

深海から浅海に進むうねりの波群特性

安田 孝志・鶴飼 亮行・土屋 義人

GROUP PROPERTIES OF SWELL PROPAGATING FROM DEEP TO SHALLOW WATER

By *Takashi YASUDA, Akiyuki UKAI and Yoshito TSUCHIYA*

Synopsis

This paper investigates on the spatial variation of the wave group accompanied by swell propagating unidirectionally from deep to shallow water. First, data analyses were made for the field wave data obtained at Ogata Wave Observatory, Disaster Prevention Research Institute of Kyoto University in which swell propagating almost unidirectionally in the Japan sea can be observed. Then, a model equation which can describe the unidirectional propagation process of swell from deep to shallow water, is proposed to investigate on wave group properties, and its accuracy and applicability are examined experimentally. Numerical simulations of the propagation of swell having expected statistics were made using the equation, so that some unresolved properties of wave group and their spatial variation were made clear.

1. 緒 言

現地波浪に見られる波群については、主として統計的観点から連長¹⁾や GF (Groupiness Factor)²⁾などの波群統計量による評価が試みられ、時系列としての波群の特性はかなり明らかにされて来た³⁾。しかし、深海から浅海に至る過程での波群の空間変化については、観測の困難さのために有用な記録が十分に得られておらず、実態の解明はほとんど進んでいない。

一方、こうした波群を変調不安定として力学的観点から理解する試み^{4), 5)}はなされているが、連続スペクトルを持つ現地波浪の伝播過程を波動方程式によって記述し、波群の空間変化を力学的に取り扱うには至っていない。これについては、観測記録による実態の解明が遅れていることに加え、KdV 方程式のような優れた性質を持つ波動方程式が深海から浅海にかけての波に対して確立されていないことが大きな理由と考えられる。もちろん、原理的には Zakharov 方程式による記述が可能であるが、実際にこれを時間波形として観測される現地波浪に適用し、その空間発展を記述することはほとんど不可能である。

そこで本研究では、深海から浅海に向かって 1 次元的に伝播する現地波浪の観測が比較的容易な日本海の冬期波浪に着目し、その観測記録を基に波群の空間変化について検討する一方、深海から浅海にかけての現地波浪に適用できる簡便なモデル方程式について説明し、これを用いたシミュレーションによって従来不明な点が多かった深海から浅海に至る現地波浪の波群の空間変化特性の解明を図る。

2. 現地波浪の波群の時空間的变化

2.1 観測の概要

波浪観測は、Fig. 1(a)に示す新潟県大潟海岸の沖合 2.98 km (水深 32.8 m) 地点に投入されたブイ式波高計ウェーブライダーおよび同海岸に設置されている京都大学防災研究所の T 型桟橋に取り付けられた波高計を用いて行われた。ウェーブライダーの位置は、現地波浪の 1 次元的空間変化を観測する目的に合致するように桟橋から沖合いに逆屈折図を作成し、これを基に決定した。また、観測点周辺は Fig. 1(a) および(b)からわかるように等深線がほぼ直線状に走る単調な海底地形となっている。

T 型桟橋には、Fig. 2 に示されるように沿岸方向に 8 台の方向スペクトル観測用波高計 (超音波式 US 1~4, 容量式 C 1~4) および岸沖方向に 8 台の波高計 (超音波式 US 5~7, 容量式 C 5~9) が取り付けられている。なお、図中の () 内の数字は各測器の設置点の平均水深を示す。ここでは、上述のウェーブライダーを測点 P1、桟橋に沿った C3、C1、C5、C6 および C8 をそれぞれ測点 P2、P3、P4、P5 および P6 とし、これら 6 測点での観測記録を解析することにした。

データ解析の対象となる観測期間は Fig. 3 に示すこの間の風速・風向の時間的変化を考慮し、低気圧の通過前後の波浪をほぼカバーする 1987 年 11 月 28 日の 20 時 30 分から 12 月 1 日 6 時までとした。解析は、各測点での 3 時間ごとの 30 分間の連続記録に対して 0.256 秒間隔のサンプリングによって行った。

Table 1 は、各観測データの番号およびその観測時間に加え、その間の平均風速および風向を示したものである。なお、11 月 29 日 17 時 30 分から 18 時のデータについては解析不能のた

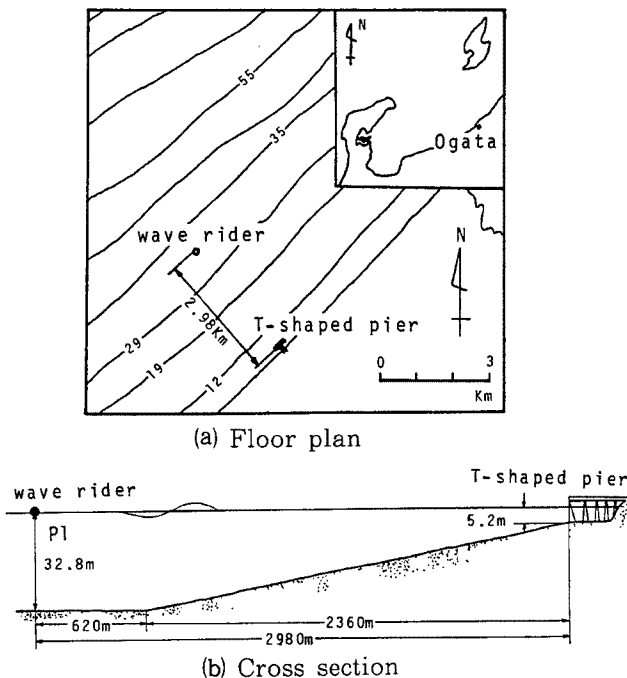


Fig. 1. Observation points and topography of the Ogata Coast.

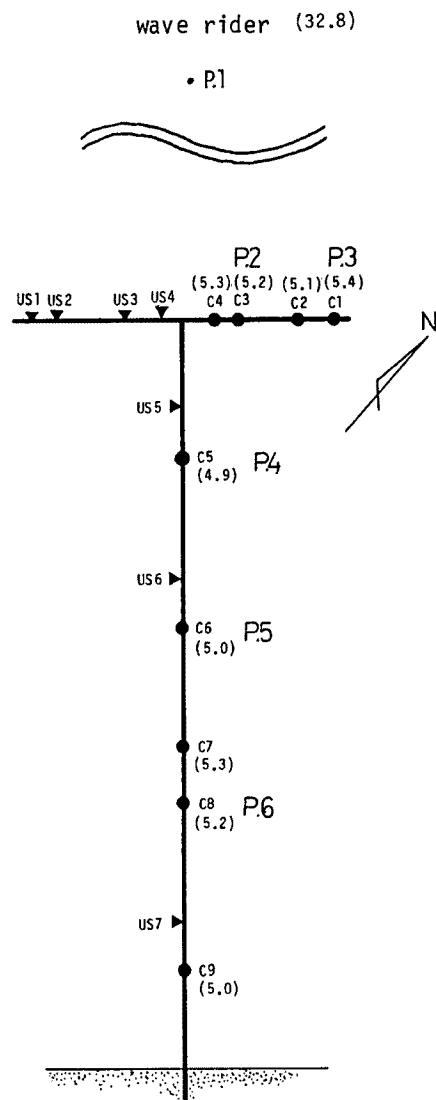


Fig. 2. Position of wave gauges and water depths.

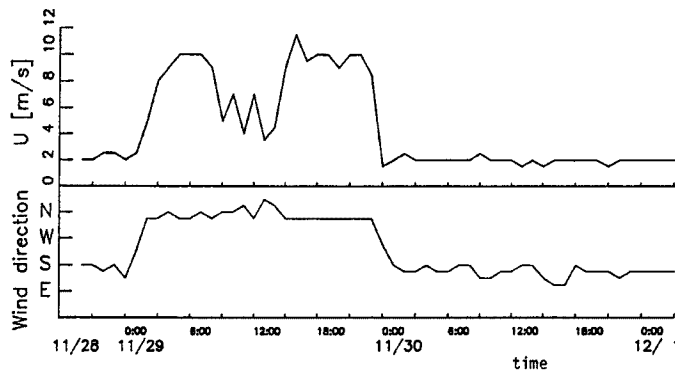


Fig. 3. Temporal changes of averaged wind speed and wind direction.

Table 1. Data number and observation time

Data No.	Observation time	Wind speed (m/s)	Wind direction
B 301	20:30~21:00, 11/28	2.0	S
B 302	23:30~24:00, 11/28	2.0	SE
B 303	2:30~ 3:00, 11/29	8.0	NNW
B 304	5:30~ 6:00, 11/29	10.0	NNW
B 401	8:30~ 9:00, 11/29	5.0	N
B 402	11:30~12:00, 11/29	7.0	NNW
B 403	14:30~15:00, 11/29	9.0	NNW
B 501	20:30~21:00, 11/29	10.0	NNW
B 502	23:30~24:00, 11/29	1.5	WSW
B 503	2:30~ 3:00, 11/30	2.0	SSE
B 504	5:30~ 6:00, 11/30	2.0	SSE
B 601	8:30~ 9:00, 11/30	2.5	SE
B 602	11:30~12:00, 11/30	2.0	SSE
B 603	14:30~15:00, 11/30	1.5	SE
B 604	17:30~18:00, 11/30	2.0	S
B 701	20:30~21:00, 11/30	1.5	SSE
B 702	23:30~24:00, 11/30	2.0	SSE
B 703	2:30~ 3:00, 12/ 1	2.0	SSE
B 704	5:30~ 6:00, 12/ 1	2.0	SSE

考えられ、P1を通過した波のすべてが常にそのままP2を通過することはあり得ない。しかし、この場合のように海底地形が沿岸方向にほぼ一樣な場合、Fig. 5に示すようにP1を通過した波と同等のアンサンブル特性を持つ波がP2およびP3を通過するものと考えられる。この推察が正しければ、統計量に関する議論を行う限り、P2での波はP1を通過して来たものとして扱うことができよう。

めに除いてある。

2.2 伝播方向に関する検討

日本海における冬期波浪は一般に日本海全域にほぼ一様に吹く北西の季節風によるものであるため、Thompson および Seeling⁶⁾が対象とした太西洋における波のように様々な波源からの波が重畳されたものと異なり、方向集中度は十分に高いものと考えられる。

Fig. 4は、この点を明確にするため、

棧橋先端に設置された波高計をリニアアレイとして求めた方向スペクトルの代表例である。棧橋先端での水深が5.2 mであることから、そこでの波は既に屈折の影響を受け、いずれの時刻においても汀線に直角に入射するNWの波が卓越している。うねりの段階では汀線に直角に入射する長波長の波が目視によっても明瞭に確認され、測点P1での方向スペクトルは不明であるが、P1を通過した波の大部分はそのまま真直ぐに棧橋に到達するものと考えられる。もちろん、測点P1での方向分布はP2でのものよりも広がっていると

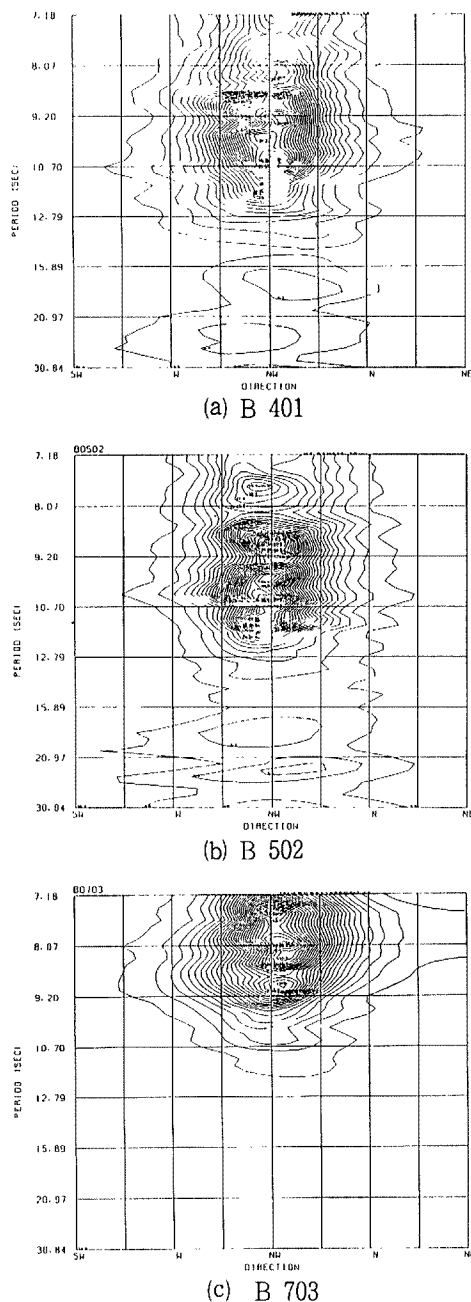


Fig. 4. Directional spectra.

であり、風波としての特性が測点 P6 においても保たれている。しかし、暴浪期に入って波の発達が進んで来ると、測点 P1 から桟橋まで進む過程でスペクトルのピーク付近の尖鋭化と倍モードの発達が見られるようになる。これは、このときの平均風速はなお 10 m/s 程度であるが、波の発達とともに相対的に波自体の力学的機構が卓越するようになり、それがピーク周波数付近のモードに顕れたことによるものと思われる。減衰期になると、周波数分散によるスペクトルの尖鋭化が一層進むと同時に、非線形効果や浅水効果もより明瞭に顕われるようになり、この段階のスペクトルの空間変化はほぼ波自体の力学によって説明できるようになる。

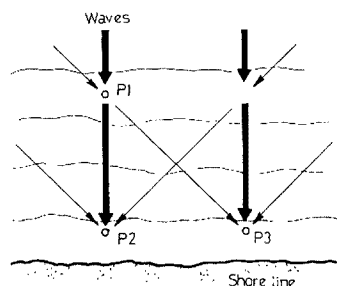


Fig. 5. Schematic diagram of direction of waves passing through observation points.

Fig. 6 は、前述の Fig. 4 と同時刻の測点 P2 および P3 でのパワースペクトルを比較したものである。風の影響下にある B 401 および B 502 ではスペクトル形状に若干の相違は認められるが、うねりの段階ではほぼ一致するようになり、スペクトルに関する限り、上述の推察通りとなっている。

Fig. 7 は測点 P2 および P3 での GF の時間的変化を比較したものである。波群指標である GF の変化は風速と逆の傾向を示し、風が止んだ後に波群の発達が進んでいる。両測点の GF には、たかだか 0.1 程度ではあるが、若干の差異が認められる。この程度の差は統計的変動の範囲内とすれば、測点 P1 および P2 での GF の値がこれを上回っている限り、波群統計量に関しても上述の推察は妥当と判断される。

2.3 低気圧の通過に伴う統計量の時空間的变化

ここでは、低気圧の通過に伴う各種統計量の時空間的变化について検討し、深海から浅海に進む過程での波群の空間変化の特性を明らかにしたい。

1) スペクトルの変化

まず、測点 P1 から桟橋に沿って伝播する間のスペクトルの変化について検討する。Fig. 8 は発達期、暴浪期および減衰期のそれぞれについて示したものである。発達期ではスペクトル形状は空間的にほぼ一定

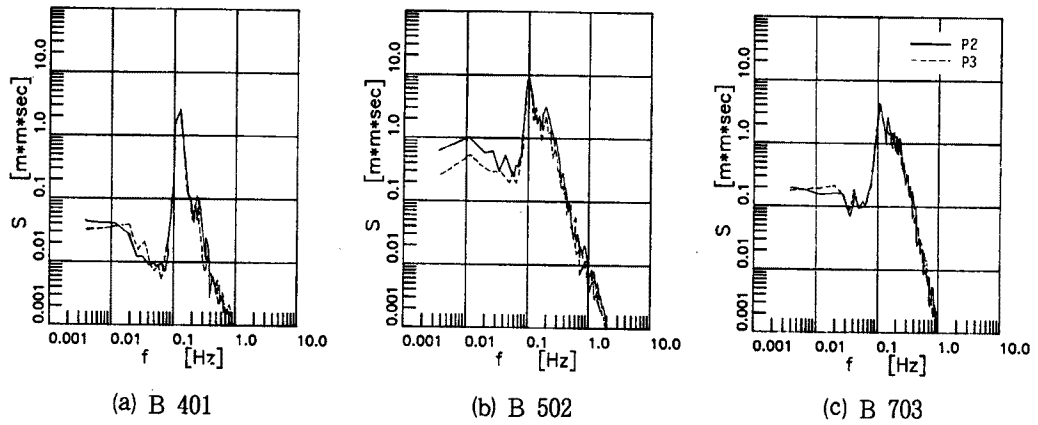


Fig. 6. Comparisons of power spectra between results observed at P2 and ones at P3.

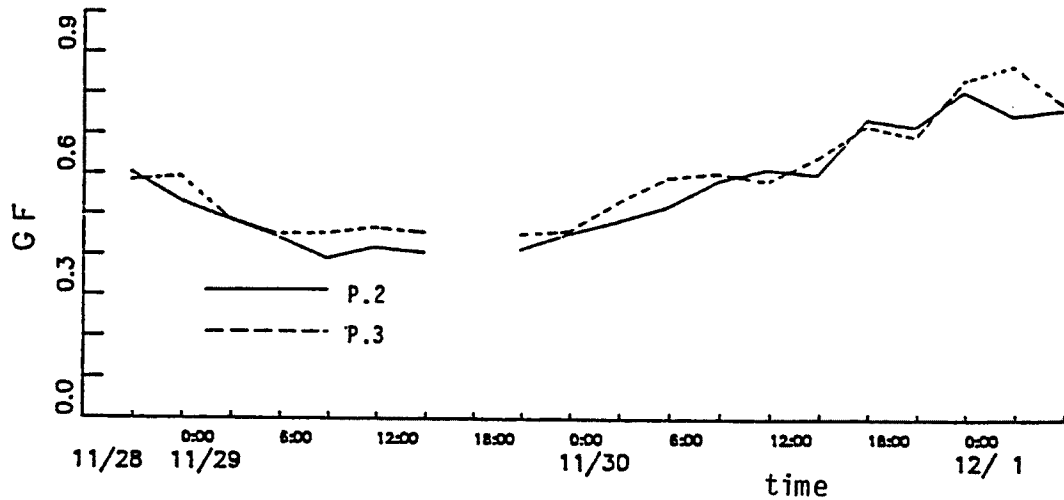


Fig. 7. Comparison of temporal changes of GF between results observed at P2 and ones at P3.

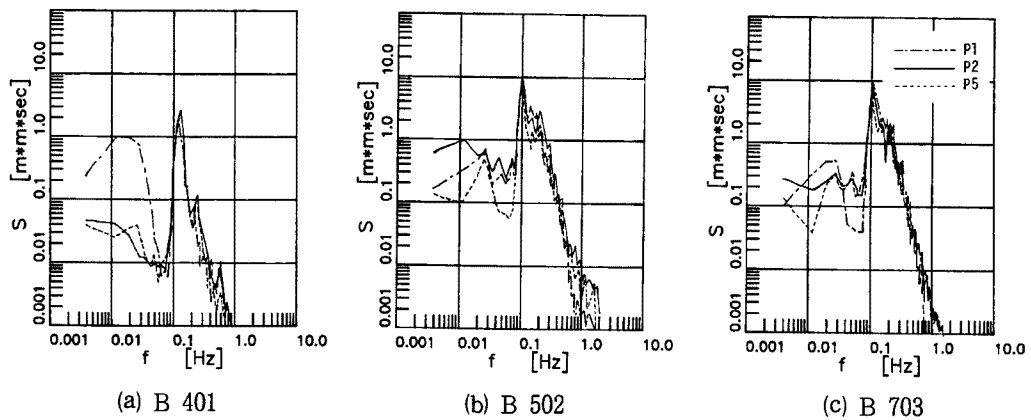


Fig. 8. Spatial variations of power spectra from deep to shallow water.

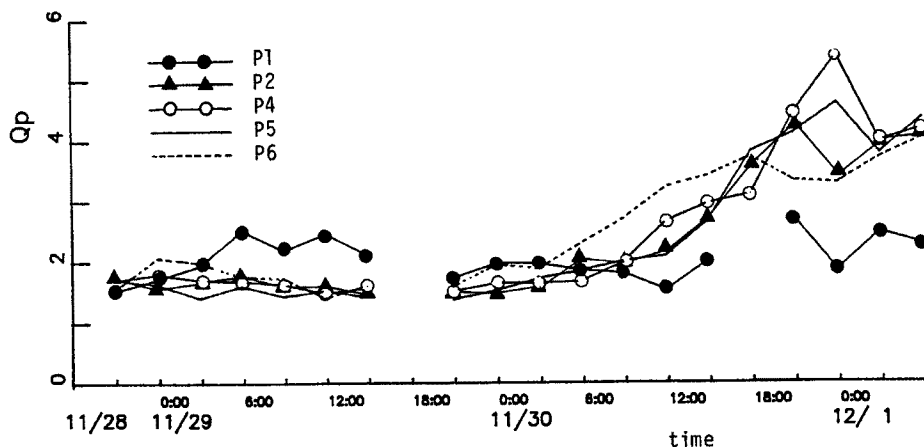


Fig. 9. Temporal changes of spectral peakedness parameter Q_p at each observation point.

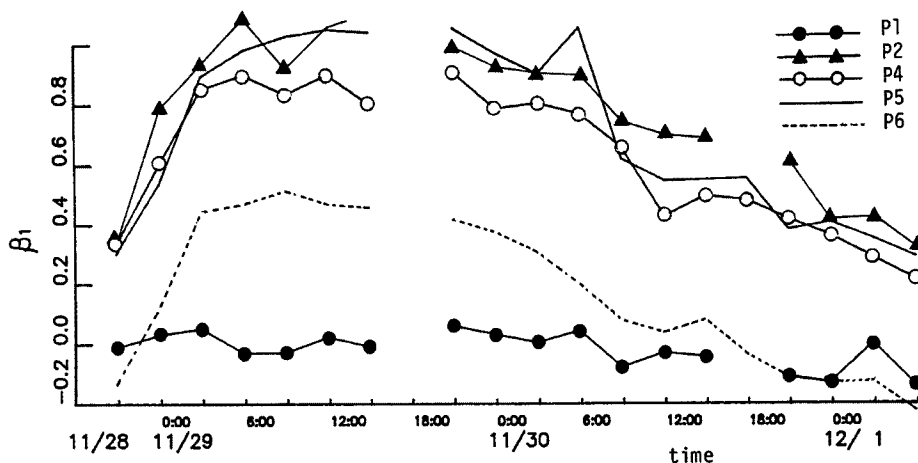


Fig. 10. Temporal changes of skewness β_1 at each observation point.

Fig. 9 は、合田³⁾のスペクトル尖鋭度パラメタ Q_p の各測点ごとの時間変化を示したものである。風の影響下にある発達期には Q_p の値は減少傾向を示し、通常の風波の場合の2前後まで減少するが、減衰期に入ると増大に転じ、特に桟橋における Q_p の増大は著しい。これは、測点 P1 から P2 に進む過程でスペクトル形状の尖鋭化が相当に進むことを示し、この間の波の伝播の記述に分散効果の評価が不可欠となることを物語っている。

2) 非線形指標の変化

ここでは、波の分散性と並んで波動運動に重要な影響を及ぼす非線形性に着目し、その時空間的変動特性について検討する。

Fig. 10 は、歪度 (skewness) β_1 を非線形指標として各測点ごとの時間的変化を示したものである。測点 P1 では波浪状況に関係なく常時0前後の値となっているが、桟橋に向かう過程で増大し、測点 P2 では暴浪時に1を越えるまでになる。減衰期に入ると、 β_1 の値は減少して行くが、減衰が十分に進んだ段階でも P2 での値は0.4程度であり、P1 から P2 に向かう過程で非線形性が強化されていることがわかる。ついで、規則波の非線形指標として用いられている ka の各測点ごとの時間的変化を Fig. 11 に示す。

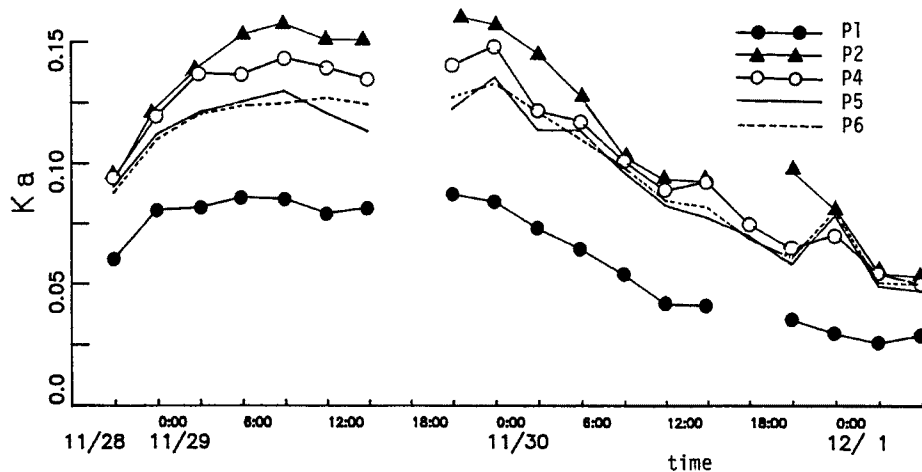


Fig. 11. Temporal changes of steepness ka at each observation point.

ここに、 k はスペクトルのピーク周波数 f_p に対応した波数、および a はゼロダウン法によって定義された平均波高 $\bar{H}$ の $1/2$ に等しい振幅を示す。 ka の値も β_1 と同様な時空間的变化を示し、これからも P1 から P2 に向かう過程で非線形性が強化されていることがわかる。このことは、深海から浅海に進む過程で分散性によるスペクトルの狭帯化と併せて非線形性による倍モードや測帯波モードの発達が進み、波群特性の空間変化にも何らかの影響が顕れることを示唆している。

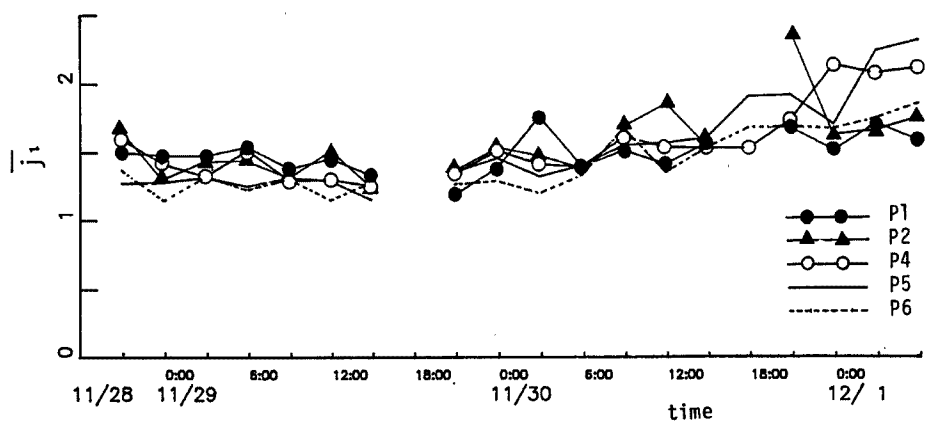
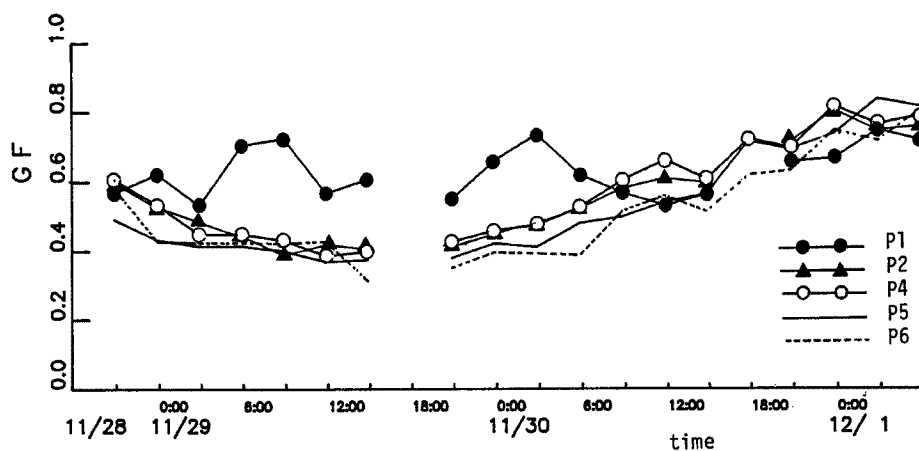
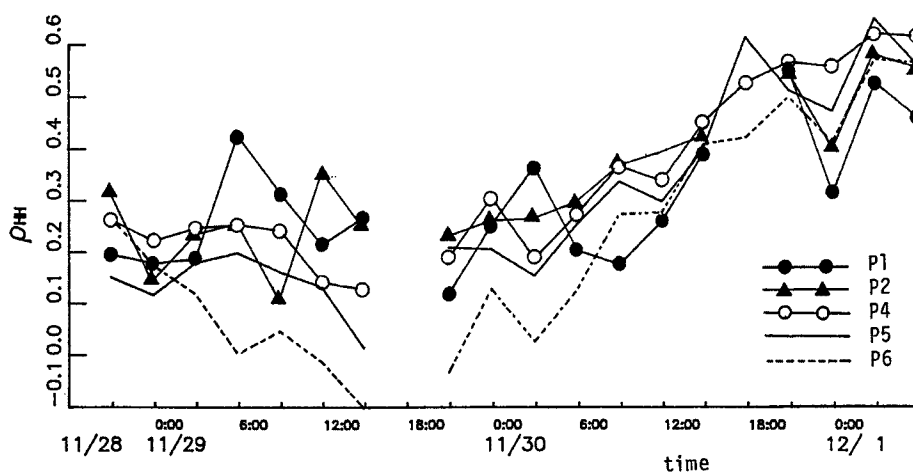
3) 波群統計量の変化

波群を表す統計量としては種々提案されているが、ここでは、 $H_{1/3}$ を設定波高とする平均連長 $\bar{l}_1(H_{1/3})$ 、前述の GF および隣り合ったゼロダウン波高の相関係数 ρ_{HH} に着目し、これらの時空間的变化について検討する。Fig. 12 は各測点ごとのこれらの時間的変化を示したものである。平均連長 $\bar{l}_1$ の値は、設定波高を $H_{1/3}$ としたこともあり、減衰期に若干増大する傾向はあるが、時空間的にほとんど変化せず、1.5 前後の値となっている。これに対し、相関係数 ρ_{HH} の方は前述の Q_p とほぼ対応した時間的変化を示し、スペクトルの狭帯化に伴って一様波列化が進むことが確認できる。さらに GF について見ると、測点 P1 では一定の増減傾向は見られないが、桟橋では Q_p とほぼ対応した時間的変化を示している。減衰が進んで来ると、測点間の差は 2.2 において述べた統計的誤差の範囲内となり、波群は空間的にほぼ一定となる。これが深海から浅海にかけての波群の空間変化の正しい姿とするなら、その間のスペクトルの狭帯化と非線形性の強化は波群に何ら影響を及ぼさないことになる。この点を明確にするには、測点 P1 から P2 に向かって進むうねりの伝播過程の検討が必要となる。

3. 深海から浅海に進むうねりのモデル方程式

3.1 モデル方程式の導出

深海から浅海に進むうねりの伝播過程を精度良く記述できる波動方程式としては Zakharov 方程式が知られているが、これを実際に連続スペクトルを持つ現地波浪に適用することは容易ではない。しかも、現地波浪は一般に時間波形として計測されるため、Zakharov 方程式を空間発展型に変換する必要があるが、それは実際上ほとんど不可能である。包絡波形の伝播を記述する非線形 Schrödinger 方程式は発展型の変換が容易という利点を持つが、準単色波を適用の対象としており、連続スペクトルを持つ現地波浪に直接適用することはできない。また、KdV 方程式は浅海域の波を記述する簡便な方程式であるが、弱

(a) Mean run length $\bar{j}_1 (H_{1/3})$ (b) Groupiness factor GF (c) Correlation coefficient between successive wave heights ρ_{HH} **Fig. 12.** Temporal changes of wave group statistics at each observation point.

分散性の波に適用が限定されるという問題を抱えている。このように、対象とする現地波浪が深海から浅海に1次元的に伝播するうねりのような比較的簡単な波であっても、それを実際に記述するとなると、新たな波動方程式の導出から始める必要がある。

この場合、波動方程式に要求される条件としては次の4項目に整理される。

- i) 所定の地点での時間波形が与えられれば、その空間発展を記述できること。
- ii) 深海から浅海に至るまでの伝播過程を記述できること。
- iii) スペクトルバンド幅の制約を受けないこと。
- iv) 現地波浪の長距離伝播の記述に適した簡便な方程式であること。

KdV方程式はi)およびiv)を完全に満たしているものの、ii)およびiii)に問題を抱えている。しかし、i)およびiv)以外のKdV方程式の優れた特色——海底勾配や風などのせつ動の影響の取り込みが容易——を考慮すれば、KdV方程式のこれらの長所をそのまま残しながら問題点を解消して行くのがより实际的と考えられる。以下に著者らが提案したうねりのモデル方程式⁷⁾の導出の過程について述べる。

いま、 x 方向に進む線形分散波の波動方程式を考えれば、それは次のようになる。

$$\partial_t \eta + \sqrt{gh} [\partial_x \eta + (h^2/6) \partial_x^3 \eta + \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n C_{2n} (\partial_x)^{2n+1} \eta] = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ∂_t および ∂_x はそれぞれ t および x に関する偏微分記号、 g は重力加速度、 h は平均水深、 η は平均水面からの水面変動であり、 C_{2n} は波速 c を次式のように波数 k のべき級数として展開したときの係数である。

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{(g/k) \tanh kh} \\ &= \sqrt{gh} \{1 - (kh)^2/6 + \dots\dots\} \\ &= \sqrt{gh} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n} k^{2n} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

一方、KdV方程式は、

$$\partial_t \eta + \sqrt{gh} \{ \partial_x \eta + (h^2/6) \partial_x^3 \eta \} + (3/4) \sqrt{g/h} \partial_x \eta^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

与えられ、2次の非線形項を含むものの分散項については最低次のものでしかない。そこで、分散項を式(1)のものと置き換えれば、線形分散関係を厳密に満足した非線形波動方程式が次式のように仮定できる。

$$\partial_t \eta + \sqrt{gh} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n C_{2n} \partial_x^{2n+1} \eta + (3/4) \sqrt{g/h} \partial_x \eta^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

これは分散項として無限階の導関数を含むため、このままでは実際に解くことができず、KdV方程式に対して分散項を厳密にしたことの意義が生かされない。そこで、式(4)を波数空間上で扱うことにし、波動解を次式のように仮定する。

$$\eta(x, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(t) \exp(ik_m x) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 A_m は m 番目のモードの複素フーリエ係数、および k_m はその波数である。

これより、式(4)は次のモード方程式に書き換えられ、無限階の導関数を含む問題は解消されることになる。

$$dA_m/dt + ik_m \sqrt{gh} \{ \sqrt{(1/k_m h) \tanh k_m h} A_m + (3/2) h^{-1} \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_{m-j} A_j \} = 0, \quad -\infty < m < \infty \quad \dots\dots (6)$$

KdV方程式(3)に対しても同様に式(5)を代入すれば、次式のように書き換えられる。

$$dA_m/dt + ik_m \sqrt{gh} \{ 1 - (1/6) (k_m h)^2 A_m + (3/2) h^{-1} \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_{m-j} A_j \} = 0, \quad -\infty < m < \infty \quad \dots\dots (7)$$

式(6)と式(7)を比較すれば、波数空間上で扱うことによって、単に式(4)の困難が解消される

というだけでなく、分散項の精度を改善したことの意義が生かされるようになったことがわかる。すなわち、式(7)では、 A_m の変化が k_m^3 に依存し、高波数成分に対して不安定であると同時に $(k_m h)^2 < 6$ の適用上の限界が存在する。これに対し、式(6)ではただか $k_m^{1/2}$ に依存するだけであるために高波数成分に対しても安定である上、 $k_m h$ に適用上の限界が存在しないため、任意のスペクトルを持つ現地波浪の記述が可能となっている。

式(6)は、このようにKdV方程式の問題点を解消しているが、時間発展型であるため、固定観測点での時間軸上の水位変動として観測される現地波浪にそのまま適用することは出来ない。また、現地波浪が1次元的に扱えたとしても、大水深から浅海域に至る過程での水深変化の影響も評価しておく必要がある。そこで、まず、現地波浪の長距離伝播に都合の良ように $\sqrt{gh}$ で進む動座標上で考えることにすれば、水深変化の影響を取り込んだ動座標上の空間発展型モデル方程式が無次元モード方程式として次式のように導かれる。

$$d\tilde{A}_m/dx^* + ik^*(c^* - h^{*1/2})\tilde{A}_m + \sum_{j=-\infty}^{\infty} i(3/2)k^*h^{*-1/2}\tilde{A}_{m-j}\tilde{A}_j = 0, \quad -\infty < m < \infty \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $x^* = x/h_0$, $k_m^* = k(\omega_m)h_0$, $h^* = h/h_0$, $c^* = c(\omega_m)/\sqrt{gh_0}$, $A_m/h_0 = \tilde{A}_m h^{*-1/4}$ であり、 h_0 は原点での水深を示す。

3.2 モデル方程式の性質と計算法

モデル方程式は、式(8)に示したようにKdV方程式の分散項のみを厳密な表示に修正したものであり、KdV方程式が持っていた上述の長所に加え、以下に示す保存量を持つという長所も引き継いでいる。一様水深場でのモデル方程式より1次および2次の保存則を導けば、それぞれ次式のように書かれる。

$$\frac{d}{dx}I_1 = -\frac{3}{4} \frac{\eta^2}{\sqrt{gh^3}} \Big|_0^{T_0} - \int_0^{T_0} L[\eta] dt, \quad I_1 = \int_0^{T_0} \eta dt \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{d}{dx}I_2 = -\frac{\eta^3}{2\sqrt{gh^3}} \Big|_0^{T_0} - \int_0^{T_0} \eta L[\eta] dt, \quad I_2 = \int_0^{T_0} \frac{\eta^2}{2} dt \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$L[\eta] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i[\sqrt{(k_m/h)\tanh k_m h} - k_m] A_m e^{i\omega_m t} \dots\dots\dots (11)$$

であり、 T_0 は観測時間である。時間軸上の η に対して観測時間 T_0 を1周期とする周期性を仮定すれば、複素フーリエ係数 A_m については $A_m = A_{-m}$ および角周波数 $\omega(k_m)$ については奇関数の関係があることから、式(9)および(10)の右辺の各項はすべて0となる。この結果、モデル方程式は1次 I_1 および2次 I_2 の保存量を持つことになり、数値解の精度をこれら保存量の保存性に着目して評価できることになる。

モデル方程式は、KdV方程式の数多くの長所を引き継ぐだけでなく、それが抱えていた問題点を解消しており、前述のうねりの波動方程式に要求される4つの条件をすべて満たした方程式となっている。したがって、この方程式を用いることによって、これまで不明であった深海から浅海に進むうねりの統計的性質、特に波群特性の空間的变化について何らかの知見が得られるものと思われる。

モデル方程式が実際に解けるのは周波数空間上であるため、計算はフーリエ級数法によって行われる。各モードの空間発展の計算は4次のRunge-Kutta-Gill法を用いて行い、非線形項については擬似スペクトル法によって次のように置き換えて計算する。

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} k_m^* \tilde{A}_{m-j} \tilde{A}_j = k_m^* B_m, \quad -\infty < m < \infty \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 B_m は次式のように非線形項 $\eta^2/2$ を複素フーリエ表示したときの係数である。

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m(x) \exp(i\omega_m \tau) = \eta^2/2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

これによって、計算時間の短縮と非線形項の計算精度の向上が図られている。数値計算の精度は、前述したようにモデル方程式が波形 η に関する 1 次および 2 次の保存量を持つ点に着目し、保存誤差が 0.1% 以下に留まるように時間および空間刻みを変化させて計算しているため、ほぼ厳密であると言える。

4. モデル方程式の精度と適用性

4.1 水理実験による精度の検証

前述のモデル方程式は流体力学の基礎方程式から数学的に導かれたものではないため、その精度を理論的に評価することは難しく、実際の水の運動をどこまで正確に記述できるかの検討を基に行われる必要がある。そのための水理実験は、岐阜大学工学部水理実験棟の波浪長水槽（1 m × 1 m × 52 m）を用いて行われた。この水槽には、所定のスペクトルを持つ不規則波列の造波が可能な海岸波浪発生装置が取り付けられており、また、消波側端部には 10 m の長さの消波装置（反射率 3% 以下を実現）が設置され、長時間の不規則波実験が可能となっている。

実験では任意のスペクトルを持つ不規則波への適用性を検討するため、次式の合田による 5 パラメタ型スペクトル⁸⁾を用いて所定の不規則波列の造波を行う。

$$S(f) = \alpha H_{1/3}^2 (f_p/f)^m \exp[-(m/n)(f/f_p)^{-n}] \gamma^{\exp[-(f/f_p-1)^2/2\sigma^2]} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$$\alpha = \left\{ 16.032 \int_0^\infty (f/f_p)^{-m} \exp[-(m/n)(f/f_p)^{-n}] \gamma^{\exp[-(f/f_p-1)^2/2\sigma^2]} df \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 : f < f_p \\ 0.09 : f \geq f_p \end{cases}$$

であり、 m 、 n および γ はスペクトル形状に合わせて変化させるパラメタである。 $m=5$ 、 $n=4$ および $\gamma=1$ とすれば、Bretschneider・光易型を与える。今回の実験では $n=4$ 、 $\gamma=1$ と固定し、 m の値によってスペクトルのバンド幅を変化させた。

こうして造波した不規則波の時間波形を各測点で測定し、測点 P1（造波板から 4 m の位置）での波形を初期波（P1 での境界条件）としてモデル方程式によってシミュレートした測点 P2 での計算波形と直接比較することにより、モデル方程式の精度検証を行う。この場合、精度を定量的に評価するため、観測時間 T_0 の実測波形に対する計算波形の誤差 E を次式のように定義し、これを精度評価のための指標とする。

$$E = \int_0^{T_0} (\eta_{ob} - \eta_{cal})^2 dt / \int_0^{T_0} \eta_{ob}^2 dt \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 η_{ob} は実測波形および η_{cal} は計算波形である。

モデル方程式は、前述したように KdV 方程式の非線形項をそのままにして分散項のみを厳密な表示に修正したものであり、波の分散性と非線形性の両面から精度の検討を行う必要がある。そこで、分散性指標 kh と非線形性指標 ka を組み合わせた U_r 数に着目し、これと上述の誤差 E との関係調べる。ただし、スペクトルのバンド幅が広くなるに従って、統計量としての U_r 数の値は一定であっても各フーリエモードの U_r 数の分布は広がるため、バンド幅の影響にも考慮して精度の検討を行うことにする。また、伝播距離が長くなるに従って粘性の影響は累積して行くため、代表波長 L （ $=2\pi/k$ ）で無次元化した伝播距離 x/L がほぼ一定（ $x/L \approx 5$ ）となるように測点 P2 の位置を調整する。

Fig. 13 は、うねりに近いバンド幅（ $Q_p \geq 4.0$ ）を持つ不規則波について誤差 E と U_r 数の関係を示した

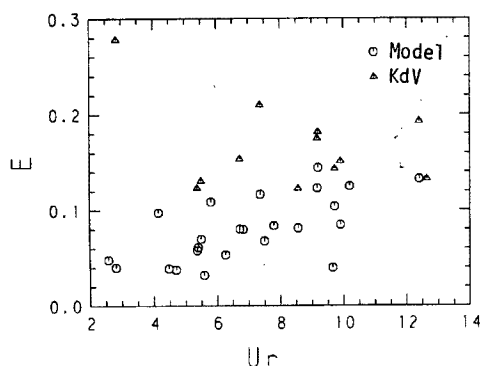


Fig. 13. Relation between the error E and the Ursell number U_r in the case of $Q_p \approx 2.0$.

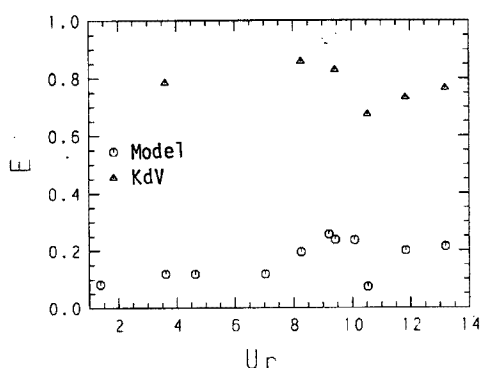


Fig. 14. Relation between the error E and the Ursell number U_r in the case of $Q_p \approx 2.0$.

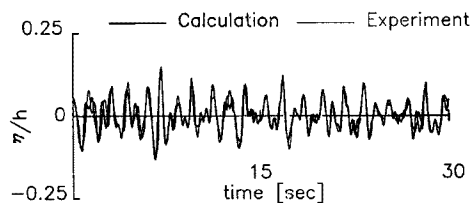


Fig. 15. Comparison between the simulated wave profile and the observed one.

ル方程式による伝播シミュレーションを行う。計算は前述の Fig. 1 中の測点 P1 での観測波形をモデル方程式の初期波として与え、測点 P2 まで実施する。ただし、測点 P2 での観測記録によれば、 Q_p の値が 2.7 であるのに対し、 U_r 数の値が 13.4 ($kh = 0.82$, $ka = 0.09$) であり、測点 P2 はモデル方程式の適用限界付近に位置している。そこで、 $kh < 0.8$ となる浅海域では KdV 方程式を用いることにし、これよりも深い領域ではモデル方程式を用いることにする。また、観測結果との比較については、水理実験の場合のように波形を直接比較することは難しいため、シミュレーション波形より計算される統計量に関

ものである。ばらつきはあるが、KdV 方程式の誤差は U_r 数が増すに従って減少する傾向を示すのに対し、モデル方程式の誤差は逆の傾向を示している。これは、モデル方程式が KdV 方程式を基礎としたものでありながら、適用領域は逆に深海から浅海であり、 U_r 数が 14 を越える極浅海域では KdV 方程式よりもむしろ精度が低下する傾向のあることを示している。

Fig. 14 は、風波に近いバンド幅 ($Q_p \approx 2.0$) を持つ不規則波に対して同様な検討を行ったものである。この場合はバンド幅が広がっていることもあり、KdV 方程式の精度はかなり低下しているが、モデル方程式の方は Fig. 13 の場合と比べてそれ程精度は低下しておらず、スペクトルのバンド幅の適用上の制約を余り受けないことがわかる。なお、図中の $E = 0.26$ のときの実測波形と計算波形の比較を Fig. 15 に示すが、対象としている波が $Q_p \approx 2.0$ の広帯域の不規則波である点を考慮すれば、両者は実際上ほとんど一致していると見ることができる。このことから、モデル方程式は、 U_r 数が 12 以下であれば、スペクトルのバンド幅に関係なく伝播過程の記述に十分な精度を持つものと判断される。また、 $Q_p > 4.0$ のような狭帯化が進んだ波では U_r 数が 10 を越えても十分な精度を持つと考えられることから、モデル方程式は深海から浅海に向けて伝播して来るうねりの記述に十分適用できるものと判断される。

4.2 現地波浪への適用性

モデル方程式の現地波浪への適用性について検討するため、前述の大湊海岸での観測記録から減衰がそれ程進んでいない B 603 (11 月 30 日 14 時 30 分～15 時) のデータを選び、これを用いてモデ

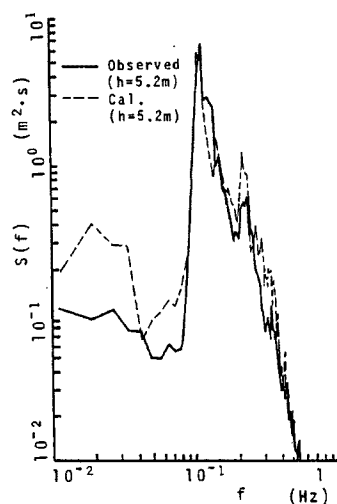


Fig. 16. Comparison of power spectra between the simulated result and the observed one.

して比較を行う。

Fig. 16 は、上述のようにして計算した測点 P2 でのスペクトルを観測結果と比較したものである。計算結果の方が非線形性の影響が強く顕れ、倍モードや3倍モード成分の発達が観測結果によるものを上回っているが、スペクトルの形状としては両者の対応は良好である。また、Table 2 は、測点 P2 での波群統計量についての比較を示したものである。計算結果は観測結果と完全に一致している訳ではないが、ほぼ妥当な値を与えており、1 次元的に伝播するうねりの統計的性質の空間変化についてはモデル方程式による予測が十分に可能と判断される。

このようにモデル方程式の現地波浪への適用が可能ということになれば、このときのシミュレーション結果を基に測点 P1 から P2 に向かう過程での波群の空間変化を検討できる。Fig. 17 は波群統計量を GF としてその結果を示したものである。図中の下の横軸は P1 を原点とする水平距離を示し、上の横軸は代表的な地点での kh の値を示す。これを見ると、GF は一様水深部 ($x < 620$ m) における伝播の過程ではほぼ一様に増加して行くが、傾斜面上を進むようになると周期的変動を伴いながら減少して行き、測点 P2 では P1 での GF の値 0.66 に近い 0.65 に戻っていることがわかる。両測点 P1 および P2 での観測結果からのみでは、深海から浅海に進む過程で波群はほとんど変化しないという Thompson & Seeling⁶⁾ と同様の結論に達するが、上述のシミュレーション結果は、波群は伝播の過程で変化するものであり、測点を密にすれば波群の空間的变化が捉えられるはずであることを示している。

Table 2 Comparison between the simulated statistics and the observed ones

Data	Q_p	$\bar{j}_1$	GF	ρ_{HH}
Observed	2.7	2.97	0.67	0.493
Model eq.	2.2	2.62	0.65	0.480

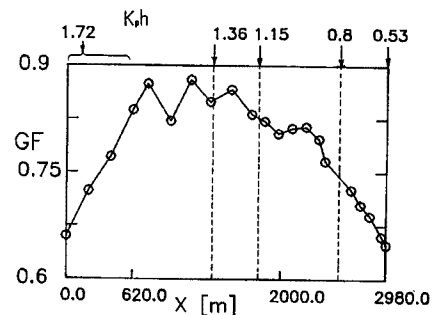


Fig. 17. Spatial variation of GF of the simulated waves propagating from P1 to P2.

5. モデル方程式による波群の空間変化

5.1 シミュレーションの手法

ここでは、波群の空間変化特性を明らかにするため、所定の統計的性質を持つ不規則波の伝播シミュレーションをモデル方程式によって実施する。

初期波の与え方は前述の水理実験の場合と同じである。前述の式 (12) の 5 パラメータ型スペクトルにおいて $n=4$ および $\gamma=1$ と固定し、 $H_{1/3}$ 、 f_p および m を変化させて所定の統計的性質を持つスペクトルを求め、原点での波形 $\eta(0, t)$ を次式のように計算する。

$$\eta(0, t) = \sum_{j=1}^M A_j \sin(2\pi f_j t + \varepsilon_j) \quad (15)$$

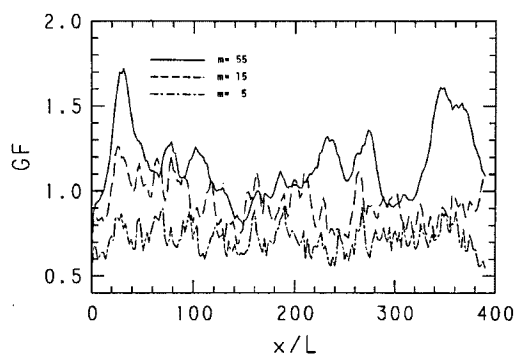
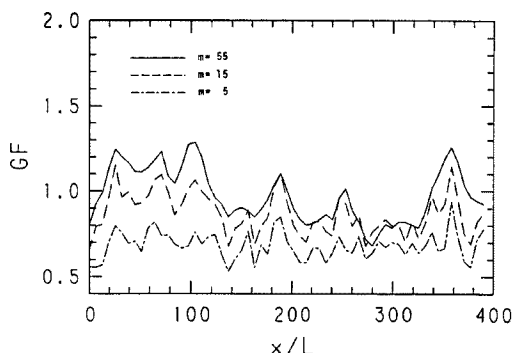
$$A_j = \sqrt{2 \int_0^\infty S(f) \delta(f - f_j) df / T_0} \quad (16)$$

ここに、 ε_j は $0 \sim 2\pi$ の値を取る一様乱数、 M はフーリエモードの個数、 T_0 は観測時間に相当する時間軸上の計算領域、および δ は Dirac のデルタ関数である。 ε_j は初期波の波群特性に大きく関係して来るが、ここではその影響について特に検討せず、いずれの計算例においても同一の乱数列を用いることにする。初期波の統計的性質については、分散性指標 kh 、非線形性指標 ka およびスペクトルのバンド幅指標 m を基本パラメータとして評価する。

5.2 伝播に伴う波群の空間変化

Table 3. Relation between Q_p and m of initial waves

m	5	15	30	55
Q_p	2.00	4.04	5.90	8.07

**Fig. 18.** Spatial variation of Groupiness factor GF of the waves simulated with the model equation.**Fig. 19.** Spatial variation of GF of linear waves.

を示している。しかし、 $m=55$ まで狭帯化が進むと、 GF の変動自体も増大するが、前述の Fig. 17 に示した非線形波動場における GF の変動との差が拡大し、波群に及ぼす非線形性の影響が重要となって来ることがわかる。この非線形性の影響が変調不安定による側帯波成分の発達に基づくものであることを示すため、各フーリエモードのエネルギーと周波数の関係について検討する。

Fig. 20 は $m=55$ の場合における関係を示したものである。非線形干渉によって倍モードが励起されるだけでなく、スペクトル形状が伝播の過程で変化して行くことがわかる。 GF が極値を持つ $x/L=33$ および 341 とそれ以外の地点でのスペクトル形状を比べると、前者ではスペクトルの幅が後者のものに比べて広がっていることがわかる。これは、変調不安定による側帯波成分の発達によるものと考えられ、 m の値が 55 となるような狭帯化が進んだ波では変調不安定が波群現象の主原因となることを示すものと言える。

以上示したように、 $m \leq 15$ となる比較的広帯域のスペクトルの下での波群の空間的変動は、主として線形分散波の位相差によっており、非線形性にはほとんど依っていないと推察される。しかし、 m の値が 55 程度まで狭帯化が進んだうねりの波群は変調不安定を主原因とするようになり、その規模も位相差によるものを大きく上回ることになる。このように、スペクトルのバンド幅は波群の変動特性を規定する

1) スペクトルのバンド幅の影響

スペクトルの狭帯化が進むに従って波群が顕著になって行くことは経験的によく知られており、Janssen⁴⁾ によっても若干の検討がなされている。しかしながら、波群現象に及ぼすスペクトルのバンド幅の影響については不明な点が多く、系統的な検討が必要となっている。

そこで、 $kh=2.5$ および $ka=0.15$ の下で m の値を 5, 15 および 55 と 3 通りに変化させて初期波を与え、その空間発展をモデル方程式によって計算し、このときの GF の伝播に伴う変化を調べることにする。Fig. 18 はその結果を示したものであり、Table 3 は与えられた初期波における m と Q_p の関係を示す。これから、バンド幅に関係なく GF の値は伝播の過程で変動し、 $m=5$ のように風波に相当するスペクトルの場合では GF の変動幅は小さいものの、 $m \geq 15$ のようにバンド幅が狭くなると GF の変動が顕著になって来ることがわかる。すなわち、スペクトルの狭帯化に伴って波群の発達が進むと同時に、波群の空間的変動も顕著となり、波群現象をスペクトルのバンド幅に依存した空間的変動現象として捉える必要のあることがわかる。

Fig. 19 は、この場合と同一の初期波を線形の波動方程式によって伝播させた場合の GF の空間変化を示したものである。分散効果による各モード間の位相差の変化のために線形波動場においても GF の変動は存在し、 $m \leq 15$ のような広帯域の場合では前述の Fig. 17 におけるものとはほぼ同程度の変動となっている。これは、 $m \leq 15$ となる風波からうねりにかけての波浪に見られる波群は互いに独立な各モードの位相関係に基づくものであり、変調不安定のような非線形性の影響に依らないこと

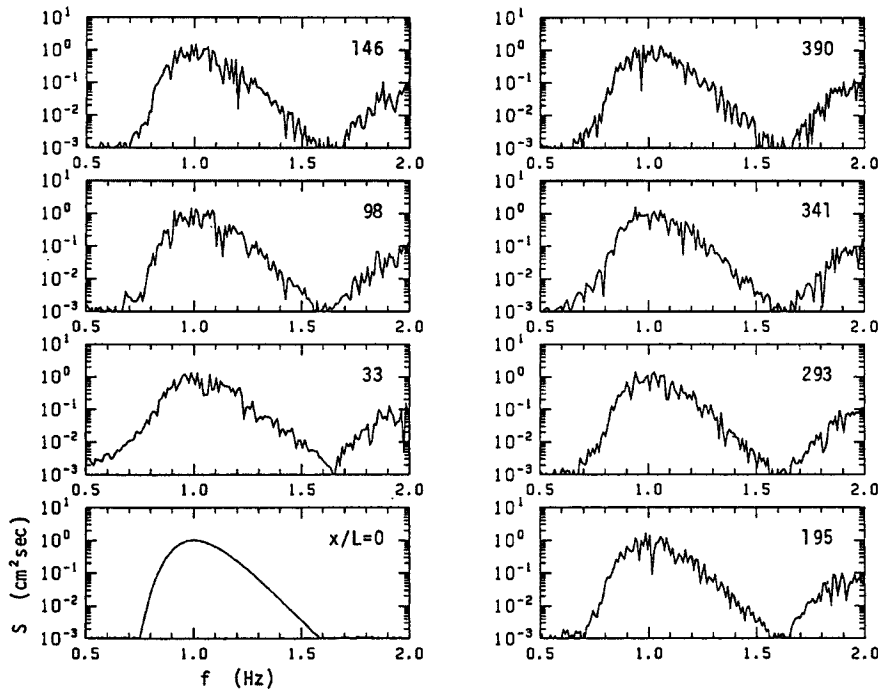


Fig. 20. Spatial variation of power spectra.

動の原因がいずれであれ、 kh の値は大きな影響を及ぼすものと考えられる。

Fig. 21 は、初期波の ka の値を 0.12 と一定にして kh を 1.04, 1.72 および 3.11 と変化させ、そのときの GF の伝播に伴う変化を $m=5, 15$ および 55 のそれぞれの場合について示したものである。いずれの m の場合も kh の値が減少するに従って GF の値も小さくなっており、波群が kh に依存した現象であることがわかる。 $m=5$ の場合では kh の値による GF の変動の差は小さいが、 $m=15$ になると変調不安定の生じない $kh=1.04$ での GF の変動は低調となり、 $kh=1.72$ および 3.11 の場合との差が大きくなっている。さらに、 $m=55$ になると $kh=1.04$ の場合の GF はほぼ一定となり、空間的変動はほとんど見られなくなる。

以上示したように、 $m=5$ となる広帯域スペクトルの下では波群の発達有余に進まないこともあり、 kh の影響はそれ程明瞭ではない。しかし、狭帯化が進むに従って、波群の発達も顕著となり、これに伴って kh の影響も強く顕れるようになる。特に、変調不安定が生じる $kh=1.72$ および 3.11 の場合と変調不安定が生じず、しかも分散性も低下する $kh=1.04$ の場合との差は著しく、波群の空間的変動に変調不安定と分散性が密接に関わっていることがわかる。

3) 浅水化の影響

現地波浪に見られる波群が包絡ソリトンとして伝播するのであれば、浅水化などのせつ動が加わらない限り、波群は安定であり、 GF の値も空間的に一定となる。したがって、波群が伝播の過程で変化するのは、包絡ソリトンの偏平化と同様、浅水化が原因となる。この結果、波群は浅水化 (kh の減少) によって偏平化 (GF の減少) して行くことになる。上述の Fig. 21 に示した kh と GF の関係はこれと何ら矛盾しない。しかし、モデル方程式のシミュレーションを通して明らかにして来たように、連続スペクトル下の不規則波浪場において形成される波群は非定常であり、一定水深場においても伝播の過程で変化し、包絡ソリトンに基づく定常な波群の描像とは大きく異なっている。したがって、このような非定常な波群に浅水化の影響が加わった場合の挙動は、これまで知られていた包絡ソリトンの浅水変形とは異なったものになることが予想される。

だけでなく、波群の原因にも密接に関わっている。

2) 分散性 (kh) の影響

波群の空間的変動が分散性による位相差の変化と変調不安定によっていることは既に述べた通りである。前者が波の分散性に直接依存していることは言うまでもないが、後者も不安定限界 (モデル方程式では $kh \approx 1.40$) が kh に依存する点で分散性の影響を受けている。したがって、波群の空間的変動

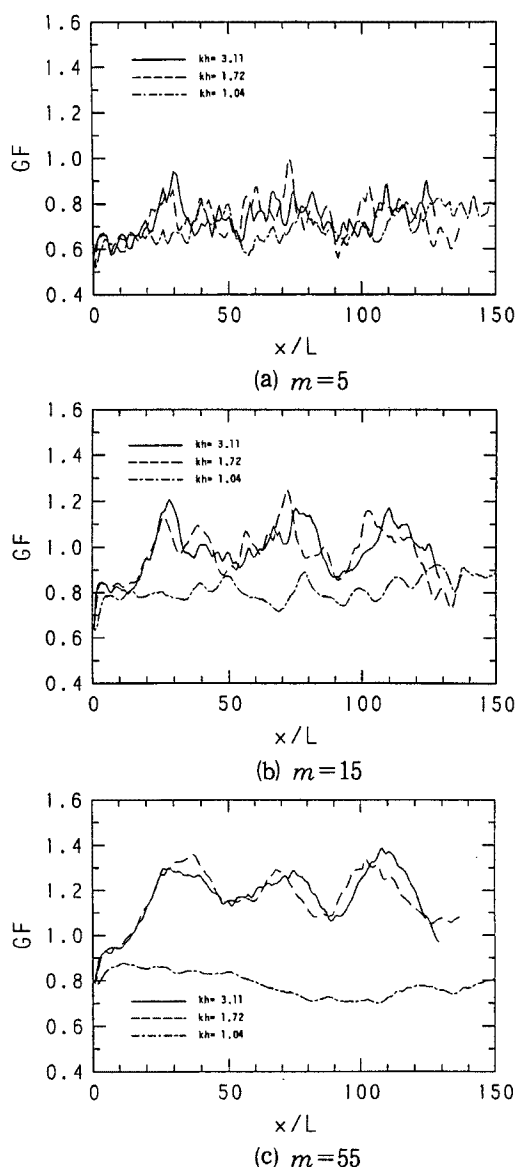


Fig. 21. Influences of kh on spatial variation of GF .

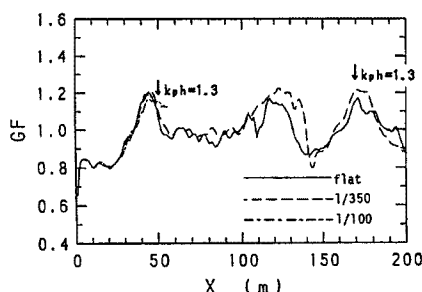


Fig. 22. Spatial variation of power spectra.

Fig. 22 は、こうした点を明らかにするため、 $kh = 3.11$, $ka = 0.06$ および $m = 15$ の初期波を海底勾配 $1/350$ および $1/100$ の緩斜面上および一定水深場を伝播させたときの GF の変化を示したものである。図中の矢印は、 kh の値が 1.31 になる地点を示したものである。これから、 kh の値が 3.11 から 1.31 まで減少する過程での GF の変化は海底勾配に無関係であり、浅水化それ自体は GF の変化に何ら影響しておらず、 $kh > 1.31$ 以深での波群の空間変化は伝播距離のみによっていることがわかる。もちろん、 $kh < 1.30$ の浅海から極浅海にかけての過程では、各フーリエモードへの浅水効果が顕著となって来る一方、分散性が抑えられるようになり、波群の発達が進まなくなるという意味で波群に対する浅水効果が顕れる。

6. 結 語

本研究では、深海から浅海に至る過程での波群の空間的変動特性を明らかにするため、日本海における冬期波浪の観測記録に基づく検討を行う一方、うねりのモデル方程式を用いたシミュレーション結果を基に波群の空間分布とそれに及ぼすスペクトルのバンド幅、分散性および浅水化の影響について検討を行った。その結果を要約すると次の通りである。

- 1) 水深 32.8 m の測点 P1 および水深 5.2 m の測点 P2 での観測記録から、うねりの段階に入るとこれら両測点間でスペクトルの狭帯化や非線形性の強化が進むようになり、分散性と非線形性の影響が重要となることがわかった。これによって、対象とする波がうねりであれば、深海から浅海への伝播過程を波動方程式の下で扱うことは可能であるが、その場合、分散性と併せて非線形性の評価が必須となることが明らかとなった。
- 2) 深海から浅海に 1 次元的に進むうねりの実用的な波動方程式として提案されたモデル方程式の精度について実験的検討を行った結果、Ursell 数の値が 14 以下となる深海から浅海にかけてはスペクトルのバンド幅に関係なく実用上十分な精度を有していることが明らかとなった。
- 3) 上述の測点 P1 での観測波形をモデル方程式に与え、測点 P2 までの伝播シミュレーションを行うことによって、測点 P2 でのスペクトルや波群統計量の

予測が可能となることがわかった。また、これによって現地観測では不明であった両測点間での波群の空間的変動の様子が明らかとなり、定常解である包絡ソリトンに基づく波群とは異なって伝播の過程でダイナミックに変動する非定常波群としての扱いが必要になることがわかった。

4) スペクトルの狭帯化が進むに従って波群が顕著になるだけでなく、その空間的変動の規模も増大している。このような波群の空間的変動の原因は、風波に近い比較的広帯域スペクトルを持つ不規則波においては線形分散波の位相差にあるが、狭帯化が進んだうねりでは変調不安定にあり、その規模も位相差によるものを大きく上回ることになる。

5) 風波に近い広帯域スペクトルの下では分散性指標 kh の波群への影響は余り見られないが、狭帯化が進むに従って kh の影響が顕著となり、変調不安定が顕れる $kh(> 1.40)$ の下での波群の空間的変動と変調不安定が顕れなくなる浅海域での変動との差は著しく、波群の空間的変動に kh をパラメタとする変調不安定と分散性が密接に関わっていることが明らかとなった。

6) 変調不安定が生じる深海から浅海にかけての波群の空間的変動は伝播距離に依っており、浅水化の影響は認められない。浅水化の影響が顕れるのは変調不安定が起らない浅海から極浅海であり、この領域では変調不安定を持たない KdV 方程式による記述が可能となる。

最後に、本研究の観測に当たって多大な御協力を頂いた京都大学防災研究所河田恵昭助教授、同山下隆男助手ならびに同海岸災害部門の諸氏に深謝するとともに、水理実験に熱心に取り組んでくれた岐阜大学大学院伊藤一教君に謝意を表します。また、本研究の一部は岐阜大学工学部田中光宏博士との共同研究による成果であることを記して田中博士に感謝の意を表します。さらに、本研究が文部省科学研究費総合(A) (62302045 代表者 土屋義人教授) による成果であることを付記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 合田良実：波の連なりの統計的性質について，港研報告，第15巻3号，1976，pp. 3-19.
- 2) Funke, E. and E. Mansard: Synthesis of realistic sea states in a laboratory flume, Hyd. Lab. Rep. LTR-HY-66, NRC Canada, 1979, 54 p.
- 3) Goda, Y.: Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 22, No. 1, 1983, pp. 3-41.
- 4) Janssen, P.: Stability of a random inhomogeneous field of weakly nonlinear surface gravity waves with application to the JONSWAP study, The Ocean Surface (Eds. Y. Toba and H. Mitsuyasu, D. Reidel Pub. Co.), 1985, pp. 39-49.
- 5) 間瀬肇・岩垣雄一：波の変調不安定理論に基づく現地波浪の Wave Group 特性の解析，第32回海岸工学講演会論文集，1985，pp. 184-188.
- 6) Thompson, E. and W. Seeling: High wave grouping in shallow water, Proc. ASCE, J. WPCO, Vol. 110, No. 2, 1984, pp. 139-157.
- 7) 安田孝志・田中光宏・鶴飼亮行・土屋義人：現地波浪の波群の空間変化とそのモデル方程式による記述，第35回海岸工学講演会論文集，1988，pp. 93-97.
- 8) 合田良実：波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討，港研報告，第24巻4号，1985，pp. 65-102.