

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報 学)	氏名	君塚 誠
論文題目	Dynamical properties of some stochastic systems with delay (遅れを持つ確率系の動力学の性質)		
(論文内容の要旨)			
本論文は遅れをもつランジェバン方程式で記述される確率力学系の数理的・物理的性質を一つの線形系と二つの非線形系のモデルに対して研究したもので、単なる計算機シミュレーションではなく、2値近似法を利用してモデルのマスター方程式を導出し、その解とシミュレーションの結果との良い一致を見るなど、時間遅れ系の研究に着実な進歩をもたらしている。本論文は5章からなる。 第1章は序論であり、研究の動機、目的、続く各章の概要を述べている。 第2章では、Frank 等がすでに定常分布関数と時間相関関数を研究している時間遅れをもつ線形確率力学系に周期的外力を加え、その系のエネルギーバランスを熱力学の第一法則に基づいて調べるために、エントロピー生成率を応答関数と時間相関関数を利用して計算し、それを遅れ時間と外力の強さの関数として表した。その結果として、エントロピー生成率は周期外力があってもなくても正であることを示した。つまり、定常状態は平衡状態ではないことを明らかにした。このことは、時間遅れの力は仕事をすることを意味し、その仕事は熱浴中に散逸する。これらの理論的考察は数値実験で確認されている。 第3章では、遅延のある非線形確率力学系のモデルとして2重井戸型ポテンシャルをもつ系を取り扱っている。ただし、各粒子は円状に配置されており一方向にだけ相互作用するものとしている。2重井戸型ポテンシャルモデルは、2つの安定偏光状態をもつ半導体レーザーの力学モデルとして利用される。ここでの興味は、遅延の効果と雑音に起因するホッピングの効果の相互作用である。Tsimring と Pikovsky による2状態近似を適用して、定常分布関数と時間相関関数とを、2粒子系と3粒子系に対して具体的に求め、この結果がTsimring と Pikovskyの1粒子系の場合の結果の拡張になっていることを示し、シミュレーションの結果ともよく一致することを確認している。つまり、粒子配置の定常分布は遅延時間が大きい時すべて等しくなることを理論とシミュレーションの双方で示した。次に、これらの結果からN粒子系の場合の定常分布関数と時間関数を予想し、定常分布関数が遷移確率行列の固有値1に対応する固有ベクトルになっていることを確かめることにより、それらの予想が正しいことを検証している。また、定常状態はイジングスピンモデルに対応づけられ、遅延フィードバックが正の時と負の時それぞれ強磁性と反強磁性相互作用に比せられることを見出した。			

第4章では、確率力学モデルとしては、相互作用を除いて第3章のものと同様であるが、各粒子がすべての粒子と相互作用するという点で異なる。一般の N 粒子系では扱いが困難であるため、 $N=2$ の場合に定常分布関数と時間相関関数とを計算している。Tsimring と Pikovsky の方法はこのモデルには適用できないのであるが、ホッピングレートの間にある関係が成り立てば状態列の確率に対し時間反転対称性が成り立つことを示し、それにより、遅延時間内で新たなマスター方程式を導いている。この方程式の解から、粒子の配置に関して、このモデルの定常分布関数は、第3章のモデルのものとは異なった遅延時間依存性をもつことを示している。つまり、遅延時間が大きい時には2粒子が同じ状態をとる確率が増大する。これらの理論的結果はシミュレーションの結果とよく一致している。

第5章では本論文のまとめと今後の課題について述べている。

(論文審査の結果の要旨)

信号伝達の時間遅れや雑音のある現実のシステムのモデルとして、時間遅れの力や相互作用をもつランジェバン方程式がよく研究されている。しかし時間遅れのために系はマルコフ的ではなくなり、フォッカー・プランク方程式は時間遅れに関して無限の階層をもつことになって閉じなくなる。それでもランジェバン方程式が線形の場合には理論は進んでいるのであるが、非線形の場合には研究はシミュレーションと近似によるものがほとんどであるという現状である。申請者は先行研究を利用しながらもそれを理論的にさらに発展させ、その成果をシミュレーションで検証して本理論の妥当性を示している。

本論文では、一つの線形確率力学系と二つの非線形確率力学系を取り扱っている。線形確率力学系では、時間遅れに加えて周期外力をもつ系を対象として、熱力学第一法則に基づき系のエネルギーバランスを考えて、エントロピー生成率を遅延時間と外力の強さの関数で表して、その結果、外力のあるなしに拘わらず定常状態は平衡状態でないことを示した。つまり、時間遅れの相互作用は仕事をするという知見を得た。非線形確率力学系では、2重井戸型ポテンシャルをもつ系を考えて、円状に配置された各粒子が一方向の相互作用をもつ場合と、他のすべての粒子と相互作用をもつ場合とに分けて研究している。2状態近似を適用して、一方向の相互作用の場合には、時間相関関数のピークが遅延時間の粒子数倍の時間ごとに現れること、さらに定常分布関数はキンクパターンにより簡単に表されることを示した。その結果、粒子配置の定常分布は遅延時間が大きい時すべて等しくなることを示した。次に他のすべての粒子との相互作用をもつ場合には、粒子数を2に制限しているものの、ある条件のもとでは粒子状態の系列に時間対称性の成り立つことを示して、遅延時間内でマスター方程式を導きそれを解いて、粒子の配置に関して定常分布関数は一方向相互の場合とは異なった遅延依存性をもつことを示した。すなわち、遅延時間が大きい時には粒子配置の確率に違いがみられ、2粒子が同じ状態をとる確率が増大する。ある種の条件のもとに非マルコフ系において時間対称性の成り立つことを示し、それを利用してマスター方程式を閉じた形に表してその解を導いたのは本論文からの理論的進展への大きな寄与である。

以上、本論文は時間遅れをもつ確率力学系に理論的な進展をもたらしたばかりでなく、具体的モデルに適用してその有効性を確認したもので、非マルコフ型確率力学系の理論と応用に大きく寄与するものである。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成23年1月19日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。