

重力下の粉粒体の動力学^{*)}

東工大 理 田口善弘

(1993年10月27日受理)

Contents

I	はじめに	2
II	実験の手法	3
III	数値計算の手法	4
IV	重力が無い(あるいは無視できる)時の粉粒体の動力学	8
V	重力による粉体流	9
	A 垂直パイプ内の流れ	9
	B 傾斜板上の粉体流	10
	C ホッパー流	12
VI	ミル内流動	13
VII	粉体振動層	14
	A Size Segregation	14
	B 対流現象	16
VIII	まとめ	24
IX	謝辞	28

概要

粉粒体は砂や塩のような粒子の集合体である。粉粒体はあるときは液体のように流れ、ある時は固体の様に振る舞う。従来の流体、弾性体、粘性体といった伝統的な連続体力学の枠組みの中では捕えきれない面白い振る舞いをする。この新しいタイプの連続体、とでも言うべき粉粒体の動力学について数値計算と実験を中心に紹介する。

^{*)} 本稿は、編集部の方から特にお願いして執筆していただいた記事である。

I. はじめに

最近、物理学者の間で、粉粒体の動力学が興味を引いている。といっても、実際にはフランスを中心とするヨーロッパとアメリカの一部でやられているに過ぎない。それでも、P.G.de Gennes が論文を書いたり^{*}、S.F.Edwards [1] が現象論を提出したりしたせいもあり、Science [2] に解説が載るまでに注目を集めている。このブームはもともと Bak によって提案された Self Organized Criticality(SOC) が砂山崩しの類比によって描写された事に始まるようである。

現在では、SOC のモデルとしては砂山崩しはそれ程いい例ではないと思われるようであるが [3]、粉粒体の同力学は SOC のはやりすたりからは独立して次第にそれ自体が研究の対象となりはじめたようである。本稿では、そのうちのごく一部分にあたる、「重力が存在する場合の(ピュアな)粉粒体の動力学」について解説を行う。解説といってもそれ程立派なものは書けないのであるが、できうるかぎりの努力をするつもりであるので最後まで、おつきあい願いたい。最初に断っておくが、粉粒体の動力学の研究は既に粉体工学の分野で長い歴史があるが、ここでレビューできるのは物理関係の物が主であるので、かなり偏った物になる可能性もあることはご承知おきいただきたい。

本稿で対象とする粉粒体の定義をしよう。本稿で扱う粉粒体とは直径 1mm 程度、(2mm から、0.1mm の範囲)、粒径は揃っており(単分散)、気体との相互作用はなく(つまり、本質的に真空中での運動)、粉体同志、および、粉体と容器の相互作用は衝突と摩擦に限られる。衝突は非弾性衝突、摩擦は静止摩擦と動摩擦の 2 種類を考慮する(静止摩擦は考慮しないこともある)。相互作用はお互いが接している時のみ作用する近接相互作用。反発力のみで、引力は存在しないものとする。そして最後に、これが一番重要なことであるが、重力が存在すること。

最近、毛利氏がスペースシャトルに搭乗したせいもあり、無重力での物理現象が興味を集めているが粉粒体に関する限り、無重力はかえってつまらないのである。その意味でも、宇宙なんかに行くお金のない貧乏人にとってはありがたいシステムである。

粒子の持つ自由度は並進と回転である。以下で見る様に、回転の自由度は必ずしも本質的ではない。

^{*}本解説でも述べる粉体振動層の対流現象の理論の論文を書いた。あの de Gennes の論文だということでこれは出版前に preprint として何度も引用された。筆者も是非一度、読んでみたいと思い、プレブリ請求をしたところ、以下のような返事が戻ってきた。

Dear Dr. Taguchi,

Unfortunately my attempt at understanding sand piles were too crude, and I threw them away! But do send me your published work in this field.

With my regards and best wishes for your research.

Sincerely,

P.G.de Gennes

但し、これは彼がノーベル賞をとる前である。ちなみに、筆者は研究を始めたばかりで、粉体の論文なんか送ろうにも一本も持っていなかった。本当に偉い人は自分の論文の間違いを認めるのにやぶさかではないし、無名な人間からの手紙だからといって、無視したりしない、ということが判る。

II. 実験の手法

解説に入る前に、具体的な実験と数値計算の手法について述べておいた方が理解がしやすいであろう。まず、実験について述べる。

実験にもっとも多く用いられるのはガラス球である。これは、何といても粒径を揃える加工が簡単だからである。また、粉体粒子の流れを可視化するのに必要な色の付いた粒子を作るのが簡単である[†]。次に多く用いられるのがステンレス球である。粉粒体の動力学では反発係数が重要であるが、ステンレス球は大きな反発係数、つまり、弾性衝突に近い状況を扱うために用いられる。

実験では、何らかの形で粉粒体粒子に、運動エネルギーを与えてやる必要があるが、その方法には主に3つある。重力を使って流す、かき混ぜる、そして、振動させる、である。重力を使って流す、というのはもっとも一般的で、工学的にも応用範囲が広い。その中でも重要なのは、ホッパー流と呼ばれる場合である。ホッパーとは粉体工学においてもっとも一般的な粉粒体の貯蔵容器である。円筒形のタンクであるが、底部がロート状になっており、タンクから粉粒体を取り出す時にはロートの先端のバルブを開いて流しだして、取り出す。この際の流れがホッパー流と呼ばれる。この流れはタンクから通常の流体が流れ出す時と異なり、流れに振動が起きたり、不規則になったりして、いろいろ問題が生じるため、様々に研究されている。広い意味では、我々が日常で目にする、砂時計の砂の流れなどもホッパー流である。

もう一つのやり方としては傾斜板上を粉粒体を流す場合がある。これは、単純過ぎてつまらなそうに思えるが、実際にはいろいろ複雑な現象が生じるので、おもしろい(つまり、工学的にはやっかいである)。また、この場合、粉粒体の安息角(砂山などを見ると判るように粉粒体は積み上げると重力下でも、液体のように水平な表面を持つ事はなく、有限のスロープをもって(準)安定化する。この角度を安息角[4]、と呼ぶ)の問題などもある。

次のかき混ぜる場合というのも重要である。工学的には粉粒体を生成する、つまり、物を砕いて細かくする場合のミルと呼ばれる装置のもっとも単純な場合のシミュレーションに相当する。ミルは、まあ、例えていえば、生コンを作る攪拌器のような外観で、内部に粉粒体の原料をいれ、激しくかき混ぜることにより、砕いて粉粒体を生成する。基礎研究で扱われるミルは粉粒体を砕くようなものではなく、回転軸が水平又は垂直を向いている、くるくる回転する円筒に過ぎない。これは、ミル内での粉体流動の様子をシミュレートする物として扱われる。この様な単純な系でも、いろいろ面白い事が生じる。回転軸が水平方向を向いている場合には粉体粒子が円筒の回転速度の変化とともに、様々な流れ方をする。遅い回転速度では振動(つまり、容器の回転とともに粉体表面も水平面に対して持ち上がっていくが、安息角に達したところでがらがらと崩れて水平にもどる、と言う事の繰り返し)をし、様々な複雑な形態を経た後、最終的には粉粒体粒子が円筒の壁面に張りつてしまい(遠心力で)、円筒とともに回転するモードにまで至る。その他、shear flow(逆方向に走行するベルトまたは壁面にはさまれた空間内の粉粒体の動力学)[15]なども広い意味ではかき混ぜる場合に含まれるであろう。

最後が振動であるが、これが物理学者の間では最近、最も興味を呼んでいるテーマである。

[†]色ガラスを用いればよい。通常、色の付いた粒子というのは無色の粒子と物性が変わってしまう事が多いが(粉粒体なら色を付けるためにペンキを塗る、と言うわけにはいかない。表面の摩擦係数など粉粒体の動力学に重要な物性値が変化してしまうからだ。)無色のガラスが色付ガラスになったからといって、何かが変わる訳ではない。

その理由は何といっても実験が簡単で、その割にはいろいろ面白い現象が見られるという事である。出力の大きめのスピーカーを水平におき、その上に、粉粒体の入った容器を置いて振動させれば、それで、粉体振動層と呼ばれるこの実験系の出来上がりである。東急ハンズで色の付いた砂でも買ってきてガラスのコップに入れスピーカーを寝かして低周波を流せばそれですぐ実験ができる。(用いられる周波数は数十 Hz から数百 Hz 程度である。)

粉体振動層で見られる面白い現象は2つある。第一は Size Segregation である。この現象は誰もが一度は目にした事があると思う。食卓塩の容器に湿気を防ぐための焼米が入っている事があると思う。この容器を手で細かくたたいて振動させてやると焼米がすべて表面に出てきてしまう、この「粒径の大きいものが小さい物に比べて上昇する」と言う現象が size segregation である。

第二はもっと不思議な現象である。粉体の粒子の入った容器を強く上下に振動させると粉粒体の表面が自発的に不安定化し、表面が盛り上がり小山を形成する。更に、小山の内部では対流が生じ、小山の頂上から粉体粒子が吹き出し、斜面を転がり落ちる。まあ、火山のようなもの想定していただければよろしいかと思う。この不可思議な現象は電磁気学の創始者でもある Faraday によって、1831 年に報告されているが一世紀半に渡って未解決のままである(筆者は主に、この現象の数値シミュレーションを行っている。)。粉体振動層の研究の最大の問題点は「工学的な応用が乏しい」と言う点であろう。

上記の実験は全て2次元で行うことが可能であるし、実際、盛んにやられている。粉粒体の実験の最大の問題点は「内部が不可視」と言う点である。X線をを用いた研究もあるが、動画を撮る事は限界がある。そこで、透明なガラス板やアクリル板で挟まれた空間で、粉体振動層や傾斜板上の粉体流の実験を行う。この際の問題点としては、側壁との摩擦が生じてしまうという点があるが、球を用いるなどして極力側壁との摩擦が少なくなるように工夫して実験が為されている。

ここで述べた実験のよいレビューとしては英文ではあるが [2] がある。では次に、数値計算手法の解説をしよう。

III. 数値計算の手法

現在、粉粒体の数値計算の手法は発展途上にある。中でも、歴史が古く比較的標準化されてきて様々な現象に適応可能な手法であるのが「離散要素法」と呼ばれる分子動力学法的なスキームである。この手法は 1977 年に Cundall & Strack [5] によって提案された物である。彼らは、工学者であり、応用上の必要からこのモデルを提案した。Lenard-Jones ポテンシャルなどのソフトコアポテンシャルを扱い慣れた物理学者の目から見るとかなり面妖なポテンシャルを用いた分子動力学法であるが、粉粒体の特質をうまく単純化して捕えており、工学者の直感はずばらしいと思わせる物がある。

離散要素法では粉粒体の個々の粒子をゴムまりのような粘弾性球で近似する。図1に工学でよく用いられる離散要素法を示す模式図を示す。全ての相互作用は粒子が接している時に限られる。個々の粒子はオーバーラップする事が許され、オーバーラップした量にしたがった反発力を法線方向にもつ。これを表現するのが、図1のバネ k である。バネと粒子1の間に置かれているコンデンサーの様な記号は相互作用が接している時だけ相互作用することを表現し、また、引力は無いということを表す。

弾性力の変位 x 依存性は

$$F_{repl}(x) = -kx^{\alpha} \quad (1)$$

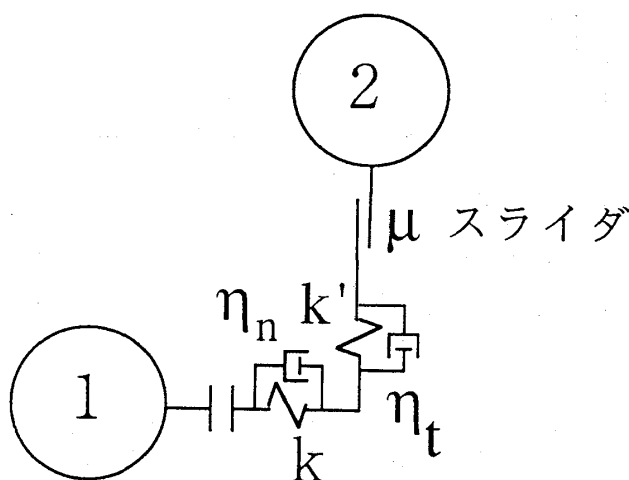


FIG. 1. 離散要素法を説明する模式図

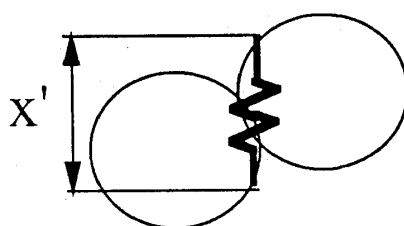


FIG. 2. Mindlin force

とするのが一般的である (a は指数). 特に Landau&Lifshitz の弾性体論 [6] に従い, $a = 3/2$ とする事が多い (Hertz force). しかし, 現実にはシミュレーションは2次元で行われることも多く, その際, 球の層をシミュレートしているのか, 円柱を積み上げたものを横から見た様をシミュレートしているのか判ぜんとしないこともあり, 粉粒体の動力学に対象を限れば, 特に, $3/2$ 乗にこだわる必要はないように思われる. また, 後述するように $3/2$ 乗にこだわると, 反発係数の定義に困難を生じる事になる.

接線方向には Mindlin force [7] と呼ばれる力が働く. その形は

$$F_{fric}(x, x') = -k' x^a x'^b, (a = \frac{1}{2}, b = 1) \quad (2)$$

である[†]. x' は粉体が接触した時点から計測した接線方向の変位である. 模式的な図を書けば, 図2のようになる. 丁度, 接線方向にバネが入ったようになっている. これは, 静止摩擦力を表現する物として扱われる. これを考慮することにより, 安息角の存在などを再現することができる. 但し, この静止摩擦力は粉粒体が静止した時の configuration だけでは粉体粒子間に働いている静止摩擦力が計算できず, 我々が直感的に考えている静止摩擦力とは少しイメージが異なる. 「粉体粒子間の接線方向の変位」という新しい測定量を導入する (あるいは, そこに至った, 履歴を記録すると述べてもよいが) 必要があり, 一般的ではないようにも思われる.

[†]実際のシミュレーションでは単純化のため $a = 0, b = 1$ とされることも多い

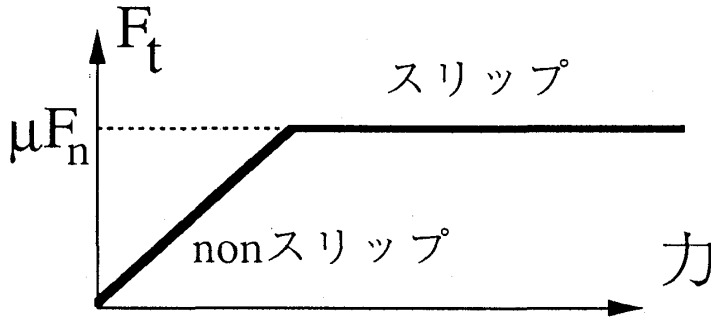


FIG. 3. Coulomb 摩擦の模式図

これに加えて、法線方向、接線方向にそれぞれ独立な粘性係数を持った、粘性が働く。

また、接線方向の力に対しては、Coulomb 則が適応される。すなわち、法線方向の力を F_n としたとすると（この力には反発力と粘性力を両方とも含む）摩擦係数 μ にたいして、接線方向の力 F_t は μF_n を越える事ができない。（その力を越えるとスリッ プしてしまう）これが模式図 1 ではスライダーとして表現されている（図 3）。

この他に回転の要素も考えて結局、運動方程式は

$$\begin{aligned}
 \ddot{\mathbf{x}}_i &= \sum_{(i,j)} \theta(d - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) (\mathbf{F}_n^{ij} + \mathbf{F}_t^{ij}) \\
 I\dot{\omega}_i &= \frac{d}{2} \sum_{(i,j)} \theta(d - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) (\mathbf{n} \times \mathbf{F}_t^{ij}) \\
 \mathbf{F}_n^{ij} &= \mathbf{n} \{F_{repl} - \eta_n \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)\} \\
 \mathbf{F}_t^{ij} &= \begin{cases} \mathbf{F}_{non-slip}^{ij}, & F_{non-slip}^{ij} < \mu F_n^{ij} \\ \mu F_n^{ij} \mathbf{t}, & \text{otherwise} \end{cases} \\
 \mathbf{F}_{non-slip}^{ij} &= \mathbf{t} \left\{ F_{fric}^{ij} - \eta_t [\mathbf{t} \cdot (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)] + \frac{d}{2} (\omega_i + \omega_j) \right\}
 \end{aligned} \tag{3}$$

ここで、 I は慣性モーメント、 ω は粒子の回転の角速度、 d は粒子の直径、ステップ関数 $\theta(x)$ は 2 つの粒子が接している（重なっている）時だけ相互作用するということを表す。 $\mathbf{v}$ は粒子の速度、 $\mathbf{n}, \mathbf{t}$ はそれぞれ、粒子間の法線、接線単位ベクトル、 η_t, η_n はそれぞれ、接線、法線方向の粘性係数、 μ は摩擦係数、である。

次に、これらのパラメータの物理的な意味を述べよう。完全に解釈が付いている訳ではないが、判っている部分だけでも解説する。まず、法線方向の弾性と粘性についてであるが、これらは、反発係数 e と衝突時間（粒子が衝突を始めてから跳ね返されて離れるまでの時間） t_{col} と関係する。特に反発力が線形バネによるばあい、つまり式 (1) の指数 a が 1 の時には、

$$\begin{aligned}
 e &= \exp(-\eta\pi/\omega) \\
 t_{col} &= \pi/\omega, (\omega = \sqrt{2k - \eta^2})
 \end{aligned} \tag{4}$$

と表す事ができ、 e も t_{col} も衝突の相対速度によらない定数となる。特に反発係数は実験的にも衝突の初速度によらない物質定数として扱われるので、これは大変都合がよい。但し、これは衝突が正面衝突のときである。正面衝突の時は、2 つの粒子の相対距離を x とすると運動方程式は

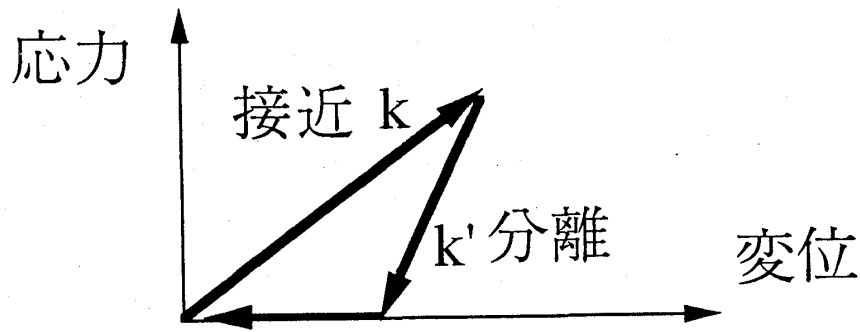


FIG. 4. Walton の反撥力の模式化. 近づく時と離れる時で弾性係数が異なるので, 結果的に衝突が非弾性になる.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2kx - 2\eta \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

となる. これは通常の damped oscillator であるので解は簡単に求まって, $x(t) \propto \exp(-\eta t) \sin(\omega t)$ である.(但し, $2k > \eta^2$, つまり, 減衰振動の範囲に限る) 従って, t_{col} は振動の半周期に等しく, π/ω になり, 反発係数はこの時間内の速度の減衰に等しいので, $e = \exp(-\eta\pi/\omega)$ となる.

これに対し, 反発力を Hertz force とし, $a = 3/2$ とすると, 反発係数が衝突の初速から独立でなくなってしまう. 反発係数を初速と独立にするためには粘性項を不自然な形に変更せねばならず, 更に一意性も失われる [8,9]. このため, 筆者は基本的には線形の反発力を用いる事にしている.

ここでのべたのは離散要素法のフルセットであり, いかなる場合もこの全てを考慮しなくてはならないとは限らない. Coulomb 則, 粒子の回転, 静止摩擦力を表す Mindlin force 等は考慮しなくても実験を再現する事ができることは多い.

この他にも, 近づく時と離れる時の弾性定数を変える事により, 非弾性衝突を表現するやり方もある (図 4) [10] が本解説では特に扱わない.

最後に, よく問題になるこのモデルの妥当性について論じよう. 基本的には離散要素法は現象論であり, Phase Ordering プロセスを TDGL で扱う, または液晶対流系を振幅方程式で表現する程度の妥当性, あるいはそれ以下の妥当性しか保証されない. 従って, このモデルが正当なものであるかどうかは結果の妥当性, すなわち, どれくらいよく現象を再現/予測できるかという基準において判断されるべきである. この観点からすると離散要素法は以下に見る様にかなり健闘しているといえよう.

もう一つよくある疑問としてはどうして, 剛体球や Lenard-Jones ポテンシャルといった物理でなじみのあるモデルを使わないのかと言う疑問点であるが, まず, 前者の剛体球のシミュレーションは重力が存在し, 重力による偏積が無視できない時には計算スキームとして破たんしてしまう. 剛体球でシミュレーションを行うと, 衝突は瞬時に起こる訳であるが, この様なモデル化で粒子同志がくっついている場合をシミュレートする事はできない. そこまで行かなくても粒子間の距離が小さくなれば衝突から衝突までの時間が短くなり過ぎて計算が進まなくなってしまう. この様な問題が存在しない次節で述べるような重力が無視できるような粉粒体の動力学では剛体球のシミュレーションは盛んにやられている.

次に後者の Lenard-Jones ポテンシャルの場合はどうか. こちらに関してはあまりはっきりした事が言えないが Lenard-Jones 型を用いることの問題点は (そんなものを用いたら工学

屋さんが口をきいてくれないだろうと言う点を除いても) 2つ存在する。

一つは、摩擦力や反撥係数といった粉体特有の相互作用をどう入れるか判らないという点である。特に、静止摩擦力や Coulomb 則などはかなり困難が予想される。

もう一つ、粉粒体の動力学では dilatancy という性質 [11] が重要であると思われる。dilatancy とは粉粒体の易動度が粉粒体の密度の強い関数であり、粉粒体の密度がある値以上では易動度がほとんどゼロであり、密度がある値以下になると劇的に増大するという性質である。

このことの、物理的な意味は「粉粒体が相互の位置関係を変更するにはある程度の隙間が必要である」ということである。離散要素法の場合、粉粒体粒子が接しているかどうかで摩擦力が働いたり働かなかったりするのであるから、このような性質を持っているのは明らかであるが Lenard-Jones ポテンシャルでこの性質をどう表現するかというのはちょっと難しい問題である。

結局のところ、離散要素法を用いる理由は「既にうまく機能している物があるのだから、それを使っていこう」、ということである。

ここで述べた離散要素法の粉体工学分野での解説及び最近の研究概観は文献 [12,13] を参照されたい。

IV. 重力が無い(あるいは無視できる)時の粉粒体の動力学

本稿では重力のある場合は扱わないと書いたけれども、少しは触れておこう。その方が対比がはっきりとし、どうして重力のある場合を扱う必要があるのか、という点について説得力が増すと思うからである。

重力のない場合の粉粒体の動力学は粉体工学の分野でかなりやられており rapid granular flow と呼ばれている。rapid granular flow の定義を簡単に述べれば、「粉体同志が接触している時間と接触せずに自由に運動している時間を比べた時に前者が圧倒的に長いもの」と定義できよう。

この定義からする限り実際には重力の存否は本質的ではない。重力に比べて、運動エネルギーが十分大きい時である。このより定量的な意味は以下の通りである。粉粒体の粒径を d としよう。すると、重力による運動の時間スケールは $\sqrt{d/g}$ のオーダーである。一方、粉粒体の平均速度を v とすると、この運動の典型的な時間スケールは d/v である。rapid granular flow の場合、運動の時間スケールの方が重力運動の時間スケールよりずっと短い、すなわち、

$$d \ll \frac{v^2}{g} \quad (6)$$

である。この場合、重力の影響は無視できる。

rapid granular flow の場合には、(実に詰まらないことに) 粉粒体の運動は古典的な気体運動論で扱う事ができてしまう。この場合、粉粒体の持つ運動エネルギー $mv^2/2$ (m は粉体粒子の質量) が温度の役目をする。逆に言うと、通常の気体運動論との唯一の相違点は、通常の気体運動論では気体分子の集合は「孤立系」として安定であるが、粉粒体の場合は常に外から加えられた外力によるエネルギーの注入と粉粒体粒子間の摩擦や非弾性衝突によるエネルギーの散逸が釣り合っていないからである。

こういって、何だか難しそうだが、実際の実験では適当な外力を与えることにより、自動的に散逸と釣り合うレベルに到達する。

この枠組みで計算を行うと、粘性定数などが速度や密度に依存しているという現象論で、かなりよく実験や数値計算を説明してしまう。物理学者にとっては、これではなにも新しい事はなく、はなはだ詰まらない。(勿論、工学的な応用の重要な分野で気体運動論のような理想的な状況での理論が役に立つというのは大変、喜ばしい事ではあるが。)この項についてのより詳しい議論は参考文献 [14] に譲る事とする。

V. 重力による粉体流

重力の影響が重要な場合として、その物ズバリの重力によって粉体が流れる場合を考えよう。ここで考える重力による流れは境界と粉体粒子の間に動摩擦(あるいは粘性)があり、エネルギーの散逸があり、このエネルギー散逸と重力による仕事がバランスすることにより定常状態が実現している場合である。定常状態といっても、時間的及び空間的に平均をした場合の話であり、各瞬間や局所的には定常である必要はない。また、実際に局所的、瞬間的には定常にはなにくく、それだけに、いろいろ面白いことが生じてくる。

A. 垂直パイプ内の流れ

まず、一番単純な場合として垂直に立てたパイプ内を粉粒体が流れ落ちるという単純な場合を想定しよう。管壁と粉体粒子の間には摩擦がある。この様な単純な場合では何も面白いことは起きないと思うかもしれないが、とんでもなく複雑なことが生じる。

この系の実験は非常に簡単である。内径 1cm 以下程度、長さ 1~2m のガラス管を用意し、その上端にロートをつなげ、ロート内に砂を供給しある程度定常的に砂が流れ落ちるようにするだけでよい。

ちょっと考えると、砂は素直にさらさら流れ落ちてくれそうであるが、実際には粉体流は非常に不規則な流れ方をする。全体としては下方に流れていくのであるが、あちこちに粉粒体の固まりが生じる。いったん生じた固まりは直ぐなくなる訳ではなくある程度の寿命を持ち、集団として移動する。見た目は一種の density wave がソリトン的に移動しているように見える。この density wave はあちこちに発生し、各々が違った固有速度を持ち、運動するため合体やすり抜け、解離を繰り返し、非常に複雑なパターンを生じる。時にはこの density wave が上方に向かって移動することさえある(粉体粒子その物の mass flow が上向きになるわけではないようだが)。

図 5 にこの現象を離散要素法で再現した場合 [16] の時空パターンを示す。数値計算の境界条件は上下方向には周期的境界条件を課す。つまり、管を下って下端に到達した粒子はそのままの速度で管の上端に、出現する。管壁との相互作用は動摩擦、粉体粒子の回転は考慮されていない。摩擦に対する、Coulomb 則は考慮されている。

この現象は、非常に面白い現象であるが、どういう条件下でどのようなパターンが生じるかなど、一切判っていない。ただ、定性的なことをいえば、粉体粒子間の非弾性衝突が重要であることは間違いない。この非弾性衝突のために周囲に比べて相対的に速度の遅い領域が出現すると、その部分に累積的に団子状に粉体粒子がクラスター化して、集まることになる。これが density wave の成因であることは間違いない。

最近では、この現象と traffic jam(交通渋滞) [17] との関係が興味を持たれている。このような密度波は traffic jam の簡単なモデルでも再現することができ、粉体流の density wave と関係が付くとすれば大変面白い事である。また、もうひとつのアプローチとしては、この現象を

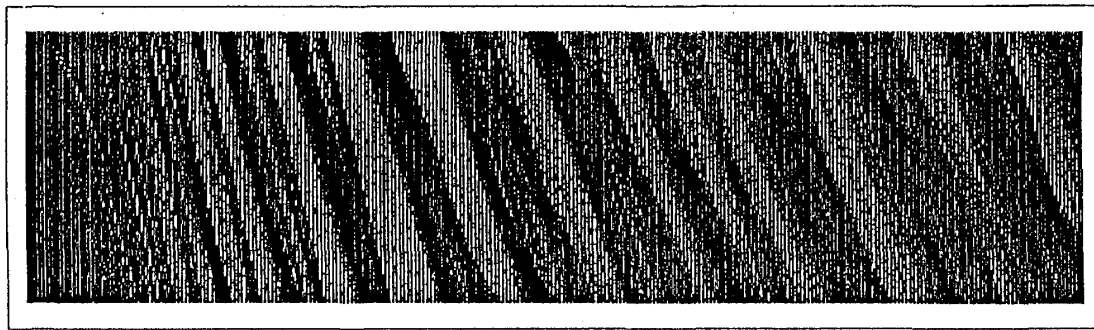


FIG. 5. 垂直管内の粉体流. 時間は左から右に流れている. 垂直の一本一本の線は, 縮小された管のスナップショットであり, これを左から右へと並べてある. 複雑な時空パターンと様々な速度のソリトンの desntiy wave の共存が見られる.

現象論的な粉体の輸送方程式で解釈しようという試みもあり [18], これによれば, 密度波は kinetic wave と dynamic wave に分類できる, とされている.

B. 傾斜板上の粉体流

これは重力による粉体流としてはもっとも一般的で誰もが考えつくシチュエーションであり, 古くから, 研究されている. この場合も, 系の単純さにくらべて挙動が著しく複雑である.

この系の実験は前述の垂直管内の粉粒体流に比べると難しいところがある. 垂直でなく, 斜面であるため, 実効的な重力加速度が小さくなり, そのため, 定常的な (重力加速度と斜面との摩擦がつりあった) 速度に到達するまで, 時間がかかる. このため, かなり長い斜路を用意する必要があり, 実験装置の準備がいささか大変になる.

この系の実験として最近のものは [19] がある. Drake はアクリル板で挟まれた 2 次元空間内をガラス球を転がすことにより, 斜面上の粉体流に対する詳細な知見を得た. そこで彼が見たのは斜面からの距離によって, 全く挙動が異なる粉体流の姿であった (図 6). まず, 斜面に近い層の部分では, 粉体が格子を組み, 全体が一緒に移動する. これより少し上の層になると格子が壊れてクラスターの単位で移動するようになる. さらに, 上部になると個々の粒子が独立に運動するようになり, 最上部は「流れる」というより「弾む」と言う方が適当な運動をするようになる. この様に, 重力下の粉粒体の運動では, 格子を組んだ「固層」の部分と粒子が比較的自由に運動する「液層」の部分が現れるのが特徴である. これがまた, 理論的な解析を困難にしている.

もう一つの特異な現象としては, 斜面の境界条件依存性がある. Drake は斜面上を実験に用いられる粒子と同等のもので埋め尽くし, 流動実験を行ったが, その際, 斜面上の粒子の配置が規則的か不規則的かによって, 流動の様子が異なることをみいだした. 不規則な場合には, いわゆる速度プロファイルが層高の関数として, 連続的に変化するが規則的な斜面の場合は速度プロファイルに「飛び」が生じ, 斜面の近傍の速度がゼロにならない (図 7). これは離散要素法を用いた数値シミュレーションでも再現されている [20].

通常の流体では slip, non-slip の 2 つの境界条件しかないわけであるが, 粉粒体の場合は同じ non-slip でも規則的な境界と不規則な境界ではマクロな流れに違いが生じる訳で, 粉粒体の取扱いの難しさをうかがわせる物がある.

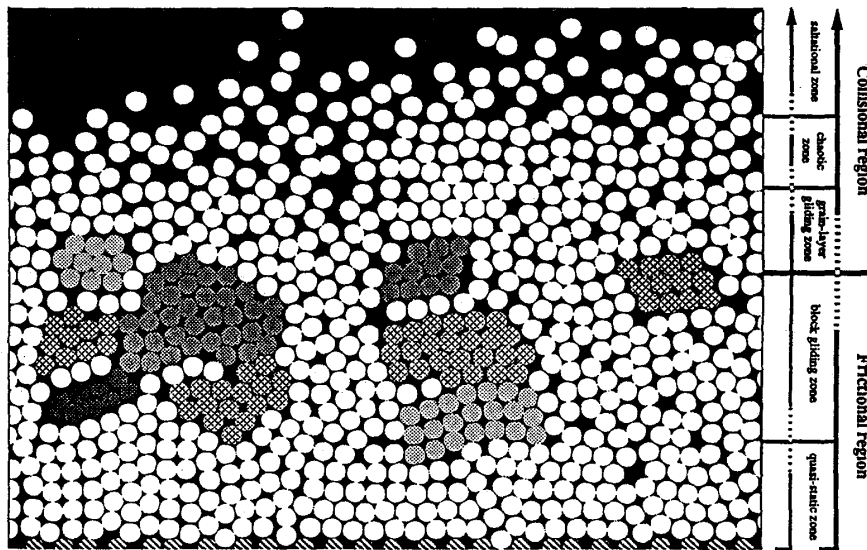


FIG. 6. 傾斜面上の粉体流の様子

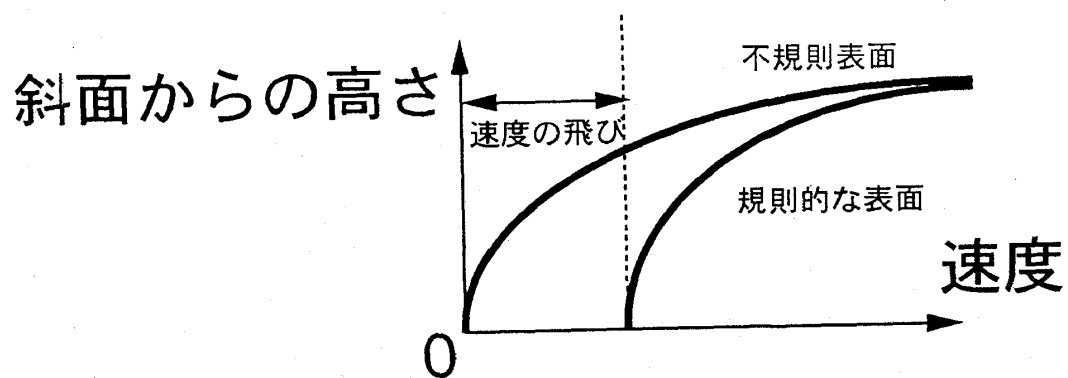


FIG. 7. 速度プロファイルの模式図. 斜面が規則的か不規則かで斜面近傍の速度の層高依存性が著しく異なる

この他、物理屋による斜面の数値シミュレーションには [21] があり、粉粒体ならではの複雑な挙動を見ることができる。粉体工学分野の研究としては例えば、[22,23] がある。

斜面上の粉体流とは少しずれるが、この同じ装置を用いて、安息角を調べる事もできる。最近、Mindlin force で effective な静止摩擦力を考慮することにより離散要素法で安息角のシミュレーションも行われている [24]。その結果によれば、安息角はほとんど静止摩擦力の性質のみによっており、他の要素には因らないという結果が出ている。但し、前述のように、Mindlin force が本当の意味での静止摩擦力の表現になっているかどうかはかなり疑問の残るところである。また、このモデルを用いた SOC のシミュレーションも行われているが、definite な結果は得られていない [25]。

C. ホッパー流

前述のようにこれが最も応用上重要である。勿論、物理的にもいろいろ面白い事は尽きない。ホッパーは下にロートのついたタンクである。北海道の酪農家や養鶏場を訪れると、飼料の保管場所としてホッパーを使っていたりするので、テレビなどでご覧になった方も多いと思う。広い意味では下にロートがついてなくて平な底面に穴が開いているだけのものもホッパー流である。

ホッパー流には七不思議 [12] というのがあって、

1. ホッパー内で粉体層が静止している時の壁圧は粉体層高に比例せず、層高が増すにつれてある一定値になる。
2. 下部の排出口を開き粉体を流出させると、ホッパー壁の下部に大きな壁圧 (over pressure) が発生する。
3. 流出時のホッパー壁圧及び排出口からの流出量は周期的に変動する。
4. 流出流量は排出口の径の 2.5 ~ 3 乗に比例する。(流体ならば明らかに 2 乗である。)
5. 平均流出速度は粉体層高に無関係に一定である。
6. 排出口下部にパイプを連結すると流出流量が増大する事がある。
7. 排出口には限界径があり、粉体粒子の粒径の 6 倍以下では流出しない。

である。これだけを見ても、粉体流がその見かけとは裏腹にひどく通常流体とは異なった挙動をする事が判ろう。

ホッパー流の特異性の原因は、前小節で見たような、粉体流の特異な内部構造に起因する。ホッパーから粉体が流れ出す時には流体の時と異なり、全ての粒子がいっせいに排出口に向けて動き出す訳ではなく、ある一部分だけがクラスターとして移動する。この移動するクラスターと静止している周囲との境界は非常にシャープで「滑り線(面)」と呼ばれている。2次元空間で実験 or シミュレーションを行うと、まず、右半分が流れ、次に左半分が流れ、を繰り返すのが判る。阪口ら [26] は球の代わりに円柱を用いた擬 2 次元系の実験を行い、この様子を詳細に報告している。

それでは、この不規則で流体からひどくかけ離れた流動性は粉体に必ずついて回るのかというところでもない。粉体粒径をランダムにしてやるとこの滑り線を伴う特異な流れは消失し流体的な滑らかな流れが回復することが離散要素法で示されている(図 8)。ランダムな系

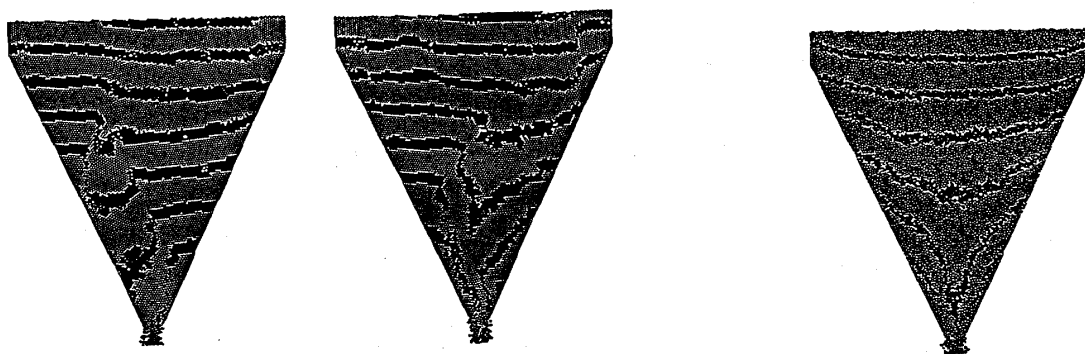


FIG. 8. 粒径が揃っている時のホッパー流 (左, 中), と粒径がランダムな時のホッパー流 (右) [27]

の方がユニフォームな系よりきれいな解を持っているというのはあまりにも逆説的だが, これも粉粒体特有の動力学に起因する物であろう. この辺も全く研究が進んでいない.

七不思議の4番目と7番目に関するシミュレーションが2次元で離散要素法により行われており, 層高の下がる速さ (つまり, 単位時間当たりの排出流量) が排出口の粒径 D の関数として $D - D_0$ に比例することが報告されている [28]. ここで, D_0 は七不思議の7番目に登場する限界径である. しかし, このシミュレーションには静止摩擦力は含まれておらず, このことは, 限界径の存在には必ずしも静止摩擦力は必要でないらしい事が判る. この限界径については阪口らが [26] 転がり摩擦を考慮したより現実的な数値計算を行っているので, 詳細は原論文を参照してほしい.

この他, ホッパー流では流れの揺らぎが $1/f$ ノイズを持っているということも報告されており [29] 興味はつきない.

最後に, ホッパー流を扱う理論について現状を述べよう. 工学的にはいろいろ practical なモデルが提案されているが [12], ここでは, 物理関係のものについて述べよう. (離散要素法によるシミュレーションは理論とはここでは呼ばないことにする. 離散要素法で何かが再現されてもそれは往々にして何かを理解した事にはならないからだ. ここで言う理論とはあくまで, 現象の直接的な解釈を目的とした物に限る)

まず, Cellular automata モデル [30] がある. これは非球形の粒子のホッパー流の再現を目的としたものでそれなりの結果を出して入るが, どの程度汎用性があるかはかなり疑問がある. もう一つ Hong [31] によって提案された diffusing void model という数値モデルがあるが, これは粒子の運動ではなく粒子のないところ (void) の運動に着目したもので, ホッパー流の定常的な流れの様子をよく再現する. また, 従来はなかなか扱いが難しかった, 内部に障害物があり, 粉粒体が残留してしまうような場合の粉体流もうまく扱う事ができる. 但し, これで, 壁圧の計算や, $1/f$ ノイズの計算まで出来るとはちょっと想像しにくい.

VI. ミル内流動

ミル内流動で実験及び数値計算がよくやられているのは回転軸が水平の円柱, およびその2次元バージョンである. といっても, あまり系統だった研究はないようで, ここで参考文献としてあげられるのは [32,33] くらいである.

ミル内流動で面白いのはミルの回転速度によって, 粉体の流動の様子がいろいろ変化する事である. 図9にこの様子を模式的に示す. 回転速度が遅い場合にはお馴染みの avalanche が見られる. すなわち, ミルの回転に伴って, 粉体表面が傾き有限の角度を持つ様になるが

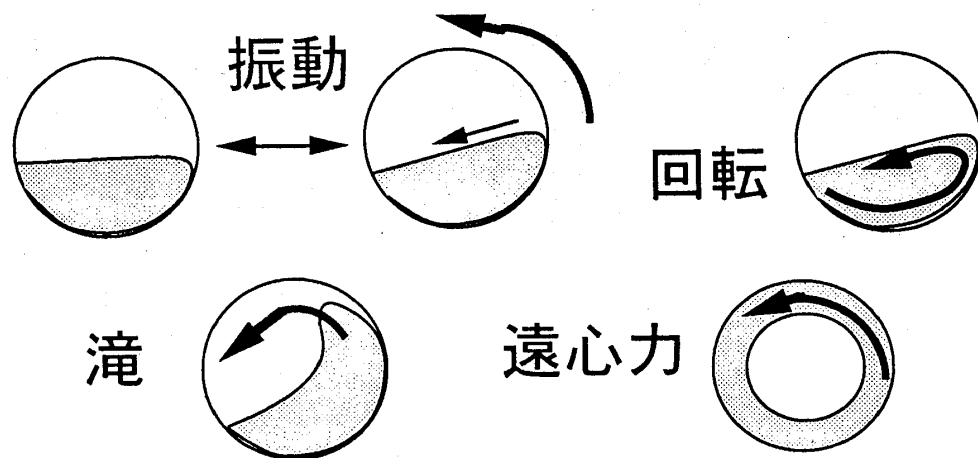


FIG. 9. ミル内流動の模式図

これが安息角を越えると avalanche が起きて粉体表面が崩れ水平に戻る (振動モード). 次に, もう少し回転速度が上昇すると粉体表面が平で傾いたまま安定化し, 内部で粉体が対流的に回転する様になる (回転モード). 更に回転速度をあげると表面が安定ではなくなり, ひずんだ形になったり, 粉体が飛び出したりするようになる (滝モード). 最後に更に高速の回転においては粉体粒子が遠心力により, ミルの側面に張り付いてしまい, ミルと一緒に回転するようになる (遠心力モード).

これらのモード間遷移がどのように起きるのか, また, それらは相転移なのか単なる見かけ上の流動パターンの変化なのかなど興味は尽きないがあまり研究は進んでいない. 粉体工学分野の参考文献としては [34] をあげておく.

VII. 粉体振動層

粉体振動層は前述のように特に物理学者の興味を集めている. また, 筆者の専門とする物でもある. 粉体振動層には2つの中心的なテーマがある. 一つは size segregation であり, もう一つは振動励起型の対流現象である.

A. Size Segregation

Size Segregation はわりと古くから物理学者の興味を引いており, 5年ほど前にすでに, シミュレーションが Phys. Rev. Lett. に載っていたりする [35]. この現象は極めて単純な現象である. 粒径の揃ったガラス玉を詰めた容器の中に一つだけ大きな粒子を入れる. そして, これを振動させる. すると, 粒径の大きなものが上に向かって上がる, という物である.

このようにこの現象は非常に単純な現象であるが, 一方で, 大きさの大きい, つまり, 一般的には質量の大きいものが上昇する, という粉体を通常の流体の枠内で捕えたら絶対起きないことが生じているという点で物理学者の興味を引いた.

この現象を解明するために最初に行われたのはモンテカルロ法である. モンテカルロ法といってもスピン系のシミュレーションに用いられているようなエネルギーベースのモンテカルロ法ではない. 適当な configuration から出発し, 粉体粒子の集合全体をを適当な高さま

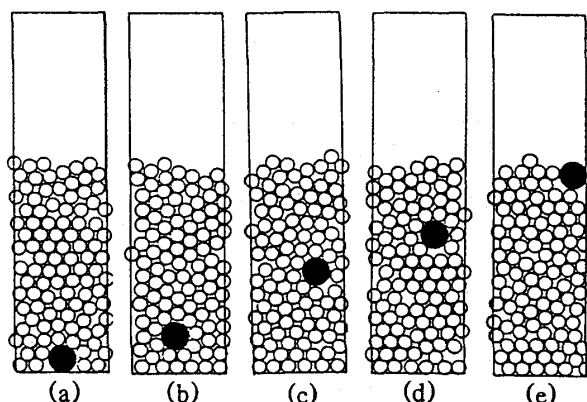


FIG. 10. モンテカルロ法による size segregation の再現 [35]

で持ち上げ、それから落下させる。この落下を自由落下にするかランダムウォーク的にするかあるいは thermal Monte Carlo でやるかに細かい違いはあるが、一般的に言って、「持ち上げて落とす」を繰り返すだけである。

このモンテカルロ法では粉体振動層の性質のうちごく一部分しか取り入れられていないのは明らかである。まず、肝心の「振動」ということが、「粒子が飛び上がっておりてくる」と言う形でしか考慮されていない。従って、周波数や振幅依存性も考慮できない。粒子の質量も無視されている。勿論、上昇スピードなども考慮する事はできない。

このように極端に単純化されたモデルであるにもかかわらず、モンテカルロ法は size segregation をみごとに再現してしまった(図 10)。モンテカルロ法による size segregation の解釈は以下の通りである。「全ての粒子は一度上に跳ね上げられ、もう一度落下して、元の場所に戻ってくる。もし、元の場所に穴が開いていればそこに入るにより、より下方に移動できる。自分のいたところに先客がいれば元の場所には入れず上方に移動する。サイズの大きい粒子と小さい粒子を比べた場合、サイズの大きい粒子が入れるような大きな穴が開いている可能性は少なく、逆に小さな粒子が入れるような小さな穴が開く可能性は大きい。したがって、相対的に、小さい粒子は大きい粒子より下方に行きやすく、結果として大きい粒子が上昇する事になる。」より簡単な言い方をすれば大きい粒子が上昇してできた隙間に小さい粒子が入り込み、全体として、大きい粒子が上昇する事になる、ということである。このあと 3 次元空間で同じようなシミュレーションがなされた [36] が結果に違いはなかった。また、Ohtsuki ら [37] は振動を三角波的な振動で近似することにより剛体球の分子動力学法による数値計算を行い、粉体粒子の質量を考慮することを試みた。その結果、質量を考慮しても著しく密度のおおきい粒子でさえなければ大きいものが相対的に上昇するという結論は変わらなかった。

一方、実験も最近、2 次元のものが行われた [38] が、定性的に結果の違いはなかった。また、この論文の中で、Duran らは上記の描像、すなわち、小さい粒子が大きな粒子の下に潜り込む、と言う描像に基づき、簡単な近似計算から size segregation の生じる臨界半径(それよりも粒径の比が大きければ上昇し、それ以下では上昇しない)を求めたが、これはシミュレーションで得られた値とよく一致していた。

これで、話がすめば平和であったのだが、Barker ら [39] は size segregation に臨界半径がでない実験もある事を指摘し、実際に臨界半径のでないシミュレーションを行ってみせた。彼らのシミュレーションでは、粉粒体のクラスター構造を考慮し、クラスターを成している粉流体の集合は集団で行動するように扱われた。彼らのシミュレーションでは粒径の差がほんのわずかでも size segregation が起きることが報告されている。

更に、事態を複雑にすることに、サイズが大きいものが「沈む」場合もあることが実験的に判明した [40]。(これは次節で述べる対流現象に起因している) 結局、どれが正しい理論な

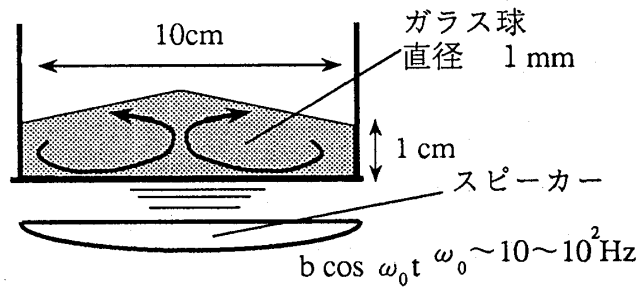


FIG. 11. 粉体振動層の対流実験の模式図

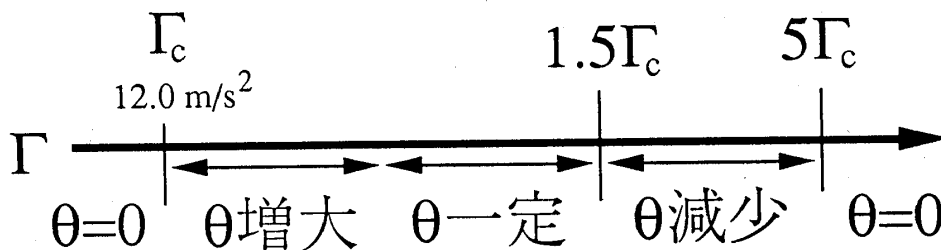


FIG. 12. 加速度振幅を変化させた時の粉体振動層の挙動. θ は小山の斜度.

のかいまだ判明していない。筆者の感じとしては、群盲、象をなでる、と言うシチュエーションではないかと言う気がする。どういうパラメーター領域を研究するかで事態は全く異なっているが全体像がつかめないの、ここではこうなった、あっちではこうだったという報告が相次ぎ、お互いに矛盾しているように見えているように思われる。size segregation のように、単純な現象でもここまで複雑になってしまうのが粉粒体の動力学なのである。

B. 対流現象

この現象は筆者の専門の分野であるので少し詳しくみていこう。粉体振動層に於ける対流現象は1831年にFaradayによって報告されている[41]。この現象は極めて単純な現象である。差し渡し10cm程度の底浅の容器に粉流体を数cmの厚さで敷き詰め、スピーカーなどで振動を与えてやる。この際、周波数としては数十から数百Hzを用いる(図11)。振動を強くしていくと、ある強さを越えたところで、粉体表面が不安定化し、小山を形成する。

この際、制御パラメーターとして扱われるのは振動の加速度振幅である。加速度振幅とはその名の通り加速度の振幅である。例えば、容器が $b \cos \omega_0 t$ で振動しているとしよう。ここで、 b は振幅、 t は時間、 ω_0 は振動の角周波数である。すると、加速度振幅 Γ は $\Gamma = b\omega_0^2$ となる。実験的に判っていることは、振幅や角周波数が大事なのではなく、その組み合わせである加速度振幅がこの動的相転移が生じるか否かを定める、ということである。図12に実験の論文[42,43]から作成した相図を示す。動的相転移が起きる臨界加速度振幅は $\Gamma_c \simeq 1.2g$ とされている。2次元でも実験が行われており[44]、この時は $\Gamma_c \simeq g$ である(ここで、 g は重力加速度)。ただし、ここで注意しなくてはならないのは Γ で全てがスケールされている訳ではない、と言う事である。動的相転移が生じるかどうかは Γ の値だけで決まるが、どのような状態にあるか、例えば、小山の斜度、対流のスピードなどはたとえ Γ の値が同じであっても、振幅や周波数の組み合わせが異なれば、一般的には異なってくる。

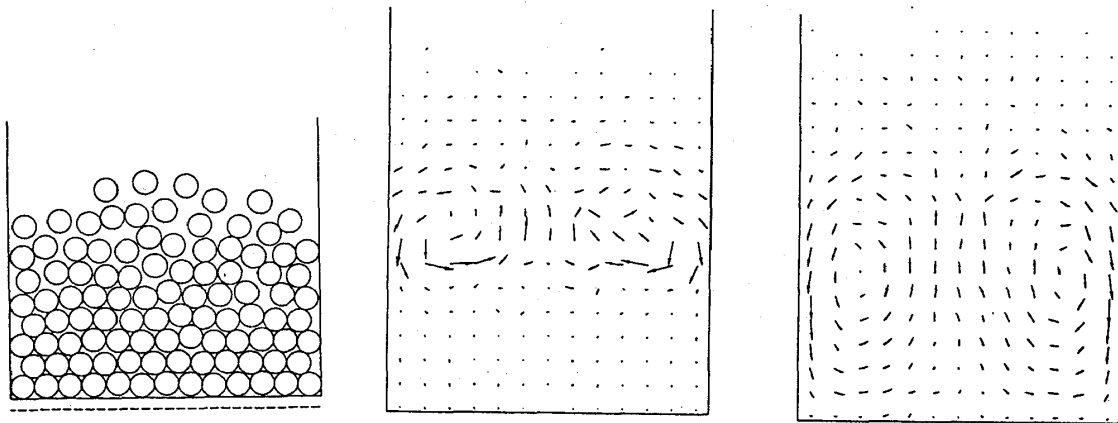


FIG. 13. 左:シミュレーションのスナップショット, 中央:粉体の流動パターン ($\Gamma = 1.43$) 右:同左 ($\Gamma = 2.71$)

この現象は粉粒体の動力学の奇妙な現象の中でも最もわけの判らない現象である。上下に振動させるだけで、どうして「重力に逆らって」小山ができるのか？ 対流の成因は何だろうか？ 流体の熱対流や液晶の電磁流体力学的な対流では、少なくとも、物質を上昇させようという力があつた。それに対応する driving force は一体なんだろうか？

現在までのところ、この答えに一番近いところにいるのは離散要素法による数値シミュレーションである。図 13 にシミュレーションのスナップショットと長時間平均された粉粒体の流動パターンを示す [45-47]。対流は再現されたが、小山の形成は再現されなかった。

この場合の離散要素法は最も単純化されたもので、Coulomb 則、静止摩擦力、粒子の回転は無視されている。計算は 2 次元で行われ、側壁と粒子の間には摩擦力が導入されている。また、弾性力は線形のものを用いている (式 (1) で $a = 1$)。

Coulomb 則を無視するという事は摩擦係数 μ が ∞ であることを意味している。勿論これは非物理的であるが、摩擦の強い極限、と思えばよい。実際、最近の実験では [44]、対流が生じるためには、摩擦係数が大きくなってはいけなことが示された (つまり、ツルツルの球では対流は起きない。) ので、後知恵ではあるがこの近似は悪くはなかった。

静止摩擦力の無視は対流の再現にはあまりあまり影響を与えなかったようである。静止摩擦力はその名の通り、粒子が相対的に静止している時には影響を与えるがそうでない時には重要な影響を与えない。対流現象は勿論、相互に激しくぶつかり合っている状況であるから、静止摩擦力があまり影響を与えないのはうなずける。但し、対流現象が生じるのを suppress する効果はあるかもしれない、この点はまだちゃんと押さえられていない。

静止摩擦力の有無がむしろ問題になりそうなのは小山の形成である。有限の斜度をもって安定するためには静止摩擦力が重要なはずである。この場合の斜面は勿論、静止状態ではなく、対流によって上方に運ばれた粒子が転げ落ちる、と言う過程で維持される動的なものであるから、必ずしも、静止摩擦力は重要ではないかもしれない。いずれにしろこのシミュレーションで、斜面が形成されなかった要因として静止摩擦力の欠如が効いている可能性がある。

最近、この様な問題意識から、静止摩擦力を取り入れたシミュレーションが行われた [48]。その結果、確かに、小山は形成されたが、小山の形成は、容器の底だけが振動し、側壁は静止していると言う状況でのみ再現され、容器全体が振動している時は観測されなかった。これらより考えて、Lee のシミュレーションが本当に実験で見られる小山の形成を再現した物なのかどうかはよく判らない。

但し、実験的にも 2 次元の場合は 3 次元とは違う機構により小山が形成されている、とい

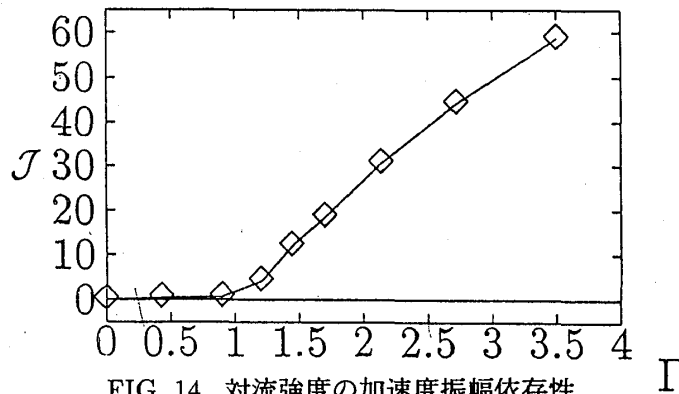


FIG. 14. 対流強度の加速度振幅依存性

う報告もあり [33,44], 即断はできない。

回転の無視の影響は今のところ未知数である。しかし、回転の影響として最も考えられるのは摩擦が大きくても転がることにより移動できる, という点である。この点に関する限り今回の状況のように粉体粒子が割りとくっつき合っているような状況ではお互いに矛盾なく回転することができないので, 回転を考慮しないことの影響は少ないと思われる。

次に問題となるのは果たして対流を引き起こすような臨界振幅がシミュレーションで再現できるかという点であるがこの点についてもある程度押さえられる。図 11では速度ベクトルは見やすいように最大速度ベクトルが1になるように規格化されてしまっていて判らないが, 実際には対流の強さは加速度振幅の関数として変化している。そこで, この対流の速度ベクトルの2乗和の平方根を「対流の強度」として扱い, 加速度振幅の関数としてプロットしてみた(図 14)。これを見れば判るように, 大体, $\Gamma \simeq g$ のところに対流の発生があることが判る。

この, $\Gamma \simeq g$ という値はかなり reasonable である。粉体粒子には前述のように dilatancy という性質があり, 粉体粒子間に隙間ができないと自由に動くことができない。加速度振幅が g より大きければすくなくともある瞬間, 容器が重力より速く下方に動くので, 粉体粒子は事実上自由落下となり自由に動けるようになり, 対流のような運動を生じることができる。ただし, この議論だと g はあくまで対流発生転移の下限であるべきであり, ちょうどその点が転移点になるとは限らない。実際, 3次元の実験では $\Gamma \simeq 1.2g$ である。この微妙な差異は回転や静止摩擦力の無視などの単純化によって生じている可能性もある。

さて, 肝心の対流の成因は判ったのか, という点であるが, まだ五里霧中, という状態である。一番単純に考えられるのが側面との摩擦により粉体粒子が下方におしこまれる, という考え方である [47]。この考え方で一見よさそうであるが, 問題もある。実は, シミュレーションにおいて壁と粒子の摩擦を無くすと対流の方向が完全に逆転する [49]。この場合も彼らなりの説明があるがあまりすっきりしなくなってしまう。

筆者の考えたメカニズムは粉粒体の弾性が効いているという物である(図 15) [45,46]。まず, 説明の便宜上外力の周期を時刻 t での加速度 $\Gamma \cos \omega_0 t$ が重力加速度 $-g$ より大きいかどうかで2つの部分に分ける。

$\Gamma \cos \omega_0 t > -g$ のときは, 粉体粒子は容器の底面に強く押しつけられ, パックされた状態である(図 a)。従って, この状態では粉体はいつも互いに接しており連続体として振る舞う。このため, 粉体内部には鉛直方向の応力とともに水平方向の応力も生じることになる(図 b)。次に, $\Gamma \cos \omega_0 t < -g$ のときは, 容器の底面は粉体粒子より早く落下し, 粉体には何の影響も及ぼさない。そのため事実上, 粉体の運動は自由落下となり, 鉛直方向の応力は素早く開放される。(図 c) しかし, 壁が存在するために水平方向の応力の開放は遅れ, この応力が水平方向の

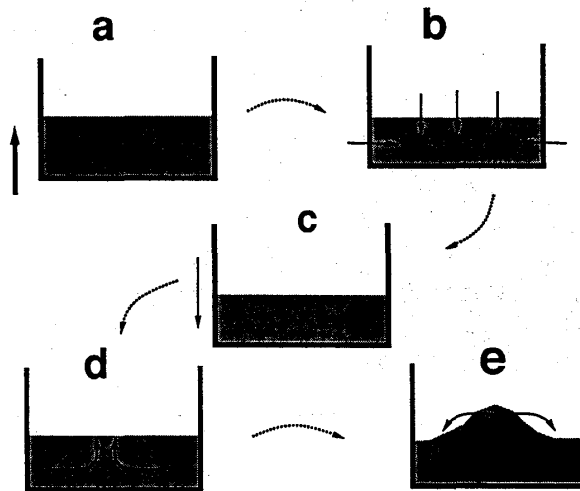


FIG. 15. 弾性励起型の解釈による対流の起源の説明

「流れ」を生じさせる。この流れは容器中央で衝突し向きを変えるが底面の存在のために、下方向には向くことができず、容器中央に上方向に流れが生じることになる(図 d)。この流れによって、粉体中央が盛り上がるが振動によって崩され、壁の方へと流れていく(図 e)。これら全体の運動が粒子を対流させるのである。

この考え方のよいところは、壁の摩擦の効果を考慮できるという事である。図 d のプロセスで、「中央が盛り上がる」と書いたが、これは壁の摩擦がある時で壁との摩擦が無ければ中央で盛り上がり、粉体粒子間の摩擦を引き起こすより壁にそって上方に移動した方がエネルギーの損失が少なくなる。従って、壁の摩擦がない時は対流の向きが逆転するのである。但し、この考え方がどの程度正しいのかは全く判らない。

この他の対流の起源の理論としては Rajchenbach [50] の提案した Seebeck 効果の類比を使うものと Oono [51] があるが、ここでは詳しく触れない。いずれにしろ決定打になるものは存在していないようである。

前小節で述べた「大きな粒子が沈む」size segregation はこの対流現象に依存している[40]。特殊な形の容器を用いると対流が中央で下向きな流れを引き起こす場合を作り出せる。この場合、大きな粒子であっても上昇せず、下降するのである。通常の容器では対流はいつも中央で上向きであるから、粒子のサイズによらず粒子は上昇する。しかし、いったん、表面まで登ってしまったら、大きな粒子は再び潜り込む事はできず表面に取り残される。これが彼らの発見した size segregation の機構である。実際、彼らの実験では上昇速度は粒子径によらず一定であった。このように、一口に粉体振動層といってもその挙動は様々であり、完全な理解からは程遠いということがよく判るであろう。

動的相転移を起こし、対流を引き起こすような領域に到達した粉体振動層はいろいろ不思議な現象を他にも引き起こす。その一つが表面流動化現象である。図 13 を見れば判るように、対流の生じている領域は表面に局在しているが加速度振幅の大きさによって、どのくらいの深さまで対流が生じるかが変わってくる。この現象は粉体の対流と通常流体の熱対流が本質的に別のものであることをよく表している。エネルギーの供給源は容器の振動であるから、容器の底面がエネルギーの供給源に最も近いわけで、通常のセンスから言えば、底面のそばが一番、運動が激しく無くてはいけない。粉体振動層では全く逆で、対流は表面から始まるのである。対流が生じている深さを加速度振幅の大きさの関数としてプロットしたのが図 16 である。これを見ると判るようにやはり、 $\Gamma \simeq g$ のところで、対流相の深さが劇的に増大し

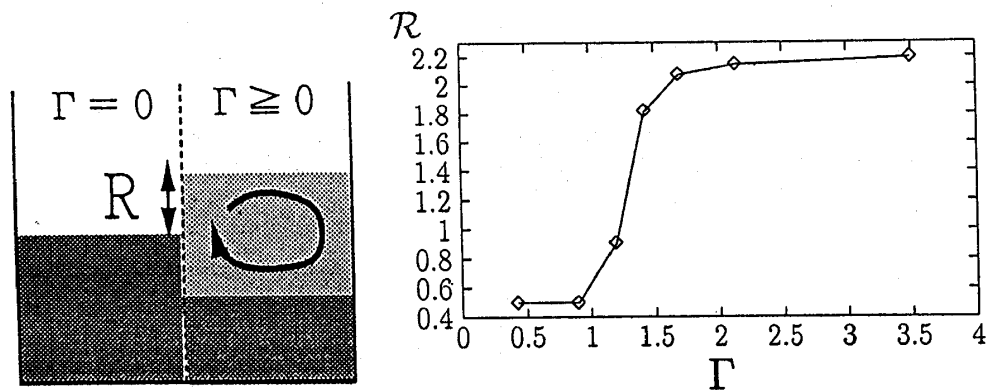


FIG. 16. 左:流動相の深さの定義, 右:深さの加速度振幅依存性

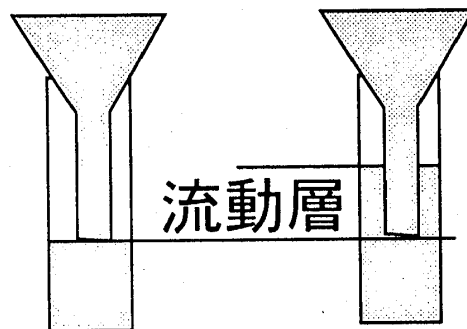


FIG. 17. 表面流動化の実験の説明, 左:加振前, 右:加振後

ている事が判る。

この様な現象は実験的にも知られている。図 17 の様な装置を用意する。これは試験官にロートを突っ込んだような構造をしている。このロート状の所から粉体を注入すると、当然のように、ロートの下端まで粉体が入ったところで、止まってしまう。ここで、この容器に振動を加えると更に少し粉体が入るが、試験官が一杯になってしまう訳ではなく、有限の高さまで詰まったところで止まる。このロートの下端よりも上に上がった部分は液体として振る舞うと見なせる。また、全部が流体化してしまう訳ではなく、表面からある深さだけが流体化するというので、表面流動化現象と名付けられた [52]。この流動相の深さの振る舞いもシミュレーションで得られた対流相の加速度振幅依存性とよく似た振る舞いをする。

また、見た目は毛管現象によく似た振る舞いも観測される [53]。粉体振動層の中にチューブを立てておくと条件によってはチューブ内を粉体が登っていく。これも広い意味での粉体の流動化現象と言えるであろう。

ここで、液晶系の対流や熱対流系の対流に慣れ親しんでいる皆さんの中には「アスペクト比が大きい時にはどうなるの?」と言う疑問を持たれる方もあるかと思う。液晶系や熱対流系の場合にはよく知られているように様々なパターン動力学を見る事ができる [54]。粉体振動層の対流系の場合はどうであろうか。

結論から言うと粉体振動層の対流系では液晶対流系や熱対流系で見られるようなきれいな対流ロールの発生は見られず、いつも、乱流化してしまう。勿論、数値計算である以上、「いつも」と言う言葉は使えないがかなり広い範囲を調べても変わらなかった。勿論、数値計算でフォローできる範囲の外に対流ロールを与える相が無いとは限らない。

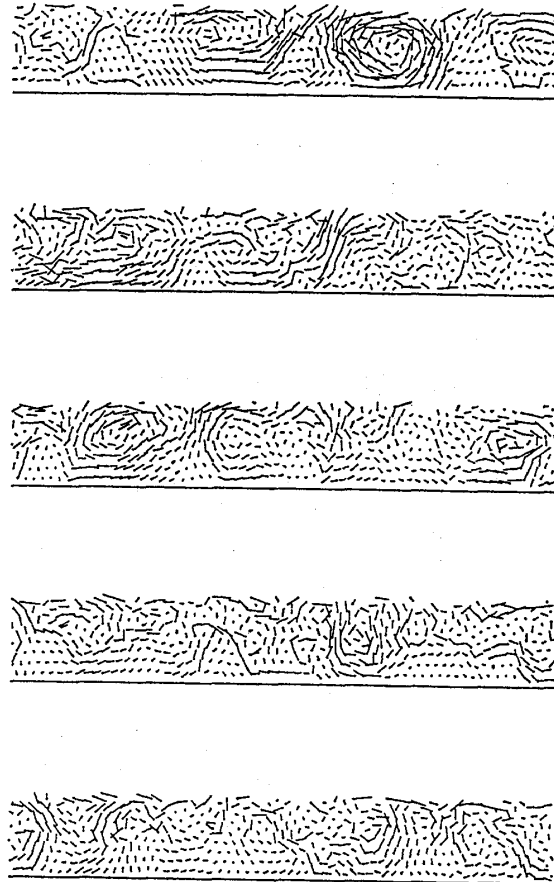


FIG. 18. アスペクト比が大きく、水平方向にも周期的境界条件を課した場合の粉体振動層に於ける粉粒体流. プロットされているのは $x_i(t + 2T) - x_i(t)$ である. 但し, T は振動の周期である. 時間は上から下へと流れている.

図 18 にアスペクト比が大きい時の粉粒体流の様子を示す [8] (水平方向に周期的境界条件を課している.). 特徴的な点としては局所的, 及び瞬間的には対流ロールを観測できるが, 長期的に安定な対流ロールは見いだす事ができない, という点である.

この事から次のような事が言える. 「粉体振動層に於ける対流ロールは基本的に壁の存在によって維持されているのであり, 側壁がなければただの乱流である.」すなわち, 束縛のない自由な条件下では粉体振動層では粉体流は対流を起こすがその向きはランダムである. このため, 長時間平均をすると対流は消滅してしまう. 壁があるとその向きが右回りか左回りに固定されるため, 長時間平均をしても消えずに残る. 実際, 大きなアスペクト比の時に, 周期的境界条件をやめて, 無理やり側壁をおいた場合をシミュレートしてみると対流が側壁の近傍にのみ局在化して残るのが見られる (図 19).

こう書いて来ると次なる疑問は「壁がないと対流がないのでは多体効果による現象とはいえずおもしろくないのでは?」であろう. この疑問に答えるためには粉体流の空間相関を計算し, 時間平均したのでは消滅してしまう部分の情報を取り出す必要がある.

これはそれ程簡単なことではない. まず第一に, 粉体振動層では表面の粒子の運動が激し過ぎる. この運動は表面の粒子が空間に飛び出し, 自由運動をして粉体層に戻ってくるまでの運動であるので, 粉体振動層の本質とは無関係な運動である. にもかかわらず, その部分の

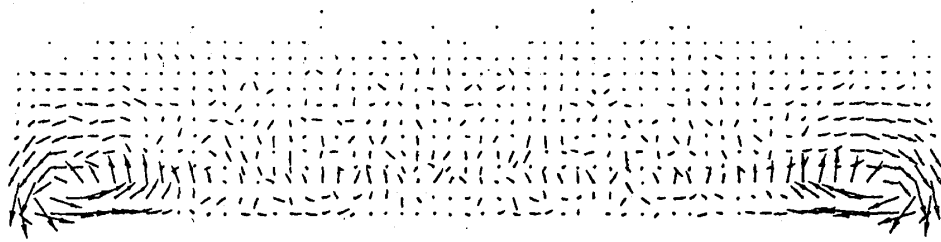


FIG. 19. 側壁がある大きなアスペクト比の時の粉体流の長時間平均

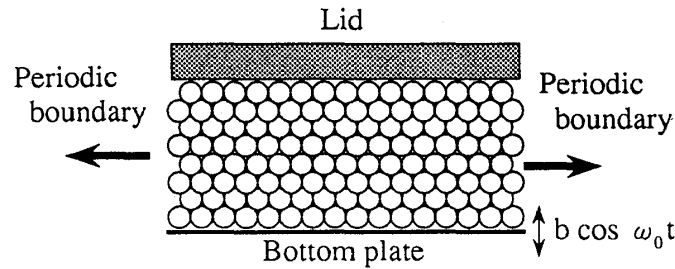


FIG. 20. 表面拡散を押さえるために粉体層の上におもしをのせた場合のシミュレーションの模式図

運動が一番、大きな寄与があるのである。この部分を suppress する必要がある。このために、図 20 のような setup のシミュレーションを行った。

この setup にはもう一つの意味がある。粉体流といっても粉体振動層は上下に激しく振動しているため我々が本当に見たい対流に寄与するような粉体の相対運動の部分は振動そのものによる運動に比べるとずっと小さく、埋もれてしまう。そこで、これを防ぐために、粉体振動層の重心運動を差し引く。これでもまだ十分ではない。振動しているために、粉体振動層の「体積」が激しく変わる。膨張している時と収縮している時では相対的な位置関係が変わってしまうが、この寄与も対流に寄与する部分に比べるとやはり、おおきい。この体積変化の寄与を差し引くために体積が収縮状態の時のみ、すなわち、粉体粒子がお互いに、くっつき合っている場合どうしを比べて、粉体流を定義したほうがよい。

この「収縮状態」がいつかを判断する基準としておもと振動板の距離がある距離以下の時のみ、粉粒体の位置を記録して、そのデータから粉体流を計算するという方法をとる。

このやり方で、計算した粉体流を図 21 に示す。その見た目は流体乱流によくみられる渦構造に非常によく似ている。実際、この粉体流場の空間 Fourier スペクトルを計算してみると見事なまでに $k^{-5/3}$ の振る舞いをしている (図 22) [55]。これは正に、粉体振動層に於ける粉体流場が流体乱流に非常に近いことを示している。

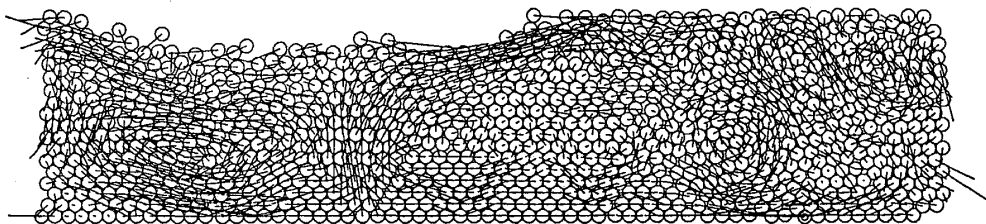


FIG. 21. 図 20 の setup でシミュレーションした場合の粉粒体流場

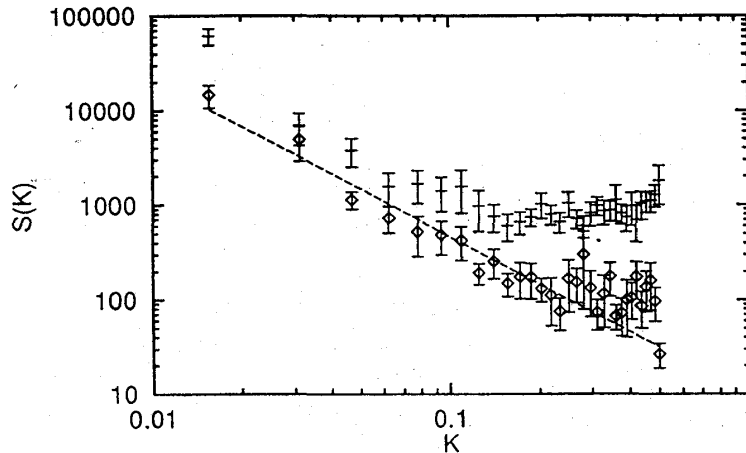
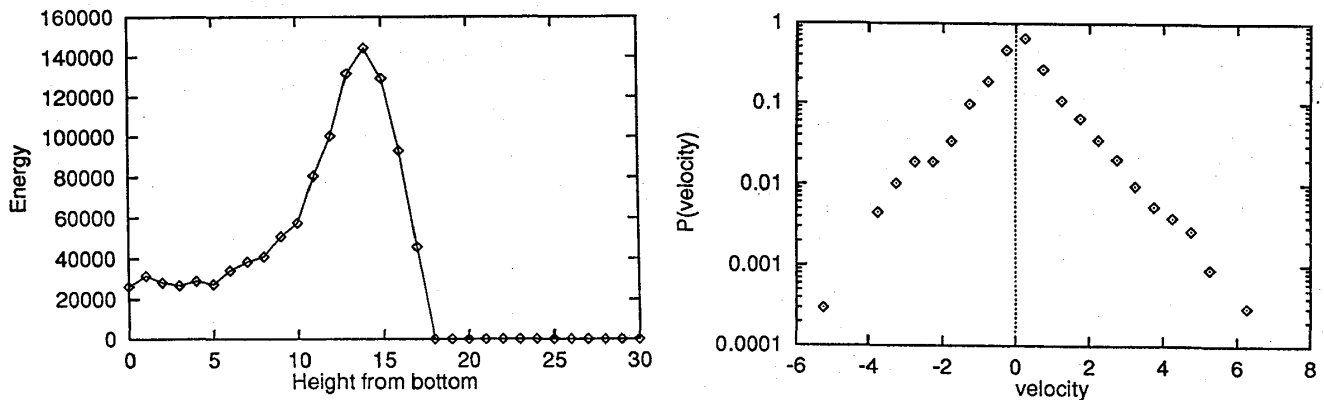
FIG. 22. 図 21 の空間 Fourier スペクトラム. 直線は $k^{-5/3}$ を示す.

FIG. 23. 左: 運動エネルギーの深さ依存性. 深い部分 (深さ 5 以下) は深さによらず一様である. 右: 粉体流場の大きさ分布. 強い非ガウス分布で指数分布型である.

これはいささか驚きである. 粉体のように離散性の非常に強い媒体において, 速度場の空間相関が強い影響を与えるはずの流体乱流に近い速度場が得られたことになる. 実際, 表面から離れた粉体振動層内部では深さにかかわらず運動が一様になっているのがみられる. 一方において粉体流場の大きさ分布は指数分布的になっており, ガウス分布になる流体乱流の場合とは明らかに異なって, より強い間欠性が観測されているのが判る.

以上より, 粉体振動層は本質的に乱流的な挙動を示す事が示された. しかし, それにしても流動化するなりいきなり乱流状態というのもちょっと不自然である. 何らかの形で不安定化への道筋, route to turbulence, というものが提示された方が自然である.

この点については次のように考えられる. まず, 粉体振動層の流動化の過程を考えてみよう. 図 16 を見れば判るように粉体振動層は全体が一度に流動化するのではなく, 表面から徐々に流動化するのであった. この様子を模式的に示したのが, 図 24 である. 加速度振幅が流動化の臨界値を越えても粉体層大部分は流動化しない「固層」のままである. しかし, 固層といっても, 重力加速度以上の強い加速度でたたかれているのであるから, 静止している訳ではない. 相対的な位置を取り換えることができないだけで局所的には激しく運動している. 乱流化の過程はこの固層の領域で進行しており実際に流動化が生じた時には既に, 局所的な運動自身が乱流化している, と考えるのが自然である.

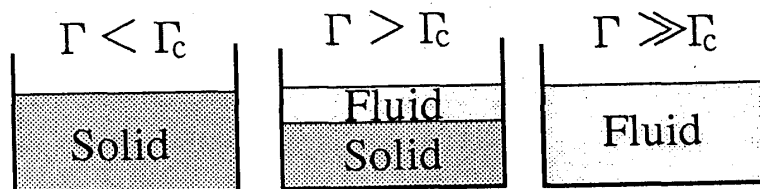


FIG. 24. 粉体振動層の流動化の様子

この点を検証するため、固層での各粒子の振動一周期ごとの移動量(粉体流場)を図25に示す。特徴的な事としては、既に、固層での運動に対流をおもわせる、渦状の運動が発生している事である。ただし、この運動は明らかに局所的なものである。図25に見られるように、おおまかに言って、運動の方向は1周期ごとに逆転しており、(往復運動)大局的な流れ場には発展していない。

この様子をもう少し詳しくみるために水平断面(線?)上の粉体流場の時空プロットを図26に示す。(a)が図25に対応しており、(b),(c)はより大きい加速度振幅の場合に対応する。加速度振幅が増大するにつれ、時空パターンの周期性が失われ乱流的になっていく様子が判る。更にこれを詳しくみるために時空パワースペクトルを図27に示す。最初は空間的にも構造があるが、それが失われてノッペリとしたパワースペクトルとなり、次に、時間方向にも2周期、4周期、3周期を経て最終的に波数ゼロ、周期4にピークを持つが全体としてはノッペリとした構造のない乱流的なスペクトルになってしまう[8](ここで、最後に残る4周期は重心運動からの寄与であり、対流や乱流の成分とは無関係なものである)。注意すべきことはここまで来ても以前として固層のままであるという事である。粉体の流れ場は決して生じていないのである。

以上から判る粉体振動層の動的な性質は以下のようである。

- 粉体振動層の性質は基本的に乱流的である。
- 対流は側壁の存在などにより、流れの方向が固定されしかもアスペクト比が十分小さい時だけ生じる。
- 乱流化は流動が生じていない固層において既に始まっており、このため、流動層ではないつも乱流化してしまう。

しかし、ここで得られた描像は全て計算機ベースであり実験による確認が行われることが望ましい。

VIII. まとめ

粉粒体を巡る典型的な疑問の中に「粒径を小さくする極限をとったら、通常の流体に帰着するか」という疑問があるが、私見としては、この答えはNoと言いたい。今まで見てきたように、粉粒体の動力学では、重力の存在と非弾性衝突や、摩擦のような強い散逸の効果が重要だった。

通常の流体力学の場合、重力がexplicitに動力学に効いてくることはむしろ少ない。これは、通常の流体では熱揺らぎというものが非常に大きく、重力による束縛が無視できるためである。しかるに、粉粒体の場合はこの熱運動が存在しない(あるいは、十分低温である、とい

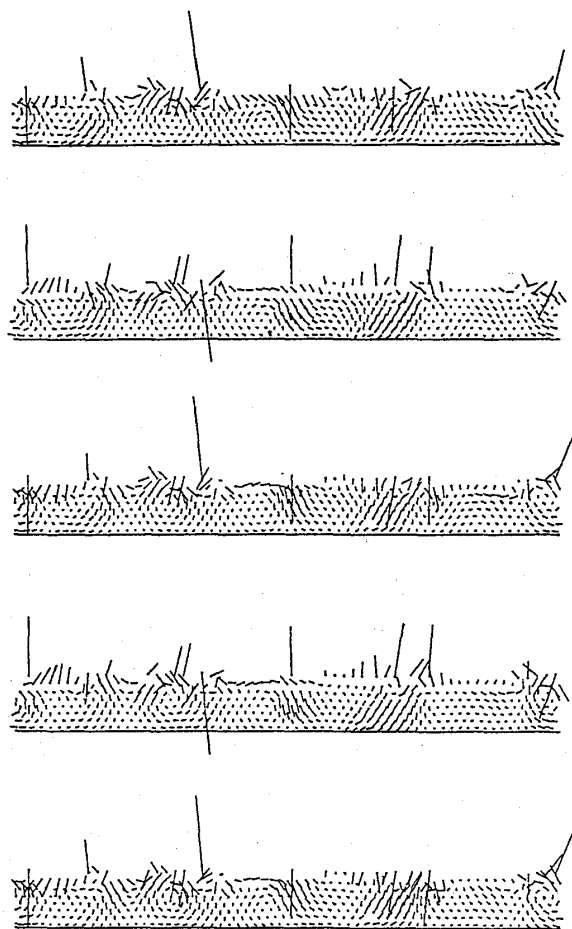


FIG. 25. 固層における粉体流場. ベクトルは 20 倍になっている. 時間は上から下である.

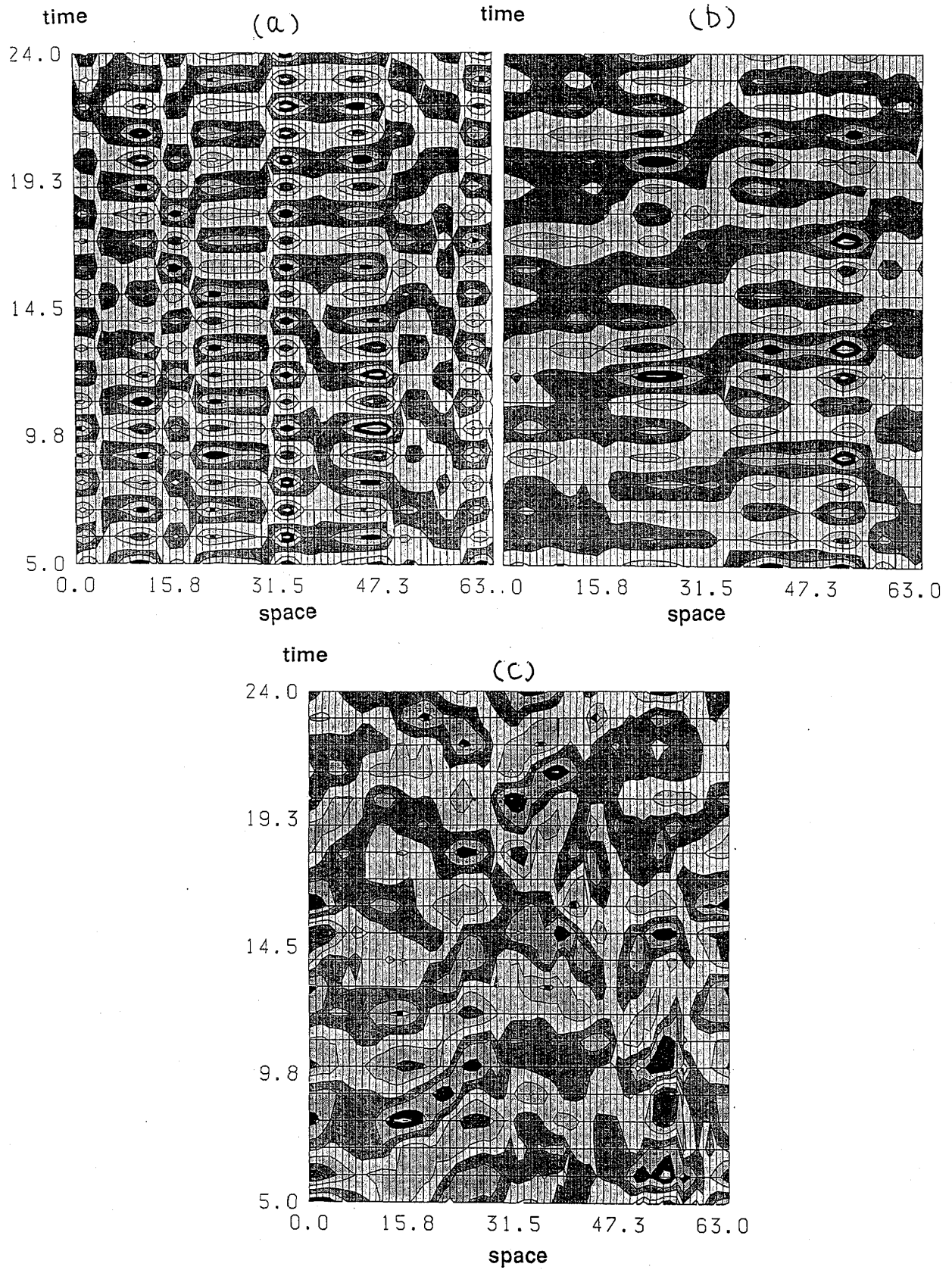


FIG. 26. 固層での運動の時空プロット (a) $\Gamma = 2.96$ (b) $\Gamma = 3.96$ (c) $\Gamma = 4.94$

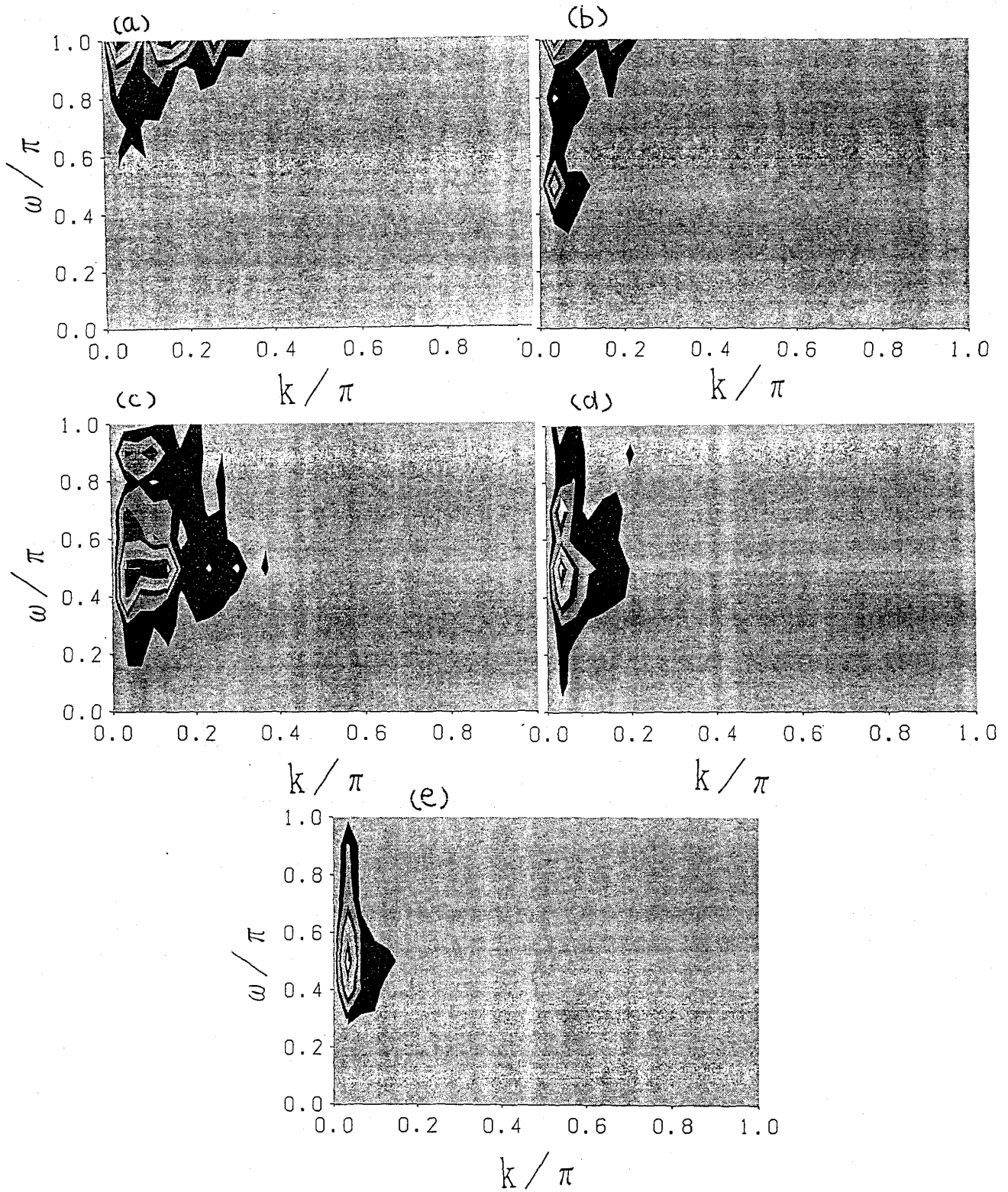


FIG. 27. 時空パワースペクトル. (a),(b),(c)(ここまでは図 26に対応.), (d) $\Gamma = 5.43$ (e) $\Gamma = 5.92$

うべきか?) ために、重力による偏積と言う物が生じる。これに相当するほど低温の場合は通常の流体理論 (例えば Navier-Stokes 方程式) で扱える範囲を越えているように思われる。

また、もう一つの要素である、非弾性衝突や摩擦もミクロな粒子のレベルにこれらを持ち込めるかかなり疑問がある。摩擦や非弾性衝突自身がマクロな物体でのみ定義しうる現象であるから、粉粒体の総体としての振る舞いが流体で近似できるほど小さな粉粒体の粒子の場合に、非弾性衝突や摩擦を考慮することにどれだけ意味があるか、かなり疑問である。

さらに、それに意味があったとしても (例えば、粒径を小さくする代わりに、容器の方を東京ドームのような大きさにとるとか) 通常の流体で扱われる粘性は粒子の運動の粗視化の結果現れるものであり、粒子一つ一つが「散逸」をもつ粉粒体の場合を考慮する枠組みを持っているとは思えない。

この様に、粉粒体は従来の流体の枠組みでは捕えきれない連続体の一種でありながら、「流れる」と言う以外には表現のしようがない運動をする。そこには新しい物理の萌芽が隠されているばかりではなく、「流れる」という概念その物を拡張してくれるかもしれない意外性も内包している。その意味で、まさに、次世代の「基礎物理」の一つとしてとりあげるにたる対象物であろう。

IX. 謝辞

僕自身が粉粒体の研究をするにあたって、様々な人々から精神的に励ましていただきました。全く無名の僕とプレプリのやり取りをしてくれた、Herrmann 氏率いるドイツ Jeulich 研究所の HLRZ のグループ (Hans J. Herrmann, J.A.C. Gallas, T. Pöschell, Jysoo Lee, G.H. Ristow), 完全な門外漢の僕を排除することなく対等に扱って下さった、粉体工学会の皆さん (九工大の湯先生、同志社大の日高先生、そして、NEPTIS-1 に呼んで下さるなど気にかけていただいた大阪大の辻先生、辻研の助手の田中さん)、研究の初期段階で全然結果が出ず某研究会で下らない発表をしたときにフォローしてくれた太田隆夫先生、粉体に興味をもって議論してくださった土井正男先生、東工大の物理学科で、非線型を一人細々とやっている時にいろいろ励ましてくれた足立聡氏を初めとする東工大応用物理学科の北原・原研の皆さん、研究会の報告集を英文で出すことを勧めてくれるなど終止好意的だった Illinois の Yoshitsugu Oono 氏、どこの馬の骨ともつかない僕が編集する Proceedings に快く論文を投稿して下さった国内外の優秀な研究者の方々、粉粒体の研究会などという訳の判らないものをやらせてくださった、統計数理研究所の田村先生、伊庭さん、物理学会誌に解説を書かせて下さった松下貢先生、研究遂行上不可欠だった、ワークステーションをどこからともなく持ってきて与えて下さった小野いく郎先生、セミナーに呼んで下さった、東大駒場の金子邦彦研、早稲田の相沢洋二研の皆さん、それから、海のものとも山のものともつかない粉粒体の研究を同志としてやってくれた西森拓、佐々真一、早川尚男の各氏、この場を借りて感謝したいと思います。

しかし、大したものを書いた訳でもないのにこんなところで感謝されてもみんな困るだろうなあ。

REFERENCES

- [1] A.Mehta and S.F.Edwards, *Physica A*, **168** 714 (1990).
- [2] H.M.Jeager and S.R.Nagel, *Science* **255** 1523 (1992).
- [3] G.A.Held, D.H.Solina, II, D.T.Keane, W.J.Haag, P.M.Horn and G.Grinstein, *Phys. Rev. Lett.* **65** 1120 (1990).
- [4] H.M.Jeager, C-H Liu, S.R.Nagel and T.A.Witten, *Europhys. Lett.* **11** 619 (1990).
- [5] P.A.Cundall and O.D.L.Strack, *Geotechnique* **29**-1 (1979) 47.
- [6] ランダウ・リフシッツ「弾性体論」(東京図書)p75
- [7] R.D.Mindlin, *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, **16** 259 (1949).
- [8] Y-h. Taguchi, *J. de Phys. II*, **2** 2103 (1992).
- [9] 田中敏嗣, 石井俊哉, 辻裕, 日本機械学会論文集, **57** 456 (1991).
- [10] O.R.Walton and R.L.Braun, *Acta Mechanica* **63** 73 (1986).
- [11] O.Reynolds, *Philos. Mag. Ser. 5*, **20** 469 (1885).
- [12] 日高重助, 粉体工学会誌, **29** 465 (1992).
- [13] 粉体工学会誌, **30** No.3 (1993).
- [14] C.S.Campbell, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **22** 57 (1990).
- [15] C.S.Campbell and C.E.Brennen, *J. Fluid. Mech.* **151** 167 (1985).
- [16] T.Pöschel, 'Recurrent Clogging and Density Waves in Granular Material Flowing through a Narrow Pipe', preprint HLRZ 67/92.
- [17] T.Nagatani, *J. Phys. Soc. Jpn.* **62** 1085 (1993).
- [18] Jysoo Lee, 'Density Waves in the Flows of Granular Media' preprint HLRZ **/93.
- [19] T.G.Drake, *J. Geophys. Res.* **95** 8681 (1990); *J. Fluid Mech.* **225** 121 (1991).
- [20] T.Pöschel, *J. de Phys. II*, **3** 27 (1993).
- [21] P.A.Thompson and G.S.Grest, *Phys. Rev. Lett.* **67** 1751 (1991).
- [22] O.R.Walton, 'Numerical Simulation of Inclined Chute Flows of Monodisperse Inelastic Frictional Spheres', *Mech. of Mat.* to appear.
- [23] 加納純也, 下坂厚子, 日高重助, 粉体工学会誌, **30** 188 (1993).
- [24] Jysoo Lee and H.J.Herrmann, *J. Phys. A* **26** 373 (1993).
- [25] Jysoo Lee, 'Avalanches in 1 dimensional piles: A molecular dynamics study', HLRZ preprint 71/92.
- [26] H.Sakaguchi, E.Ozaki and T.Igarashi, *Int. J. Mod. Phys. B*, **7** 1949 (1993); 阪口秀, 尾崎 毅司, 粉体工学会誌, **30** 183 (1993).
- [27] C.S.Campbell and A.V.Potapov, in NEPTIS-1 (Nisshin Engineering Particle Technology International Seminar).
- [28] G.H.Ristow, *J. de Phys. I*, **2** 649 (1992).
- [29] G.H.Ristow and H.J.Herrmann, 'Density patterns in granular media', HLRZ preprint 2/93.
- [30] G.W.Baxter and R.P.Behringer, *Phys. Rev. A*, **42** 1017 (1990).
- [31] D.C.Hong, *Int. J. Mod. Phys. B*, **7** 1929 (1993); H.S.Caram and D.C.Hong, *Phys. Rev. Lett. B*, **67** 828 (1991).
- [32] J.Rajchenbach, *Phys. Rev. Lett.* **65** 2221 (1990).
- [33] J.Rajchnebach, E.Clément and J.Duran, *Int. J. Mod. Phys. B*, **7** 1789 (1993).
- [34] H.Henein, J.K.Brimacombe and A.P.Watkinson, *Metallurgical Transitions B*, **14B**, 191 (1983).
- [35] A.Rosato, K.J.Strandburg, F.Prinz and R.H.Swendsen, *Phys. Rev. Lett.* **58** 1038 (1987).
- [36] R.Jullien and P.Meakin, *Phys. Rev. Lett.* **69** 640 (1992).
- [37] T.Ohtuski, Y.Takemoto, T.Hata, S.Kawai, and A.Hayashi, *Int. J. Mod. Phys. B*, **7** 1865 (1993).
- [38] J.Duran, J.Rajchenbach and E.Clément, *Phys. Rev. Lett.* **70** 2431 (1993).

- [39] G.C.Barker, A.Mehta and M.J.Grimson, *Phys. Rev. Lett.* **70** 2194 (1993).
- [40] J.B.Knight, H.M.Jeager and S.R.Nagel, *Phys. Rev. Lett.* **70** 3728 (1993).
- [41] M.Faraday, *Philos. Trans. R. Soc. London* **52** 299 (1831).
- [42] P.Evesque and J.Rajchenbach, *Phys. Rev. Lett.* **62** 44 (1989).
- [43] C.Laroche, S.Douady and S.Fauve, *J. de Phys.(Paris)*, **50** 699 (1989).
- [44] E.Clément, J.Duran and J.Rajchenbach, *Phys. Rev. Lett* **69** 1189 (1992).
- [45] Y-h.Taguchi, *Phys. Rev. Lett.* **69** 1367 (1992).
- [46] 田口善弘, 粉体工学会誌, **30** 173 (1993).
- [47] J.A.C.Gallas, H.J.Herrmann and S.Sokołowski, *Phys. Rev. Lett.* **69** 1371 (1992).
- [48] Jysoo Lee, 'Heap Formation in Granular Media', HLRZ preprint 101/92.
- [49] Y-h.Taguchi, in *Slow Dynamics in Condensed Matter* eds. K.Kawasaki, M.Tokuyama and T.Kawakatsu, AIP Conf. Proc. No.256 (AIP, New York, 1992).
- [50] J.Rajchenbach, *Europhys. Lett.*, **16** 149 (1991).
- [51] Y.Oono, *Int. J. Mod. Phys. B*, **7** 1859 (1993).
- [52] P.Evesque and E.Szmatula and J.-P.Denis, *Europhys. Lett.* **12** 623 (1990).
- [53] T.Akiyama and T.Shimomura, *Powder Technology* **66** 243 (1991).
- [54] 佐野雅己, 物性研究, **59** 539 (1993).
- [55] Y-h. Taguchi, *Europhys. Lett.* 20 Oct. (1993).

(注)HLRZ preprint **/92, などとあるものは, HLRZ-KFA Jülich, Postfach 1913, W-5170 Jülich, Germany, に請求のこと.

補遺

— Note added in proof —

本稿執筆後、2カ月が経過し、多少の補遺が必要となった。物性研究の場合、Note added in proof というのは許されないのだが、編集部のご厚意にあまえて、多少、付け足させて頂く。

まず、離散要素法による粉体振動層の小山の再現であるが、J.Lee は最終的に、実験と同じ状況での小山の再現に成功した模様である（文献 [48]）。この結果、離散要素法は粉体振動層に関する限り、かなり完全なモデルであることが示されつつあるといえよう。

また、2次元での対流実験に [44] 対応するシミュレーションが提案され、2次元特有の小山の成長機構が再現された（D.E.Wolf, Duisburg Univ., Theoretische Physik, Germany, 国際会議「Fractals in Natural Sciences」1993年ブダペスト、ハンガリー、での講演）。彼らのモデル化は離散要素法のモデル化ではなく、size segregation で用いられたようなモンテカルロ的なモデルである。このモデルで、対流や小山の形成が説明できるとなると粉粒体の動力学の本質とは何か、という点にかなり重大な影響がある。

また、本稿で垂直パイプ流を紹介したが、この現象は空気の共存下でも現象の本質は変わらないらしいことが示唆されている。離散要素法では空気の影響は考慮されなかったが、実際に真空中でこの実験を行なうと、density wave が観測できない、という報告もある。もし、気流の影響が大事であるならば、この現象は粉粒体の集合に下方から気体を吹き込んだ現象と本質的に同じになる。（粉粒体が下降するか、気体が上昇するか、という違いだけである。）そうなると、この垂直パイプ流は粉粒体の集合に下方から気体を吹き込んだ場合の気泡の発生と等価である可能性もあり、本稿の話題としてはふさわしくなかった可能性もある。この点、佐々・早川によって提案され（S.Sasa and H.Hayakawa, *Europhys. Lett.* 17 685 (1992); H.Hayakawa and S.Sasa, in *Complex Fluids*, ed by L.Garrido (Springer, Berlin, 1993)), 小松・早川によって解析が進められている（小松輝久、物性研究、60 103 (1993).）混相流のモデルにおいて見い出されたソリトン（つまり、気泡）との関係が判明することが待たれる。

最近の面白い実験としては、砂時計の流れが気体との微小な相互作用によって振動することを見い出したもの（X-l. Wu and K.J.Måløy, *Phys. Rev. Lett.* 71, 1363 (1993)) がある。前述の垂直パイプ流の例からもわかることだが従来、気流の影響が無視できると思われていたもののどの程度が本当に気流の影響なしに存在しているのか詳細な検討が必要であろう。

粉体振動層の関係では表面波の奇妙な振舞いについて報告したものがある（H.K.Pak and R.P.Behringer, *Phys. Rev. Lett.*, 71 1832 (1993)）。粉体振動層の表面波の挙動は従来あまり注目されてこなかったが、非常に多彩な動力学を示すことがわかってきており、注目を集めている。

粉粒体の実験は、従来、簡単と思われていたが、実際に実験をするとかかなり大変であるらしい。粉粒体の調製などがかなり微妙な条件となってしまうようである。