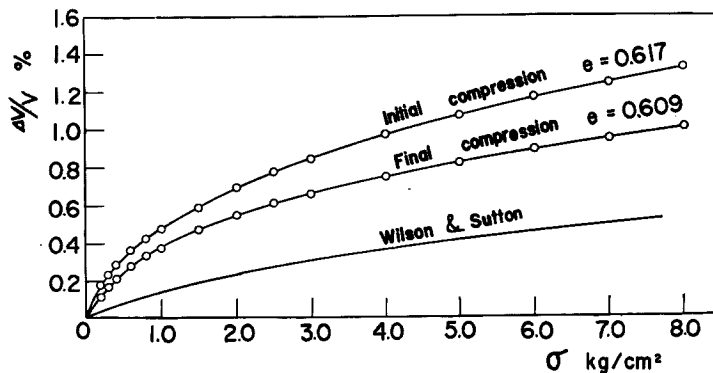


Fig. 9 Comparison between Wilson-Sutton's theory and experimented values.

圧縮量が発生しなくなった最終時の圧縮量と **Wilson & Sutton** の理論値に差があることから推測できる。

**Jakobson** (1957) <sup>(4)</sup> は砂の等方圧縮試験を行ない実験的に次式を得た。

$$\varepsilon = 0.608 \times 10^{-3} \sigma^{0.612} \dots\dots\dots (7)$$

これは **Wilson & Sutton** の理論式と同様に両対数紙上で直線となることを示しているが、 $\varepsilon$  の値は砂粒の形状、寸法、粒度分布、間ゲキ比、応力履歴などで当然かわるべきものであるから、式(7)の右辺の係数ま指数は一般的なものでない。そこでこの事実を確認するため、著者らの行なった実験結果を初期間ゲキ比およ

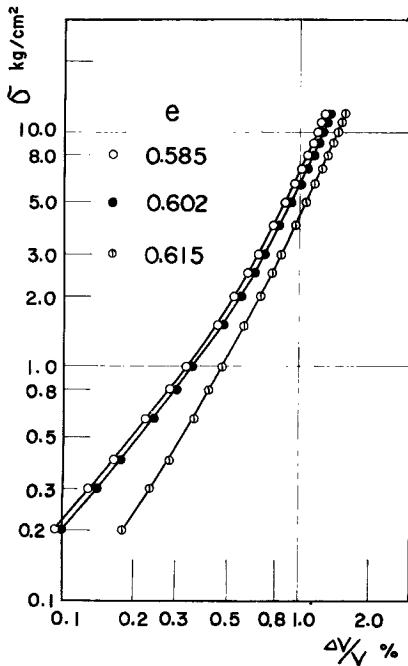


Fig. 10 Relation between isotropic pressure  $\sigma$  and volumetric change with parameter of void ratio.

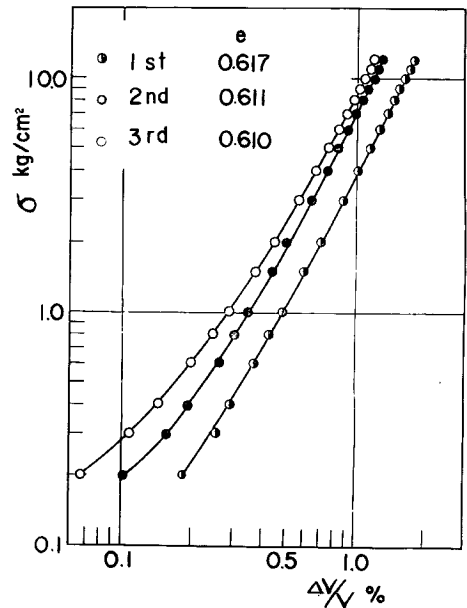


Fig. 11 Relation between isotropic pressure  $\sigma$  and volumetric change with parameter of number of repetitions.

び繰り返し回数をパラメーターにして等方圧  $\sigma$  と体積変化  $\Delta V/V$  を図示したのが **Fig. 10**, **Fig. 11** である。この関係は式(6), 式(7)が示すような両対数紙上で直線的関係にはならないが、間ゲキ比が大きいほど直線に近づいている。しかし、実験の都合上、あまり間ゲキ比の大きいところでのデータが得られなかったので、広範囲にこの関係を確めることはできなかった。

等方圧縮では式(3)の右辺の第2項はゼロとなり、 $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = \Delta\sigma$  であるから、

$$\frac{\Delta V}{V} = C \left( \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}{3} \right) = C \cdot \Delta\sigma \dots\dots\dots (8)$$

となる。ゆえに、これより圧縮係数  $C$  の値を求めることができる。 $C$  は上記の実験からも知られるように等方圧  $\sigma$  ( $=\sigma_m$ ) の大きさによって変化するから、**Fig. 9** を用いて各  $\sigma$  における  $C$  の値を求めると **Table 2** のようになる。

Table 2

| $\sigma_m$ kg/c²          | 0.5  | 1.0  | 2.0  | 3.0  | 4.0  | 5.0   | 6.0   | 7.0   | 8.0   |
|---------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $C \times 10^{-3}$ cm²/kg | -4.0 | -2.7 | -1.8 | -1.4 | -1.0 | -0.70 | -0.65 | -0.60 | -0.57 |

なお、以上のような周圧が変化する試験では柔軟なゴムスリーブが砂粒子間に嚙入し、みかけ上砂の圧縮性が増大したかのようにみえることがある。これを *membrane misfit* と呼ぶが、豊浦の標準砂程度の細粒径では、この影響は無視できるように思える。

### 5. 側圧 $\sigma_3$ を一定とした試験

側圧  $\sigma_3$  を一定にしておき主応力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  を増加させる試験である。この場合は  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の増加にともない平均主応力  $\sigma_m$  も増加する。実験は  $\sigma_3 = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 \text{ kg/cm}^2$  について行ない、載荷速度は  $0.283 \sigma_3 \text{ kg/12 min}$  とした。

$(\sigma_1 - \sigma_3)$  とヒズミ  $\epsilon_1$  の関係を  $\sigma_3$  をパラメーターにして図示すると **Fig. 12** になり、ヒズミが小さいところではほぼ直線関係になる。しかし、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  が増加すると、この直線性がなくなると同時にクリープ現象がみられる。これは  $\sigma_m$  が一定の場合の  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$  関係と同様である。 $\sigma_m$  を一定とした場合は前述のように  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$  関係は  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  によって支配された。 $\sigma_3$  が一定の場合は、 $\sigma_3 = \sigma_m - (\sigma_1 - \sigma_3)/3$  なる関係より、

$$f\left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_m}\right) = \varphi\left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_3}\right) (f, \varphi; \text{関数})$$

..... (9)

とおけるから、 $\epsilon_1$  は  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$  によって支配されるはずである。このことは **Fig. 12** より同じ  $\epsilon_1$  に対する  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  が  $\sigma_3$  に比例していることからわかる。

一方、 $\sigma_3$  が一定の場合の体積変化  $\Delta V/V$  の測定結果は **Fig. 13** となり、前述した  $\sigma_m$  が一定の試験および等方圧縮試験の場合よりも初期間ゲキ比はやや小さい。 $\Delta V/V \sim (\sigma_1 - \sigma_3)$  関係を定量的に扱うために式(3)の圧縮係数  $C$  およびダイレイタンス係数  $D$  の絶対値の大きさを比較すると、 $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  の小さな範囲では  $C$  は  $D$  より 1 桁大きな値を示す。したがって、**Fig. 13** においては  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の増加量が  $\sigma_m$  の増加量の 3 倍もあるにもかかわらず初期には圧縮が生じている。しかし、 $\sigma_m$  を一定とした場合でも  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  がある値に達すると急に  $D$  の絶対値が大きくなり、膨脹量が増加したが、それと同様に  $\sigma_3$  が一定の場合でも  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$  がある値以上になると膨脹量が急激に増加している。また、 $\Delta V/V$  をヒズミ  $\epsilon_1$  に対して示したのが **Fig. 14** である。この図によれば、初期間ゲキ比に近いデータでは  $\sigma_3$  が大きいほど最大圧縮量が大きく、また、一度圧縮したものが膨脹して  $\Delta V/V$  がゼロとなるまでのヒズミ  $\epsilon_1$  も大きくなっている。これは  $\sigma_m$  を一定とした場合と同じ  $\gamma$  に対し膨脹量は  $\sigma_m$  が大きいほど小さかった事実と対応しており、 $\sigma_m$  または  $\sigma_3$  が大きいほど同一のヒズミ

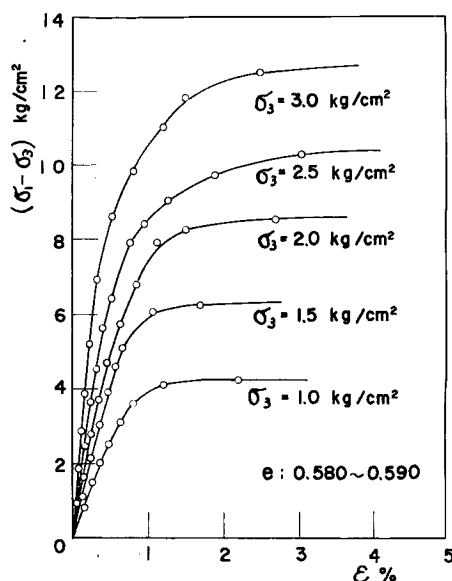


Fig. 12 Stress-strain curves obtained by  $\sigma_3$ -constant tests.

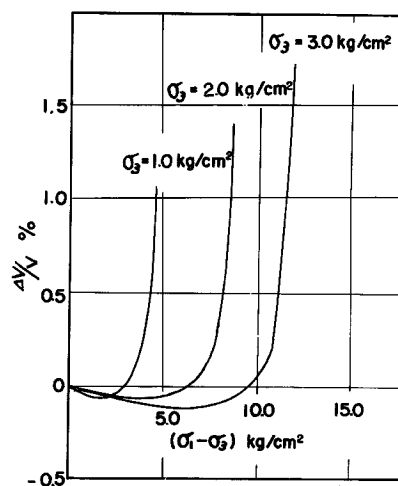


Fig. 13 Volumetric change-stress curves obtained by  $\sigma_3$ -constant tests



に対して圧縮が大きくなることを示している。

## 6. 主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を一定とした試験

三軸試験において、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を一定にして応力を変化させるには、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を一定に保ちながら周圧 $\sigma_3$ を減少させるものと増加させるものが考えられる。ここでは、試験の初期応力条件を $\sigma_3 = 4.0 \text{ kg/cm}^2$ 、 $(\sigma_1 - \sigma_3) = 3.0 \text{ kg/cm}^2$ として $\sigma_3$ を減少させた。その結果 $\sigma_3$ に対し $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_3$ 、 $\Delta V/V$ を図示すると **Fig. 15** のような関係が得られた。この場合 $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$ で $\sigma_m$ が減少しているのであるから、 $\sigma_1$ 方向のヒズミ $\varepsilon_1$ も $\sigma_3$ 方向のヒズミ $\varepsilon_3$ も膨脹し、体積も膨脹する。しかし、 $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_3$ にもかかわらず $\Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_3$ でなく、 $\Delta\varepsilon_3$ の方が $\Delta\varepsilon_1$ より多く膨脹している。したがって、この場合 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ が変化していない( $\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3 = 0$ )にもかかわらずセン断ヒズミが生じたことになる。これは $\sigma_3$ を減少させたことにより、 $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$ が増加したためにセン断ヒズミが生じたものであろう。ゆえに、この場合にも砂の応力～変形関係は $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$ に左右されるといえる。

一方、体積変化は $\sigma_m$ の減少による膨脹とセン断ヒズミによる膨脹(ダイレイタンス)が含まれ、式(3)により表わされると述べた。しかしこの場合は式(3)の右辺の第1項は変化するが、第2項の $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ はゼロである。それにもかかわらずダイレイタンスが生じているのであるから、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ が一定の試験には式(3)を用いることができない。ゆえに、このような場合つぎのような形の式を提案する。

$$\frac{\Delta V}{V} = C \left( \frac{\Delta\sigma'_1 + 2\Delta\sigma'_3}{3} \right) + \sqrt{2} D^* \left( \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_m} \right) \dots (10)$$

このようにすれば、ダイレイタンス係数 $D^*$ は間ゲキ比などの関数となってくるが、間ゲキ比の近い **Fig. 5** の $\Delta V/V \sim (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$ の初期の直線部分では、**Table 1**よりその平均値は $4.5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg}$ となる。この場合は $(\sigma_1 - \sigma_3)$ は一定でも $\sigma_m$ が減少するので $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$ が増加し体積膨脹が増大したものと考えられる。

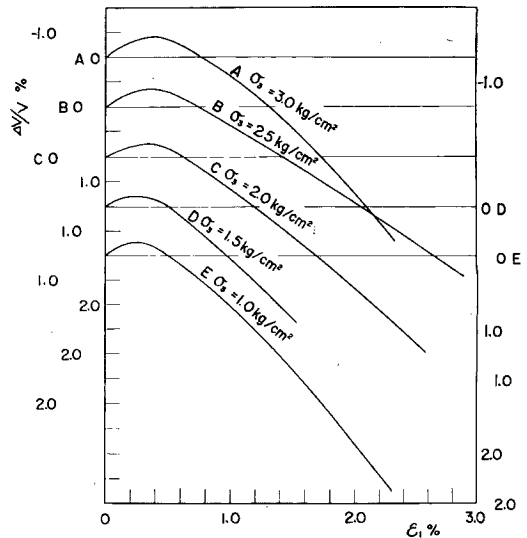


Fig. 14 Volumetric change-strain curves obtained by  $\sigma_3$ -constant tests.

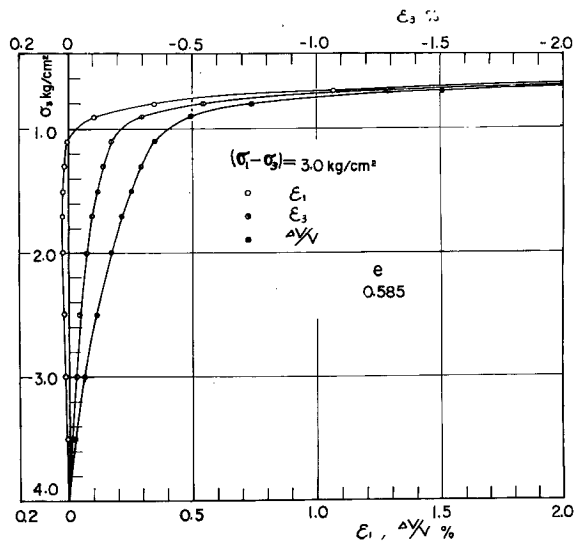


Fig. 15 Relation between allround pressure  $\sigma_3$  and volumetric change, strain obtained by  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ -constant test.

## 7. 繰り返し荷重試験

ここでは三軸試験機を用いて、側圧  $\sigma_3$  および平均主応力  $\sigma_m$  を一定にした場合について主応力差 ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) を繰り返し作用させた試験を行なった。砂は応力履歴やヒズミ履歴によって応力～ヒズミ曲線の性状が変わるが、( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) がある限度以下では繰り返しを続けると、最後にはクリープとか残留ヒズミが生じなくなり、一つの弾性ヒステリシスループを描くにいたる。この状態を砂の弾性状態と呼ぶことにする。この状態での砂の力学特性の解析についてはすでに述べたがここでは省略する<sup>(5)</sup>。

まず、 $\sigma_3$  が一定の場合について述べる。 $\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  にして、( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) を  $0 \sim 4.0 \text{ kg/cm}^2$  の範囲で繰り返した。最初の2～3回の繰り返しではクリープも生ずるが、この場合クリープがほぼ停止するまで放置した。このようにして繰り返し回数が9～12回に達すると弾性状態となる。このようにして得られた

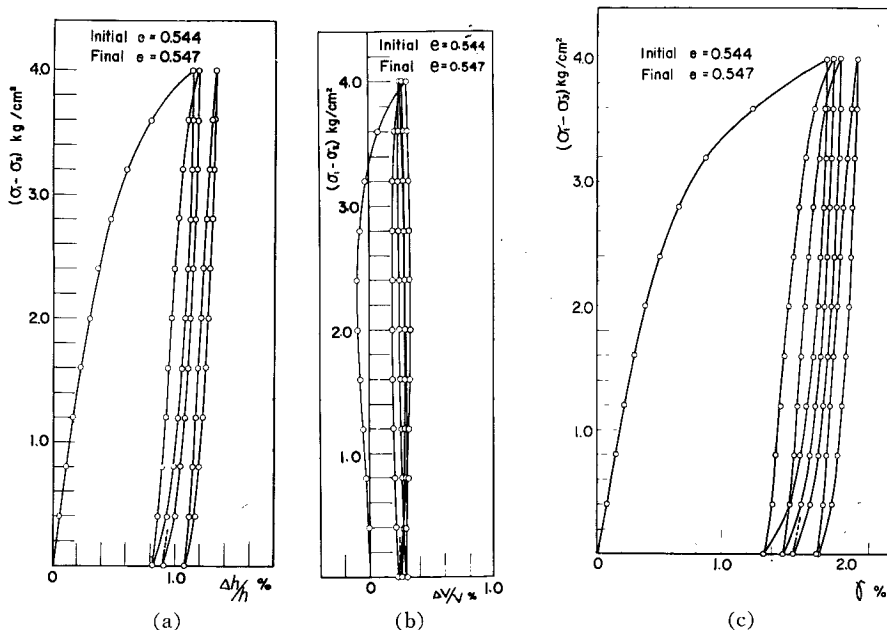


Fig. 16 Relation between deviatoric stress ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) and strain  $\epsilon_1$ , volumetric change  $\Delta V/V$  or shearing strain  $\gamma$  obtained by repetitional loading test with constant  $\sigma_3$ .

( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) $\sim\epsilon_1$ ,  $\Delta V/V$ ,  $\gamma$  の関係を **Fig. 16 (a), (b), (c)** **Fig. 17 (a), (b), (c)** に示す。これは第1回目～第3回目と最終弾性状態を示し、中間をはぶいたものである。**Fig. 16** は **Fig. 17** よりも初期間ゲキ比が小さなものであり、 $\epsilon_1$ ,  $\Delta V/V$ ,  $\gamma$  は密な砂ほどその量は小さくなっている。

これらの図より判明できることは、体積変化は主応力差が  $2.0 \text{ kg/cm}^2$  の付近で間ゲキ比および繰り返し回数に無関係に圧縮量が最大となった。間ゲキ比が大きい方が各ループに生ずる体積変化は大きい。これは間ゲキ比が大きいほど  $\gamma$  および  $\epsilon_1$  が大きくなり、それにともないダイレイタンスーによる体積変化が大きくなるからである。体積変化曲線は繰り返し回数が増加すればループの囲む面積が小さくなり、 $\Delta V/V$  軸に垂直な方向に近づく。つぎに、( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) $\sim\epsilon_1$ ,  $\gamma$  関係についてはいずれの場合も密な砂の方が  $\epsilon_1$ ,  $\gamma$  は小さく、また、弾性状態にいたる繰り返し回数が少くない。繰り返し回数が増加するとともに ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) $\sim\epsilon_1$ ,  $\gamma$  曲線中の直線部分の占める範囲が多くなり、その勾配は急になる。 $0 \sim 0.4 \text{ kg/cm}^2$  の範囲では ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) $\sim\epsilon_1$ ,  $\gamma$  曲線はやや右方に彎折しているが、これは加圧ピストンが試料の上に接触するときの誤差であると思われる。実際には、図上で直線部分を下方に延長したものが正しいと思われる。

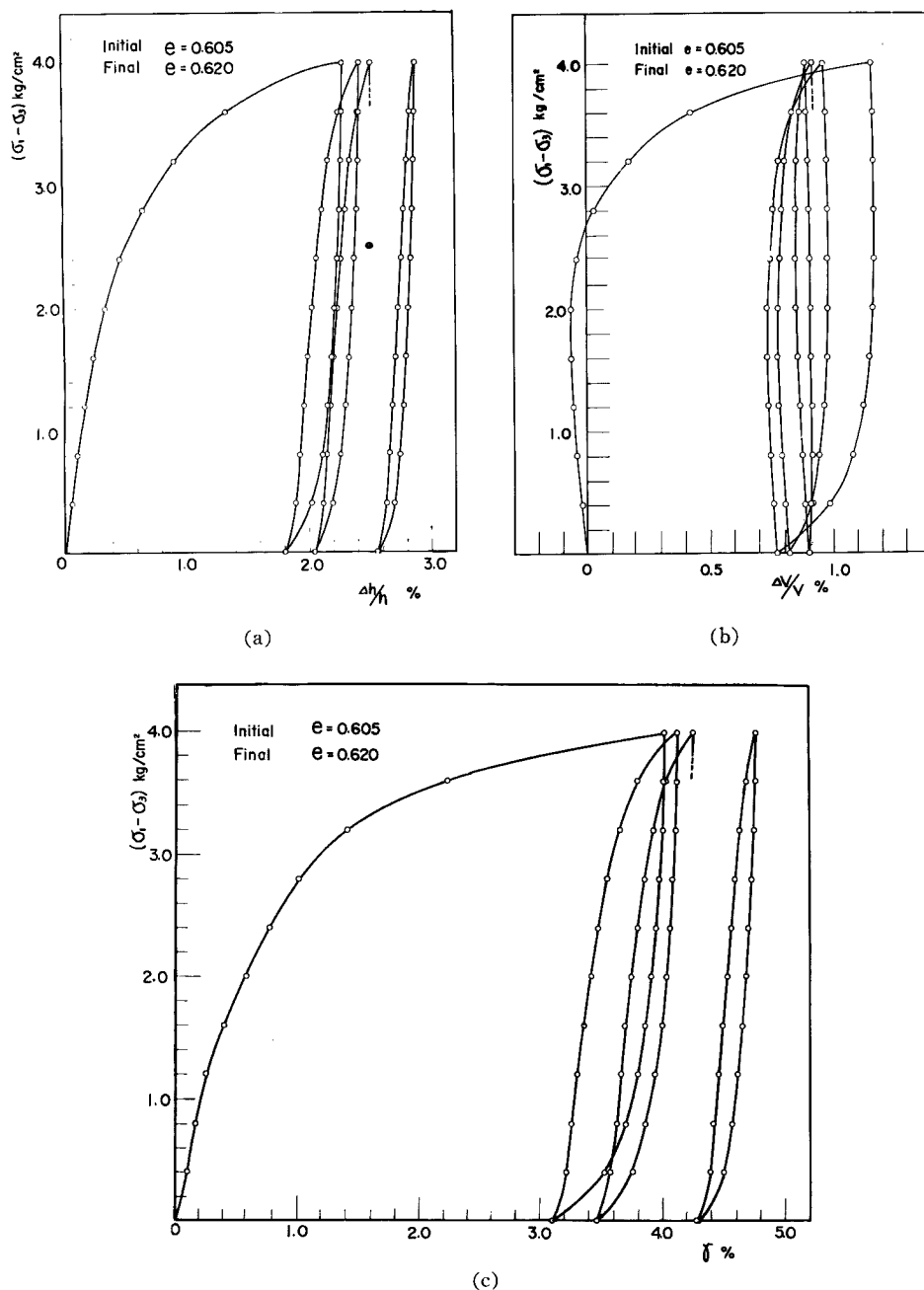


Fig. 17 Relation between deviatoric stress  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  and strain  $\epsilon_1$ , volumetric change  $\Delta V/V$  or shearing strain  $\gamma$  obtained by repetitional loading test with constant  $\sigma_3$ ,

つぎに、繰り返し  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$  関係におよぼす影響を調べるため、これらの曲線の各  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  における接線弾性係数  $E$  を繰り返し回数  $N$  に対し  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  をパラメーターにプロットしたが **Fig. 18 (a)**, **Fig. (b)** である。**Fig. 18 (a)** は加荷時, **Fig. 18 (b)** は減荷時である。この関係で加荷時では大きな

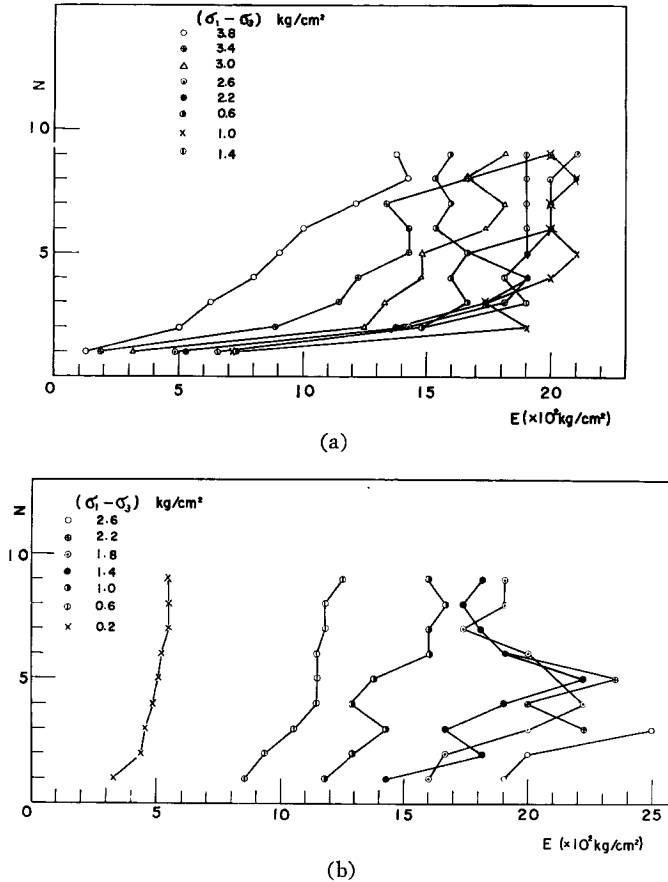


Fig. 18 Relation between the modulus of elasticity  $E$  and number of repetitions at loading and unloading cycles.

$(\sigma_1 - \sigma_3)$  に対し  $E$  は  $N$  に直線的に増加しているが、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の小さいところでは  $E$  は  $N$  が 3 回以後ではほとんど  $N$  に対して変化がない。また、減荷時では、 $E$  は  $N$  につれてやや大きくなっているが、加荷時ほどでない。そして、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  が小さくなると急に  $E$  も小さくなっている。 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  が  $1.4 \text{ kg/cm}^2$  以上ではほとんど変化がない。加荷時では、 $N$  により  $E$  が増大する割合は  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の大きなところでは最終回の  $E$  は初回のその約 15 倍、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の小さいところでは約 4 倍となっており、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の大きなところほど繰り返し効果が大きいことがわかる。しかし、注目すべきことは一般に砂の間ゲキ比が小さいほど弾性係数  $E$  は大きいと考えられているが、繰り返しを行なうと初期間ゲキ比は第 1 回目よりも第 2 回目、第 3 回目の方が大きいにもかかわらず、弾性係数  $E$  は大きくなっていることである。これは荷重履歴またはヒズミ履歴を受けたことにより粒子の配列状態が  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  に対し大きな抵抗を有するようになったためであろう。

ついで、 $\sigma_3$  を一定にして  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  を  $0 \sim 1.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $0 \sim 2.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $0 \sim 3.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $0 \sim 4.0 \text{ kg/cm}^2$  の順に繰り返し荷重を与えると **Fig. 19** のような  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \gamma$  関係が得られる。この図で各々の荷重での

第1回目の曲線を連結させると、最初から  $0 \sim 4.0 \text{ kg/cm}^2$  で繰り返した場合の第1回目の曲線と同形になるから、以前に与えられた  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  はそれ以上の  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  による応力～ヒズミ関係には無関係である。また、弾性状態に達するまでの繰り返し回数も  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  が大きくなれば多くなることがわかった。また、**Fig. 19** よりある値の  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  に対して弾性状態になったものをそれ以上の  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  を作用させると塑性流動を起すが、その  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  で繰り返しを行なうとふたたび弾性状態になる。したがって弾性降伏値が上昇したことになる。しかし、ある値以上の  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  に対しては繰り返したことにより応力～ヒズミ曲線の勾配は急になるかもしれないが、繰り返しごとに残留ヒズミが存在

し、かなり多くのくり返しによって大きなヒズミが生じて、ついに破壊へと導びかれると考えられる。

ついで、平均主応力  $\sigma_m$  を一定にして主応力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  を  $0 \sim 6.0 \text{ kg/cm}^2$  (したがって、側圧  $\sigma_3$  は  $4.0 \sim 2.0 \text{ kg/cm}^2$  の範囲で繰り返した。得られた  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$ ,  $\Delta V/V$ ,  $\gamma$  関係を **Fig. 20 (a), (b), (c)** (ゆるい場合) および **Fig. 21** (密な場合) に示す。 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$ ,  $\gamma$  の関係は  $\sigma_3$  を一定とした場合と同形であるが、 $\sigma_m$  を一定とした場合で注目すべきことに  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \Delta V/V$  関係がある。**Fig. 20 (b)** と

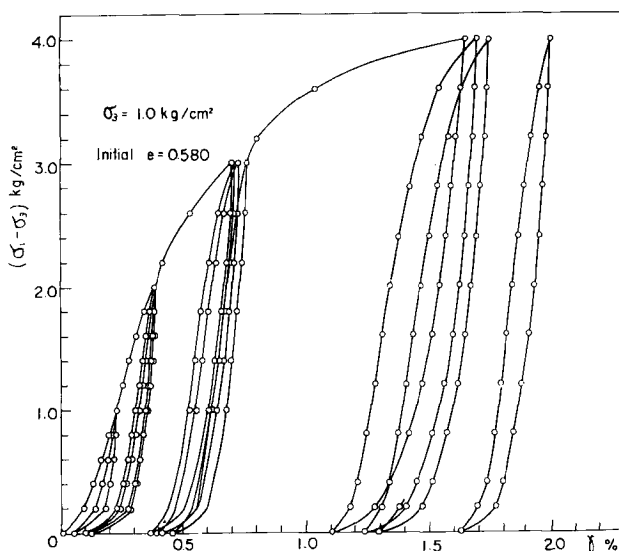
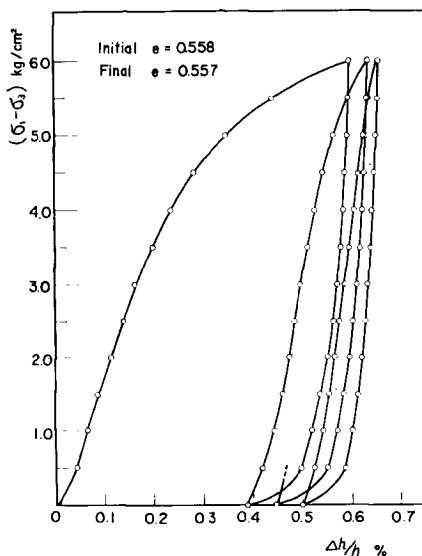
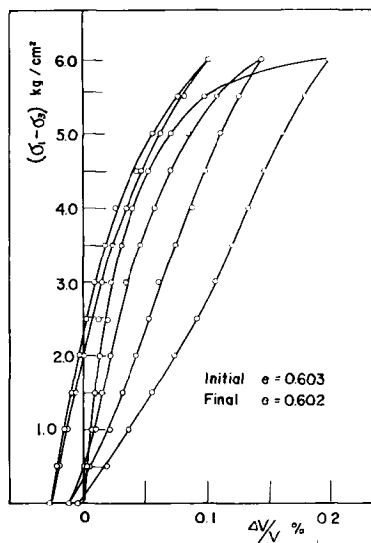


Fig. 19 Relation between deviatoric stress  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  and shearing strain  $\gamma$  obtained by various repetitional loading tests at constant  $\sigma_3$



(a)



(b)

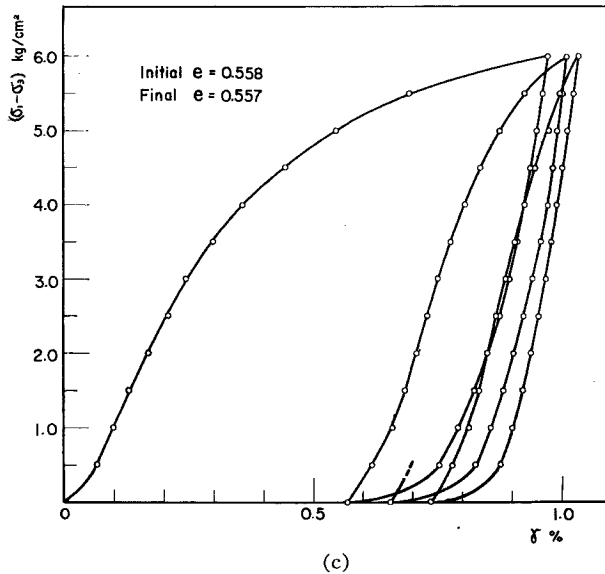


Fig. 20 Relation between deviatoric stress  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  and strain  $\epsilon_1$ , volumetric change  $\Delta V/V$  or shearing strain  $\gamma$  obtained by repetitional loading test at constant  $\sigma_m$ .

**Fig. 21** では  $\sigma_m$  に変化がないから体積変化は  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  によるはずである。 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  を減少させるとただちに圧縮が始まり、 $(\sigma_1 - \sigma_3) = 0$  の状態では初期の体積よりもむしろ圧縮された状態になる。この状態は砂に繰り返し荷重を作用させるとほとんどの場合膨脹側の残留体積変化があったのとは逆である。**Fig. 20 (b)** と **Fig. 21** を比較してみると密な砂とややゆるい砂とでは  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \Delta V/V$  関係ループの描き方が異なる。いずれのループもじょじょに巾が狭ばまるとともに鉛直に近づくが、密なものはループ下端の点が動かないのに対し、ゆるい砂ではループ全体が圧縮側へ進み圧縮の度合いが大きい。

### 8. むすび

各種の応力状態のもとで砂の応力～変形についての三軸試験を行ない、その関係を示した。その中から主なものを述べると次のようである。

- (1) 砂の応力～ヒズミ関係は  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  により規定される。
- (2)  $\sigma_m$  を一定とした試験で  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  による体積変化  $\Delta V/V$  (ダイタ イタンシー) とセン断ヒズミ  $\gamma$  は両対数紙上で直線関係があり、同じ  $\gamma$  に対し  $\sigma_m$  が小さいほどまた間ゲキ比が大きいほど  $\Delta V/V$  は大きい。そして、その直線の勾配の角度がほぼ  $45^\circ$  であるから普通目盛でも  $\Delta V/V$  と  $\gamma$  は直線関係にある。

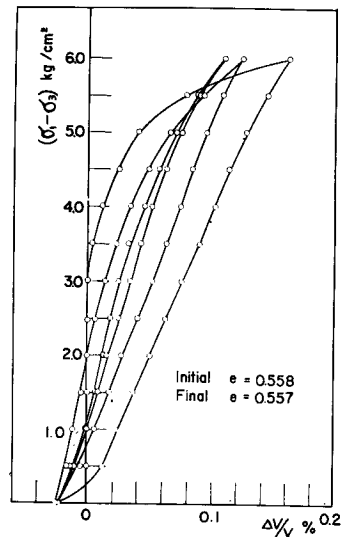


Fig. 21 Relation between deviatoric stress  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  and volumetric change  $\Delta V/V$  obtained by repetitional loading test at constant  $\sigma_m$ .

(3) 体積変化は式(3)により表わされるが、式中の圧縮係数  $C$  やダイレイタンス係数  $D$  は  $\sigma_m$  や  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  の関数となってくる。しかし、砂では式(3)を用いるよりも式(10)を用いる方が妥当であると思われる。

(4) 密な砂についての等方圧縮では、Wilson & Sutton や Jakobsou が示したように、 $\sigma \sim \Delta V/V$  関係はかならずしも両対数紙上で直線とはならない。

(5) 繰り返し荷重効果を示すため、 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  関係の接線弾性係数をとって調べると  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の大きなところでは初回と最終回では15倍、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の小さなところでは4倍となっており、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  の大きなところほど繰り返し効果が大きいことを示している。

以上のような結果が得られたが、砂質土はこの他にも物理的性質により応力～変形関係が異なっていて、それらも考えると非常に複雑になる。しかし、これらは今後その各要素について研究がなされなければならない。

#### 参 考 文 献

- (1) A. W. Skempton; The pore-pressure coefficient in Saturated Soil, Géotechnique Vol. 10, 1960, pp. 186-187.
- (2) G. P. Tschebotarioff; Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures, 1953, p. 148.
- (3) G. Wilson and J. Sutton; Contribution to the Study of Elastic Properties of Sand, Proc., 2nd Int. conf., S. M. F. E., 1948, Vol I pp. 167~171.
- (4) B. Jakobson; Some Fundamental Properties of Sand, Proc., Int., conf., S. M. F. E., 1951, Vol. I pp. 167-171.
- (5) 村山朗郎; 土質力学における最近の諸問題 (とくに砂質土について), 土木学会関西支部講演会, 1962, pp. 97-108.