

GCM におけるアトラクタの強度と分岐

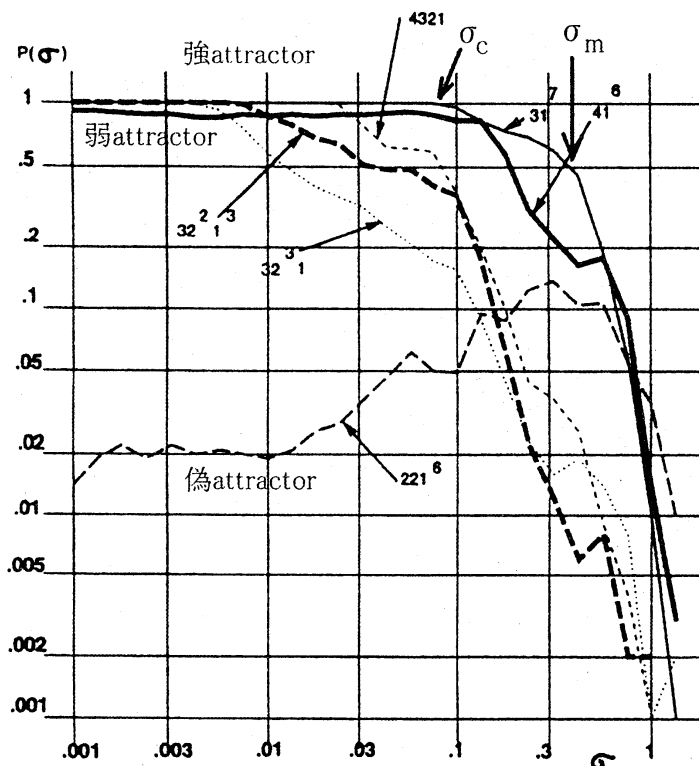
帝京科学大学 小室元政(Motomasa KOMURO)

Department of Media Science

Teikyo University of Science & Technology

§ 1 アトラクタの強度の測定 (K.Kaneko 1997) — $P(\sigma)$ 法 —

アトラクタ上の点 $x = (x_i)$ をランダムに 1 つ取る。各成分に独立に摂動を加え $x_i + \frac{\sigma}{2} \text{ran}_i$ にする。 ran_i は $[-1, 1]$ からランダムに選ぶ。この点を時間発展させて、元のアトラクタに戻るか否かをチェックする。各 σ に対して $P(\sigma)$ を $P(\sigma) = (\text{No. of return}) / (\text{No. of perturbation trials})$ で定義する。(return probability)



$P(\sigma)$ の図 (K.Kaneko 1997)

$a=1.61 \quad \varepsilon=0.1$

$$\sigma_c = \inf\{\sigma \mid P(\sigma) < 1\}$$

$$\sigma_m = \inf\{\sigma \mid P(\sigma) < 0.5\}$$

3 種類に分類

- 1) 強アトラクタ $\sigma_c > 0$
- 2) Milnor アトラクタ $\sigma_c = 0$
 - i) 偽アトラクタ (attractor due to artificial synchronization) $\sigma_m = 0$
 - ii) 弱アトラクタ (fragile attractor) $\sigma_m > 0$, $P(\sigma \rightarrow 0) < 1$

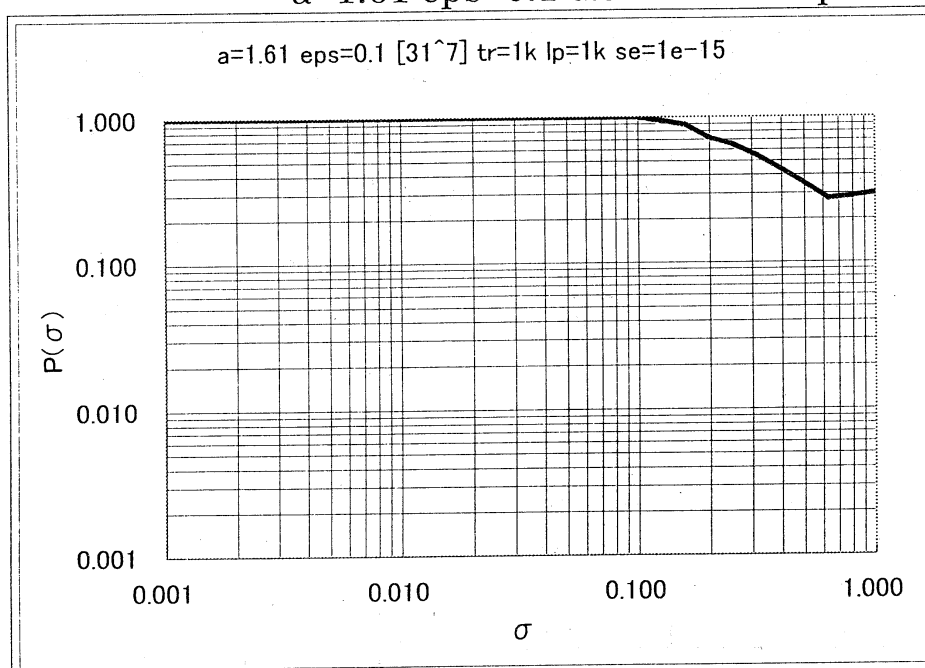
今回使用した方法

- ・不変部分空間上のアトラクタを1つ特定し、その上の点を1つ取る。
- ・0 と tran1 の間の乱数を発生させて、その回数だけ時間発展させる。（これにより、アトラクタ上のランダムな点を抽出したと考える。）
- ・その後、各座標成分に、 $\pm\sigma/2$ の範囲のランダムな摂動を加える。
- ・tran2 時間の時間発展後、loop 時間の間アトラクタ内に滞在するか否かを判定する。滞在判定は sync_eps=1.0e-13 の平均有効次元(edim)を使用。edim が整数になれば、特定の不変部分空間上に滞在しつづけたと判断した。（滞在した場合は、元のアトラクタに戻ってきたと考える。）
- ・この試行を 1000 回数行い、アトラクタ内に滞在した割合を計算する。
- ・不変部分空間は次元と型により区別した。同一の次元と型を持つ不変部分空間は複数存在しうるが、それらは区別しなかった。また、1つの不変部分空間上に複数の異なるアトラクタが共存しうるが、それらも区別しなかった。

(tran1=5000, tran2=5000, loop=5000, σ = from 1.0e-3 to 1.0e0)

今回の手法による $P(\sigma)$ 図の例

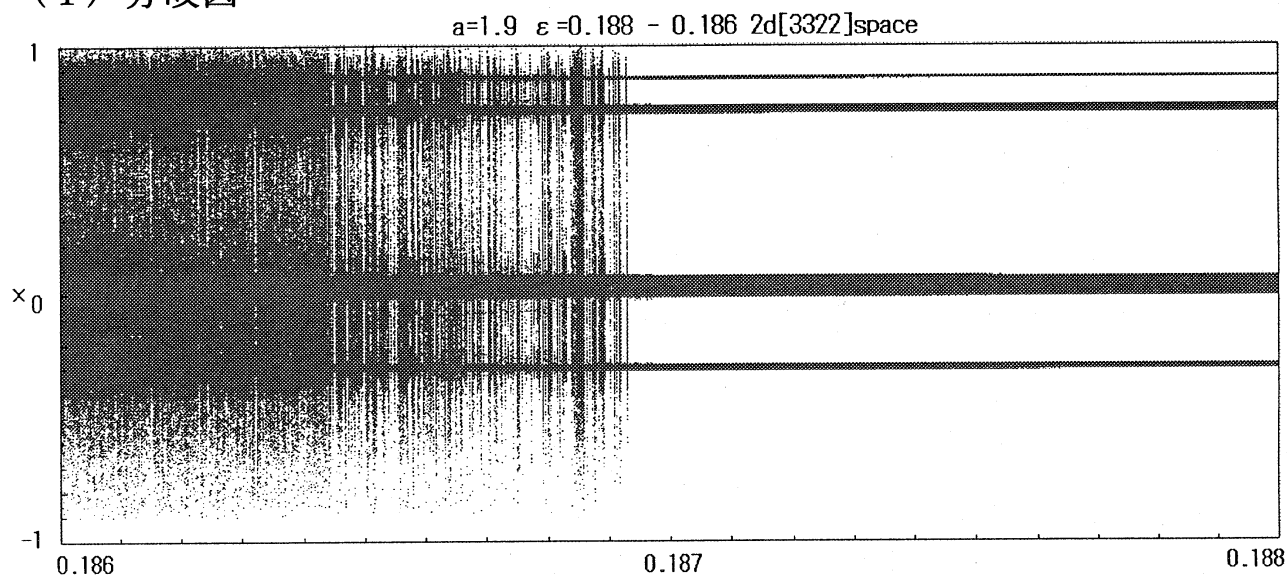
a=1.61 eps=0.1 tran=1000 loop=1000 sync_eps=1.0E-15



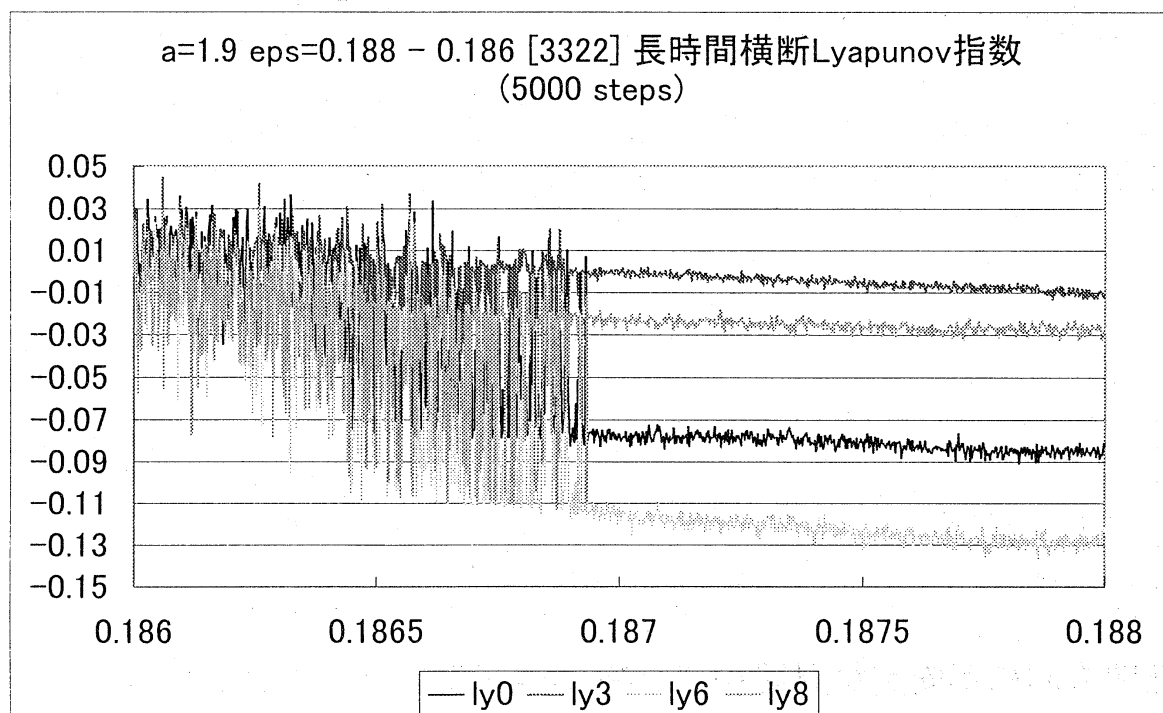
[31⁷]
強アトラクタ
 $\sigma_c = 0.08$
 $\sigma_m = 0.34$

§ 2 $a=1.9$ $\epsilon=0.18 - 0.16$ における[3322]アトラクタの分岐

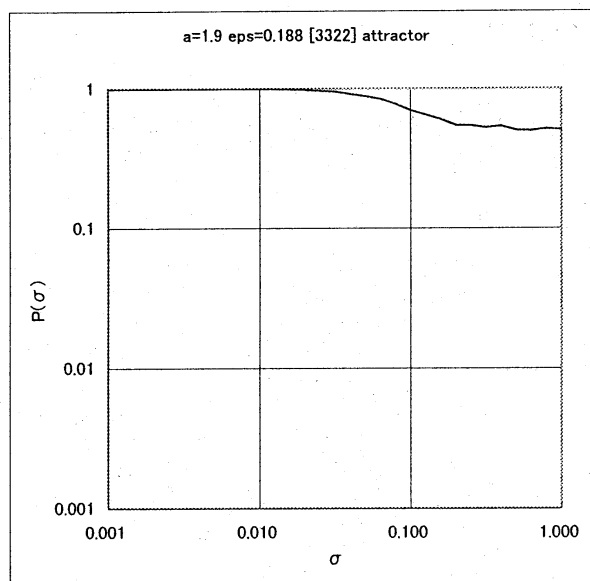
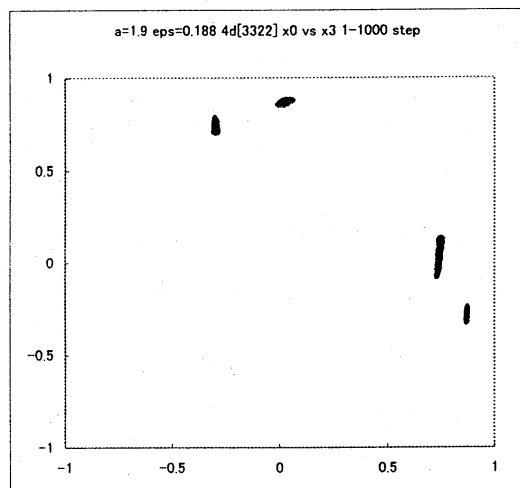
(1) 分岐図



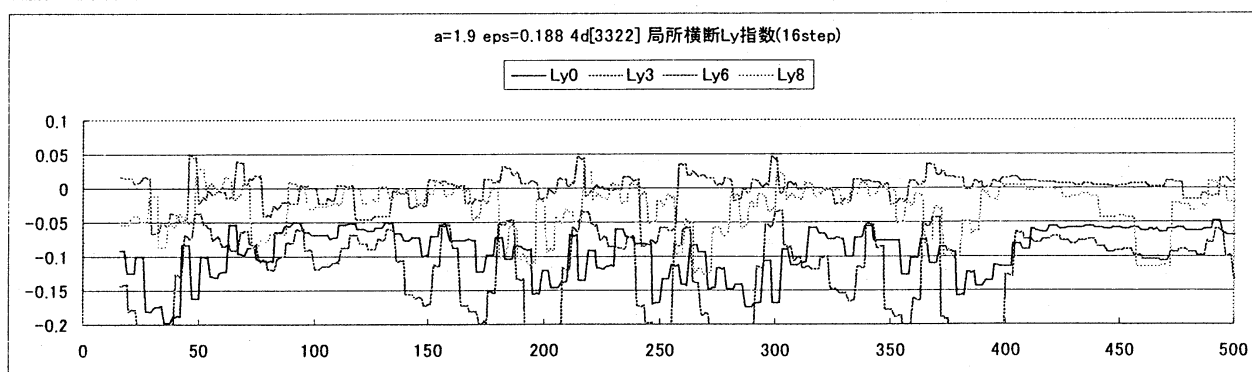
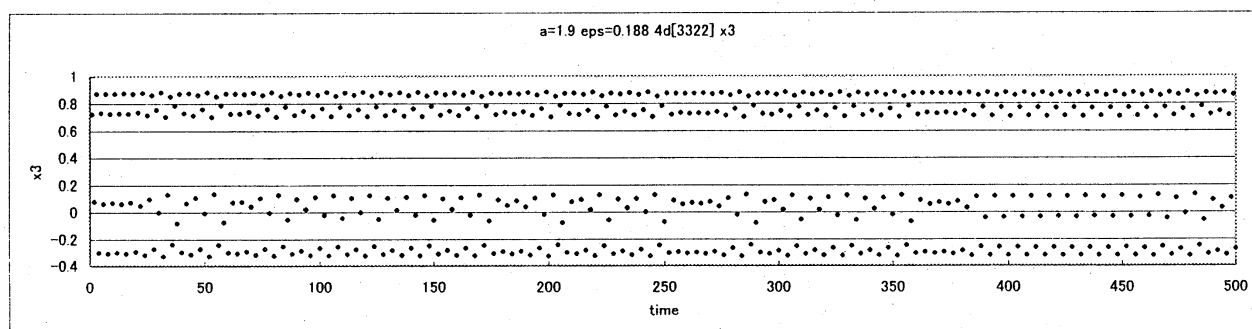
(2) 長時間横断 Lyapunov 指数



(3.1) $\varepsilon = 0.188$



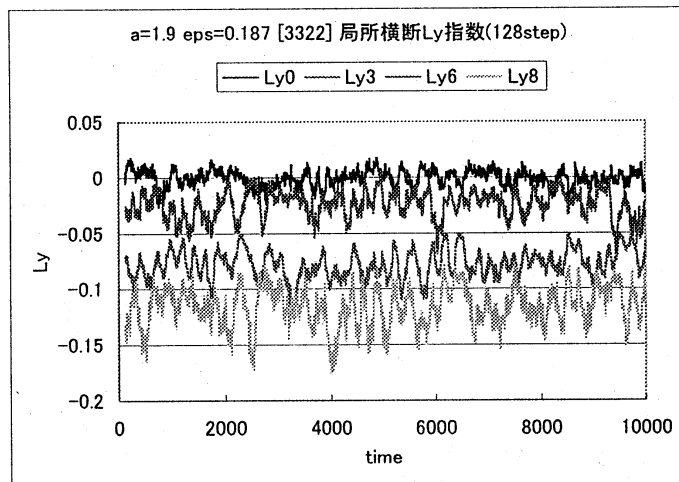
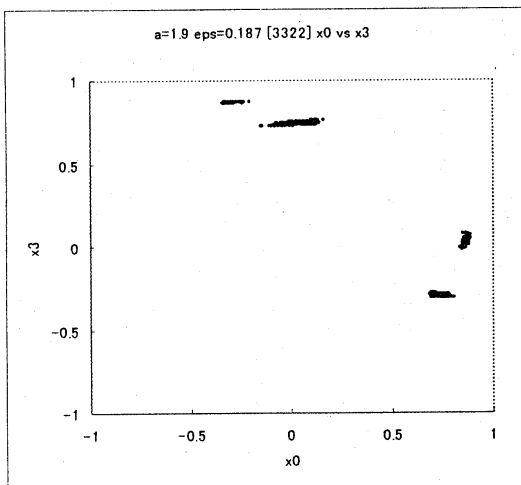
$\sigma_c = 0.01 \Rightarrow$ 強アトラクタ



補空間方向に不安定な周期軌道を持つ $\Rightarrow$ 正真アトラクタでない

(3.2) $\varepsilon = 0.187$

[3322] attractor

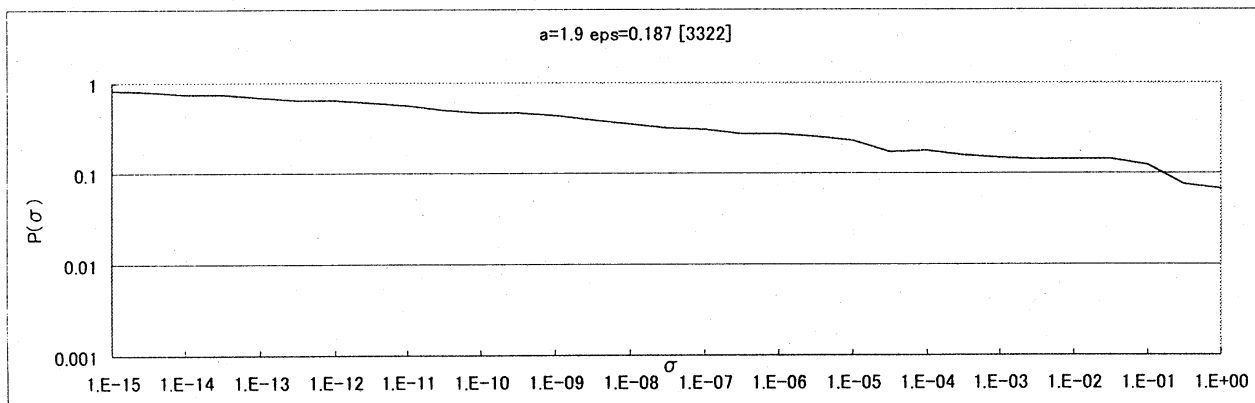
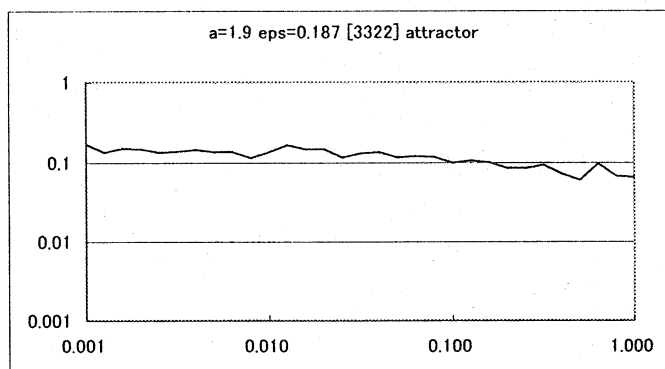


$P(\sigma)$ 図

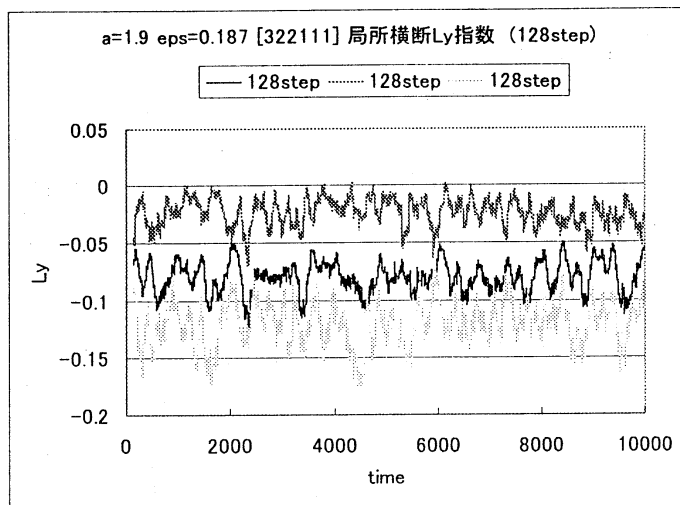
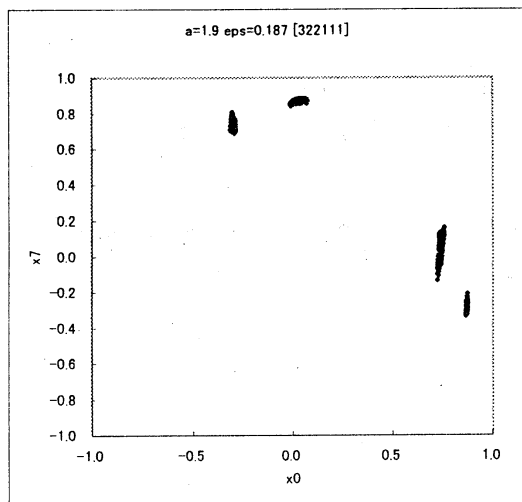
$\sigma_c = 0, \quad \sigma_m > 0,$

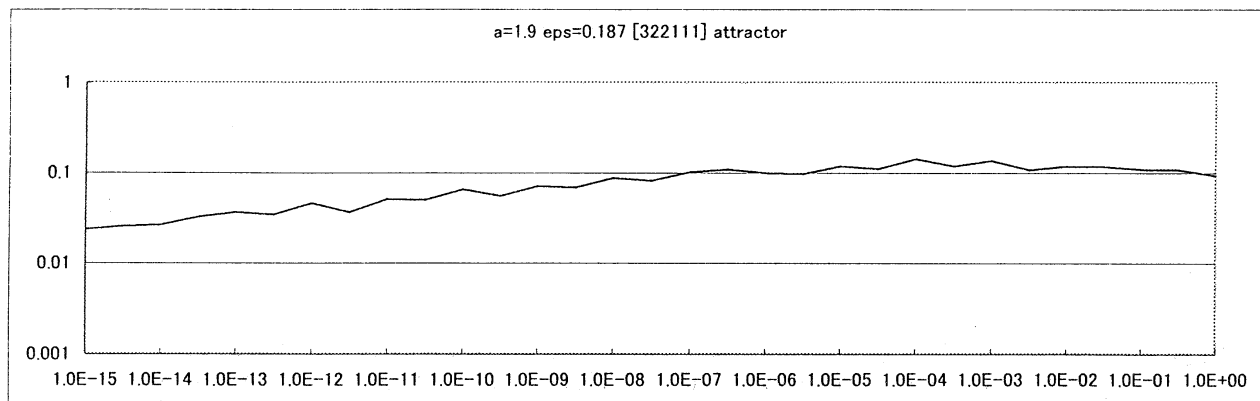
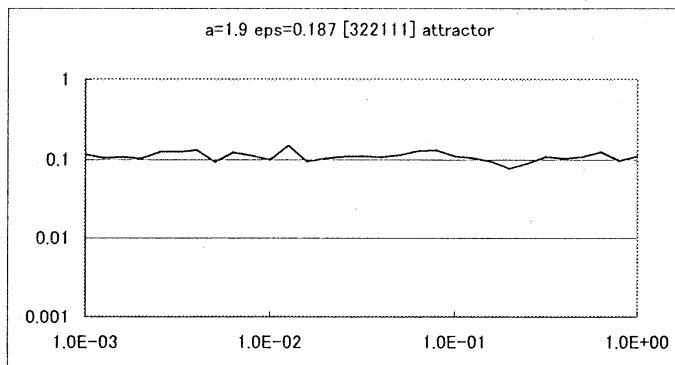
$P(\sigma \rightarrow 0) < 1$

$\Rightarrow$ 弱アトラクタ

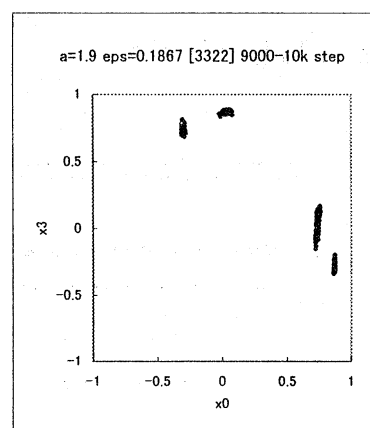
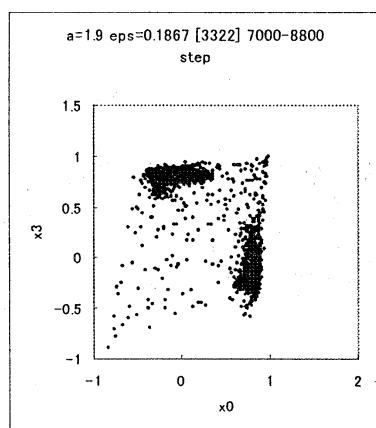
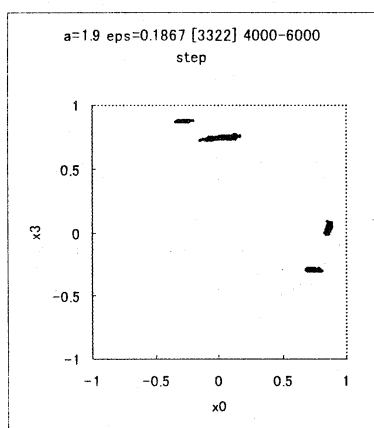
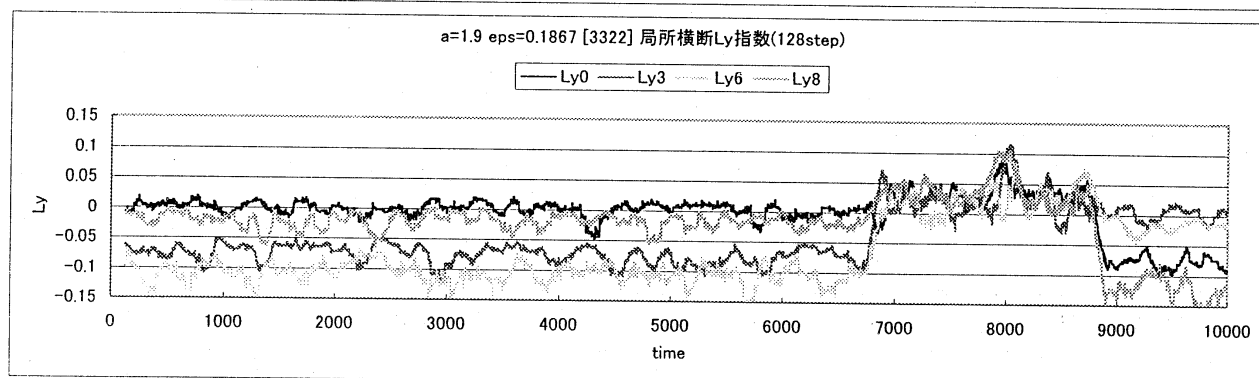
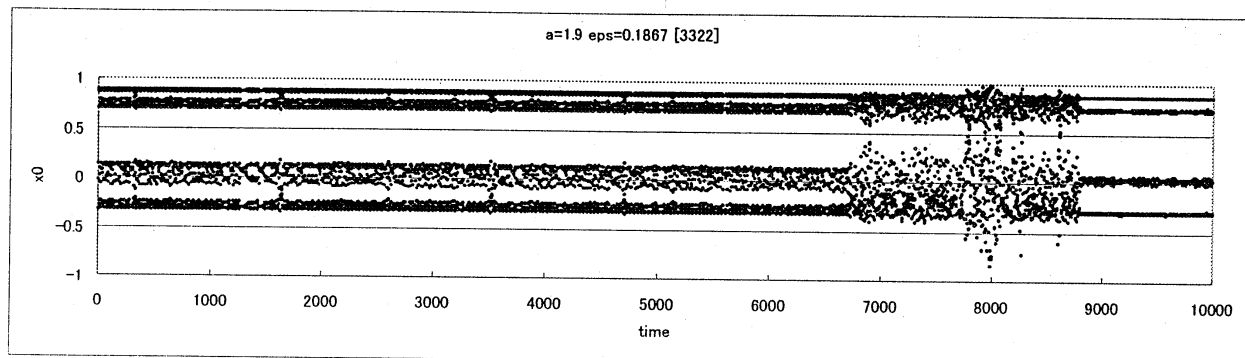


[322111]attractor


 $P(\sigma)$ 図

 $\sigma_c = 0, \quad \sigma_m = 0,$
 $\Rightarrow$ 偽アトラクタ


(3.3) $\varepsilon = 0.1867$ [3322] attractor

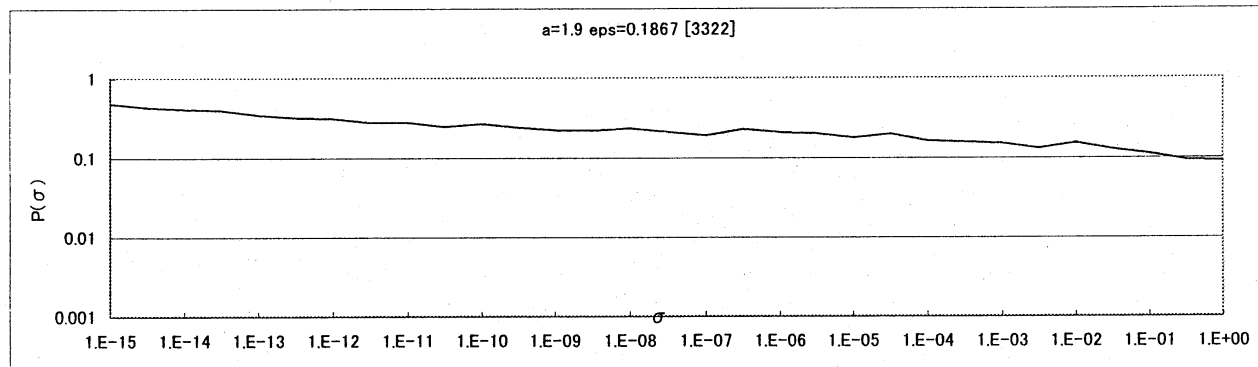
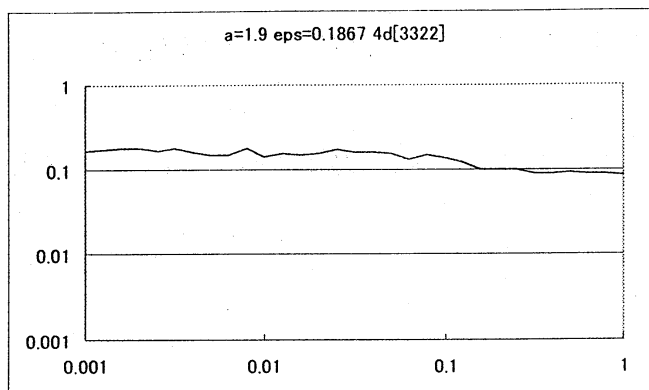


$P(\sigma)$ 図

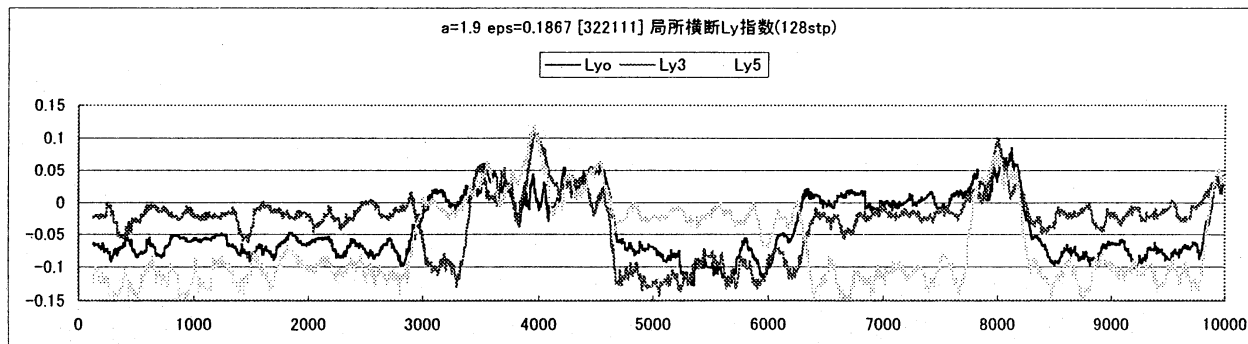
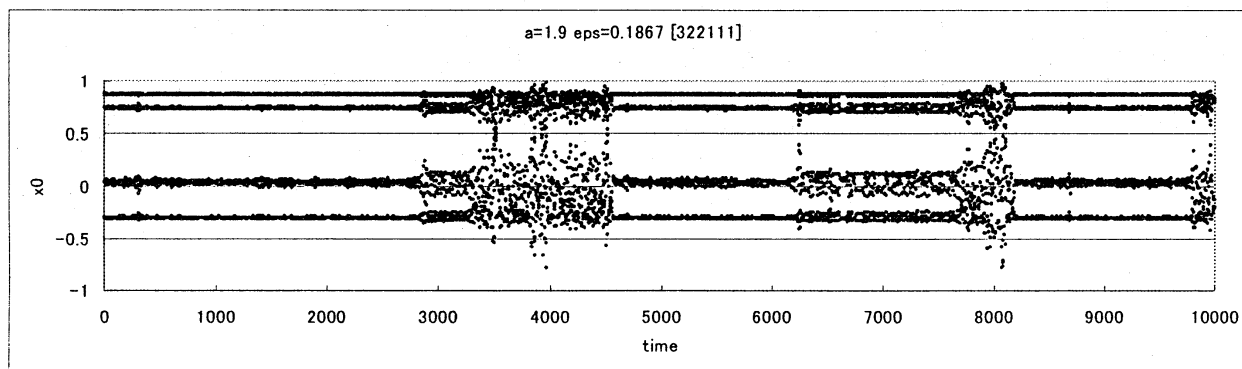
$$\sigma_c = 0, \quad \sigma_m = 0,$$

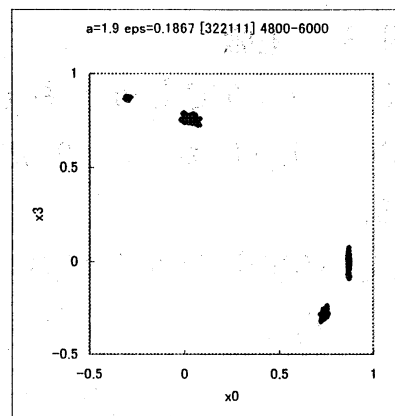
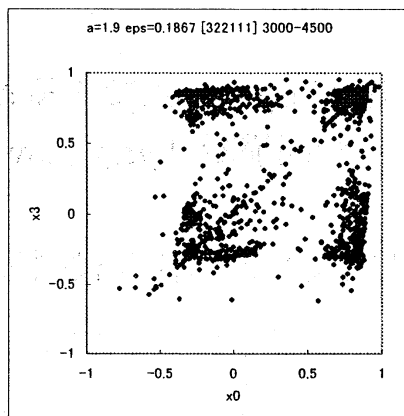
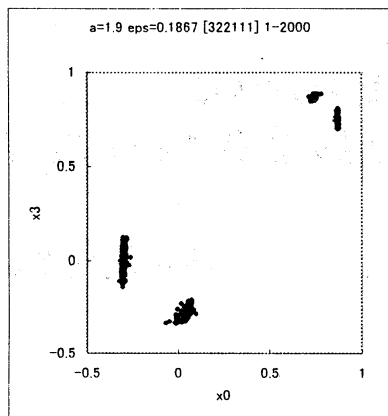
$$P(\sigma \rightarrow 0) = P(1E-15) = 0.484 < 1$$

$\Rightarrow$ 偽アトラクタ



[322111] attractor



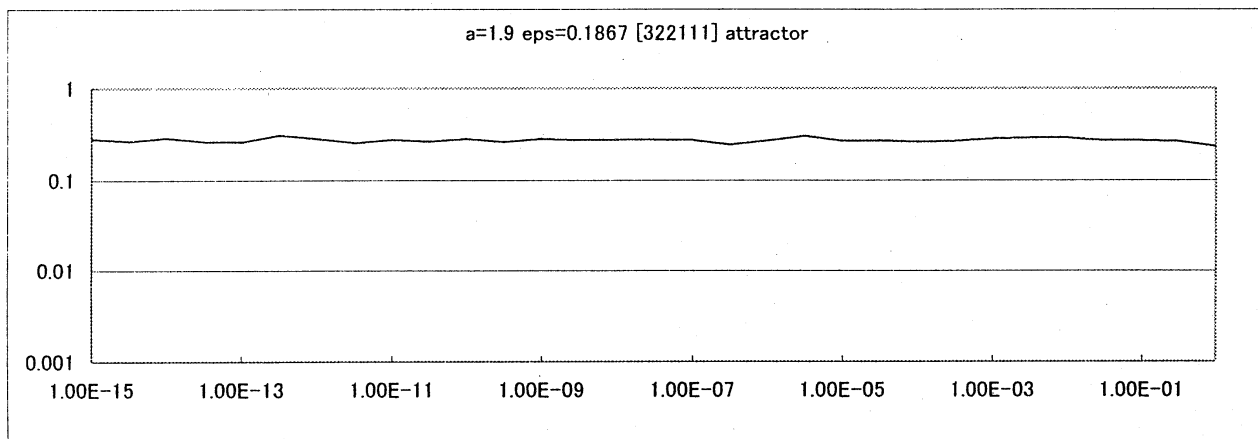
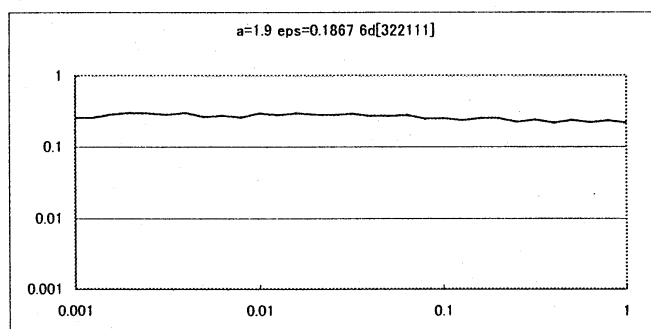


$P(\sigma)$ 図 :

$$\sigma_c = 0, \quad \sigma_m = 0,$$

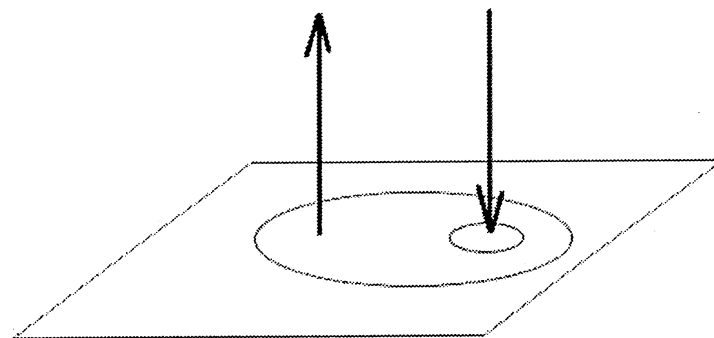
$$P(\sigma \rightarrow 0) = P(1E-15) = 0.285 < 1$$

$\Rightarrow$ 偽アトラクタ



§ 3 主張

1. $\sigma_c > 0$ であっても basin が open set であるとは限らない。
2. $\sigma_c = 0$ か $\sigma_c > 0$ かは長時間横断 Lyapunov 指数の正負によって決まる。
3. 偽アトラクタがカオスの遍歴に重要な役割を果たしている可能性がある。



Chaotic Saddle with Crisis-induced Intermittency