

発火時刻の揺らぎを考慮した位相応答曲線の統計的推定

京都大学 情報学研究科 中江 健¹, 青柳 富誌生²
統計数理研究所 伊庭 幸人³

蛍の集団発光や Belousov-Zhabotinsky 反応など、生物系や物理系において同期現象は普遍的に見られる現象である。脳内に存在する神経細胞についても、同期現象が観測され、それらが脳の機能に大きな役割を果たしていることが分かっている。これらの同期現象を個々の素子の振る舞いの特性から説明しようとするのが、蔵本の位相振動子モデルである [1]。個々の素子の振る舞いの特性は位相応答曲線と呼ばれ、素子の外力に対する応答を表す関数である。

近年、神経細胞に対して位相応答曲線を測定することが盛んに行われている [2]。しかし、神経細胞の測定ではノイズによる影響が非常に強く現れ、通常の手法で測定すると、位相応答曲線が誤差に埋もれてしまう。そのため、種々の測定手法やそれに対する統計的推定手法が開発されている。しかし、そもそも位相応答曲線の誤差が何から起因するものなのかを、明確に捉えた研究はない。本研究では、位相応答曲線で記述される縮約された方程式を解析することで、位相応答曲線の誤差が、発火する素子の不規則な揺らぎに起因する誤差であることが分かった。また、この解析により従来、位相応答曲線では縦軸方向の誤差のみを考えていたが、位相軸方向にも誤差があることが分かった。そして、位相軸方向と縦軸方向の誤差に対して回帰曲線の枠組みを利用して統計的なモデル化を行った。これにより、従来では想定されていなかった位相軸方向のずれを補正できることが期待できる。また縦軸方向の誤差については、位相応答曲線が滑らかであるという性質を自然に組み込むために、階層ベイズ法の考え方で位相応答曲線に対して離散スプラインと呼ばれる拘束条件を導入した。これにより、従来の位相応答曲線に対して関数系を仮定した手法と異なり、関数系の性質にあまり依存しない滑らかな位相応答曲線を表現することができる。しかし、これらにより得られた統計モデルは解析的には解くことが困難である。そのため近似計算を用いる必要があるが、本研究では、マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いて計算を行った [3]。マルコフ連鎖モンテカルロ法は一般の確率分布からサンプルを得るための手法であり、従来、統計物理学の分野でよく使われてきた。今回は統計モデルから得られる、事後分布と呼ばれるデータが与えられた時の位相応答曲線の分布からのサンプルを得ることにより、分布の平均や分散を求め、それを位相応答曲線の推定値とした。

¹E-mail:nakae@acs.i.kyoto-u.ac.jp

²E-mail:aoyagi@acs.i.kyoto-u.ac.jp

³E-mail:iba@ism.ac.jp

位相軸方向の誤差の補正の効果を定量的に測るため、平均二乗誤差 (MSE) を用いて真の位相応答曲線と推定曲線の差を評価した。そして、平均二乗誤差を用いて従来の縦軸方向の誤差のみの統計手法と比較を行った (図 1)。その結果、人工的に生成された位相応答のデータの場合、従来法に比べ常に改善が行われていることがわかった。また、神経細胞を数理モデルによってシミュレートした場合のデータにおいても、ノイズが大きい場合 ($\sigma_T/T > 0.05$)、有意に改善されることが分かった。

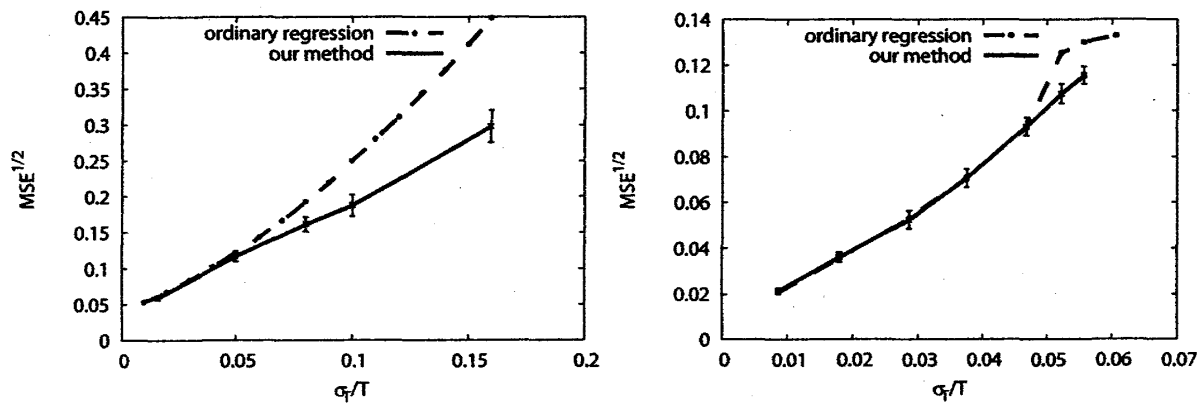


図 1: 人工データ (左図) と Hodgkin-Huxley モデル (右図) における提案手法と従来法の MSE の比較。横軸の T は発火周期の平均であり、 σ_T は発火周期の揺れの分散を表す。縦軸は平均二乗誤差 (MSE) である。

参考文献

- [1] Y. Kuramoto, Springer-Verlag (1984).
- [2] T.I. Netof et al., J. Neurophysiol. **93** (2005), 1197.
- [3] 伊庭幸人 他, “計算統計 II”, 岩波書店 (2005).