

の如く展開して $f_1, f_2, \dots$ でその系の特性を現わすわけである。今系が熱的なしげきをうけて居るという事は既に不規則入力が存在して居るわけで、出力は系のゆらぎとして測定される。したがって系のゆらぎを知れば、系の特性を知る事が出来る。特に系を linear に限定すれば、いわゆる fluctuation-dissipation theorem が得られるわけである。この思想に沿って fluctuation-dissipation theorem を formulate する事で non-linear な系の場合への一般化が可能であると思われる。

Time Dependent Problems

寺 本

英 (京大理)

調和振動子系としての格子振動の問題はハミルトンの頃からの随分古い問題であつて、力学系としては知りつくされた問題である。それが比較的最近になつてもう一度新たな興味をもつて取上げられたのは、ノルウェーの Wergeland のスクール (このスクールはのんびりとエルゴード問題をやさしい形で考えていた数少いグループの一つ) の P.C.Hemmer が "Dynamics and Stochastic Types of Motion in the Linear Chain" という Thesis を出したのがきっかけになつたように思える。Hemmer の論文の内容には3つの興味ある問題点が含まれている。まず、i) 調和振動子系はもちろん測度可遷ではない。したがって一般にはある量の時間平均はその位相平均と異なり、かつ初期条件に依存する。しかし、彼は格子系においてもある種の phase function (たとえば一粒子の運動エネルギー) についてはその時間平均が、殆んどすべての軌道について、位相平均と $1/N$ (N は自由度) の order でしか変わらないことを示した。そして事実、Microcanonical あるいは Canonical な分布をしている格子系の中の特定の1粒子に着目している以上、その粒子の速度は初期値がいかにあろうとも、自由度が大きくなつた極限では、 $t \rightarrow \infty$ で Maxwell の速度分布に近づくことを示

した。すなわち，この議論は測度可遷性という厳密なエルゴード定理によらなくても，自由度の大きい系での平衡値への近迫はもつと寛容な物理的条件としてエルゴード問題を立てなおせるという1つの示唆を与えているように思える。ii) 上で調べられた特定の粒子の速度の平衡分布への近迫の仕方は，もちろんマルコフ的ではない。ところが格子が質量の異なつた粒子を1個含むとき，その質量が非常に重い場合に，その粒子の速度分布の時間的变化がある時間領域でマルコフ的性質を示し，Brown 粒子としての振舞いをする可能性があることを示した。これは Brown 運動のダイナミカルな問題としての基礎づけとして興味ある問題である。iii) また，1次元格子で半分は温度 T 半分は温度 T' という初期アンサンブルをとり，この時間発展を力学的に追つてゆくと，やはり $N \rightarrow \infty$ ， $t \rightarrow \infty$ でエネルギーは等分配され，全体が温度 $(T + T') / 2$ という状態に近づく。この点については熱伝導方程式の解の振舞いに一致するけれども，フーリエの法則には矛盾した行動を示した。もちろん，非調和項を考慮しない熱伝導は意味がないという常識からすれば，あたりまえのことかも知れないが。

こうした古い問題を力学+確率という形で statistical dynamical な問題として取り上げてみると，ごまかしのきかない問題として，まだ興味のつきない魅力がある。Hemmer の仕事に対する反応は，まず Montroll が示した。Montroll は i) の問題に対して速度分布の時間発展をさらに詳しく調べ，ポアンカレーの再帰時間を explicit な形で計算した。ii) の問題は Hemmer は1次元格子について議論したが，さらに Turner は1次元の場合に，Rubin は一般に S 次元の場合に詳しい計算を行つた。初期分布としてカノニカル分布をとつたとき，たとえば1個粒子の速度と変位に関する条件付確率の時間発展は正確に定常ガウス過程になることが示された。とくにその着目粒子が1個の非常に重い不純物原子であるときには，ある時間領域で1次元では粘性流体中のブラウン運動に，3次元では調和振子

のブラウン運動になるが，2次元ではマルコフ的にはなり得ないという結論を出した。しかしこの結論に導く議論についての吟味は十分なものではない。

当時われわれのグループは不完全結晶の *time independent* な問題に興味の中心があつたので，この方面の問題に目を向けたのは時期が少し遅れた。けれども，第3回の研究会以後この方面の問題に対しても，少からずグループとして *contribute* できたことは他の報告があるので，ここでは繰り返さない。

統計力学の基礎の研究という見方からすると，たとえば現代的感覚で云つて上から下と下から上という大体2つの流れがあり，格子振動子系というような，きわめてスペツシャルな系に執着しているグループは他のグループからみると，どうも意図がよくつかめないと感じられるような事情もあるだろう。それは上から下へ掘り下げてゆくのと下から上へ向う道とが現状ではうまくつながるという見通しがはつきりとつかめない状態にあるからだという気がする。本当はつながる必要はないのかも知れない。それぞれの道が平行線をたどつてある程度延びたところではじめて横にかけ橋がかけられるという性格のものであるのかも知れない。とに角現在いくつかの思想の研究が統計力学の基礎的問題に対して，堅実になされることは必要なことであつて，それは単に狭い意味の物性論だけでなく，将来発展する新しい自然科学の分野の自然認識に対して基礎的なものを開発する可能性も含まれていると考えてよい。

time dependent な問題として，まず *harmonic* な場合でも保証される統計的性質，簡単な不純物はそれに対してどういう影響を及ぼすか，つぎに *unharmonicity* は本質的にどれだけの役割をするのか，といった順序に1つ1つ問題を厳密な型で調べてゆくというのが，今われわれがもっている1つの課題である。まだ出発したばかりであるが，今後の研究会をふみ台にして問題が前進してゆくことを願つています。