

氏 名	おお 谷 佳 広
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学 位 記 番 号	情 博 第 278 号
学位授与の日付	平 成 19 年 9 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	情 報 学 研 究 科 複 雑 系 科 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	Fast Multipole Methods for Periodic Problems in Elasticity and Electromagnetics (弾性学及び電磁気学の周期問題における高速多重極法)
論文調査委員	(主 査) 教 授 西 村 直 志 教 授 磯 祐 介 教 授 船 越 満 明

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、3次元静弾性方程式、2次元Helmholtz方程式、及び3次元Maxwell方程式における周期境界値問題において多重極法を定式化し、数値実験によってその精度や計算効率を検討し、併せて応用例を示したものである。

序章である1章に引続き、2章では3次元静弾性学における周期境界値問題を取り上げている。近年注目されているカーボンナノチューブ(CNT)を配合した複合材料の力学特性を連続体近似を用いて解析する場合を想定し、3次元等方線形弾性体中に剛体介在物が存在する静力学モデルを取り扱っている。この複合材料の巨視的弾性定数を均質化法を用いて決定する場合に必要な、微視構造に対する周期境界値問題を導き、これを解くための高速多重極法を定式化している。静的な多重極法における周期境界値問題の研究はGreengardとRokhlinの初期の研究にまで遡るが、発散する格子和を含むなど数学的には不十分な点があった。本論文では絶対収束級数のみによって周期境界値問題の多重極法を定式化する方法を示し、従来の周期多重極法の問題点を解決した。提案する方法は、ユニットセルを多重極法のレベル0のセルと同一視する方法によっており、静弾性学において必要となる種々の格子和が求められている。アルゴリズムの詳細と計算量が未知数 N の問題において $O(N)$ であることを示した後、基本的な境界値問題の数値解を求め、他の数値解法による解との比較を行なって手法の妥当性を示した。最後に剛体介在物を含む複合材料の巨視的弾性定数を均質化法によって求め、近似理論や経験式による結果と良好な一致を示すことを検証した。

3章、4章においては、2章で展開した静的問題における多重極法の周波数域の動的問題への拡張を取り扱っている。まず3章では、2次元Helmholtz方程式の1周期クラック問題(空間内の1方向にのみ周期性のある散乱問題)を取り上げ、周期境界値問題のGreen関数の格子和表現を基に、周期境界値問題の多重極法を定式化している。定式化に含まれる格子和は、そのまま足すと極端に収束が悪く、これをFourier積分に書き換えて評価する方法が示されている。アルゴリズムの検討に引き続いて、遠方場を構成する複数の平面波の振幅を求める方法が示されている。先行研究結果との比較により解法の妥当性を検証した後、周期クラック群による散乱問題が解かれている。クラック問題においてもフォトニック結晶において知られているストップバンドや、周期性の乱れに伴う局在モードやパスバンドなどに類似した現象が存在することを示している。

4章では、3章で展開したHelmholtz方程式の周期問題の高速多重極法による解法を3次元Maxwell方程式に拡張している。まず、フォトニック結晶やメタマテリアル等の3次元Maxwell方程式の周期問題に関わる応用に言及した後、2次元Helmholtz方程式から3次元Maxwell方程式への理論の拡張の詳細について述べている。具体的には、区分的に均一な多領域問題におけるMaxwell方程式の積分方程式を取り扱うための変分法を示し、低周波、高周波領域に跨る問題の解法や、必要な精度コントロールについて述べている。基底関数や、遠方場について述べた後、数値結果を示している。具体的には、層状に配置した誘電体球の散乱問題を解き、先行研究結果との比較によって手法の妥当性を検討している。次にウッドパイル型フォトニック結晶の散乱問題を解き、欠陥のない場合には先行研究結果と良好な一致を得、従来法では解けない欠陥のあ

る場合については、局在モードの存在を示すことができた。付録に、必要な格子和のFourier解析による計算法が示されている。

5章は全体のまとめであり、高速多重極法が3次元静弾性問題や2, 3次元周波数域波動問題の周期境界値問題の高速解法として、効率、精度の両面から非常に有用な方法であることが結論されている。

論文審査の結果の要旨

本論文は、3次元静弾性方程式、2次元Helmholtz方程式、及び3次元Maxwell方程式における周期境界値問題において多重極法を定式化し、数値実験によってその精度や計算効率を検討し、併せて応用例を示したものである。

Laplace方程式の周期境界値問題の高速多重極法は、古くから研究が行われており、その基本的な考え方は、周期の単位となる構造（ユニットセル）を無限回繰り返すことによって解を構成し、遠方のセルの影響は多重極展開によって評価するものである。しかし、従来の研究には発散級数が現れ、これを物理的考察から評価するなど数学的には幾分曖昧な点が残されていた。また、波動問題における周期問題の多重極法研究についてはほとんど先行研究が見当たらない。このような背景の下で、本論文では、まず、3次元弾性体中の剛体介在物の問題を取り上げ、3つの直交する方向に周期境界条件を課した場合の高速多重極法を定式化した。3次元静弾性周期境界値問題では周期Green関数が存在しないが、申請者は楕円関数の理論に想を得て周期解の積分表示を構成し、数学的な曖昧さのない方法で多重極法を展開した。また、カーボンナノチューブ複合材料の巨視的な弾性定数を均質化法によって決定する方法を示し、良好な数値結果を得た。

次に、同様な方法を2次元Helmholtz方程式の1周期問題に適用し、亀裂群の問題においてストップバンド、局在モードなどの現象をとらえることができた。更に、同方法を3次元Maxwell方程式の2周期散乱問題に拡張し、層状、球形の散乱体の解析において精度検証を行なった後、ウッドパイル型のフォトニック結晶のモデルに適用した。これらの数値計算を通して、周期境界値問題における多重極法が効率と精度の面から有用な手法であることを確認した。

このように、本論文は、静弾性学やMaxwell方程式における周期境界値問題における多重極法を完成しており、これらは複合材料の力学や、フォトニック結晶、メタマテリアルなどへの応用を有する工学的にも有意義な研究であると認めることができる。

よって、本論文は、博士（情報学）の学位論文として、価値のあるものと認める。また、平成19年8月27日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。