

不平等尺度の情報理論的アプローチとその土地市場への応用

山野 拓也¹

Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme

1 はじめに

本発表では、経済学の重要な問題の一つとなっている土地市場の動向を情報理論²の分野から捉えるために、情報理論的アプローチによる不平等尺度を考察し、parametrizeされた一つの不平等尺度を用いて土地利用形態別に日本の公示地価の性質を29年間のデータに基づいて解析した結果を報告した。従来、所得の格差を定量化するために様々な量が提案され、開発されてきた中で、特に情報理論によるアプローチにより発展した一般化エントロピーによる不平等尺度は、実は非加法的統計力学で用いられる一般化エントロピーとの類似性が極めて高い。その点を手短かに指摘し、最近筆者が定義した、非加法的エントロピーを用いた統計的複雑量との関係についても触れた。

土地市場とその価格形成メカニズムは、例えば企業所得及び、個人所得の分布と深く関係していることを通して経済物理学の対象になり得ると、我々は考えている [1, 2, 3]。なぜなら、企業も個人も所得の内訳において土地の購入、売却による割合がかなりあるからで、所得分布及びそのダイナミクスに与える土地の価格は大きなファクターとなるからである。ご存知のように、日本の地価（1m²当たりの値段、以降公示地価のことを指す）の平均価格は、バブル経済以降13年連続して下落している。バブル以前には銀行も企業も土地を投機の対象とした結果、実際の利用価値以上に価格が上がってしまった訳であるが、当時は経済学者もいかに地価が上昇するモデルを作るかに関心があつた。しかし現在の下落フェーズでは、地価形成メカニズムは当時と構造的に異なるためそれらを用いる訳にはいかない。現時点での我々の興味は、バブル期を挟んで過去の分布から如何に有用な情報を取り出すかということになる。これらは実証研究として、今後のモデル作りに役立つであろう。³

2 不平等尺度

Cowell&Kuga[4]は、公理的アプローチによって所得の不平等尺度 $IM(s; n)$ を実数パラメータ β を用いて、

$$IM(s; n) = f(\mu_\beta^n(s)), \quad \mu_\beta^n(s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(ns_i)^{\beta+1} - 1}{\beta(\beta+1)} \quad (1)$$

とかけることを示した。ここで、 f は measure $\mu_\beta^n(s)$ の単調関数、 s 、 n はそれぞれ所得の割合、人数を表す。 f を一次関数としたとき、 $\beta = 0$ が Theil エントロピー [5] に対応する。実

¹Email: tyamano@mpipks-dresden.mpg.de

²Jayanes 流には統計力学も情報理論の一分野である。

³土地市場の解析は政策とも関連があり、民間の研究所や、不動産会社が独自に調査してはいるもののメカニズムを把握する有用なモデル作りは実際困難のようである。

は、情報理論的には自己情報量 $h(p)$ に対する少数の仮定⁴から上記の形を含む様々な非加法的エントロピーを導出できる [6]。

我々は、土地市場への応用のため所得の場合に使われた上の変数を次のように読みかえればよい。 n :標準地⁵の数、 s_i :地価の総和に占める標準値 i の地価の割合。自己情報量から出発すると不平等尺度を $\langle h(1/n) - h(s_i) \rangle$ と定義することができ [5]、 $h(s_i)$ として $-\log s_i$ 、期待値として $\langle \cdot \rangle = \sum_i s_i$ を採用すれば、Theil エントロピー $H_{max}^S - H^S$ である。ここで H^S は Shannon エントロピーである。従って不平等尺度の Theil エントロピーとは情報理論の Shannon エントロピーを経済学でのコンテキストに読み替えていると考えることができる。しかし重要なことは、 $h(s_i)$ の形については、何も制限されていないことであるので⁶、もし $h(s_i) = (1 - s_i^\beta)/\beta$ 、期待値としてエスコート平均を採用すれば、Tsallis エントロピー H_q^T [7] による不平等尺度となる。ここで、最大エントロピー状態から状態が持つエントロピーを引いた値を不平等尺度とみなすわけだが、期待値の定義を広げてやって⁷Rényi エントロピー H^R ⁸で定義すると Tsallis エントロピーを用いた複雑量と興味深いつながりが見えてくる [8]。すなわち、 $IM := H_{max}^R - H^R$ とし、 e^{-IM} という量を新たに不平等尺度と考える。この量は

$$e^{-IM} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n s_i^q \right)^{\frac{1}{1-q}} = \hat{C}_q / \hat{C}_0 \quad (2)$$

とかける。ここで $\hat{C}_q := e_q^{H_q^T(s_i)}$ 、 $D(s_i) = e^{H_q^R(s_i) - H_2^R(s_i)}$ 、 D は disequilibrium と呼ばれる量で、完全に平等、すなわち全ての標準地の地価が場所によらずに同一価格 ($s_i = 1/n, \forall i$) である状態からの各標準地の価格のずれの自乗和である。しかし、 $s_i - 1/n$ を新たに s_i と見れば、これは Herfindahl's index に他ならない。上式の D はその意味で使う ($\hat{C}_q$ の性質の詳細は [8])。また、 e_q^x は q -指数関数である⁹。

3 地価の統計的性質

標準地の種類は、住宅地、商業地、工業地、準工業地、市街地調整区域、宅地見込み地、林地等に分類されるが、住宅地と商業地で全標準地の 8 割程度を占める。紙数の都合により全てはここに載せることはできないが、全標準地に対して従来の統計量でみた地価の不平等格差を Gini 係数と平方変動係数で見たものを図 1 に示す [2]。Gini 係数と平方変動係数の式の μ は地価の平均価格をあらわす。土地のこうした統計量の時系列を眺めてみると、これらの量が株価で見る景気の先行指標になっていることが読み取れる¹⁰。平均対数偏差や前年に対する地価の変化率とその標準偏差においてもこうした傾向が見られた。図 2、3 はここ数年の住宅地と商業地に対する地価の分布（ヒストグラム）と対前年変化率の絶対値に対する累積分布を示したものである。異なる記号は異なる年を表す。分布の形の違いに地価形成の異なる側面が反映する。興味深い事に、全標準地の地価の対前年変化率の絶対値に対する累

⁴ $h(p)$ は $p \in [0, 1]$ で連続関数、 $h^{(n+1)}(p) \propto h^{(n)}(p)/p$ (これは、 h を一次の斉次関数とすることからの帰結)

⁵標準地とは地価公示で使用する土地

⁶一般化された自己情報量に基づいて情報理論をつくることできる [9]。

⁷Kolmogorov-Nagumo 平均

⁸ $H^R(s_i) = \frac{\ln \sum_{i=1}^n s_i^q}{1-q}$, $q \in \mathcal{R}$

⁹ $e_q^x := [1 + (1-q)x]_+^{\frac{1}{1-q}}$, ここで $[x]_+ = \max\{x, 0\}$

¹⁰バブル経済のピークといわれる 1990, 91 年頃よりも前にピークが来ているという意味で。

$$Gini = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{|S_i - S_j|}{2 \mu n^2}; S_1 \leq S_2 \leq \dots \leq S_n \quad SCV = \frac{\frac{1}{n} \sum_j (S_j - \mu)^2}{\mu^2}$$

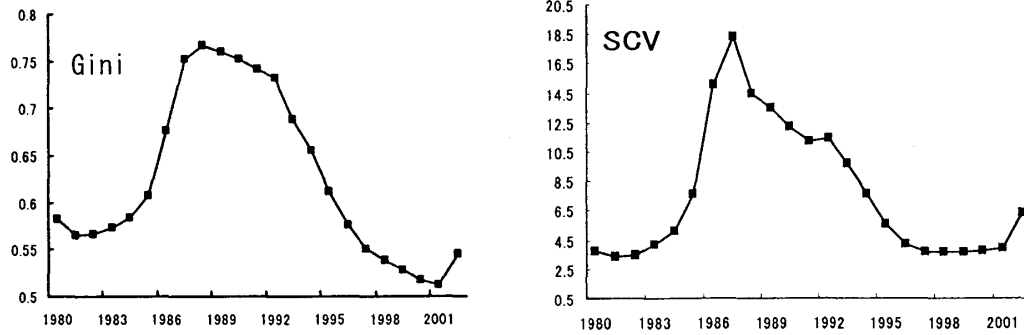


図 1

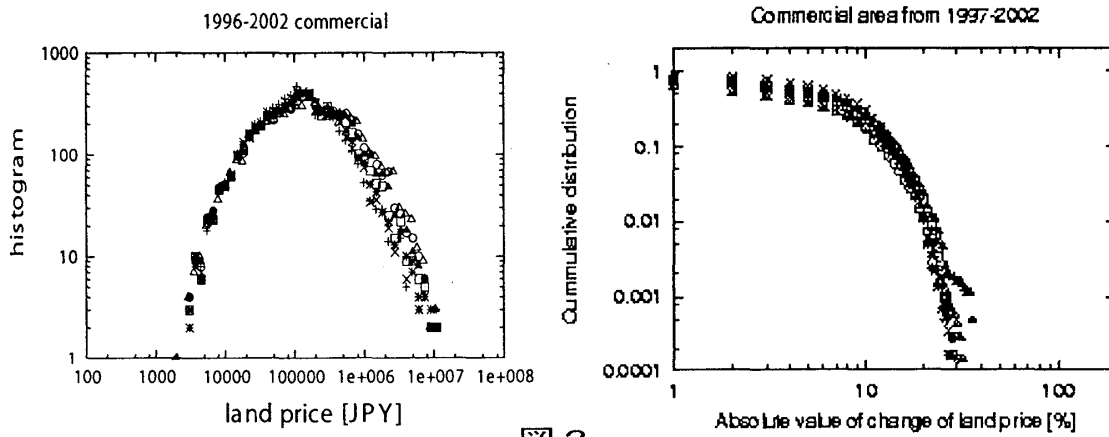


図 2

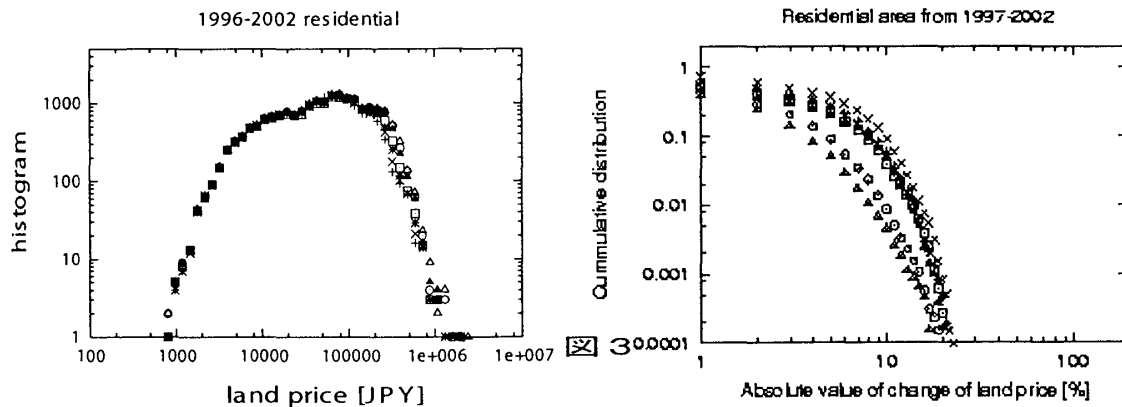
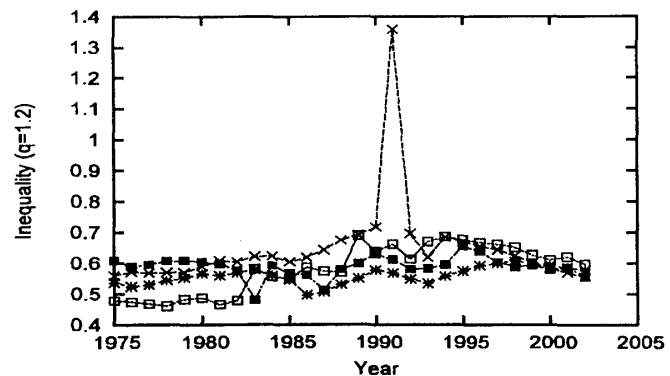


図 3

図 4
 × Commercial
 * Residential
 □ Urban-rst.
 ■ Quasi-ind.



積分布は 1995-2002 までの比較的類似した下落傾向が続く年においては q -exponential 関数で tail 部分だけでなく広い領域を fit できることが知られる [1]。図 4 は図 2、3 の地価の分布関数から、式 (2) による不平等尺度を不平等尺度パラメーター $q = 1.2$ として標準値の種類別にプロットしたものである。

4 まとめ

公示地価の標準値の価格格差を定量化するために新たに情報理論的なエントロピーに基づく不平等尺度を導入した。日経平均等で見られるバブル期のピークに対応する年で、商業地の不平等度が他の用途の土地に比べて高くなっていたことが分かった。これは、土地利用の面から言って投機の対象になっていたのが、商業地であり、バブル経済は商業地バブルであったことを示唆するものと考えられる。より詳しい都市別、用途別の解析を進めることによって、地価格差の現象論が見えてくるものと期待される。また最後に不平等度と関係して、社会厚生関数、効用関数は、非加法的エントロピーと興味深い関係があることを指摘しておく（非加法的統計力学に現れる一般化エントロピーが満たす擬加法性を持ち込む議論については [10]）。

謝辞

海蔵寺大成 (ICU)、藤原義久 (ATR) の両氏との議論及び、科学研究費補助金 No.06632 に感謝します。

参考文献

- [1] T.Yamano, "Analysis of Japanese Posted Land prices with the Generalized Thermostatistics", Proceedings of the International Symposium on Nolinear Theory and its Applications, Xi'an, PRC, October 7-11, 2002; T.Yamano (2003) for EPJB, revised to be submitted.
- [2] T. Kaizoji, 日本の地価変動メカニズムに関する経済物理学的研究、平成 14 年度土地関係研究最終報告書 (2003).
- [3] T. Kaizoji, Physica A **326**, 256 (2003).
- [4] F. A. Cowell and K. Kuga, J. Economic Theory, **25** 131 (1981).
- [5] F. A. Cowell, *Measuring Inequality*, Harvester Wheatsheaf (1995).
- [6] T.Yamnao, *A note on simple derivation of non-extensive entropy*, eprint, mpi-pks/0306013 (2003).
- [7] C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52**, 479 (1988).
- [8] T.Yamnao, *A statistical measure of comlexity with nonextensive entropy and quasi-multiplicativity*, eprint, mpi-pks/0308001 (2003).
- [9] T.Yamnao, Phys.Rev.E **63** 46105 (2001); Physica A **305**, 190 (2002); ENTROPY **3**, 280-292 (2001).
- [10] T.Yamnao and T. Kaizoji, *Inequality measures and nonextensive entropy*, in preparation.