

C-1-10

## 有限積分電磁界解析における局所的格子細分化に関する検討

A Study of Local Fine Grid Generation for Finite Integration Electromagnetic Field Analysis

下井智裕<sup>1</sup>  
Tomohiro Shimoi<sup>1</sup>美船 健<sup>2</sup>  
Takeshi Mifune<sup>2</sup>松尾哲司<sup>2</sup>  
Tetsuji Matsuo<sup>2</sup><sup>1</sup> 京都大学工学部 <sup>2</sup> 京都大学工学研究科<sup>1</sup> Faculty of Engineering and <sup>2</sup> Graduate School of Engineering, Kyoto University

## 1 まえがき

近年、電気・電子機器の精密化が進んでおり、機器設計に必要な電磁界のシミュレーションの高効率化が要求されている。そこでは、時間と空間について別々に扱われることが通常となっており、時間方向には一様な時間刻みによる逐次的な処理となっている。一方で、特殊相対論では時空間を統一的に扱うことが自然であり、電磁界計算においても時空間を統一的に扱うことが可能である。時空間で計算格子を生成すると、柔軟に格子を構成できる。これまでに、部分的に時間の刻み幅の異なる時空間格子を用いた解析を行い、計算時間を短縮することができている<sup>[1]</sup>。本検討では、空間の刻み幅を変化させた空間格子による電磁界解析について、空間2次元の時空間格子を用いて検討を行う。

## 2 時空間有限積分法について

簡単のため、誘電率 $\epsilon$ と透磁率 $\mu$ を一様とし、

$$w = ct, c = (\epsilon\mu)^{-1/2} \quad (1)$$

とおく。ソース項無しで電界が $x-y$ 方向、磁界が $z$ 方向の電磁界を $(x, y, w)$ 時空間で考える。

$$\mathcal{E}_x = E_x/c, \mathcal{E}_y = E_y/c, \mathcal{H}_z = H_z/c \quad (2)$$

とし、形式的に、

$$\mathbf{F} = (\mathcal{E}_y, -\mathcal{E}_x, B_z), \mathbf{G} = (-D_y, D_x, \mathcal{H}_z) \quad (3)$$

とおくと、マクスウェル方程式より、

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = 0, \nabla \times \mathbf{G} = 0 \quad (4)$$

が成立する。ただし、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial w)$ とする。式(4)より、 $(x, y, w)$ -3次元の時空間における閉曲面 $S$ および閉曲線 $C$ に対して積分計算を行い、ガウスの発散定理とストークスの定理を用いると、

$$\oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \oint_C \mathbf{G} \cdot \mathbf{t} ds = 0 \quad (5)$$

という積分形が得られる( $\mathbf{n}$ は単位法線ベクトル、 $\mathbf{t}$ は単位接線ベクトル)。これらを用いて有限積分法を適用することができる。電磁界を表す変数 $f, g$ を、

$$f = \int_{S_p} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS, g = \int_{l_d} \mathbf{G} \cdot \mathbf{t} ds \quad (6)$$

とおく。ここで、 $S_p$ は主格子の面、 $l_d$ は双対格子の辺を表している。ここで、主格子の面の単位法線ベクトルを $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ として、これに対応する双対格子の辺の単位接線ベクトルを $\mathbf{t} = (-n_1, -n_2, n_3)$ とし、 $f$ と $g$ の関係を考えると、

$$f = Z \frac{\Delta S}{\Delta s} g \quad (7)$$

のような簡潔な構成方程式が得られる。

## 3 3次元時空間格子

以下簡単のため、規格化により誘電率、透磁率を1とする。したがって、光速も1となり、 $w = t, Z = 1$ も成立する。通常のFDTD法について初期条件として、磁束密度 $B_z = \exp(-\frac{x^2+y^2}{25})$ を与え、時間の刻み幅 $\Delta t = 0.2$ で200回計算を行うものとする。空間の刻み幅は $x, y$ 方向について1とする。また、空間範囲は $-50 \leq x \leq 50, -50 \leq y \leq 50$ として、周期境界条件を用いた。すると、図1のような計算結果が得られた。

次に、図3(図の実線は主格子、破線は双対格子)のような格子構造を用いて局所的に空間格子の構造を細分化する。図4のような位置に図3の構造を用いて空間格子を細かくする。 $na = 10, nb = 10, lx = 20, ly = 20$ とし、初期条件は先ほどのFDTD法と同様な値とする。計算結果を図2に示す。この図を見ると、FDTD法と計算結果はよく一致していることが分かる。FDTD法と数値的に比較すると、誤差は最大で5%程度となった。今後、格子形状のさらなる検討により高精度化を図る予定である。

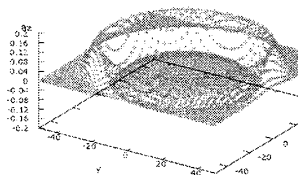


図1 FDTD法

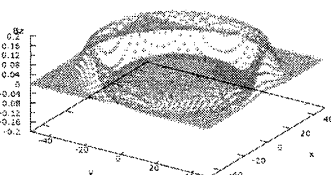


図2 構造を変えた格子

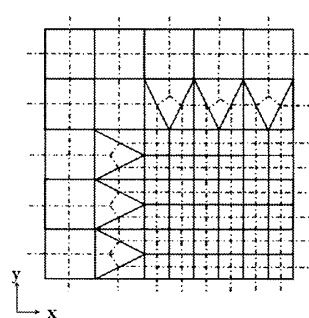


図3 空間格子の細分化

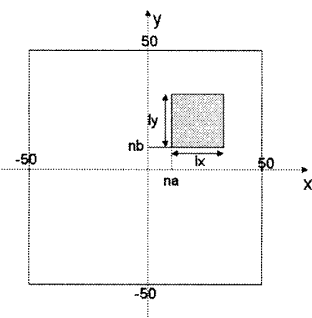


図4 細分化の位置

## 参考文献

- [1] T. Matsuo, IEEE Trans. Magn., vol. 46, pp. 3241-3244, Aug. 2010.