

Factorial Invariance に つ いて

阪大 基礎工 麻生 泰弘

§ 0. 序

p 変量の確変変数 x の相関行列を Σ とするとき,

$$(1) \Sigma = A_{(p,q)} \Sigma_f A' + V, \quad q < p,$$

ここに, 行列 A は階数 q の実行列, V は (p,p) 対角行列で対角線要素は正, と分解し, あわせ

$$(2) x = A\xi + v, \quad E(\xi) = E(v) = 0, \quad \text{cov}(\xi, v) = 0,$$

$$v \text{ は } (p,p) \text{ 対角行列で } vv' = V$$

と表わし, この q - ベクトル ξ に正則一次変換 $U \in GL(q; R)$ を施し, その結果を意味づけることが, linear factor model による因子分析であろう。行列 A は因子荷重行列といわれ, 直交円 ($\Sigma_f = E_{\xi}$) の場合, $h_i^2 = \sum_{k=1}^q a_{ik}^2$ ($i=1, \dots, p$) はこの変数の communality といわれる。

ただし, 行列 V を specify したとき, 行列 $\Sigma - V$ の階数は一意的に定まる。この行列 $\Sigma - V$ の階数を q とすると, 確変変数 $x - v$ の場合, この行列の nonzero eigenvalue に対応

する q 個の正規化された固有ベクトルを u basis を与える。特に直交因子の場合には、行列 V を specify すること、communality を specify することは equivalent である。

あるいは、表現 u が成立する minimal rank q の推定といった問題もある。以下、直交因子の場合を考察しよう。

特に、(2) に就いた表現

$$(3) \quad x_i = \sum_{k=1}^q a_{ik} f_k(u) + v_i s_i(u) \quad (i=1, 2, \dots, p)$$

に於て、(1) test battery (x_i) の構成を変えた場合、(4)

experimental subject の selective condition を変えることにより、(1) 因子荷重行列 (a_{ik}) の numerical value の不変性、(2) 行列 A のパターンの不変性も問題とするの次、factorial

invariance の問題がある。母集団に於ては、行列 Σ 及び行列 V が完全に specify されるので、上の注意により因子不変性は保証される。

一般に、二つの実験により抽出された因子について因子不変性を保証することは、それ等の因子荷重行列によつて規定される空間が同一である必要がある。この場合

について、因子の任意性を除く為に Thurstone は "simple structure" という概念を導入している。なお、Thurstone 自身は意識している "simple structure" は斜交因子解であり、彼はこの simple structure が "completely overdetermined" である、因子不変性は保証されると述べている。そして、

通常我々は sampling experiments に基づいて、因子を抽出している。しかし、因子不変性の問題は、 p の値、標本の大いさ、あるいは communality の推定の性質等を意味して論ぜざるべきであろう。

そこで、ここでは、一つの事例を報告する。大阪大学医学部解剖教室の久田助教様は、線内の人頭蓋骨に関する彼のデータ ($n=37$) と宮本氏のデータ ($n=30$) とを提供してくれた。このデータについて、

- (1) 与えられた $n=67$ のデータについて、決定項目 $p=24$ と $p=30$ の場合について因子不変性をみる、
- (2) $p=24$ とし、久田氏のデータと宮本氏のデータとについて因子不変性をみる、

とを、た二つの解析を試みた。前者については、先づセントロイド法で因子を抽出し、これを初期データにして Lawley の最尤解をもとめ、次いで Varimax にかけた。後者については、先づセントロイド法で因子を抽出し、その後 Varimax にかけた。これらの計算は阪大計算センターの NEAC2200-500 と東京理科大学の IBM1620 とで行なわれた。

結果は、いづれも否定的に出来たが、詳しい吟味は目下進行中である。

参考文献：

Thurstone, L.L.; Multiple Factor Analysis,
Chicago, 1965