

複合処理系について

大阪大学 工学部 岡田 博美

1. まえかき

複合交換系に代表される、到着時間間隔やサーバ占有時間の特性が大中に異なるいくつかのクラスのジョブを同一のサーバ（サーバ群）で処理する複合処理系を考える。サーバの処理容量配分としては、次の2形式がある。

- i) 各クラス毎に独立に一定容量を割当ててゐる。（固定配分）
- ii) 各クラスに一定容量を割当ててゐるが、一方に空き、他方に待ちがある場合、空き容量のものを一時的に再配分する。（動的配分）

ここではジョブクラス間の特性差より、ii)の形式、特に一方のクラスにのみ他方の空きを利用させる形式の複合処理系を対象とする。

ジョブクラスとその特性を概述する。

a) クラス 1

- ・到着率は比較的小さく、サーバ占有時間が長い。
- ・待ちは許されず、呼損する。
- ・クラス2に空きがあっても使用しない。

b) クラス 2

- ・到着率は相当高く、サーバ占有時間はクラス1ジョブに比べて十分小さく、一定と考える。
- ・無限の待ちを許す。
- ・クラス1サーバに空きがあれば適宜これを利用する。

このような複合処理系の主要例を列挙する。

- ・複合交換系（あるいは音声/データ総合通信系）

1) 音声 or 回線交換, 2) データ or パケット交換

- ・計算機通信網

1) ファイル転送情報, 2) 会話形メッセージ

- ・Resource Sharing 形分散処理システム

1) 長大ジョブ (タンバ・クラングジョブ) 2) トランザクショナルジョブ

- ・計算機システム

1) Batch ジョブ, 2) TSS, 実時間処理ジョブ。

本稿は、複合処理系のクラス2のジョブの振舞、特に処理遅延（処理時間＋待ち時間）の期待値の、クラス1ジョブに対する依存性について考察する。

2. モデル

- 1) クラス1のジョブは、単位時間当り到着率 λ_1 のポアソン到着、ジョブ当りの平均サーバ占有時間 $h = 1/\mu_1$ の指数処理とする。
- 2) クラス2のジョブは、単位時間当り到着率 λ_2 のポアソン到着、ジョブ当り処理時間は一定で単位時間とする。
- 3) サーバの構成を図1に示す。即ち、全サーバ数 $N = N_1 + N_2$ うち N_1 はクラス1、 N_2 はクラス2に割当てられる。各クラスのサーバは等価であるものとし、クラス1に空きがある場合、クラス2が一時的にこれを使用する。

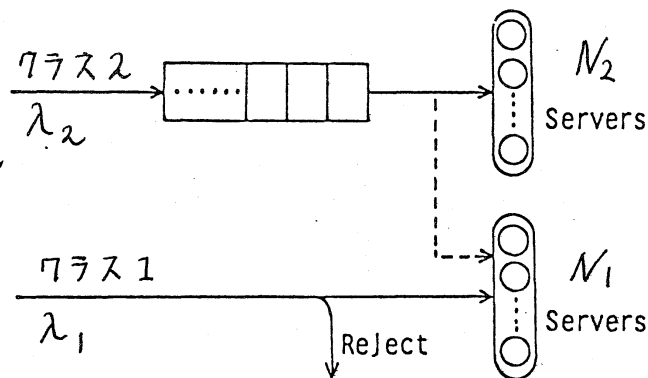


図1 複合処理系モデル

3. 二次元マルコフ解析

前述のモデルに対し、次の仮定を用いて二次元マルコフ過程として解析を行なう。

[仮定]

$\lambda_1 \ll 1$, $\mu_1 \ll 1$ より、単位時間当りのクラス1の到着あるいは処理の終了はそれぞれ高々1とし、その確率を、 λ_1 , μ_1 とする。

才長単位時間開始直後に系内にあるクラス1, クラス2のジョブ数をそれぞれ $n_1^{(k)}$, $n_2^{(k)}$ とし、系の状態を $n^{(k)} = (n_1^{(k)}, n_2^{(k)})$ とする。状態系列 $\{n^{(k)}\}$ はマルコフ連鎖を成す。 $\lambda_1 < N_1 + N_2 - S_1$ のとき、 $k \rightarrow \infty$ に対する定常状態確率 π_{ij} を得る。ここで S_1 はクラス1の平均系内数を示す。また π_{ij} は次の状態方程式を満たす。

$$\begin{aligned} \pi_{ij} = & (1 - \delta_{i0}) \cdot \lambda_1 \cdot \{1 - (i-1)\mu_1\} \times \\ & \left\{ \sum_{m=0}^{N_1+N_2-i} \pi_{i-1, m} \cdot P_j + \sum_{m=0}^i \pi_{i-1, N_1+N_2+m-i+1} \cdot P_{j-m} \right\} \\ & + \{ \lambda_1 \cdot \lambda_1 \cdot \mu_1 + (1-\lambda_1)(1-i\mu_1) + \delta_{i, S_1} \cdot \lambda_1 (1-i\mu_1) \} \times \\ & \left\{ \sum_{m=0}^{N_1+N_2-i-1} \pi_{i, m} \cdot P_j + \sum_{m=0}^i \pi_{i, N_1+N_2+m-i} \cdot P_{j-m} \right\} \\ & + (1 - \delta_{i, S_1}) (i+1) (1-\lambda_1) \mu_1 \quad \times \end{aligned}$$

$$\left\{ \sum_{m=0}^{N_1+N_2-i-2} \pi_{i+1,m} \cdot P_j + \sum_{m=0}^j \pi_{i+1, N_1+N_2+m-i-1} \cdot P_{j-m} \right\} \\ (i \geq 0, \quad N_1 \geq j \geq 0) \quad (1)$$

ここで δ_{ij} は、 $i=j$ で 1, $i \neq j$ で 0 となる。また、 P_i はクラス 2 の単位時間当りのジョブ到着個数確率であり、平均 λ_2 のポアソン分布となる。

これよりクラス 2 の平均系内数 S_2 , 平均処理遅延 W_2 は次式となる。

$$S_2 = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{\infty} i \cdot \pi_{ij} \quad (2)$$

$$W_2 = \frac{S_2}{\lambda_2} + \frac{1}{2} \quad (3)$$

4. 多段容量限界 (MCL) 効果

前章の解析の数値例を図 8 に示す。ここでサーバ数 $N_1=1$, $N_2=1$, クラス 1 の平均サーバ占有時間 $h=500$, トラヒック強度 $\alpha = \lambda_1 \cdot h (= \frac{\lambda_1}{\mu_1})$ を 0.1, 0.5, 2.0 とした場合の、クラス 2 の到着率 λ_2 に対する平均処理遅延 W_2 を図 8 に示す。

図 8 より次の 2 点が観測される。

- 1) クラス 2 の負荷 λ_2 をクラス 2 本来の容量 $N_2 = 1$ 付近に設定すると仮性の容量限界が生じる。

2) 仮性の容量限界と真の容量限界の間に、処理遅延 W_1 の増加の傾きが緩慢となる、一種の高原状態が存在する。

この振舞を調べるため、2つの処理系を切り離し、クラス2の入力ジョブ λ_2 をクラス1のサーバで処理されたもの R_1 とクラス2本来のサーバで処理されたもの R_2 に分け、次の仮説を考える。ここで $\lambda_2 = R_1 + R_2$ であり、 R_1, R_2 は前述の二次元マルコフ解析より求める。

[仮説1] R_1 を無視し、 R_2 のみがクラス2サーバに加えられたものとして平均処理遅延を求める。

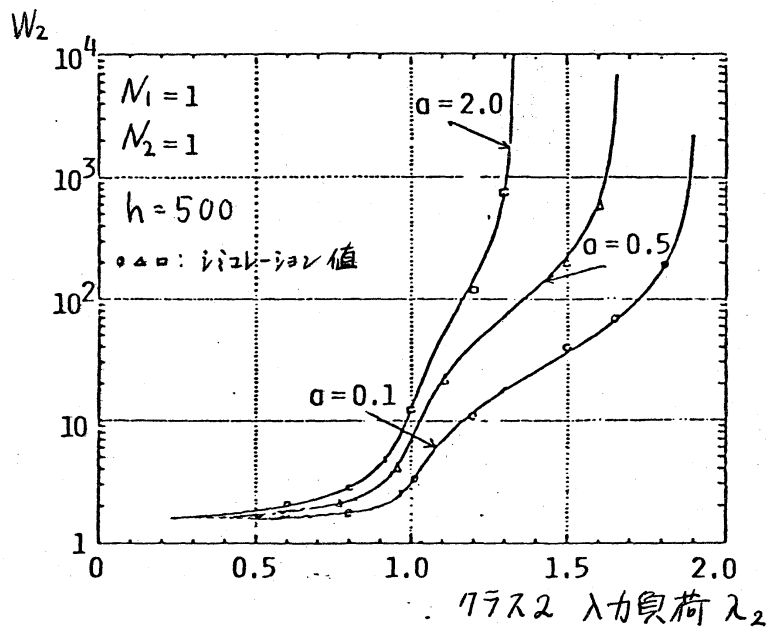


図2 入力負荷 - 平均処理遅延特性

[仮説2] R_1 をクラス1サーバに強制的に追加し、 R_2 をクラス2サーバで処理。2つの平均遅延を R_1, R_2 で加重平均。

[仮説3] $R^* = \lambda_2 - N_2$ をクラス1サーバに追加し、残りをクラス2に加えた平均遅延は $\lambda_2 = N_2$ の解析値とし、この両者を R^*, N_2 で加重平均する。

図3に3つの仮説による特性、 $(N_1=1, N_2=0)$, $(N_1=0, N_2=1)$, および $(N_1=1, N_2=1)$ の場合の特性を示す。仮説1, 2が解析値と大きく異なっているのに対し、仮説3は解析値とよく一致している。仮説1は R_1 を無視したため過小評価となり、仮説2は R_1 を単純にクラス1サーバに追加したため過大評価となっている。仮説3は、クラス2の割当て容量内で処理仕切れる

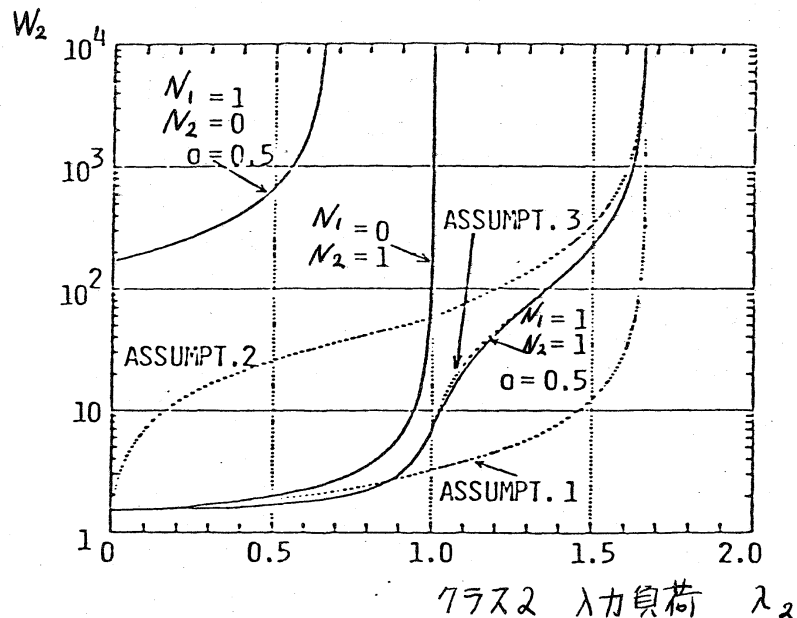


図3. 3つの仮説による入力負荷-処理遅延特性

い負荷 R^* をクラス1サーバに追加し評価しているため、問題の現象を捉えていると考えられる。これより前述の現象は次の様に考えられる。

処理時間が大中に異なる複合処理系では、クラス2の入力負荷 λ_2 が、1) クラス2 自体の処理容量内で処理しようとする時の遷延特性 ($N_1=0, N_2=1$) と、2) クラス2 のみで処理在切れず、クラス1の空きを利用せざるを得ない時の特性 ($N_1=1, N_2=0$) との間に大きな差を生じる。従って λ_2 が小さい時は1)、 λ_2 が極めて高い時は主に2)の特性に支配される。 λ_2 がクラス2本来の容量限界 N_2 よりも大きくなる付近より1)から2)への特性上の遷移が生じ、前記の現象が観測されることになる。この現象を多段容量限界 (Multi Capacity Limit; MCL) 効果と呼ぶ。

クラス1のサーバ数 N_1 が2以上の場合、クラス2の入力負荷 λ_2 の増加に対し、クラス1サーバへの依存性がcriticalに変化する各閾値 (ex. $\lambda_2=N_2, \lambda_2=N_2+1, \dots$) 毎にこのMCL効果の生じる可能性がある。以下、MCL効果を中心として複合処理系の種々の特性を図示する。

図4に $N_1=2, N_2=2$ の特性を示す。 $\lambda_2=N_2+1$ でもMCL効果が観測される。図5に N_1 の変化に対するMCL効果を示す。クラス1の負荷が比較的重いため、 $\lambda_2=N_2$ でMCL効果が顕

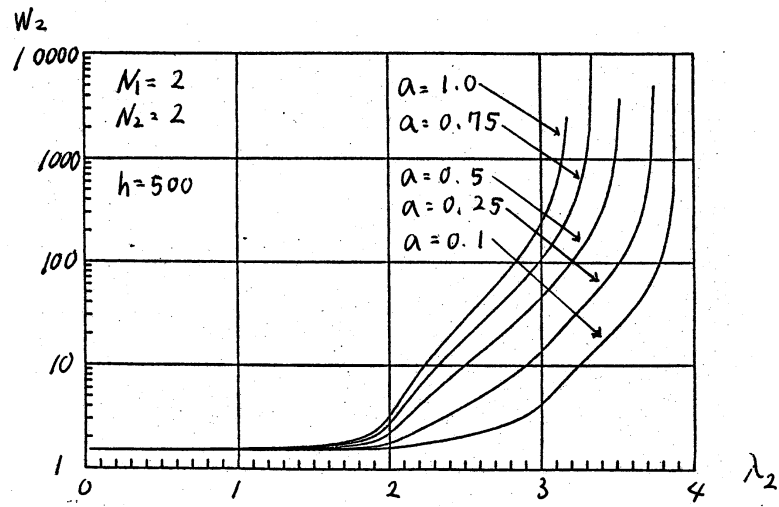


図.4

サーバ数を増した
場合の、入力負荷-
処理遅延特性

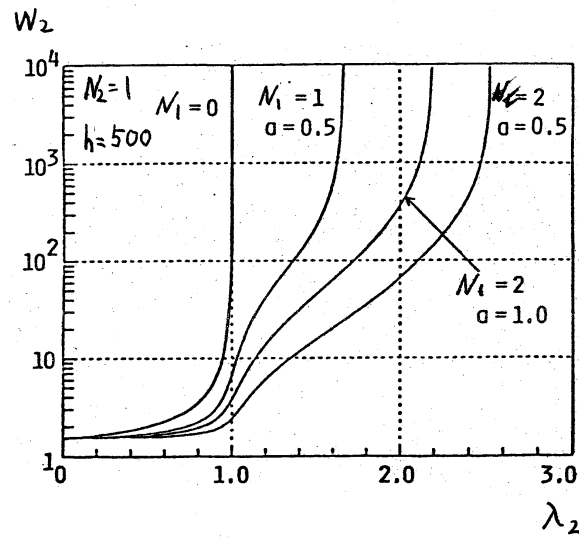


図.5

クラス1のサーバ数を増し
た場合の、入力負荷-
処理遅延特性

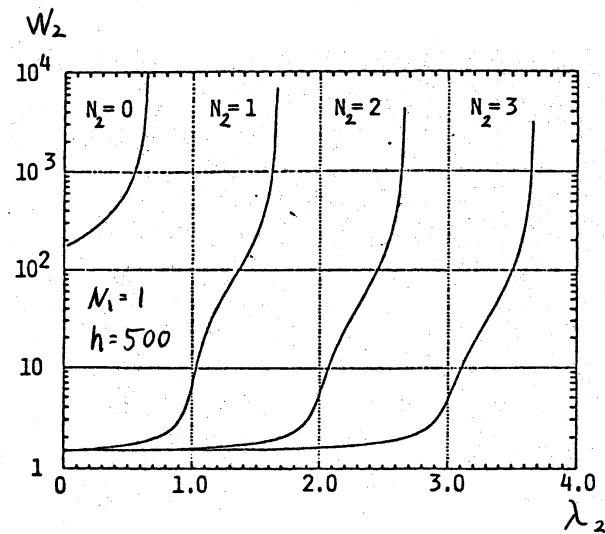


図.6

クラス2のサーバ数を増
した場合の、入力負荷-
処理遅延特性

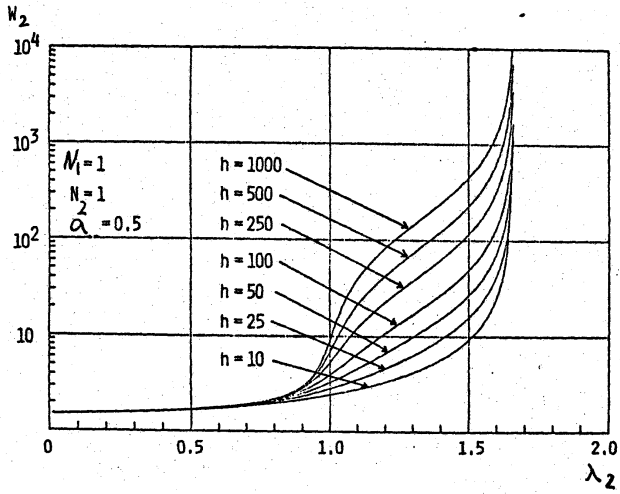


図.7

サーバ占有時間の変化
に対する特性

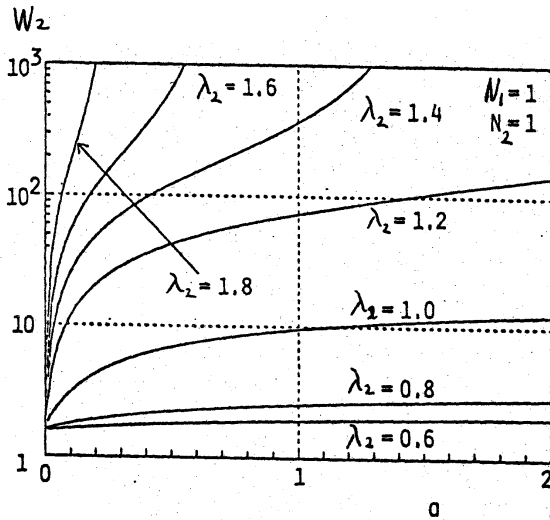


図.8

クラス1 λ 負荷変化に
対する特性.

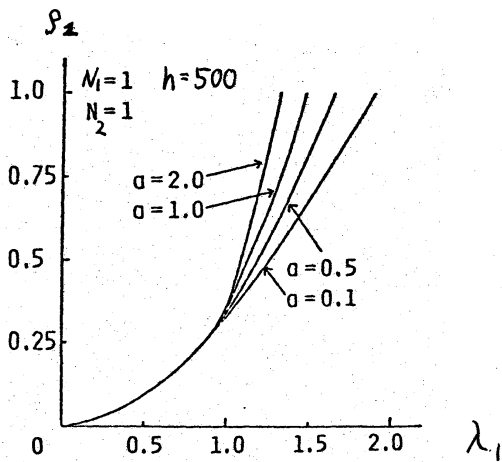


図.9

クラス2 ジョブによるクラ
ス1 空きサーバ利用率 ρ_1

著に生じている。図6に N_2 を変化させた場合の特性を示す。 N_2 の変化に対しMCL効果の生じる点も変化していることがわかる。

図7にクラス1の負荷 ρ_1 を一定とした時のサーバ占有時間 W_1 に対する特性を示す。これよりMCLがサーバ占有時間の差により生じていることが示される。図8にクラス1の負荷 ρ_1 の変化に対するクラス2の処理遅延特性を示す。 $\lambda_2 < 1$ の時、 ρ_1 の変化は W_2 に大きな影響を与えたりことがわかる。最後に、図9にクラス2の入力負荷 λ_2 に対する、クラス2のジョブのクラス1実容量の利用率 ρ_2 の特性を示す。 $\lambda_2 < 1$ の時 ρ_2 はクラス1の負荷 ρ_1 に係わりなく一定である。 $\lambda_2 > 1$ に対し ρ_1 の影響が生じてくることがわかる。

4. おわりに

処理時間が大中に異なる2種類の処理系を複合し、動的な容量配分により効率改善を計る複合処理系のうち、特に短時間処理系の振舞いを検討した。この結果、短時間処理系の入力負荷が本来の処理容量を越えた場合、異なった処理遅延特性間の遷移に起因するMCL(多段容量限界)効果が生じることを示した。

参考文献

- 1) I. Gitman, et al, "Issues in integrated network design", ICC, 1977.
- 2) K. Kummerle, "Multiplexor performance for integrated line and packet switched traffic", ICC 1974.
- 3) H. Okada, Y. Tezuka, "Hybrid switching systems in computer communication networks", The 2-nd USA-Japan Comp. Conf., 1975.
- 4) G. Coviello, P. Vena, "Integration of circuit / packet switching by SENET concept", NTC 1975.
- 5) M. Fischer, T. Harris, "A model for evaluating the performance of an integrated circuit- and packet- switched multiplex structure", IEEE Trans., Vol. COM-24, No. 2, 1976.
- 6) N. Jaiswal, "A bulk-service queueing problem with variable capacity", J. Roy. Stat. Soc., B23, pp143-148, 1961.
- 7) 中村, 村尾, "集団処理待ち行列の一般法", 通研実報 Vol. 17, No. 8, 1968.
- 8) C. Weinstein, et al, "Data traffic performance of an integrated circuit and packet switched multiple structure", IEEE Trans., COM-28, No. 6, pp873-878, 1980.

- 9) C. Weinstein, et al, "Efficient multiplexing of voice and data in integrated digital networks", ICC 1980.
- 10) M. Fischer, "Data performance in a system where data packets are transmitted during voice silence periods - single channel case", IEEE Trans., COM-27, No.9, 1979.
- 11) 森村, 綱川 "複合交換方式のN.C.D.近似."
- 12) B. Maglaris, M. Schwartz, "Performance Evaluation of a Variable Frame Multiplexer for Integrated Switched Networks" IEEE Trans., COM-29, No.6, 1981.
- 13) J.P. Lehoczky, D.P. Gaver, "Diffusion approximations for the cooperative service of voice and data messages" J. Appl. Prob. 18 PP 660-671, 1981.