

橋脚による局所洗掘深の予測に関する研究

中 川 博 次・鈴 木 幸 一

STUDY ON THE ESTIMATION OF SCOUR DEPTH AROUND BRIDGE PIERS

By *Hiroji* NAKAGAWA, *Koichi* SUZUKI

Synopsis

In this paper dominant characteristics of the local scour near a cylindrical pier are investigated on the basis of wide ranged experimental data. And an attempt is performed to explain its characteristics by making use of a simple model which is constructed in consideration of only the vortex of the stagnation plane and the continuity of the sediment in the same plane. Secondary, by discussing the existing experimental results and proposals together with their applicability, another method of estimation of the equilibrium scour depth is proposed.

1. 緒 言

橋脚、橋台、水門、水制など河川構造物周辺部において流れの局所的变化によって惹起される河床変動（局所洗掘、堆積）現象は、流れと河床面形状との相互作用による複雑な現象である。すなわち、Fig. 1 に示すように局所流のもつ掃流力によって砂が移送され、洗掘が生じ、その洗掘形状によって流れ自体すなわち掃流力に変化するクローズドシステムを形成している。したがって、局所洗掘の内部機構を説明しようとする、1. 境界面形状に対応する局所流の問題、2. その局所流に対応する砂の移動機構の問題、が解明されなければならないが、現在のところこれらの問題は現象が定常である場合にも不明な点が多く、まして非定常な相互作用をミクロに捉えることは非常に困難である。また、各々の構造物は形状が異なり、したがってそれらを境界条件とする流れのパターンが異なるため、それぞれ個々別々に取り扱われてきた。本研究のテーマである円柱橋脚周辺部における最大洗掘深の推定に関しては、洗掘現象を強く支配しているといわれている橋脚底部周囲に発生する馬蹄型渦の特性はこれを解析することが極めて困難であり、このため従来行なわれている洗掘深の推定に関する研究は主に水理模型実験結果を次元解析する方法、あるいはごく巨視的に洗掘孔における流砂の連続式を考慮したモデルによる解析がなされてきたにすぎない。しかし、局所洗掘を支配する要素は多岐にわたり、それらが複雑な影響を及ぼし合うと考えられることから、一部の要素のみを含む従来の実用推定式に関してその基礎となっている実験条件ひいては適用範囲が明確にされなければならない。

本研究では実験によって洗掘特性を明らかにするとともに従来の推定式を再検討する。また、これらの結果に基づいてより合理的な洗掘深推定方法について考察する。

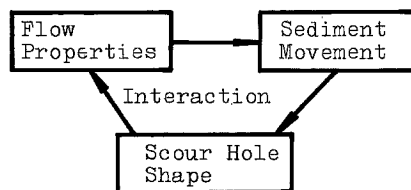


Fig. 1 Schematic figure for relation of flow properties, sediment movement and scour hole shape.

2. 橋脚周辺部の洗掘特性に関する実験

一般に、局所洗掘現象は洗掘される領域からの流出土砂量 Q_{so} とその領域への流入土砂量 Q_{si} のアンバランスから生じる現象であって、 $Q_{so}=Q_{si}$ となるように洗掘孔形状が変化していくものと言える。 Q_{so} と Q_{si} との関係から局所洗掘は、

- 1) $Q_{so}=Q_{si}=0$: no scour
- 2) $Q_{so}>Q_{si}\cong 0$: clear water scour
- 3) $Q_{so}>Q_{si}>0$: scour with continuous sediment motion

のように分類される。橋脚の影響のないところでの砂が動いているのが3)にあたると考えてよいが、厳密に言えば Q_{si} のあるなしと河床全体が動いているいないとは必ずしも一致しない。問題となるのは、2) および 3) の場合の最終洗掘深であるが、 $Q_{so}=Q_{si}$ となる平衡状態は、2) では $Q_{so}=Q_{si}=0$ となる静的平衡状態であるが、3) の場合は $Q_{so}=Q_{si}\neq 0$ であり、動的平衡状態となる。

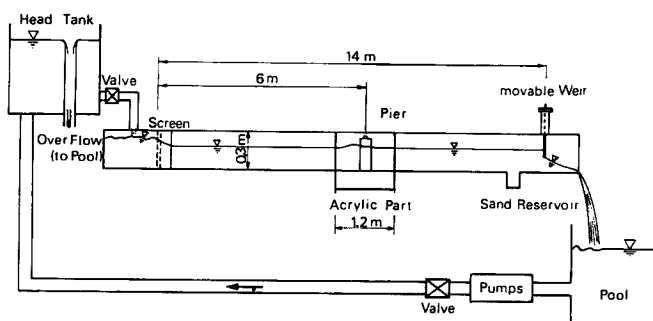


Fig. 2 Schematic figure of experimental flume.

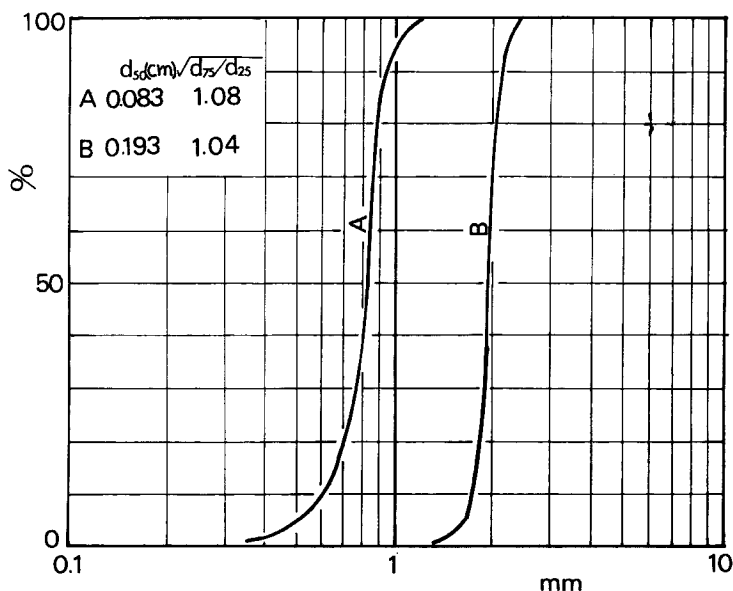


Fig. 3 Particle-size accumulation curves of aggregate.

橋脚周辺部における洗掘を支配する要素として考えられるものは、まず流体の物性に関するものとして、流体密度 ρ 、粘性係数 μ など、また流体の運動に関するものとして、橋脚の影響を受けない上流での平均流速 u_0 、水深 h_0 、重力加速度 g および時間 t など、また河床材料に関するものとして、砂の代表粒径 d 、密度 σ 、砂粒径の混合度合 σ_0 など、形状に関するものとして、橋脚の代表長 D 、橋脚形状、洗掘深 z_s 、場所 (x, y) などがある。一般に土砂水理学で用いられているように砂礫の特性を示すものとして $\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}$ を用いるものとするれば、上記の各要素間の次元を考えると、

$$\frac{z_s}{D} = f\left(\frac{u_0}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}, \frac{d}{D}, \frac{u_0 t}{D}, \frac{u_0 D}{\nu}, \frac{h_0}{D}, \frac{\sigma}{\rho}, \frac{x}{D}, \frac{y}{D}, \sigma_0, \dots\right) \dots\dots\dots(1)$$

の無次元量の関係式が得られる。式(1)の右辺の無次元量を組み合わせることによって当然別の表示もできる。たとえば、水深、流速に注目すれば、 $u_0/\sqrt{(\frac{\sigma}{\rho}-1)gd}(=N_s)$ 、 d/D 、 h_0/D の結合として、フルード数 F_r ($=u_0/\sqrt{gh_0}$) などが得られる。

2-1 clear water scour に関する実験

(1) 実験装置、方法および実験条件

実験装置の概要は Fig. 2 に示されているが、水路は長さ 14 m、巾 98 cm、深さ 30 cm の木製であって、水路中央部が一部透明アクリル樹脂でできており、この部分のみ水路底より下 15 cm の深さの箱になってい

Table 1 Extent of experiment

No	$Q(l/sec)$	$D(cm)$	$d_{50}(cm)$	$h_0(cm)$	$U_0(cm/sec)$
1	42.94	5.9	0.193	9.72	45.08
2	42.94	"	"	11.87	36.91
3	42.27	"	"	13.97	30.88
4	32.22	"	"	8.25	39.85
5	32.22	"	"	10.10	32.55
6	32.22	"	"	12.00	27.40
7	15.63	"	"	6.45	24.72
8	43.09	8.9	"	9.81	44.82
9	42.54	"	"	12.27	35.38
10	42.69	"	"	13.65	31.91
11	32.60	"	"	8.72	40.22
12	35.48	"	"	9.58	37.04
13	32.60	"	"	12.00	27.72
14	35.08	"	"	13.62	26.05
15	15.92	"	"	5.75	28.25
16	42.72	14.0	"	9.90	44.04
17	41.88	"	"	11.68	36.59
18	41.69	"	"	13.85	30.72
19	31.88	"	"	8.35	38.96
20	35.48	"	"	9.58	37.04
21	32.15	"	"	11.59	28.30
22	35.48	"	"	13.62	26.05
23	15.51	"	"	5.55	28.52
24	35.48	8.9	0.083	13.62	26.05
25	35.48	"	"	17.06	20.80

て円柱を設置し、砂を敷けるようにしてある。使用した円柱は塩化ビニール製であり、これに直径 6 mm のつばをもつ直径 1 mm のしんちゅう製ポイントゲージを円柱前面、斜め前面および側面にとりつけ洗掘深が測定できるようにしている。実験条件は Table 1 に示すとおり、流量を毎秒 15 l ~ 43 l まで変化させ、円柱の直径 D は 5.9, 8.9 および 14.0 cm の 3 通りであり、砂は Fig. 3 に示すような粒径加積曲線をもつ中央粒径 $d_{50}=0.083$ および 0.193 cm の 2 種類を用いた。実験方法はまずアクリル部底箱に円柱を設置し、その底箱に砂を上下流部の木製水路底と同じ高さまで敷き、水を流して締め固める。次に通水直後の大きな水面こう配のために砂が流れないように砂を敷いた部分を柄のついたおさえ板で押えてから通水し、流れが定常になったときこの板を流れを乱さないようにゆっくり取りはずした後、洗掘の時間的変化を上 に述べたポイントゲージで測定する。また、ある時間での洗掘孔の等高線は、測定したい時間に下流の水位調節板を引き上げながら徐々に排水し、洗掘孔が崩れないようにしてポイントゲージで測定し、糸によって等高線を描き写真に記録した。

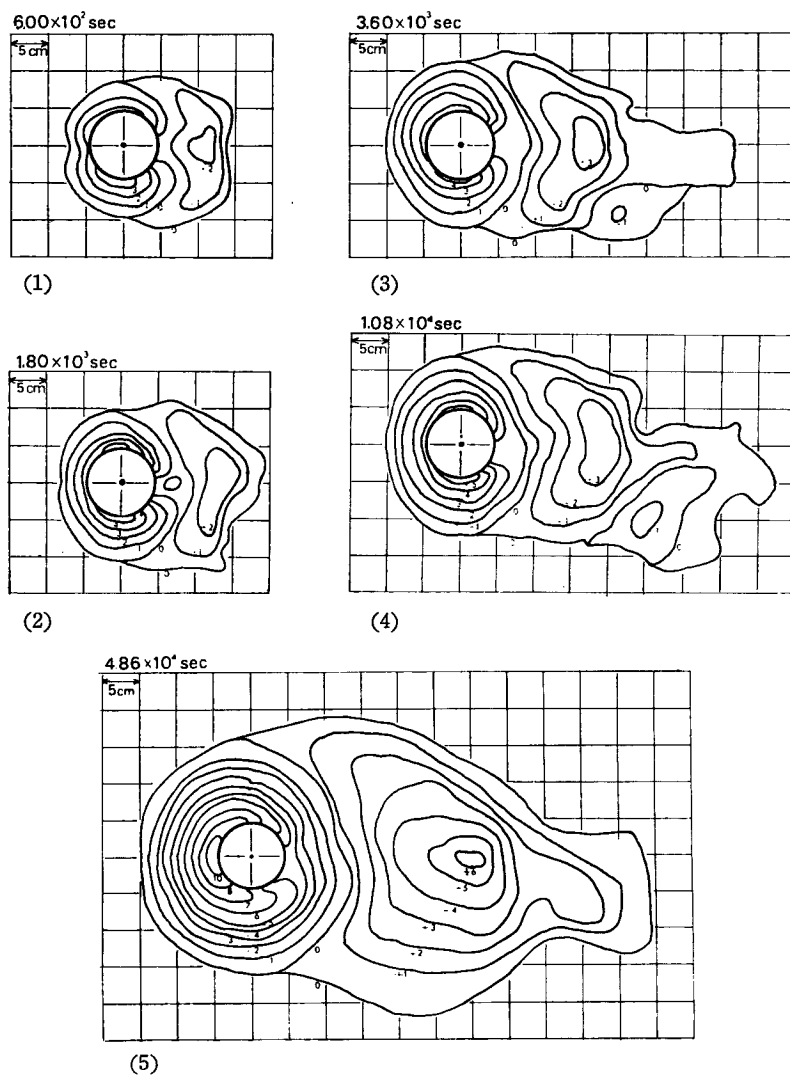


Fig. 4 Time variation of scour hole shape.

(2) 洗掘形状

Fig. 4 および **Fig. 5** は実験ケース No. 25 の場合の洗掘堆積形状の時間的变化特性を示したものである。**Fig. 4**(1) は通水10分後の測定結果であり、円柱前面に比して斜め前面、側面がよく洗掘されているが、**Fig. 4**(2),(3),(4),(5) と時間がたつにつれて前面の洗掘が進み、最終的には最大洗掘深は円柱前面に存在するようになる。しかし、前面と側面との差は小さい。このことは **Fig. 6** に示すような円柱前面 (A点)、斜め前面 (B点)、側面 (C点)での洗掘深の時間変化をみればよくわかる。また、ある程度時間がたてば、平面的には円柱前半部の洗掘形状は半円形をしており、この部分の洗掘孔は逆円錐形の半分の形をしているとみなせる。

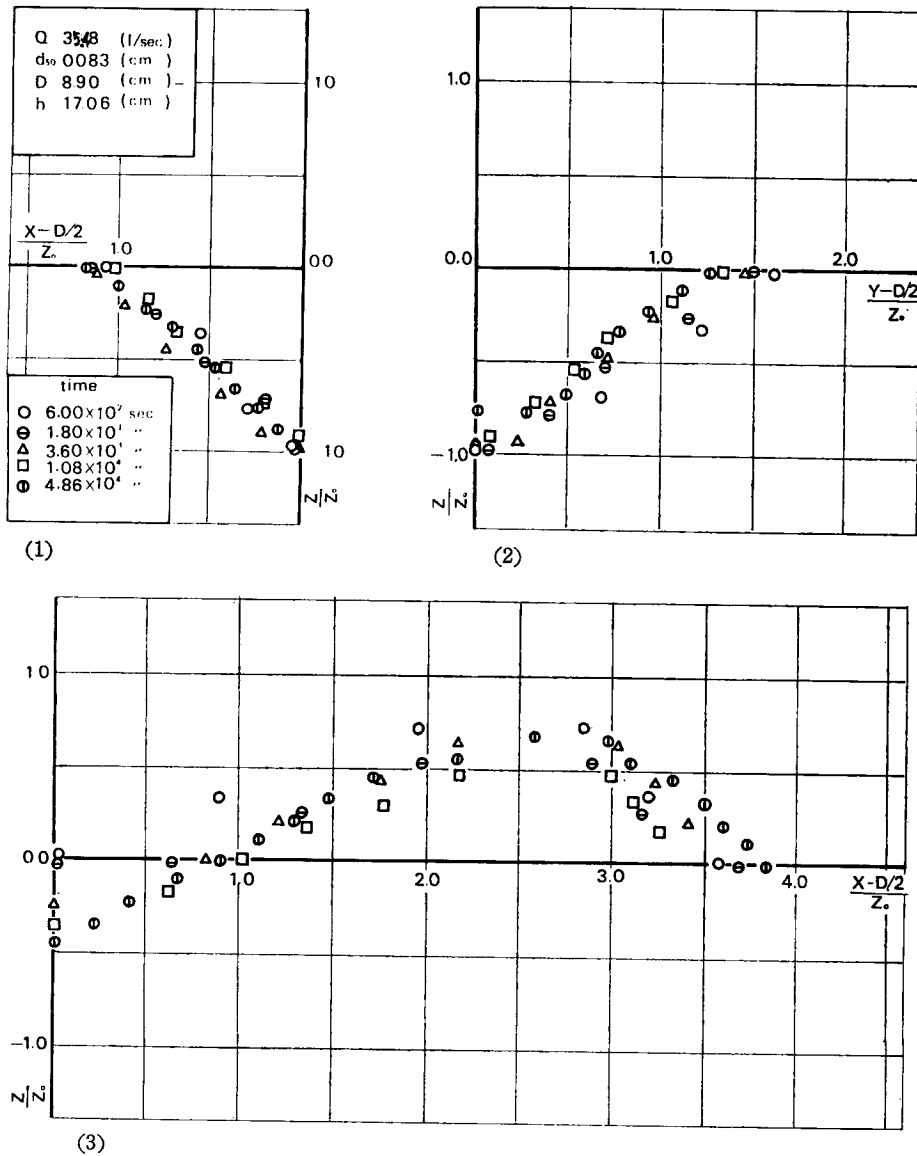


Fig. 5 Scour hole profile.

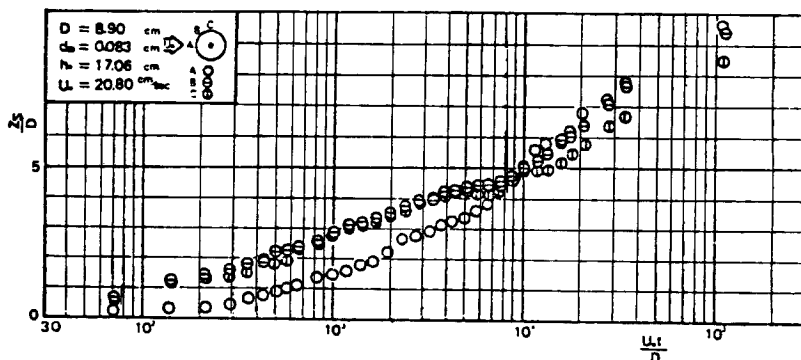
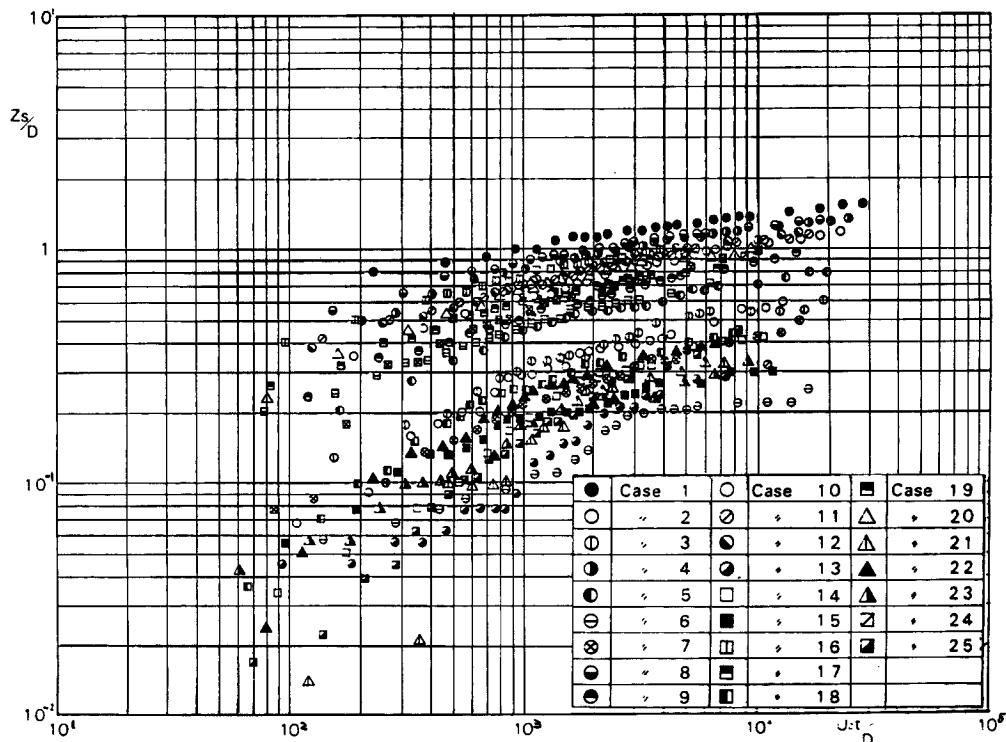


Fig. 6 Time variation of scour depth at point (A), (B) and (C).

Fig. 5 は円柱前面，側面および後面における半径方向の断面形であり，ある程度時間がたてば，前面および側面での斜面形状はほぼ砂の水中静止摩擦角（約 45° ）を保っている。なお，洗掘深 z_s は最大洗掘深 z_{s0} で無次元化しているが，後流堆積形状も洗掘形状と同じく時間的にその形状が不変であることが認められる。これらの特性は他の実験条件についても全く同じである。

(3) 最大洗掘深の特性

最大洗掘深は最終的には円柱前面に存在するので，ここでは円柱前面での洗掘深を z_s で表わしこれについて考察を行なう。いま， z_s を円柱径 D で無次元化した z_s/D と無次元時間 $u_0 t/D$ との関係を両対数紙上に示

Fig. 7 Variation of dimensionless scour depth z_s/D with dimensionless time $u_0 t/D$.

すと Fig. 7 のようになる。すなわち、洗掘は短時間に急激に進み、以後非常に緩慢になる。洗掘のごく初期を除いて、 z_s/D は u_{0t}/D と両対数紙上で直線関係 ($z_s/D \sim (u_{0t}/D)^n$) がみられ、途中で少しの遷移時間をおいて勾配 n が緩やかな直線関係に移る。すなわち、後の直線は前のそれに比して洗掘進行が非常に緩慢になることを示しているが、非常に長時間たっても洗掘は完全には停止しない。このことは clear water scour においては、厳密な意味での最終平衡状態 ($Q_{s0} = Q_{s1} = 0$) は定義しにくいことを意味している。しかし、洗掘進行速度が急に小さくなる時の洗掘深を工学的にはほぼ最終洗掘深とみなせるものとして、この洗掘深をいまか

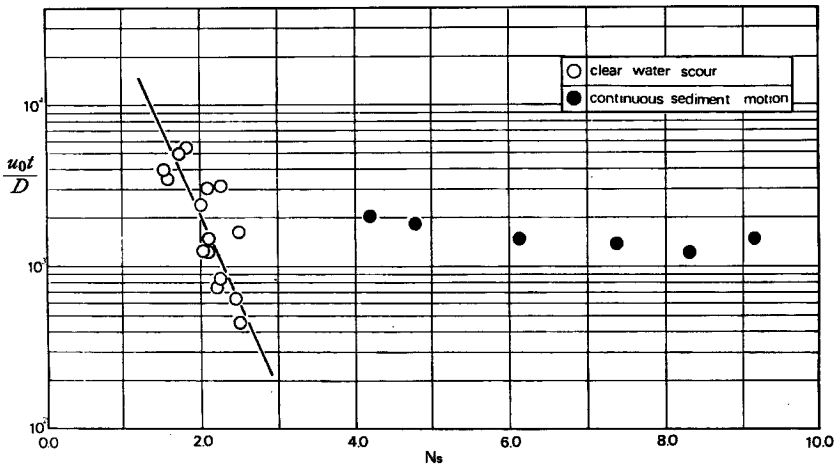


Fig. 8 Variation of time of transitional scour depth u_{0t}/D with sediment number N_s .

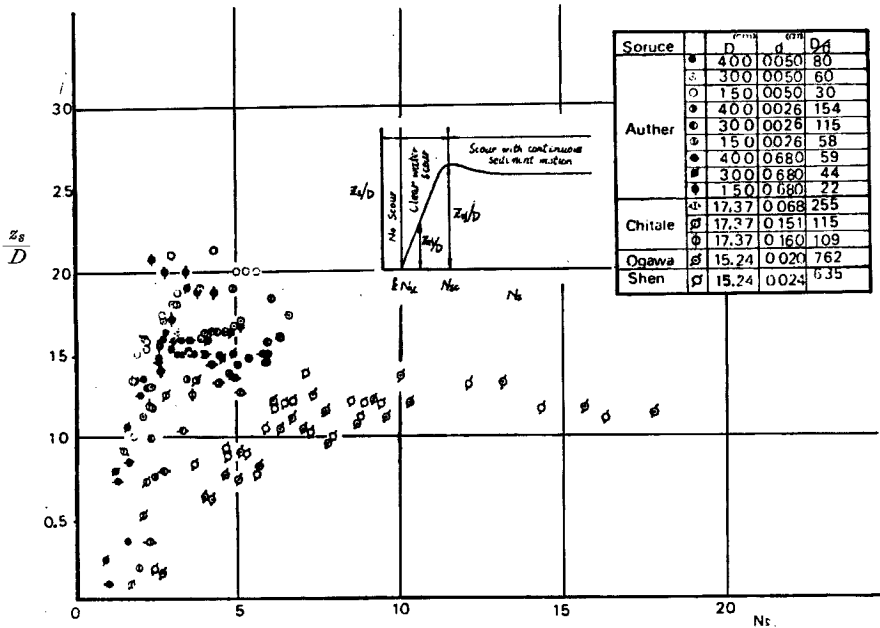


Fig. 9 Variation of dimensionless scour depth z_s/D with sediment number N_s .

りに遷移洗掘深 z_{st} と名付け, clear water scour の最終洗掘深を代表させるものとする。 z_{st}/D と u_{0t}/D の関係は式(1)を考えると, パラメーターとして, $N_s, d/D, u_0D/\nu, h_0/D, \dots$ 等が考えられるが, 本実験の範囲では $u_0D/\nu, h_0/D$ の相違による洗掘深の差異は明らかではないが, 特に N_s が主要なパラメーターであることが Fig. 7 よりうかがえる。すなわち, 上に定義した z_{st}/D に到達するまでの無次元時間を $u_{0t}s/D$ とし, Fig. 8 の白丸で $u_{0t}s/D$ と N_s との関係が示されている。 N_s が大きくなると $u_{0t}s/D$ が小さくなる傾向, すなわち N_s が大きいほど平衡洗掘深に達するに要する時間が急激に小さくなることを示している。次に, z_{st}/D と N_s との関係は Fig. 9 の $N_s < N_{sc}$ (N_{sc} は一様流での砂が動き出すときの N_s) の部分にその関係が示されている。これによると同一の d/D に対しては, z_{st}/D は N_s の増加と共にほぼ一次的に増加している。また, d/D の影響は $N_s < N_{sc}$ では明らかではない。

2-2 Scour with continuons sediment motion に関する実験

(1) 実験装置, 方法および実験条件

clear water scour の場合と違って水路全体を移動床とするので実験に多くの労力を必要とするため, 水路は Fig. 10 のように, clear water scour の時より小規模な長さ 4.5 m, 巾 33 cm, 高さ 30 cm の透明アクリル樹脂製水路を用いた。給排水系統は Fig. 2 と同じである。円柱は直径が 4.0, 3.0 および 1.5 cm の3種類の塩化ビニール製パイプで, 水路上流端より 2.0 m の位置の水路中央部に固定した。実験砂としては Fig. 11 に示すような粒径加積曲線を持つ均一性の高い中央粒径 d_{50} が 0.068, 0.050 および 0.026 cm の3種類の相馬標準砂 (比重 2.65) を用い, それを水路底に厚さ 10 cm に敷き並べ移動床を構成した。水路上流端には底部にスリットを持ち, その開度によって給砂量を調節できる給砂装置を設け, 平均的河床高が低下しないように手動によって給砂した。水路下流端には水深調節用の堰上げ装置があり, それに接して金網製の採砂装置を

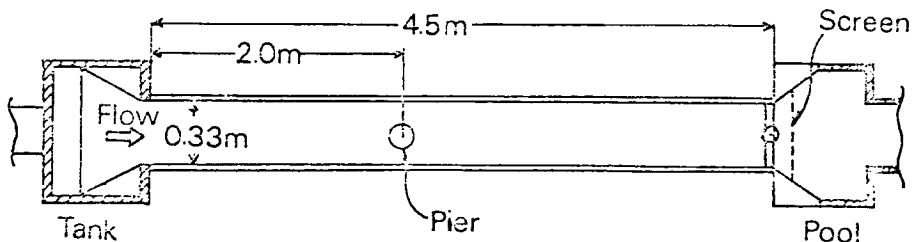


Fig. 10 Schematic figure of experimental flume.

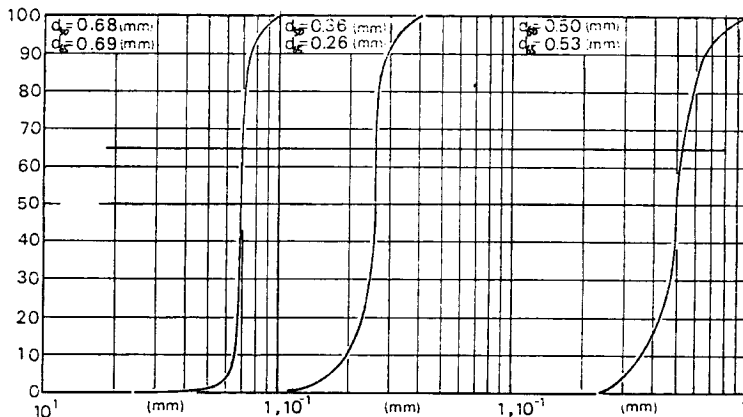


Fig. 11 Particle-size accumulation curves of aggregate.

Table 2 Extent of experiment

No.	$Q(\text{cm}^3/\text{s})$	$h_0(\text{cm})$	$U_0(\text{cm/s})$	$D(\text{cm})$	$d(\text{cm})$	No.	$Q(\text{cm}^3/\text{s})$	$h_0(\text{cm})$	$U_0(\text{cm/s})$	$D(\text{cm})$	$d(\text{cm})$
1	6,510	6.40	30.83	4.0	0.026	39	9,780	6.40	46.31	"	"
2	7,450	5.85	38.59	"	"	40	9,630	11.60	25.17	"	"
3	6,600	8.90	22.47	"	"	41	11,040	12.25	27.31	"	"
4	10,020	6.80	44.65	"	"	42	11,160	8.00	42.27	3.0	0.050
5	3,490	7.40	34.77	"	"	43	"	5.70	59.33	"	"
6	6,200	7.25	25.91	"	"	44	4,190	7.70	16.49	1.5	"
7	6,060	11.40	16.11	"	"	45	8,800	5.60	47.62	"	"
8	7,900	10.50	22.80	3.0	"	46	7,020	7.80	27.27	"	"
9	6,900	7.60	27.53	"	"	47	10,920	13.45	24.60	"	"
10	7,370	5.80	38.51	"	"	48	8,060	12.15	20.10	"	"
11	7,370	7.85	28.45	"	"	49	11,240	6.70	50.84	"	"
12	6,890	9.30	15.45	"	"	50	6,080	4.75	38.79	"	"
13	6,580	9.65	20.66	1.5	"	51	4,640	6.10	17.73	"	"
14	6,080	11.55	15.95	"	"	52	11,180	7.50	45.17	"	"
15	4,450	5.35	25.21	"	"	53	10,920	11.20	29.54	"	"
16	6,240	5.95	31.78	"	"	54	8,930	12.57	28.03	4.0	0.068
17	6,950	5.35	39.37	"	"	55	11,230	9.31	36.56	"	"
18	11,120	10.35	32.56	4.0	0.050	56	13,000	6.68	50.90	"	"
19	8,710	9.75	27.07	"	"	57	7,050	4.77	44.79	"	"
20	8,710	9.15	28.85	"	"	58	"	6.47	33.02	"	"
21	4,180	3.80	33.33	"	"	59	12,740	11.17	34.51	"	"
22	5,190	6.30	24.96	"	"	60	"	9.28	41.65	"	"
23	4,580	6.70	20.71	"	"	61	12,640	6.45	59.38	"	"
24	4,110	8.50	14.65	"	"	62	11,230	9.27	36.72	3.0	"
25	10,050	6.70	45.45	"	"	63	"	6.70	50.77	"	"
26	11,000	14.05	23.72	"	"	64	7,050	4.50	47.41	"	"
27	6,570	7.70	25.85	"	"	65	12,750	11.23	34.40	"	"
28	11,160	6.30	53.68	"	"	66	"	9.03	42.80	"	"
29	11,160	8.30	40.74	"	"	67	"	7.67	50.35	"	"
30	4,640	6.90	20.38	"	"	68	11,210	12.13	28.01	1.5	"
31	11,420	7.80	44.37	3.0	"	69	11,230	9.30	36.61	"	"
32	9,720	13.70	21.50	"	"	70	"	6.28	54.13	"	"
33	7,480	6.40	35.42	"	"	71	7,050	4.78	44.69	"	"
34	7,280	11.50	19.19	"	"	72	"	8.45	25.28	"	"
35	7,340	7.70	28.89	"	"	73	"	7.22	29.58	"	"
36	11,420	12.05	28.72	"	"	74	12,740	13.83	27.90	"	"
37	11,420	9.55	36.24	"	"	75	"	12.18	31.68	"	"
38	11,240	6.00	56.77	"	"	76	"	9.92	38.92	"	"

設けた。実験方法は通水初期の大きな水面勾配のために砂粒が異常な動きをしないよう下流端を堰上げておき、徐々に水路に水を張って所定の流量を通水しながらゲートを所定の水位になるまで降下させ、流れが定常になるのをまって、円柱周辺部の河床を覆っていた細目の金網板を取り除いた。この時を洗掘開始時としたが、金網を取り除く前でも河床全体の砂が移動しているために金網のまわりに若干の河床変動が生じたり、ま

た clear water scour の場合と違って洗掘進行が急激であるので、洗掘開始時間は洗掘の時間変化特性をみるためには重要であるが、以上のような困難さから必ずしも正確には測定されなかった。円柱前面の洗掘深をポイントゲージで洗掘に影響を与えないように注意しながら測定した。実験条件は表-2に示すとおりである。

(2) 洗掘形状

clear water scour の場合と同じく、円柱前半部の洗掘孔は逆円錐形をしているが、河床波が発生しているために、この影響を受けてかなり変形している。すなわち、河床波の谷と峰とが洗掘孔に入るとそれぞれ急激な洗掘深の増加、減少をきたすし、また、特に洗掘孔近傍で河床波が3次元的に崩れているため、細かくみると clear water scour の場合に比してかなり不規則な形状をしている。また円柱より下流側は堆積域も含んで円柱の影響による3次元的河床波が強く発達している。

(3) 最大洗掘深の特性

Fig. 12 は円柱前面における最大洗掘深の時間的変化特性を示したものであるが、**Fig. 7** にみられる clear water scour の場合と異なって、ごく短時間に洗掘のほとんどが進行する。このためごく初期の時間変化は測定が困難であって、clear water scour のとき定義した遷移洗掘深にあたる急激に洗掘が遅くなる時の洗掘深は捉えられなかった。scour with continuous sediment motion の場合は洗掘深の変化が河床波の移動のみに支配される最終的な洗掘状態が現われる。いま、この最終的な平衡洗掘深を z_{sf} とすると、 z_{sf} に到達するまでの無次元時間 $u_0 t_s/D$ は、**Fig. 8** の黒丸で示されているように、ほぼ $1 \times 10^3 \sim 2 \times 10^3$ の $u_0 t_s/D$ の値をとり、 N_s の変化に対しても一定であることが認められる。なお同図の clear water scour の場合にとった洗掘進行が急激にゆるやかになる時間は scour with continuous sediment motion のときは非常に小さく、**Fig. 8** の白丸と黒丸は現象的には同じものを意味しているのではない。次に、 z_{sf}/D と N_s との関係は **Fig. 9** の $N_s > N_{sc}$ の部分にみられるが、clear water scour ($N_s < N_{sc}$) の場合に z_{sf}/D が N_s の増加と共に一次的に増加していく特性があったにもかかわらず、この場合は N_s に無関係にほぼ一定である。ただ、 z_{sf}/D は $N_s = N_{sc}$ 前後でピークを持ちそれより N_s が大きくなるとやや小さくなって一定となる。すなわち、scour with continuous sediment motion の場合には、流速のみに注目すれば流速がいくら大きくても平衡洗掘深は一定で大きくならないことを意味しており、物理的にはある平衡洗掘孔形状においては、流速が大きくなると流入砂量は増えるが流出砂量と同じだけ増えてゆくことを示しており、このことは洗掘孔への砂の流入機構と流出機構が同等の性質を持つことを意味していて興味深い。また、 N_s が N_{sc} を越えたところて若干 z_{sf}/D が小さくなる

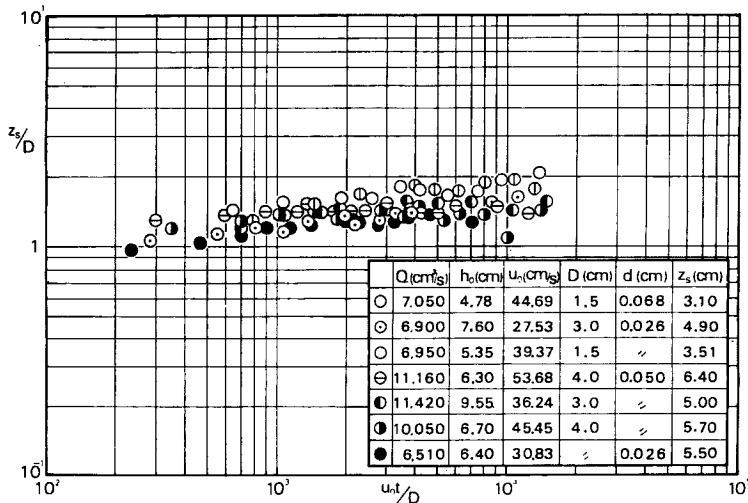
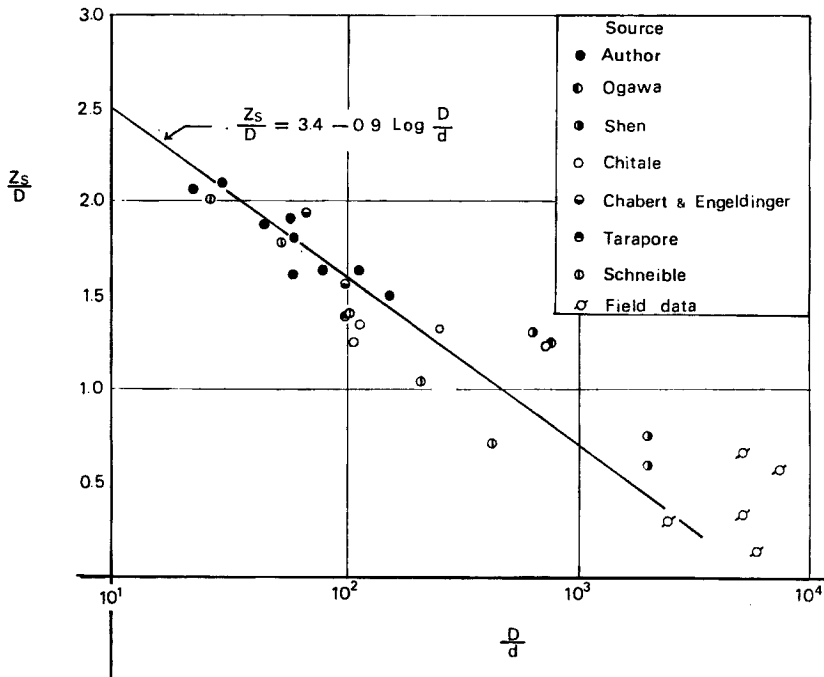


Fig. 12 Variation of dimensionless scour depth z_s/D with dimensionless time $u_0 t/D$.

Fig. 13 Variation of dimensionless scour depth z_s/D with D/d

のは、 $N_s = N_{sc}$ の付近で Q_{si} が現われてくるが、 N_s の増加に対する Q_{si} の増加が Q_{so} の増加より大きいことを示しており、 $Q_{si} > 0$ の場合は、 $Q_{si} \gg 0$ の場合より、より深い洗掘形状でないと $Q_{si} = Q_{so}$ とならないことを示している。しかし、 z_{sf}/D が小さい場合はそのピークは顕著ではなく、 $N_s > N_{sc}$ では z_{sf}/D は一定とみなすことができる。したがって、次にこの z_{sf}/D と D/d との関係をみようとしたのが Fig. 13 である。 z_{sf}/D は D/d に強く支配されており、片対数紙上で D/d の増加とともにほぼ直線的に減少している。かなりのばらつきはあるが、実用上あえて直線をあてはめると、

$$\frac{z_s}{D} = 3.4 - 0.9 \log \frac{D}{d} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。ただし、適用範囲は $2 \times 10^1 > D/d > 2 \times 10^3$ 程度である。

3. 洗掘過程のモデル化

前に述べたように、橋脚周辺の局所洗掘に関する研究は、主に実験結果を次元解析する方法にたよっているが、実験的事実に基づいて洗掘のモデル化を試み、解析するという研究も数多く、その主なものを挙げると Table 3 のようである。局所洗掘は緒言でも述べたように、流れ、砂の動きおよび洗掘孔形状の相互作用であり、それぞれに関する扱え方が研究者によって異なっている。すなわち、洗掘を生ぜしめる流れに関しては、橋脚側面での流れの集中に着目したもの (Laursen¹⁾、齊藤²⁾、Gradowczyk³⁾)、単に上流側の流速を代表させるもの (Carstens⁴⁾)、橋脚底面周囲に起こる馬蹄型渦に注目するもの (Shen⁵⁾、田中、篁⁶⁾、吉川⁷⁾)、あるいは洗掘孔内での流れの拡散を考えるもの (Tarapore⁸⁾) などがある。ただ、ほとんどの場合、洗掘孔形状は実験的事実に基づいて逆円錐形を仮定している。また、砂の動きに関しては、各種の従来の平衡状態での流砂量式を考えている。これらのモデルにおいては、流砂の洗掘孔内への出入がバランスするところでの洗掘深を求めること

Table 3 Analytical models of local scour around bridge piers

Investigator	Model for flow	Scour hole shape	Model for Sediment movement
Laursen	Constriction	reverse-cone	Critical tractive force
Saito	Constriction	(front) reverse-cone (back) trigonal-piramid	Kalinske-Brawn formula
Carstens	$u_0/\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}$	reverse-cone	Experimental formula
Shen	Horse shoe Vortex	reverse-cone	
Tarapore	Velocity diffusion at the scour hole	reverse-cone	Du Boys' formula

に主眼をおいているため、洗掘深の時間的变化や clear water scour と scour with continuous sediment motion での洗掘特性の相違を明確にして解析したものは見当たらない。すなわち、上述の従来の多くのモデルは洗掘領域全体を一つの流砂量式の適用範囲としているために、橋脚による流れの変化、渦の発生などを考慮した合理的な流砂量式を与えていないという欠陥がある。この点を考え、本研究では、円柱周辺の洗掘とくに支配的である馬蹄型渦に注目して、そのみで現象が支配される前面だけで流砂の連続関係を考えた。すなわち、洗掘孔形状は砂の水中静止摩擦角に支配されるとし、また流れは馬蹄型渦、砂の移動に関しては確率の概念を用いた。

3-1 流れに関するモデル

円柱前面における河床面に作用する力は前面で生じる下降流、逆流によるものである。この作用力を厳密に推定することは困難であるが、種々の実験的事実に基づいて巨視的に検討する。まず、円柱前面に発生する渦のスケールに関しては Fig. 14 の記号を用いると、染料によるよどみ面内の剝離域の限界点 L および H を観察した結果、 L, H は Fig. 15 に示すように実験範囲の水理量に対してはほとんど変化せず、ほぼ円柱径のみによって支配されており、 $L=0.65D, H=0.60D$ となることが認められる。いま、ごく単純に渦のスケールとして、 ΔLHO に内接する半径 l の円を考えその外周での流速を v_{bmax} とすると、この渦のもつ循環 Γ_1 は、

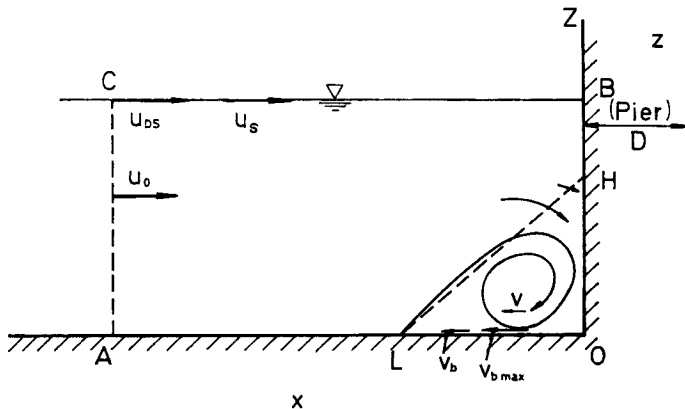


Fig. 14 Stagnation plane.

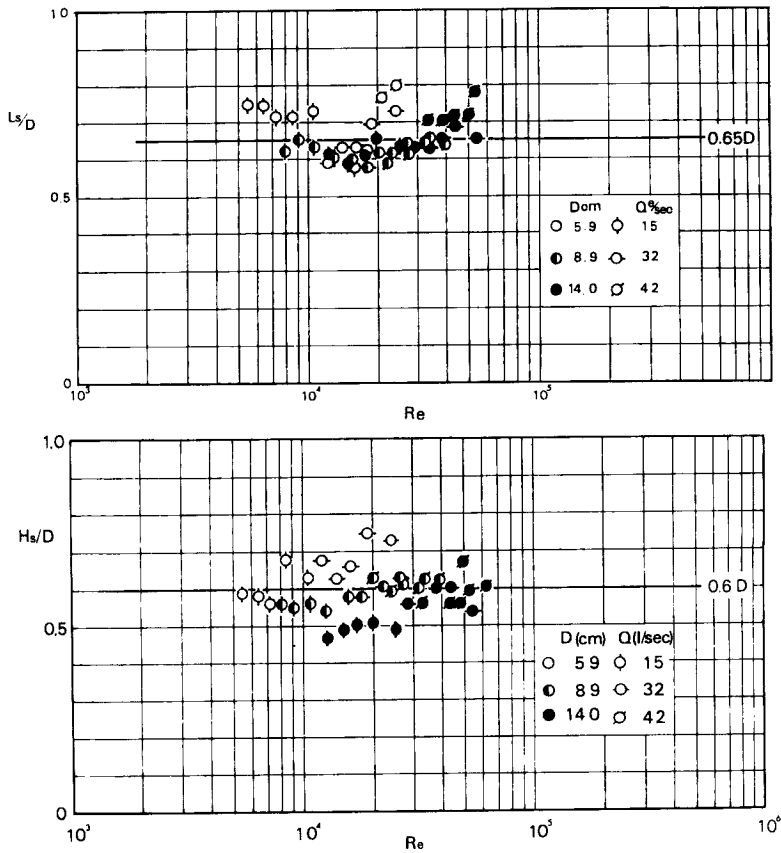


Fig. 15 Scale of vortex in the stagnation plane.

$$\Gamma_1 = \oint v_{bm} ds = -2\pi l v_{bmax} \dots \dots \dots (3)$$

となる。一方、Shen ら⁹⁾によると円柱のない場合に、コントロールボリューム ACBO (Fig. 14 参照, AC は十分上流) のもっている循環と同じコントロールボリュームについて BO のところに直径 D の円柱が存在するときの循環との差, すなわち円柱が存在するために減少する循環 Γ_2 は,

$$\Gamma_2 = -u_{os} D/2 \dots \dots \dots (4)$$

である。ただし, u_{os} は一様流での表面流速である。循環の保存則より, $\Gamma_1 = \Gamma_2$ であるとすれば, 式(3)および式(4)より次式の関係が得られる。

$$v_{bmax} = -\frac{u_{os} D}{4\pi l}$$

l は $L=0.65D$, $H=0.60D$ を用いて計算すると, $l=0.177D$ となり, また表面流速 u_{os} と平均流速 u_{om} との関係は, u_{om} に Manning の平均流速公式また, 流速分布に対数則を用いると,

$$u_{os} = u_{om} \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa \rho_0^{1/6}} \right)$$

となるので, 結局,

$$\frac{v_{bmax}}{u_{om}} = \frac{D}{4\pi l} \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \right) = 0.45 \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

となる。ここで、 n : マニングの粗度係数、 κ : Kármán 定数、 g : 重力加速度である。

Fig. 14 で OL に沿う河床 ($Z=1$ mm) での流速 v_b を実測した結果を **Fig. 16** に示す。実験条件は、同図に示されている。 v_{bmax} の生ずる位置は X/D が円柱の前端より $0.3D$ 前後であり、これによると $l=0.15D$ 前後となるが、ごく単純な上述の渦モデルの妥当性がほぼ認められるであろう。次に、この実験では、 $h_0^{1/6}/n=60\sim 80$ であり、この範囲では $n\sqrt{g}/\kappa h_0^{1/6} \approx 0.1$ であるので式(5)は、 $v_{bmax}/u_{om}=0.50$ となる。いま同図における v_b の最大値のみをとり出すと、**Fig. 17** のように v_{bmax}/u_{om} はほぼ 0.50 と水理量によって変化せず、理論値と一致している。次に、 v_{bmax} に対する摩擦速度 u_* については、局所的な流速係数を φ_v とすると、一般に、 φ_v を定数として、

$$\frac{u_*}{v_{bmax}} = \varphi_v \quad \dots\dots\dots(6)$$

とおけるから、式(5)を考慮すると、

$$\frac{u_*}{u_{om}} = 0.45 \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \right) \varphi_v \quad \dots\dots\dots(7)$$

と表わすことができる。 φ_v は、球にかかる抗力係数が $R_c=10^3$ 以上ではあまり変化しないことを考えれば一定であると考えられるがその値は実験的にによって決めなければならない。

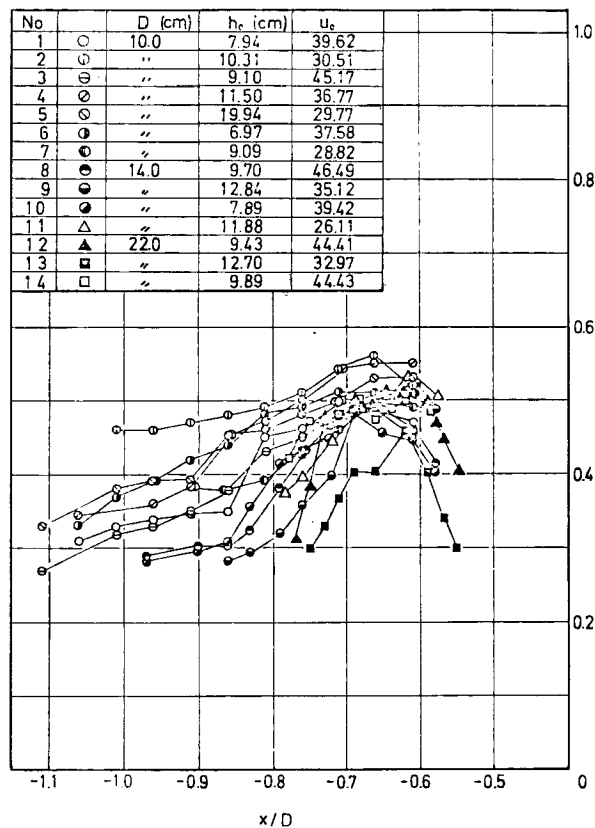


Fig. 16 Velocity at the bottom of the stagnation plane.

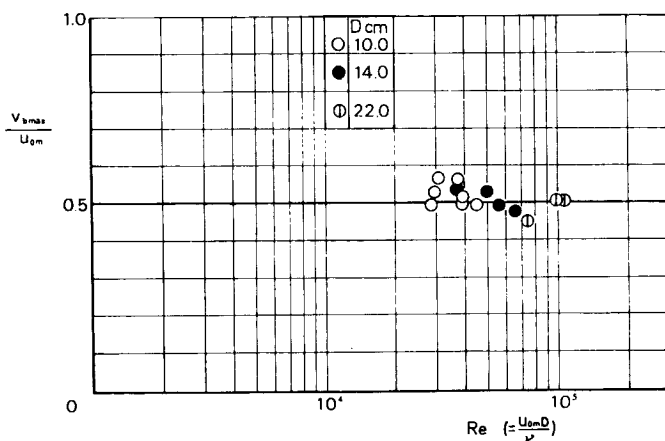


Fig. 17 Variation of dimensionless maximum velocity at the bottom of the stagnation plane v_{bmax}/u_{om} with Reynold's number Re .

3-3 洗掘形状に関するモデル

円柱前面の砂は、上に述べた渦の作用によって動かされ、洗掘初期においては、渦のコア部分に相当する洗掘が生じるまでは **Fig. 18(A)** のように渦の特性に基づく洗掘孔が形成されるが、観察によると渦のコア部分の大きさは洗掘が進行してもほとんど変化せず、**Fig. 18(B)** にみられるように実際流れによって洗掘される部分は図で k_1D と示してある部分のみで、斜面は砂が水中静止摩擦角 ϕ で安定するように、 k_1D 部分が低下するにつれて砂が k_1D へ向って斜面から滑落していく。

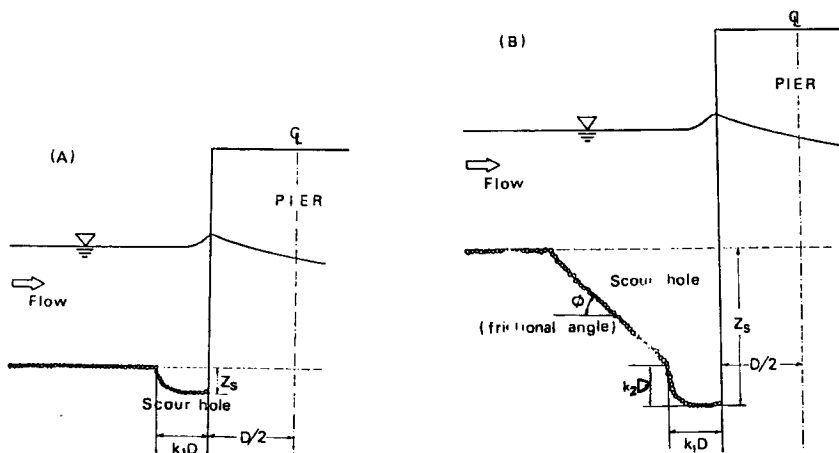


Fig. 18 Scour hole shape in stagnation plane.

3-3 砂の移動に関するモデル

橋脚前面の渦による砂の移動に関しては、本来一次的に考えられた各種の掃流砂量公式をそのまま適用できず、その前の段階で考えなければならない。すなわち、ここでは砂の移動を確率的に考える。移動床水路における砂粒の運動は、河床構成材料の形状、粒径、比重、流れへの露出度 (exposure)、流れの時間的、空間的変動などと高次のランダムネスに影響されその決定論的解明は至難である。1942年、砂の移動に関して確率概

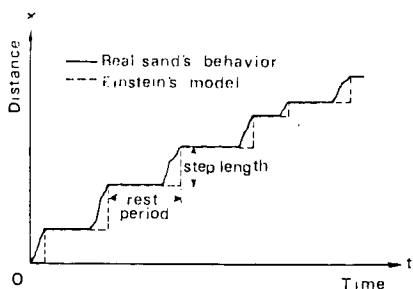


Fig. 19 Model for movement of a particle.

砂粒の移動現象を時間と距離との compound Poisson process とすると、時刻 t に距離 x にいる砂の確率密度関数 $f_t(x)$ は、

$$f_t(x) = \lambda e^{-(\lambda x + p_s t)} \left(\frac{p_s t}{\lambda x} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot I_1(2\sqrt{\lambda x p_s t}) \dots \dots \dots (8)$$

である。ここに、 I_1 は 1 次の変形 Bessel 関数、また λ および p_s はそれぞれ距離および時間に関する確率定数であって、

$$\bar{x} = \int_0^\infty x f_t(x) dx = \frac{p_s}{\lambda} t$$

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty (x - \bar{x})^2 f_t(x) dx \approx \frac{2 p_s}{\lambda^2} t$$

の関係から、時刻 t における砂の平均移動距離 $\bar{x}$ とその分散 σ_x^2 を実験的に求めることによって決定しうるが、ここでは p_s のみに注目しているので、時間 t の間に n 回の step をとる確率 $p(n:t)$ を考える。すなわち、

$$p(n:t) = e^{-p_s t} (p_s t)^n / n!$$

であるから、

$$p(0:t) = e^{-p_s t} \dots \dots \dots (9)$$

となり、時刻 t における原点残留確率を実験的に求めることにより単位時間当りの砂の移動確率 p_s を決定することができる。

一方、Paintal は河床面の凹凸の不規則性、つまり河床に並らんでいる砂粒の流れへの露出度の不規則性が砂粒の運動確率に大きな影響をもつと考え、Fig. 20 のように河床をモデル化した。すなわち、砂粒の運動する状態はその力の関係

$$D_r > (W - L) \tan \beta \dots \dots \dots (10)$$

での抗力 D_r および揚力 L が前の砂の露出度 e_1 、その砂の露出度 e_2 との相対関係で変わるとし、 $e_1 = 0$ で $e_2 = 1$ のとき、 $|D_{rmax}| = |L_{max}| \equiv WT$ と仮定することによって式(10)の関係が、

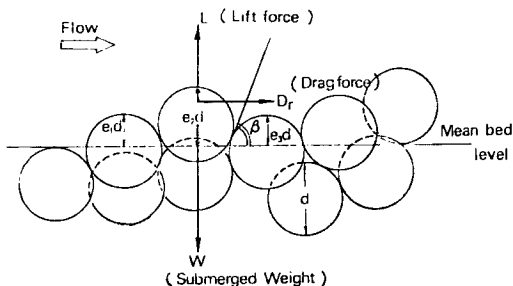


Fig. 20 Bed embodiment model.

$$(e_2 - e_1) - \frac{\sqrt{\frac{1 - (e_2 - e_3)^2}{(e_2 - e_3)^2}}}{T \left\{ 1 + \frac{\sqrt{1 - (e_2 - e_3)^2}}{e_2 - e_3} \right\}} > 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

となることを導き、 e_1, e_2, e_3 がそれぞれ 0 から 1 まで一様に分布しているという仮定を用いて砂粒の動く確率 p を求めている。すなわち、

$$p = \int_{e_{2*}}^1 \int_0^{e_{1*}} \int_0^{e_{3*}} g(e_1, e_2, e_3) de_3 \cdot de_1 \cdot de_2 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 e_{3*} は e_1, e_2 与えられている時の粒子 2 が動く最大の e_3 、 e_{1*} は $e_3=0$ で e_2 が与えられている時の粒子 2 が動く最大の e_1 、 e_{2*} は $e_1=e_3=0$ で、粒子 2 が動く最小の e_2 であり、 $g(e_1, e_2, e_3)$ は (e_1, e_2, e_3) の結合確率密度関数である。 e_{1*}, e_{2*}, e_{3*} は式(11)で計算され、式(12)の計算で p と T との関係が求まる。なお、

$$T = \frac{D_{max}}{W} = \frac{\frac{\pi}{4} d^2 \tau}{\frac{\pi}{6} d^2 (\sigma - \rho) g} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\tau / \rho}{(\sigma / \rho - 1) g d} = \frac{3}{2} \tau_* \quad \dots\dots\dots(13)$$

であるから、 p と $\tau_* (=u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d)$ との関係が求まり、さらに τ_* の時間変動を正規分布と仮定し、 $\sigma_{\tau_*} = 0.5 \tau_{0*}$ として p の平均値 p_0 を得ている。この p_0 と τ_{0*} との関係を示したものが Fig. 21 である。ここで τ_{0*} は τ_* の平均であるが、以後 τ_* 自体が平均的なものを示すものとする。

単位時間当りの砂粒の移動確率 p_s を知ると容易に掃流砂量へ結びつけて考えることができるが、Paintal の求めたのは、絶対確率 p_0 を求めたのであって、実用的には p_0 と p_s との対応関係を求めることが必要である。砂の動きうる状態に対応し現実には砂が動くという応答との関係が p_0 と p_s との関係であって、Einstein は沈降速度で粒径 d を沈降するに要する時間 $\tilde{t}_0$ を考え、

$$\tilde{p} / p_s = \frac{C_1}{F} \sqrt{d / (\sigma / \rho - 1) g} = \tilde{t}_0$$

としている。ここで、 $\tilde{p}$ は Einstein が考えた揚力が砂の水中重量を越えると砂が動き出すという考えより求まるもので、

$$\tilde{p} = \text{prob.} \{L / W > 1\}$$

である。 F は砂粒径、比重、流体の動粘性係数によって変化するが、実用範囲ではほぼ 0.816、また C_1 は実

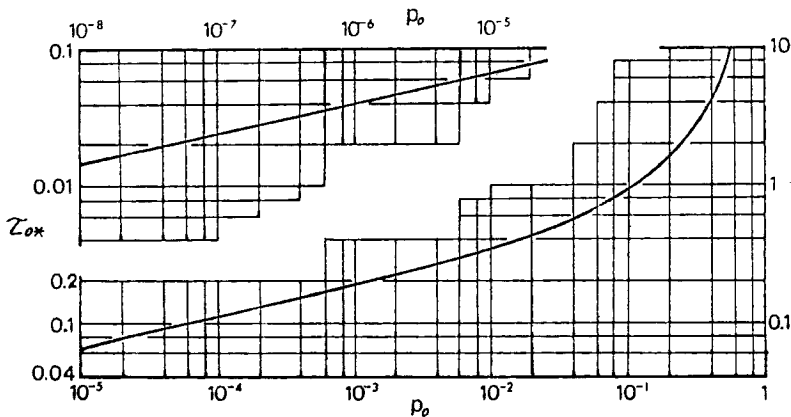


Fig. 21 Variation of probability of movement p_0 , with dimensionless bed shear τ_{0*} (Paintal).

験定数で砂粒を球とするならば31.0である。この $\bar{\tau}_0$ は流水特性によらない流体中の粒子の挙動を表わすという意味で格好の代表時間といえる。一方, Paintal は, ρ_0/ρ_s なる時間が, 流れの摩擦速度 u_* さらに ρ_0 によるとの考えから,

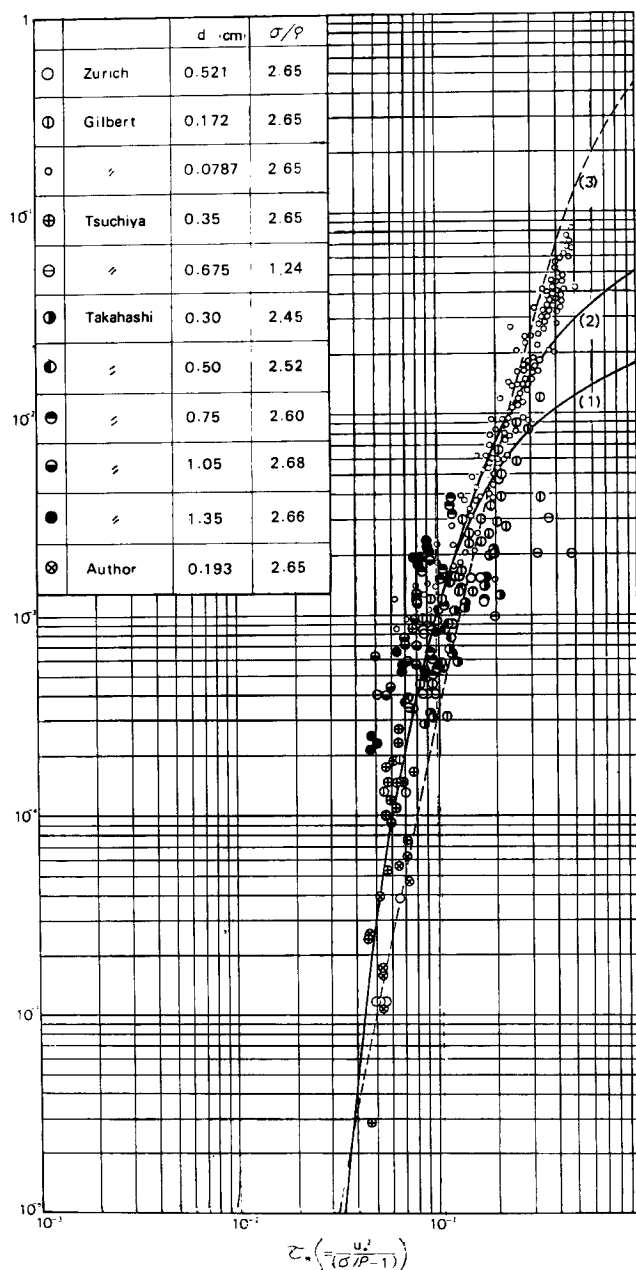


Fig. 22 Variation of probability of movement $p_s \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)}g$ with dimensionless bed shear τ_{0*} .

$$\tilde{p}_0/p_s = c_2 d / \rho_0 u_* = \tilde{t}_0$$

としている。これら直観の意味は、「粒子がはがされるに要する時間」で絶対確率の定義の仕方にもよるきわめて不明瞭な量であるといえる。ここでは、簡単のため Einstein の考え方に準拠して、

$$p_0/p_s = \frac{C}{F} \sqrt{d/(\sigma\rho-1)g} = t_0 \dots \dots \dots (14)$$

と考える。もちろん、流砂量には Paintal の言うように p_0 が高次で効いてくると思われるが、それは移動距離への効果のみかもしれない、敢えて複雑にすることをさけて式(14)のようにした。ここに、 C_1 と C とは、 $\tilde{p}$ が局所的瞬間的に水理条件が満たされれば直ぐに砂粒が動くことと仮定しているため隣接砂粒の影響などが定数 C_1 の中にひっくるめられていると考えられるに反し、 C は p_0 が既に隣接砂粒を考慮したものであるから、その意味も違っている。いずれにしても、これらはもともと砂の運動を探る手法の違いに基づいているものであり、さらに流れの拘束される境界特性に支配される量かもしれない、実験的に決定する以外ない。いま、実験的に得られた p_s を $\sqrt{d/(\sigma\rho-1)g}$ で無次元化し、 τ_* に対してプロットしたのが、Fig. 22 である。従来の研究者のデータを整理し直し、また Einstein の $\Phi \sim \psi$ 関数にプロットされている Zürich のデータ、Gilbert のデータを計算し直して同時にプロットした。図中、曲線 (1), (2) は砂粒の沈降速度に関して時間をとったいわゆる Einstein の掃流砂関数から計算された τ_{0*} に対する $p_s \sqrt{d/(\sigma\rho-1)g}$ を表わしている。もともと掃流砂関数は実験的に関数形をあてはめたものであり、また τ_{0*} の大きい時には流砂量に対しては $\tilde{p}$ 自体の影響を考えて、(2)のように修正している。これら(1), (2)の曲線は実験データをもとに決定したものであるから当然データとよく一致している。次に、図中の破線は、Fig. 21 の曲線を式(14)の考えから実験値に合うよう縦軸に平行に動かしたものである。これらから、式(14)の $C/F=0.25$ となり、 $C=0.20$ である。破線は理論式に基づくものであり、 τ_* の実用上の全領域に対して実験値をよく説明していることが認められる。このような砂粒の移動確率は、 τ_* が求められれば、局所的な流れにおいても一様流での結果である

$$p_s \sqrt{d/(\sigma\rho-1)g} = 4.0 p_0$$

をそのまま便宜的に適用しても不自然ではなかろう。しかし、流砂問題全体として扱うときは、流れの境界特性に強く支配されると思われる砂の跳躍距離 (step length) を考慮した連続式を加味しなければならないことは言うまでもない。

3-4 洗掘モデル

以上の考察に基づいて円柱前面における洗掘深について考える。よどみ面での洗掘は、Fig. 18 を参照して、(A)渦の自由な洗掘過程、(B)砂が静止摩擦角を保持するために、渦が実際に洗掘を行なっている領域への砂粒の斜面滑落を考えなければならない過程、(C)よどみ面系外の影響が著しくなり、洗掘された砂がよどみ面系から自由に外へ出られなくなって洗掘深の時間変化が(B)過程よりも鈍化する過程、が考えられる。clear water scour においては、最終状態が得られないため、洗掘深の時間変化特性を説明する必要がある一方、scour with continuous sediment motion の場合は、ごく短時間に平衡状態に近づくため時間変化は問題にならず、平衡洗掘深そのものの評価が問題となる。Fig. 23 のようにモデル化された洗掘形状に対して、3-1で求まる $k_1 D$ の大きさおよびそこでの渦に

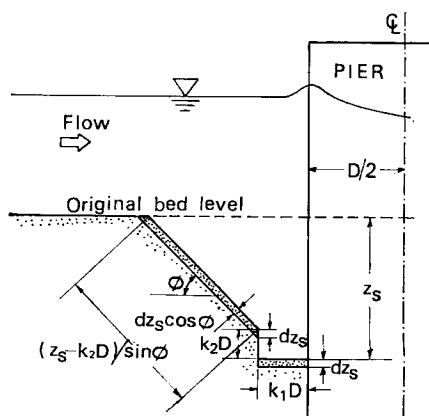


Fig. 23 Definition of variables used in estimating time variation of scour depth.

よる洗掘力は、洗掘進行に対してあまり変化しないという実験事実に基づくと、(A)過程においては、よどみ面内の砂の連続式は、

$$k_1 D dz_s = \varepsilon p_{s1} \cdot A_1 d \cdot k_1 D dt - q_{st} \cdot dt \quad \dots\dots\dots(15)$$

また、(B)および(C)過程においては、

$$k_1 D dz_s = \varepsilon p_{s1} \cdot A_1 d \cdot k_1 D dt - \frac{z_s - k_2 D}{\sin \phi} dz_s \cdot \cos \phi - q_{st} \cdot dt \quad \dots\dots\dots(16)$$

となる。ただし、 d : 砂粒径、 D : 円柱径、 z_s : もとの河床からの洗掘深、 A_1 : 砂の填密、間隙その他3次元的な考慮をした係数、 ϕ : 洗掘孔前面傾斜角で clear water scour では水中静止摩擦角 ($\phi \approx 45^\circ$)、 q_{st} : 上流から洗掘孔よどみ面に入ってくる単位時間単位巾当りの流入砂量 (総体積) で、水理条件のほか洗掘孔の大きさとともに変化する。 p_{s1} : $k_1 D$ の部分における単位時間あたりの砂粒移動確率で Fig. 22 の破線で求められる。また、この時用いる u_* は式(7)によって計算される。 ε : $k_1 D$ から移動確率 p_{s1} で移動した砂がよどみ面系外へ出る割合を示すもので、全てが出れば $\varepsilon=1$ である。

clear water scour においては、 $q_{st}=0$ であるから、式(15)および式(16)は、それぞれ、

$$z_s = A_1 \cdot \varepsilon p_{s1} d \cdot t \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$z_s = -k_1 D \tan \phi \left(1 - \frac{k_2}{k_1} \cot \phi \right) + \sqrt{2k_1 D \tan \phi \cdot A_1 d \cdot \sqrt{\varepsilon p_{s1} t} + K} \quad \dots\dots\dots(18)$$

と積分できる。ただし、 K は(A)過程と(B)過程との接続において、 $z_s = k_2 D$ という条件を用いると、

$$K = \frac{D \tan \phi}{2A_1 d} (k_1 \tan \phi - 2k_2)$$

となる。 p_{s1} の代りに式(14)の關係を用いて p_0 を用いると、式(17)および式(18)は、若干変形して、

$$(A) \text{ 過程: } \frac{z_s}{D} = \frac{A_1 \varepsilon}{C|F} \cdot \frac{p_0}{N_s} \cdot \frac{u_0 t}{D} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$(B) \text{ 過程: } \frac{z_s}{D} = \sqrt{2k_1 \tan \phi} \sqrt{\frac{A_1 \varepsilon}{C|F} \cdot \frac{p_0}{N_s} \cdot \frac{u_0 t}{D} + \frac{\tan \phi}{2} (k_1 \tan \phi - 2k_2)} - k_1 \left(\tan \phi - \frac{k_2}{k_1} \right) \quad \dots\dots\dots(20)$$

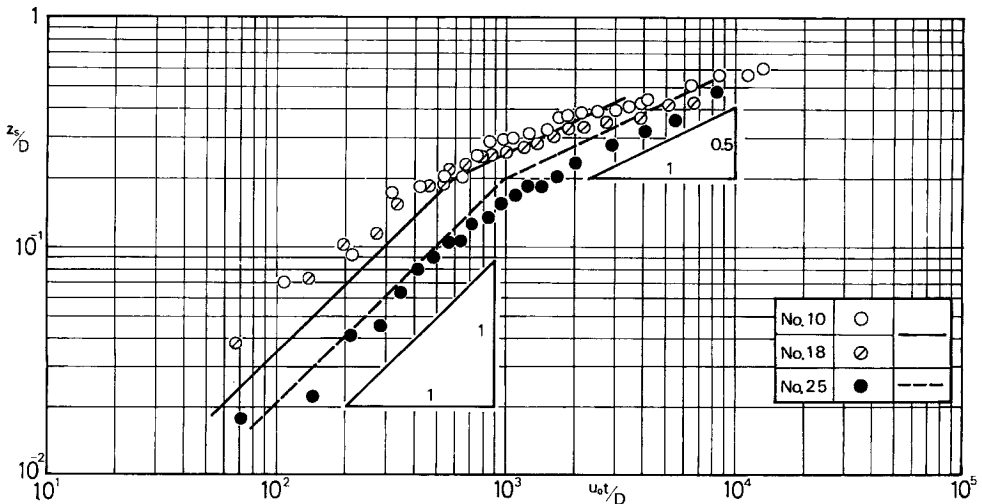
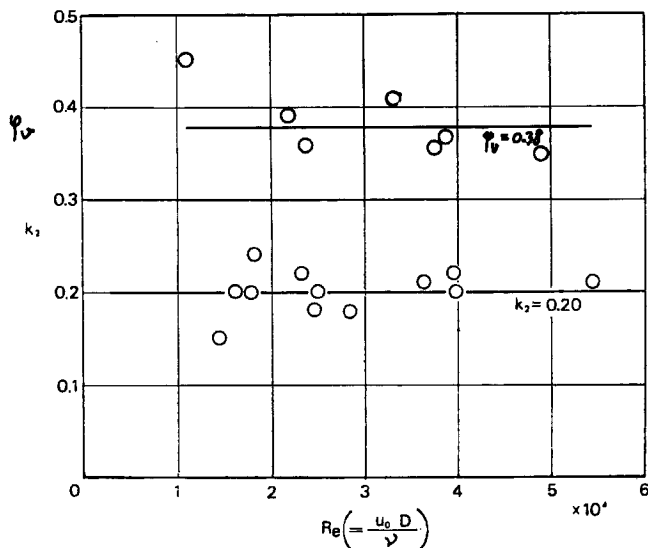


Fig. 24 Comparison of the theoretical curve with the experimental data about the time variation of scour depth.

Fig. 25 Variation of k_2 and ϕ_v with Reynold's number Re

が得られる。Fig. 7 の中で代表的なものを示すと Fig. 24 のようである。図中の直線は式(19)および式(20)で計算されたものである。式中の定数については3節で検討した結果に基づいて、 $C/F=0.25$, $\phi=45^\circ$, $k_1=0.25$, $A_1 \approx 1$ を用い、 k_2 および ϕ_v については(A)過程と(B)過程との接続点のはっきりしたデータより実験的にそれぞれ0.20および0.38と決めた (Fig. 25)。 p_0 は Fig. 21 を用いるがこのとき必要な u_* は式(7)で与えられる。また、 $\varepsilon=1$ としている。洗掘初期においては、洗掘深は時間と一次関係にあり、 $z_s=k_2 D$ 以後、洗掘深は時間の平方根に比例するという特性は理論式と実験データとは一致している。しかし洗掘がさらに進むと、 $\varepsilon < 1$ となる(C)過程に移り式(20)の直線からはずれてくる。 ε の特性については、特に橋脚側面での流れの変化が影響してくるが、ここではまだ検討するに至らなかった。式(19)および式(20)は、 z_s/D と $u_0 t/D$ は結局、 p_0/N_s をパラメータにしていることが認められるが、 p_0 は $u_* \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd}$ の関数であって、式(7)にみられるように $u_* = u_0 \phi_v$ における ϕ_v が流れによってあまり変化しないし、 p_0 も N_s の関数とみなしてよいから、主要なパラメータは N_s のみであることがわかり実験特性と一致する。

次に、scour with continuous sediment motion においては、 $q_{si} \neq 0$ であるが、この場合には前に述べたように短時間のうちに平衡状態に達するため、このときの z_{sf} について検討する。平衡状態においては、式(16)は、

$$0 = \varepsilon p_{s1} A_1 d k_1 D - q_{si} \quad \dots\dots\dots (21)$$

であるが、 q_{si} については、Fig. 26 において、砂の平均的跳躍距離を Einstein が考えたように流れによらないで粒径の定数倍 (λd) とすると、

$$q_{si} = A_1 d \int_{l_1}^{l_1 + \lambda d} p_s(x) dx \quad \dots\dots\dots (22)$$

と表わせる。ここでは ε の特性が不明なため式(21)の性質のみを考えてみる。Fig. 21 を参照して

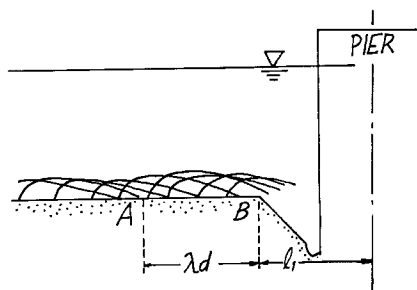


Fig. 26 Definition sketch for step length of a particle.

$p_0 \sim \left[\frac{u_*}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}} \right]^n \sim (k' \cdot N_s)^n$ であるとし、また、 $p_s(x)$ は円柱前面での流速がポテンシャル流の変化をすると仮定すると、 $p_s(x) \sim \left[k'' \cdot N_s \left(1 - \frac{D^2}{4x^2} \right) \right]^n$ と表わされる。これらの関係を式(21)に代入すると、

$$A_1 d \varepsilon (\varphi_v N_s)^n \left(\frac{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}{C/F} \right) \cdot k_1 D = A_1 \cdot d \cdot (k'' N_s)^n \left(\frac{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}{C/F} \right) \int_{l_1}^{l_1+\lambda d} \left(1 - \frac{D^2}{4x^2} \right) dx$$

つまり、

$$\left(\frac{\varphi_v}{k''} \right)^n k_1 \cdot \varepsilon = \int_{l_1}^{l_1+\lambda d} \left(1 - \frac{1}{4X^2} \right)^n dX \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。ただし、 $X=x/D$, $l_1 = \left(k_1 + \frac{1}{2} \right) D + (z_s - k_2 D) \tan \phi$ である。

いま、 ε は洗掘深 z_s に特に影響されると考えると、 $\varepsilon = \varepsilon(z_s/D)$ であるので、(23) は、 z_s/D が d/D のみの関数であることを示している。すなわち、

$$z_s/D = f(d/D) \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。この関数 f はその誘導過程に検討すべき定数も多くここではまだ決定できないが、実験的にも、 z_{sf}/D はほぼ d/D のみで表わされ式(2)である。

4. 平衡洗掘深の推定

4-1 従来の洗掘深推定式に関する検討

橋脚周辺部における局所洗掘に関する研究は非常に多くあるが、具体的に洗掘深の推定方法を提示しているものの主なものを挙げると **Table 4** のようである。洗掘現象を支配する全ての要素を考えていくことは困難

Table 4 Proposed equations for estimating equilibrium scour depth

Name	Desing Criteria	Note
P. Andru (1956)	$z_s = 0.8$	
Z. S. Tarapore (1962)	$z_s = 1.35$ for $h_0/D > 1.15$ $z_s = 1.17$ for $0 < h_0/D \leq 1.15$	
E. M. Laursen (1962)	$\frac{D}{h_0} = 5.5 \frac{z_s}{h_0} \left[\left(\frac{1}{11.5} \frac{z_s}{h_0} + 1 \right)^{1.7} - 1 \right]$	
H. W. C. Breusere (1964)	$z_s = 1.40D$	
J. A. Maza & J. L. Sanchez (1964)	$\frac{z_s}{D} = K_f K_s \frac{u_0^2}{gD} - \frac{3100d}{D}$	$K_f = f(\text{Pierform}, \theta)$ $K_s = g(h_0/D)$
J. Larras	$z_s = 3.33 K D^{\frac{3}{4}}$	$K = 1.0$: cylindrical $= 1.4$: rectangular (unit: cm)
M. R. Carstens (1966)	$\frac{z_s}{D} = 0.546 \left(\frac{N_s^2 - N_{sc}^2}{N_s^2 - (2N_{sc})^2} \right)^{\frac{3}{4}}$	$N_s = \frac{u_0}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}$
H. W. Shen (1969)	$z_s = 0.0222 R^{0.619}$	$R_e = \frac{D u_0}{\nu}$ (unit: cm)
小川 (1966) 吉川 (1971)	$\frac{z_s}{h_0} = f(F_r)$	$F_r = \frac{u_0}{\sqrt{gh_0}}$

であり、これらの推定式は、各々の研究者が行なった実験あるいは集めた資料の範囲で、特に現象を支配する要素を選び出して決定したものである。適用範囲が不明確なためお互に相容れない推定式も存在する。まず、Andru¹⁵⁾ の式および Tarapore⁸⁾ の式 ($0 < h_0/D \leq 1.15$) は、洗掘深が一様流での水深のみに支配されるというものであって、流速や砂の特性、橋脚径などによらないというもの、また Tarepore の式 ($h_0/D > 1.15$) および Breusere¹⁶⁾ の式は洗掘深が橋脚径のみによって決まるというものである。Tarapore は Albertson の噴流による流れの拡散の考え方を洗掘孔での流れの拡散に巨視的に適用して、洗掘孔の端から流れが拡散してゆき橋脚側面で拡散巾が水面に達するときの h_0/D が 1.15 であることを実験的に決め、 $0 < h_0/D \leq 1.15$ では水深の影響が大きく、 $h_0/D > 1.15$ では水深より橋脚径の効果が大きいことを求めている。しかし、これらはごく少ないデータによって決められた値である。一方、Laursen は橋脚による通水断面の減少という点に目をつけ、水路巾収縮部での河床低下量が橋脚側面での洗掘量に対応するものとして、洗掘深を橋脚径および水深の関数として表わした。これらの関係を示すために、洗掘深を橋脚径で無次元化したものと水深を橋脚径で無次元化したものとの関係を示すと Fig. 27 のようになる。実験値は、scour with continuous sediment motion と clear water scour との区別をしているが、clear water scour に関する実験値は非常にばらついており、従来の推定式は scour with continuous sediment motion の場合のものについてであることが認められる。したがって、ここでは clear water scour のデータに関しては述べない。Laursen の曲線は全ての実験値の包絡線を示すものとみなせるが、洗掘深をかなり大きく見積り過ぎる。実験値は、 h_0/D がある程度より大きくなると、 z_s/D は水深に影響されなくなり一定値を持つような傾向がある。すなわち、ほぼ $h_0/D > 1$ では、 $z_s = k_1 D$ ($k_1 = \text{一定}$) という、Breusere, Tarapore ($h_0/D \geq 1.15$) および国鉄の式の特性になるが、 $h_0/D < 1$ では水深の影響が強くなり、 $z_s = k_2 h_0$ ($k_2 = \text{一定}$) という Andru, Tarapore ($h_0/D > 1.15$) の推定式がその特性を把んでいるように思われる。ごく、大ざっぱに言えば、水深が小さいときには洗掘深は水深に大きく支配されまた水深が大きときにはその影響はほとんどなく橋脚径に強く支配されることが言えるが、いづれにしても実験値

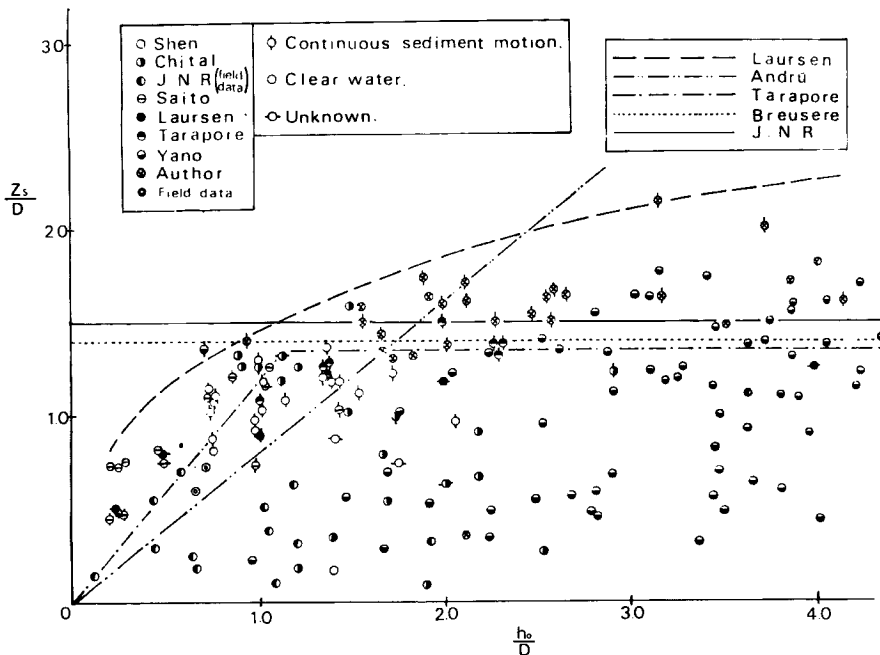


Fig. 27 Relation between dimensionless scour depth z_s/D and flow depth h_0/D

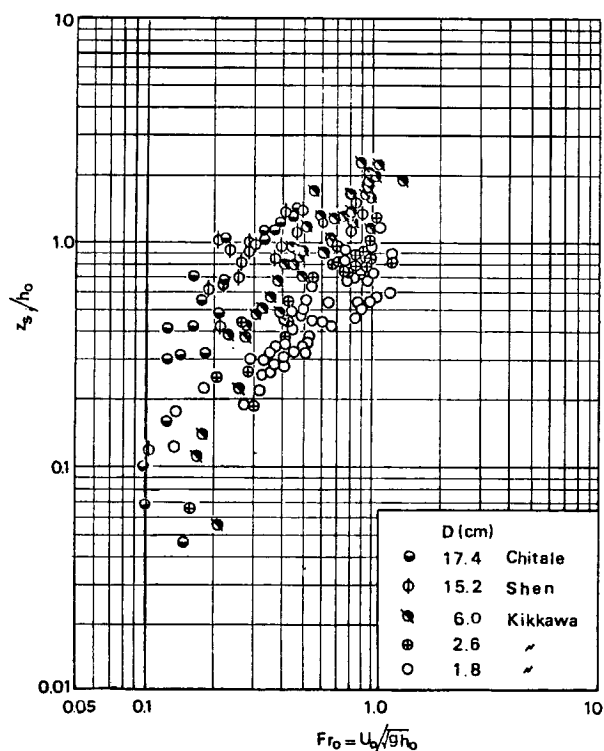


Fig. 28 Variation of dimensionless scour depth z_s/h_0 with Froude number Fr .

のばらつきが大きく、考慮されていない D, d, u_0 の効果も考えなければ統一的に全てのデータを説明することはできないであろう。小川¹⁷⁾、吉川らによると Fig. 28 に示すように、 z_s/h_0 がフルード数 Fr の関数であり、 Fr が大きくなるほど z_s/h_0 は大きくなるという結果が得られている。もちろん D, d の影響があり、これらが一定であるという条件のもとでこのような傾向は認められる。このことを考えると Andru, Tarapore ($h_0/D < 1.15$) の $z_s/h_0 = \text{一定}$ という関係がなり立つためには、 Fr が一定で、しかも D, d が一定である必要がある。すなわち実河川での等流状態を考えると、河床勾配 i や粗度係数 n があまり違わなければ、Manning の平均流速公式は $u_0 = h_0^{2/3} i^{1/2} / n$ であるので $Fr = \frac{1}{n} \left(\frac{i}{g} \right)^{1/2} h_0^{1/6}$ となり、 $z_s/h_0 \sim f(h_0^{1/6})$ となる。ところが $h_0^{1/6}$ は実際の現象が起る範囲ではあまり変化しないので、 $z_s/h_0 = \text{一定}$ という結果がデータを整理して得られたものと考えられる。また、等流状態を考えるなら水深と流速とは同一河床状態なら一意的な関係があるのでどちらか一方のみに注目してもよいことになる。Chitale のように同一流量で下流をせき上げることによって水深、流速を変化させた（不等流）実験では、水深の砂の移動に対する意味はなく、むしろ流速を基準にすべきであることが、Fig. 27 の chitale のデータより認められる。つぎに、Maza & Sanchez の式は

$$\frac{z_s}{D} = K_f \cdot K_5 (\sigma/\rho - 1) \left(\frac{d}{D} \right) N_s^2 - 3100 \frac{d}{D}$$

と変化でき、 z_s/D が N_s と d/D の関数である。Carstens の $z_s/D = f(N_s, N_{sc})$ という結果と似ているが、前者は N_s が大きくなると z_s/D は増加する傾向があり、後者は N_{sc} より大きい N_s のとき、すなわち scour with continuous sediment motion の場のみに適用でき、 N_s の増加に伴ない z_s/D は減少している (Fig. 29)。すなわち、Maza & Sanchez の推定式は clear water scour の場合の特性を示している。また、Carstens は水

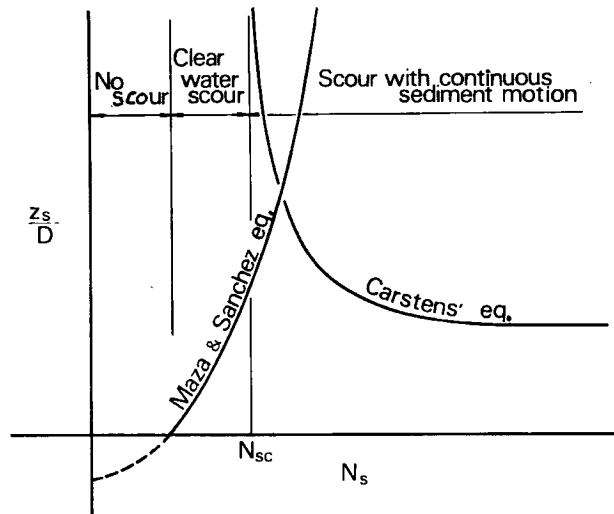


Fig. 29 Schematic figure of the relation between Carstens' equation and Maza & Sanchez's equation.

深がある程度より大きく、砂にかかる流体力の評価が平均流速を用いて行なえるような場合を前提としているので、水深がごく小さいような場合は除外して考えなければならない。すなわち、Fig. 27 で $h_0/D > 1$ の領域に対応すると考えられるが、この領域では、 $z_s/D = \text{一定}$ という、Breusere らの推定式に似ているが、この一定値が砂粒径の影響を受けているところに特徴がある。

Table 4 で残りの Larras と Shen の推定式は両辺の次元が異なっており、それらの式の基礎となっているデータについては妥当性があり、また実用的には優れているようであるが普遍性を持たないので問題がある。

4-2 洗掘深の推定

実験によって明らかにされた洗掘特性およびそれに関するモデルによる説明は未だ多くの不明な点を残しており、厳密な意味で洗掘深を推定することは難かしいが、ここでは、2 で検討した洗掘特性に基づいて推定法を述べる。

(1) scour with continuous sediment motion ($N_s > N_{sc}$) の場合

$N_s (= u_0 / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd})$ を計算し橋脚の影響のないところでの砂が動いていれば ($N_s > N_{sc}$)、平衡洗掘深 z_{sf} は式(2)に示したように、

$$\frac{z_{sf}}{D} = 3.4 - 0.9 \log_d \frac{D}{d}$$

で求められる。従来の推定式では $z_{sf}/D = (1.35 \sim 1.5)$ であるが、上の推定式によると、 $D/d \neq 10^2$ の場合にあたる。しかし、この場合水深がある程度大きい場合であって全く水深の効果は考えていないが、ほぼ $h_0/D < 1$ では、水深の影響が考えられるが、 h_0/D が特に小さくない場合は上のようにして推定できることが実験的に言えている。特に、 h_0/D が小さい時は $z_s = h_0$ 程度である。

(2) clear water scour の場合 ($N_s \leq N_{sc}$)

河床全体の砂は止まっており、橋脚周辺部のみが局所的に洗掘されているとき、一応、先に定義した遷移洗掘深 z_{st} について述べる。 z_{st} に到達するまでの時間は Fig. 8 より予想できる。 z_{st}/D は N_s に対し一次的に変化し、 $N_s = N_{sc}$ で $z_{sf} = z_{st}$ とすれば、

$$\frac{z_{st}}{D} = \frac{N_s - kN_{sc}}{N_{sc} - kN_{sc}} \cdot \frac{z_{sf}}{D}$$

である。

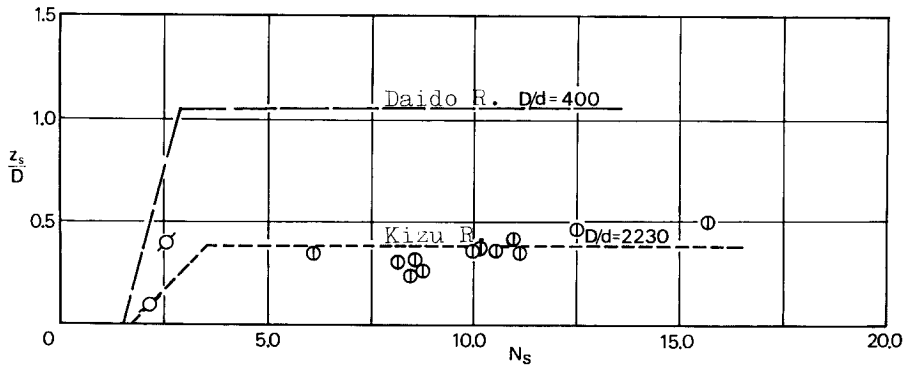


Fig. 30 Field data and its estimation curve for equilibrium scour depth.

ただし、 kN_{sc} は橋脚周辺での洗掘が起り始める時の N_s であって、 k については円柱側面における流速 u はポテンシャル流理論によれば $2u_0$ であることを考えて、Carstens は $k=0.5$ としている。

Fig. 30 は、淀川水系瀬田川の支川である大戸川および木津川における実測データおよび推定曲線であるが、両者はほぼ一致している。なお、この実測は土木学会関西支部に設けられた橋脚下部構造診断委員会によって行なわれたものであるが、いずれも低水時のもので、洪水時のデータの収集とその推定値との比較が今後なされなければならない。

5. 結 言

本研究では、主に橋脚周辺部における洗掘特性を広範な実験によって把握するとともに、円柱前面における渦に注目した単純なモデルによって現象を説明しようとした。実験的に決めなければならないことが多く、これらの意味付けが十分なされていないことが残された問題である。また、特に後流での堆積等によって流れが強く変えられるような場合、あるいは洗掘がかなり進行した場合に砂が洗掘孔から自由に飛出せない点などどのように表わして現象を説明するかなども今後の課題としている。

現象の理論的裏付けは十分にできてはいない段階ではあるが、従来の洗掘深の推定式を検討するとともに実験結果に基づいて推定法を提案した。しかし、実河川を想定すると橋脚の形状、流れの迎え角あるいは混合土砂の効果など考慮すべき点が多くあり、いろいろな面からさらに検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) Laursen, E. M.: An Analysis of Relief Bridge Scour, Proc. of ASCE, Vol. 89, HY3, 1963 pp. 93-118.
- 2) 齊藤 隆, 浦 勝, 柴田幸信: 円柱周囲の洗掘について, 山口大学工学部研究報告, 第20巻, 第1号 S. 44. 9. pp. 83-90.
- 3) Gradowczyk, M. H., O. J. Maggiolo and H. C. Folguera: Localized Scour in Erodible-Bed Channels, Jour. of Hydraulic Research, Vol. 6, No. 4, 1968, pp. 289-326.
- 4) Carstens, M. R.: Similarity Laws for Localized Scour, Proc. of ASCE, Vol. 92, HY3, 1966, pp. 13-36.
- 5) Shen, H. W., V. R. Schneider and S. Karaki: Local Scour around Bridge Piers, Proc. of ASCE, Vol. 95, Hy 6, 1969, pp. 1914-1938.
- 6) Tanaka, S. and M. Yano: Local Scour around a Circular Cylinder, Proc. of 12th congress of IAHR, Vol. 3, 1967, 9 pp. 193-201.
- 7) 吉川秀夫, 福岡捷二, 岩間 汎, 曾小川久貴: 橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察, 土木学会論文報告集, 第194号, 1971.10, pp. 83-90.
- 8) Tarapore, Z. S.: A Theoretical and Experimental Determination of the Erosion Pattern Cansed by

- Obstructions in an Alluvial Channel with Particular Reference to Vertical Circular Cylindrical Piers, Unpublished ph.D. Thesis, University of Minnesota, 1962.
- 9) Shen, W. H., V. R. Schneider and A. T. Roper: Analytical Approach to Local Scour, Proc. of 12th congress of IAHR, Vol. 3, 1967. 9, pp. 151-161.
 - 10) Einstein, H. A.: Formulas for the Transportation of Bed-load, Trans. ASCE, Vol. 107, 1942, pp. 561-597.
 - 11) Hubbell, D. W. and W. W. Sayre: Sand Transport Studies with Radio active Tracers, Proc. ASCE, Vol. 90, HY3, 1964, pp. 39-68.
 - 12) 矢野勝正, 土屋義人, 道上正規: 砂れきの流送機構の確率過程としての特性について, 京大防災研究所年報第11号B, S 43. 3, pp. 61-73.
 - 13) Paintal, A. S.: Stochastic Model of Bed-load Transport, Jour. of Hydraulic Research, Vol. 9, No. 4, 1971, pp. 527-554.
 - 14) Shen, H. W. and P. Todorovic: A General Stochastic Model for the Transport of Sediment Bed Material, "Stochastic Hydraulics" edited by Chao-Lin Chin, Univ. of Pittsburgh, 1971, pp. 489-503.
 - 15) Andru, P.: Scour at Ostruction in Non-cohesive Beds, Thesis for M.S., University of Alborta, 1956.
 - 16) Brenseres, H. N. C.: Scour around Drilling Platforms; Bulletin, Hydraulic Research 1964 and 1965, IAHR, Vol. 19, p. 276.
 - 17) 小川芳昭: 橋脚近くの河床変動について, 土木試験所報告, No. 42, 1966.