

氏 名	蔵 本 由 紀 くらもと よし き
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	理 博 第 171 号
学位授与の日付	昭 和 45 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻
学位論文題目	Modified Landau Theory of the Second Order Phase Transition

(二次相転移に関するランダウ理論の一般化)

(主 査)
論文調査委員 教 授 富 田 和 久 教 授 松 原 武 生 教 授 長 谷 田 泰 一 郎

論 文 内 容 の 要 旨

相転移は多体効果が顕著にあらわれる現象の典型的な例であって、古くから統計力学者の関心を集めているが、今日なお解明は終わっていない。この現象を扱う近似理論の代表的なものとして Landau の現象論がある。この理論では、自由エネルギーを秩序度 (Orderparameter) で展開し、展開係数の温度依存性を仮定することによって、すべての熱力学的な量を導くのであるが、(A) 全系を一度に扱うか、(B) 局所的性質を扱うか、に従って二つの場合に分れる。すなわち、(A) 全系を平均的に扱う場合——全自由エネルギー Ψ を、長距離秩序度 (long range order parameter) M によって展開し

$$\Psi = a_1 M^2 + a_2 M^4 + \dots$$

さらに、 $a_1 \propto T - T_c$ 、 $a_2 > 0$ と仮定することによって、自発磁化 M 、帯磁率 X 、比熱 C 等の量が計算される。

(B) 局所的性質を扱う場合。——局所的な自由エネルギー密度 $f(r)$ を、局所的秩序度 (local order parameter) $m(r)$ によって展開し、

$$f(r) = f_0 + a_1 m(r)^2 + a_2 m(r)^4 + b_1 [\nabla m(r)]^2 + \dots$$

さらに、 $a_1 \propto T - T_c$ 、 $a_2 > 0$ と仮定することにより、(A) の場合には計算されなかった空間的相関関数 $\phi(r)$ 、相関距離 R (又はその逆数 k) を計算することができる。

ところで、最近理論の近似性を脱して転移点近傍において成り立つ正確な関係を捉えようとする思想の具体化として、転移点近傍における系の一様性をよりどころとして次元解析的に問題を正確に定式化する scaling theory があらわれた。この理論では、熱力学的な量の $\epsilon \equiv \frac{T - T_c}{T_c}$ 等に対する依存性を示す冪を問題とし (表参照) 転移点近傍における系の一様性をよりどころにして、全系に対する熱力学的量については、その index の間に

$$(A) \quad 2 - \alpha = \gamma + 2\beta = \beta(\delta + 1) \quad (\text{Widom})$$

なる関係を導き、局所的性質を含む場合には

物 理 量	物理量の振舞い	index
自 発 磁 化 M	$\sim / \epsilon / \beta$	β
比 熱 C	$\sim A\epsilon^{-\alpha} + B$	α
帯 磁 率 χ	$\sim \epsilon^{-\gamma}$	γ
空間相関 $\phi(r)$ ($T = T_c$)	$\sim H^{1/\delta}$	δ
相間距離の逆数 K	$\sim r^{-d-2-\eta}$	η
	$\sim \epsilon^\nu$	ν

$$(B) \quad \alpha = d\nu - 2 \quad (\text{Kadanoff})$$

なる関係を導いた (d:次元数)

この様な事態の下で、Landau理論は、上記の scaling relation を満たすであろうか？ 答えは(A)の場合には「然り」であり、(B)の場合は「否」である。これは従来方式の Landau 理論(B)が内部矛盾を含むことを示すものであるが、本論文においては、出来るだけ内部矛盾をとり除くことによって、Landauの思想を活かす方向が追求され、成功を収めている。

(B) 理論にあらわれる local order parameter $m(r)$ は元素 r なる点を含む cell についての平均値として定義されたものであるが、従来は、この cell の大きさについて注意が払われていなかった。申請者は、特にこの点に着目して、(B)理論において高次の項を無視してよい条件を保証するように cell の大きさを定める方針をとった。すなわち、 ϵ によらぬ常数 $\lambda (\gg 1)$ に対して、

$$\langle a_1 m(r)^2 \rangle_{\text{cell}} \sim \lambda \langle a_2 m(r)^4 \rangle_{\text{cell}}$$

なる関係を保証する cell の大きさが相関距離 R で代表されるとし、また

$$\langle a_1 m(r)^2 \rangle_{\text{cell}} \sim \langle b_1 [\nabla m(r)]^2 \rangle_{\text{cell}}$$

が成立つと仮定した。ここで $a_1 \sim x^{-1}$ であることを考慮すれば、Landau 展開の係数は

$$a_1 \propto \epsilon^\gamma$$

$$a_2 \propto \epsilon^{2\gamma-d\nu}$$

$$b_1 \propto \epsilon^{\gamma-2\nu}$$

なる振舞を示すことが導かれる。(これは a_2 , b_1 が a_1 と同様に転移点で異常性を示す点において従来の理論と異なっている。)そして、この関係を基礎とすることによって、scaling law の関係(A), (B)はすべて成立つことが示されたのである。

参考論文 1.

Ising スピン系における二体相関を求める方法は、いくつか提出されているが、 $\frac{1}{N} \sum_k \langle S_k^z S_{-k}^z \rangle = 1$ なる和法則を満たさぬ結果が少なくない。このレターにおいては、近似の各段階において上記の和法則を満たしているような二体相関の表式を提出した。

参考論文 2.

主論文において考究の対象となった Landau の従来の理論(B)はそのままの形（線型近似）では、転移点近傍で成り立たなくなる。そこで、自由エネルギーの order parameter による展開の高次の項を取り入れること（非線型近似）によって、Landau 理論を救おうとしたのがこの論文である。非線型項の影響によって転移点が下ること、等の結果が導かれている。これは Landau 理論を救う方針としては、主論文の場合と別のねらいを示すものであり、時間的にいえば、申請者の主論文の前駆をなす仕事である。

参考論文 3.

一次元の Heisenberg スピン系では低温まで長距離秩序 (long range order) が出現しない代り、広い温度範囲にわたって短距離秩序 (short range order) が著しく発達すると考えられる。この事実の一つの証明として、この系の低温領域においては ($k_B T \ll J$) 短波長の波が振動的に振舞うことを示した論文である。

参考論文 4.

主論文の要旨を速報したレターである。（なお、同趣旨の速報は1969年京都において開かれた“統計力学国際会議”においても行なわれた。）

参考論文 5.

Heisenberg 強磁性体の Curie 点直下におけるスピン波の振舞を Keffer—Loudon の考えを援用して論じ、動的振舞に対する scaling index を導いたものである。正しい index の値を直観的に導いた例として、注目されるレターである。

論文審査の結果の要旨

二次相転移の記述を目的とする Landau の現象理論は本質的に“平均場の理論” (mean field theory) である。その意味において個体間に働く力の及ぶ距離が長い程、その妥当性が保証されていると思われる。

他方、最近に提出された scaling theory の根本には力の及ぶ距離が問題にする長さに較べて小さいという思想が認められる。そして、実際に力の及ぶ距離の長い系には scaling のあてはまらない例がある。

そういう意味において、scaling theory と Landau 現象論とが両立するか否かは問わるべき問題である。実際、従来の形の Landau 理論からは scaling theory の結果が導けないことが明らかとなり、そういう意味で Landau の思想の限界に達したと考えられた時期もあった。

しかし、申請者は困難の原因が Landau の思想にあるのではなく、むしろその思想を表現する方法に従来の形では内部矛盾が残されていることに注意して、その内部的矛盾を取り除くことを試みた結果、修正された Landau 理論は scaling theory と矛盾しないことを示したのである。

その際、申請者は単に数学的な取扱いの変更を要請しただけでなく、その背後にある明確な物理的描像を示した。これは“local order parameter”を定義するに適当な“cell”の大きさという概念の導入によって明示されている。この点、Douglass の類似の試みに比較して、直観的明確さにおいてはるかにまざっており、かつ、比熱に限らずすべての物理量に関しての取り扱いを完了している点で、包括的である。

このような意味において、申請者の本論文は、Landau 理論を修正して、その根本思想の妥当性を救ったものであり、他方、scaling theory に対する独立の支持を与えたものと考えることができるものであって、直観的描像をも含めて、相転移に関する理解の整合性を明白に一步前進せしめたといつてよい。

参考論文は、この種の問題の他の面に関する申請者の研究の一端を示すものであり、いずれも、その独創的な着眼を示している。

よつて、本論文は理学博士の学位論文として価値があるものと認める。