

スピントロニクス理論の基礎

多々良 源

首都大学東京 大学院理工学研究科

1 はじめに

現在の IT 社会はコンピュータなどに代表される半導体電子回路と小さな磁石への情報記録を組み合わせた情報機器から成り立っています。磁性（磁石の持つ性質）はその安定性、制御性と高密度化においてのメリットのため、ハードディスクなど記憶媒体の主流となっています。小さな 40Gbit のハードディスクには 1 ミクロン程の小さい磁石が $10^{10} = 100$ 億個程度入っています。

実はこの小さな磁石への情報の書きこみ操作は、実に 1820 年頃、まだ蒸気機関の時代に発見された原理が用いられています。こうした古典的な電磁気の法則による 19 世紀のメカニズムがこれまでの著しい技術発展を支えてきました。しかし、この古典的メカニズムではこれ以上の高密度化には近いうち限界がくると予想されます。これを打開する可能性として全く新たな原理に基づく磁気情報操作が注目されています。まず情報書き込み（磁石の制御）には、磁石と電子の持つ微小磁石（スピン）との間の強い量子力学的相互作用を用いる可能性があります。これによりナノスケールの小さい磁石を電流により磁化反転を効率よく制御できます（電流誘起磁化反転）。このメカニズムは 1980 年頃から Berger[1, 2, 3, 4] や Slonewski[5] によって指摘されていましたが、21 世紀に入った頃から現実には有用なものとなってきており、精力的な研究が始まっています。情報読み取りに関しては、量子相対論的效果であるスピン軌道相互作用を利用して磁石の持つ磁気情報を直接電気信号に交換する可能性も最近明らかになってきました。今後の技術革新のためには、こうした物質の持つ量子及び相対論的效果を利用することが重要となるでしょう。スピントロニクスは、スピンを利用したエレクトロニクスという意味ですが、そこではこうした効果の研究が進められています。広い意味でのスピントロニクスの成果としては 2007 年のノーベル物理学賞を得た巨大磁気抵抗効果のように既に日常的に用いられているものもあります。

講義では、スピントロニクス理論について、特にその基本的な理論手法を中心に紹介します。元になっているのは固体物理の連載セミナーと記事 [6, 7] です。

2 磁気記録

磁気記録は小さな磁石の磁化の向きを情報として用いている。現在のエレクトロニクスでは情報処理はもっぱら電流を用いて行っており、磁気情報を利用するためには、いうまでもなくそれを電氣的に書き込み電氣的に読み出すメカニズムが必要となる。19 世紀から知られている電磁気学の Ampère または Oersted の法則を用いれば、電流により磁場を発生させ、磁化の向きを制御することができる。これが最も単純な磁気情報書き込みメ

カニズムで、実は現在の最先端のハードディスクもこの19世紀メカニズムで動作している。また、読み出しも電磁気のFaradayの法則を用いて磁化の生み出す磁場の変化を電流に変換することにより可能である。しかし読み出しの方はこれでは効率が悪く、一昔前の磁気記録の主役だったカセットテープの時代には既に別のメカニズムが用いられていた。それは物質中の磁化の向きにより電流が変化する現象で磁気抵抗(MR)効果と呼ばれる効果である。磁気抵抗効果の起源はたくさんあり、最も古くから知られていたのはおそらく外部磁場で電子軌道が曲げられ抵抗が増大する効果であろう。磁性デバイスに用いられていたものはこれではなく、物質の持つスピン軌道相互作用が電流と磁化を結合させ相互の角度に依存して抵抗が変化するという異方性磁気抵抗(AMR)効果と呼ばれる現象である[8]。このメカニズムはカセットテープから初期のハードディスクに至るまで用いられてきた重要なものであるが、その効果は抵抗変化分はたかだか全抵抗の数%という小さいものであった。これはスピン軌道相互作用は通常の物質では小さいためである。その後のハードディスクの飛躍的高性能化を助けたのが2007年のノーベル物理学賞を受けた巨大磁気抵抗(GMR)効果の発見(1988年)である。この磁気抵抗効果は薄い強磁性体の層の間に非磁性金属をはさんだ多層構造(図1)で見られる磁気抵抗で、A. Fert[9]とP. Grünberg[10]らのグループにより独立に発見された。簡単に説明すると、図1左の上下の強磁性体の磁化の向きがそろっていれば中間層を通る伝導電子は特に強い散乱を受けないのに対して、上の磁化を反転させると上下の界面でmajority, minority spinが異なっているために状態密度などのスピン依存による散乱が生じ、高い抵抗を持つようになるために現れる効果である。

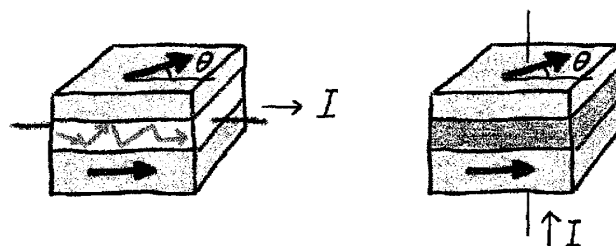


図1: 2つの強磁性層に薄い中間層を挟み込んだ多層構造における磁気抵抗効果。2つの磁化の相対角度により電気抵抗が変化する。中間層が非磁性金属層の場合の磁気抵抗を巨大磁気抵抗(GMR)、絶縁層の場合をトンネル磁気抵抗(TMR)とよぶ。左図: 巨大磁気抵抗の系。従来のほとんどのGMR素子では電流を面内に流した際の抵抗変化を利用している。面内であっても伝導電子が2つの強磁性体との界面で散乱されていく過程により大きな磁気抵抗が現れると考えられている。右図: 中間層が絶縁体で電流を垂直方向に流す場合はより大きな抵抗変化が実現される(トンネル型磁気抵抗)。

図1の左図のような状況では縦方向に電流を流せば強い磁気抵抗効果が得られるはずであるが、現状では多層膜の垂直方向に電流を流すことは技術的に難しく、通常は面に平行な電流を用いた抵抗変化を利用している。この場合は直観的にはあまり磁気抵抗が生じるようには思えないが、十分膜厚が薄ければ図のように強磁性層との界面での散乱が十分におき、十分に大きな磁気抵抗が生じると理解されている。得られているのは抵抗比にして50%~とい

うもので、AMR効果より1ケタ大きな効果を持つため単純には1ケタ小さい磁気情報も読み取れることになる。この効果においては磁性層と非磁性層の界面が良いものであることが重要であり、サンプル作製技術の発展が実現には不可欠であった。このGMR効果は、GMRヘッドとして現在のほとんどのハードディスクの読み取りに用いられている。なお、この際は強磁性-非磁性の多層膜構造はヘッドに埋め込まれ、2層の磁化のうち一方は固定しておき、もう1層の磁化の向きは磁気記録面上のビットが発生する磁場により、変化するよう設計される。これにより磁気情報を、記録面に近づけたヘッド中を流れる電流の変化として読み取ることができることになる。このGMRヘッドには現在ではさらに高い性能を持つトンネル磁気抵抗(TMR)効果[11]を用いたものに置き換わりつつある。これは中間層を絶縁体にし、トンネル効果による垂直方向の電流の磁化依存を利用したもので、抵抗比にして200%をこえる大きな信号が取り出せる[12, 13]。実際の素子ではGMR, TMRとも磁性層、中間層などは数ナノメートル程度以下の厚さである。大きなMR効果の実現には良い界面の実現が本質的に重要となっている。

以上のように、磁気情報読み取りには物質特性を生かした高感度なものが実現されている。一方で、磁気記録の情報書き込みに関しては、コイルに電流を流すことで発生する磁場を用いて磁化反転を行うことで行われている(図2左)。今後の高密度記録を実現するためには、このAmpere, Oerstedの法則によって替わりうる記録メカニズムが必要とされている。その1つとして期待されているのがSlonczewski, Bergerらの提案した電流誘起磁化反転である(図2右)。これは、電流を運ぶ伝導電子のスピンの磁化との間にはたらく交換相互作用を用いるもので、電流に伴う磁場を用いる必要はない。この交換相互作用は通常sd交換相互作用とよばれる量子力学的起源のものである。以下では、強磁性体の電気伝導においてこの相互作用がどのように磁化反転を引き起こすのかの概略をお話ししよう。

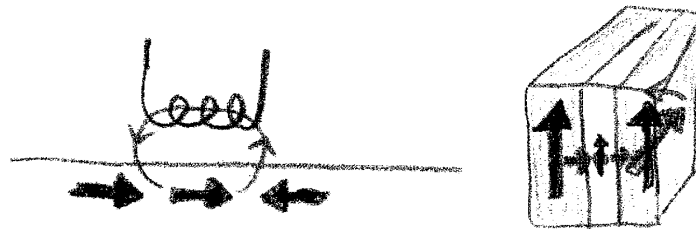


図2: 磁場を用いた磁気情報書き込みの概念図(左図)と、Slonczewskiによって提案された電流による小さな一様磁化の反転(右図)。

3 強磁性体の電気伝導とsd交換相互作用

講義では強磁性体は、鉄やパーマロイ(NiとFeの合金)などの3d金属強磁性体を考える。強磁性はd電子などの局在性の強い電子が引き起こし、電気伝導はs電子など伝導電子が受け持っていると考え、d電子は伝導性がないと近似し、その役割はすべて局在スピン S で

表される。s 電子は基本的には自由であるが、d 軌道のスピンとの相互作用のみを受ける。伝導電子と局在スピンの間の相互作用として最も単純な形は、スピンとスピンがスカラー積で最低次（二次）のものである。さらに、同じ場所でのみはたらくと近似したのが最もスタンダードな交換相互作用である。交換相互作用という名は電子の交換とクーロン斥力から生じる量子的な相互作用であるところからくる呼び名である。ハミルトニアンを書くと

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}^{\dagger} c_{\mathbf{k}} - J_{\text{ex}} \int d^3x \mathbf{S}(\mathbf{x}) \cdot (c^{\dagger}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\sigma} c(\mathbf{x})) \quad (1)$$

である。 $c^{\dagger}(\mathbf{x}), c(\mathbf{x})$ は点 $\mathbf{x}$ での伝導電子の生成消滅演算子、 $c_{\mathbf{k}}^{\dagger}, c_{\mathbf{k}}$ はその Fourier 変換で、伝導電子はスピン $\frac{1}{2}$ をもつのでこれらの演算子は 2 成分 (+, - で表す) をもつ: $c(\mathbf{x}) = (c_+(\mathbf{x}), c_-(\mathbf{x}))^t$ (t は転置)。 $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ は 2×2 の Pauli 行列である。これがいわゆる sd モデルであるが、もちろんこれは近似的なモデルである。実際には局在スピンを構成する d 電子も伝導に寄与しているし、s, d 軌道は互いに混じりあって伝導と磁性に寄与する新しいバンドをつくっているというのが現実であろう。しかし sd モデルはこの混成の状況をうまく表しているようで、実際の電気伝導特性の記述も十分うまくできているようであるので、本稿では sd モデルを基本に考える。本来は、強磁性そのもののモデル化も単純ではなく、例えばクーロン斥力による強磁性の出現の平均場理論は現実性がないことが知られている。ましてやそれに伝導が加わった際の理論で現実を完璧に再現するものは存在しない。モデル化の妥当性を突き詰めるときりがなく、最終的な予言としては第一原理計算によるものが必要となろう。ここでは、現実性と理論の組み立てやすさのバランスから sd モデルを基本とするのである。

式 (1) で表される伝導電子と局在スピンのスカラー積相互作用はもちろん伝導電子と局在スピンの全スピン角運動量を保存する。つまりこの相互作用は両者間のスピンの移行 (Spin transfer) を表すものである。すると、この相互作用の自然な結果として伝導電子スピンも局在スピンも反転あるいは方向を変えることが起こる (図 3)。最近デバイス応用の観点から注目されている電流誘起磁化反転は、ミクロにはありふれたこの現象をミクロンからナノのデバイスのスケールで実現するというものである。その際には局在スピンの多数からなる集団であること、他自由度との結合による散逸 (摩擦) を持つことなどにより、物理として non-trivial な問題が現れる。

交換相互作用が主役の最も有名な現象は近藤効果であろう。局在スピンの量子的非可換性が伝導電子散乱の異常につながり低温での抵抗増大につながるという現象である。本稿で対象としているスピン依存伝導の問題では関与する局在スピンは、互いに強く結合した多数からなるマクロな構造を構成しているため、古典的に扱う。その範囲でも十分に豊富な現象が現れることを理解いただくことが、講義の目的の 1 つである。

4 電流誘起磁化反転: 一様磁化の場合

ではこの sd 交換相互作用が磁化反転を起こすメカニズムをもう少し詳しく見てみよう。最も単純なパターン、小さな薄膜強磁性体などの一様な磁化に、向きの違う電子スピンを当てて

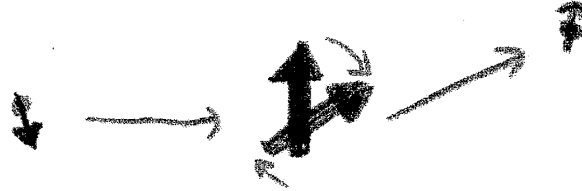


図 3: sd 型交換相互作用は全スピンを保存しながら伝導電子スピンの散乱を引き起こす。

反転させる場合を考える。単位面積当たりの電子スピンの流れをスピン流密度 j_s で表す（単位は電流密度と同じく A/m^2 ）。簡単のため電子スピンは磁化に垂直に分極させているとしよう。磁化を回転させるためには磁気異方性によるエネルギー障壁を越えることが必要であるが、これを $K[J]$ と表すと、異方性がスピンに与えるトルクの大きさ $\sim K$ に打ち勝つだけの角運動量を供給すれば反転できると単純には予想される。しかし現実には磁化には散逸が働き、それが磁化の運動の本質的な部分を決めているので、それを考慮する必要がある。単位時間あたりの角運動量の散逸は摩擦係数にあたる係数 α （Gilbert damping parameter とよばれる）を用いると $\hbar\alpha|\dot{S}|$ 程度である。異方性エネルギーのもとでの磁化の運動は $\hbar|\dot{S}| \sim K$ であるので、結果的にこの系の角運動量の damping rate は単位時間あたり αK 程度と見積もられる。するとスピン流から供給される角運動量がこれ以上であれば反転が起きることになり、 $j_s \sim \alpha K$ が反転に必要な閾値を与えることになる。これが Slonczewski[5] が予言したスピン偏極した電流による磁化反転メカニズムを非常におおざっぱに理解したものである。この場合、電流がスピン偏極していることが本質的で、もしスピン偏極していなければ明らかに角運動量の注入は起らないので反転も起らない。その意味でこの反転はスピン注入磁化反転ともよばれる。スピン偏極した電流は強磁性体中に電流を流すことで簡単に実現できる。

電流による磁化反転は、もう一つのタイプがあり、それはゆっくりした磁化構造を電流により動かすことで全体の磁化を反転させるというものである。つまり磁区間の磁壁を運動させることである。この時の反転のメカニズムは先ほどの小さな一様磁化の反転とは様相が異なる。これを理解するためにまず磁壁について考えてみよう。



図 4: 2つの典型的磁壁構造。磁化容易軸が磁化の変化方向と直交して、磁壁中の磁化の回転面が磁化変化方向と垂直な場合を Bloch wall（左図）、磁化容易軸が磁化の変化方向と一致している場合を Neel wall とよぶ（右図）。2つはスピン空間と空間座標の相対的な角度の違いであるので、スピン軌道相互作用などスピンと軌道を結合させるような相互作用がなければ両者の伝導特性や電流に対する応答に差はない。

5 磁壁

磁壁は磁化局在スピンの空間的にねじれた構造である [14, 15, 16]。このようなねじれ構造は局在スピンの間の強磁性交換相互作用（エネルギーを J で表す）を損するので、強い J では構造の厚さ λ は大きくなる傾向がある。一方、強磁性体では通常磁気異方性があり、磁化は最もエネルギーの低い方向（磁化容易軸方向）を向くのが安定である。しかし磁壁の内部では磁化は容易軸からそらされることによる損がある。結果的に磁壁の厚さ λ はこの容易軸エネルギー（ K で表す）と J との兼ね合いで決まることになる。上の簡単な考察を式にすると、磁壁に伴うエネルギーは

$$E_w \simeq J \frac{1}{\lambda^2} \lambda + K \lambda \quad (2)$$

と表すことができる（ J は通常、単位長さあたりで定義されるので単位は $[\text{Jm}^2]$ である）。第一項では磁壁厚さ λ の長さにわたって磁化が反転しているので単位長さあたりの磁化変化が $\sim \lambda^{-1}$ であることを使った。容易にわかるように、この磁壁エネルギーは

$$\lambda = \sqrt{\frac{J}{K}} \quad (3)$$

で最小になるので、厚さを持つ磁壁はこの確かに安定な構造であることがわかる。後程電気伝導を考える上ではこの磁壁の厚さが重要な役割を持つ。なじみの深い磁石は鉄などでつくられており、強磁性転換温度は鉄の場合は 770°C である。転換温度は磁化間の結合と熱エネルギーの兼ね合いで決まるので、原子あたりの J はだいたい温度にして 1000K 程度と見積もることができる。（正確には $J/(a^2 k_B) = 1000\text{K}$ (k_B は Boltzmann 定数) と書くべきである。）一方異方性エネルギーは、物質に強く依存するが、温度にしてだいたい原子あたり $K/k_B \simeq 0.1 \sim 1\text{K}$ 程度である。すると先程の式から $\lambda/a \simeq 30 \sim 100$ (a は格子定数) が得られ、 λ/a は大きな数であることがわかる。ちなみに異方性は様々な起源があり、磁化に伴いサンプルの表面に表れる磁極が外部につくる磁場のエネルギー（反磁場エネルギーと呼ばれる）や、結晶と磁化がスピン軌道相互作用により結合するなど代表的な要因である。いずれにしても電子の局在軌道の重なりから生じる交換相互作用と比べて小さいエネルギーであることは理解できる。ではこの構造中に電流を流した場合を考え、通過する電子のふるまいを sd モデルの範囲で考えてみよう (図 5)。今は局在スピン $S(\mathbf{x})$ が、図のような空間的にねじれた構造をもっている。伝導電子スピンは sd 相互作用 J_{ex} に支配されているので磁壁中でも電子はそのスピンを各点 $\mathbf{x}$ での磁化の方向 $S(\mathbf{x})$ に合わせようとする、つまり 2 種のスピンは強磁性的に結合しているものとしよう。するとエネルギー的に安定な配置は図のようなものである。電流を流した際は伝導電子が流れていることを考えに入れる必要がある。左から電子が入射（つまり電流は左向き）しているとすると、もしその速さ v が小さければ電子は通過中にそのスピンをエネルギーの低い向きに合わせることができる。しかし速い電子はその余裕がなく、スピンを入射したときの方向のまま出てきてしまうであろう。この条件は交換相互作用 J_{ex} の強さで決まる。電子が磁壁を通過する時間は λ/v である。伝導に寄与する電子はフェルミエネルギー ϵ_F 近傍のものであるので $v = v_F$ と見なして良い ($v_F = \hbar k_F/m$ はフェルミ速度)。一方、磁化が電子スピンを回転させる時間スケールは $\hbar/J_{\text{ex}}$ である。前

者が後者より十分大きい、つまり

$$\frac{J_{\text{ex}}\lambda}{\hbar v_F} \gg 1 \quad (4)$$

であるなら、透過した伝導電子はそのスピンの向きを各点で磁化に追従させることができ、磁壁を通過後の電子スピンは入射時と反対を向いていることになる。この状況は断熱極限とよばれる。一方 $\lambda/v_F \ll \hbar/J_{\text{ex}}$ （非断熱極限）では電子はそのスピンを追従させることができず、そのため強いポテンシャル変化を感じ強い散乱を受けることとなる。上の議論は Waintal&Viret[17] によるクリーンな系での断熱条件の議論である（不純物散乱が強い拡散的領域では議論は修正を受ける）。

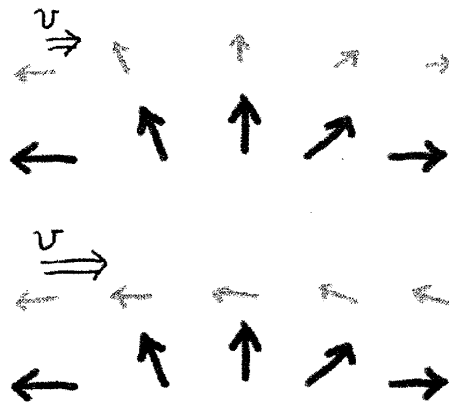


図 5: 磁壁中を通過する伝導電子スピンの模式図。下の大きな矢印が局在スピン、上の小さな矢印が透過する伝導電子スピンを表す。上図は断熱的にスピンを回転させて透過する場合で、下図は入射速度が大きくスピンの追従できない非断熱なケース。

断熱条件は $\frac{J_{\text{ex}}}{\epsilon_F} k_F \lambda \gg 1$ と表すことができる。通常の 3d 強磁性体では J_{ex}/ϵ_F は大きくはないが、ナノ接合など特殊なケースを除けば $k_F \lambda$ が非常に大きいためこの条件が満たされている（典型的には $J_{\text{ex}}/\epsilon_F \simeq 0.1 \sim 0.5$, $k_F \lambda \gtrsim 100$ ）。

6 スピン移行効果による電流誘起磁壁移動（断熱極限）

断熱極限では磁壁を通り抜ける電子はスピン反転を受けることがわかった。スピン緩和を無視すると、局在スピンと伝導電子スピンの全角運動量は保存されるので、伝導電子スピンの反転に伴い局在スピンの方向も変わらねばならない。角運動量保存則からくるこの磁化変化メカニズムがスピン移行効果とよばれているものである。局在スピンは先の強い交換相互作用 J で強磁性的に結合しているので、伝導電子の角運動量変化は多数の局在スピンの集団的に吸収することになる。結局磁壁（や磁化の空間構造のある部分）でゆっくりと磁化の向きを変化させることがおこる。

これは結果的に磁壁の並進運動になっている（図 6）。1 個の電子が透過した際の磁壁の移動距離を ΔX とすると、この移動により $+S$ のスピンを持つ局在スピン数は $\Delta X/a$ 個減

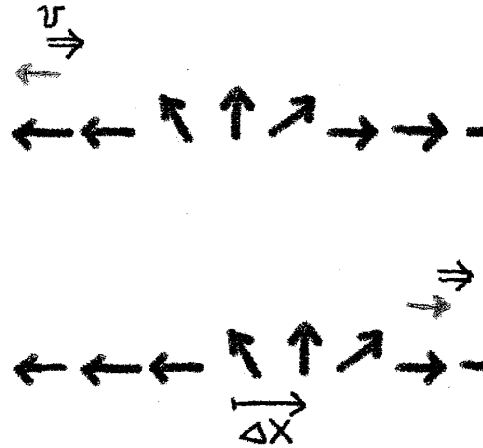


図 6: 磁壁中を断熱的に通過する伝導電子によるスピン移行効果による磁壁の移動。下の大きな矢印が局在スピン、上の小さな矢印が透過する伝導電子スピンを表す。

少し、 $-S$ のスピンを持つ局在スピン数は $\Delta X/a$ 個増加しているので、全局在スピンの値は $2S\Delta X/a$ だけ変化したことになる。伝導電子スピンの変化は $\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = 1$ であるので、これを吸収するための移動距離は角運動量保存則から $\Delta X = \frac{a}{2S}$ となる。この移動メカニズムでは入射する伝導電子スピンの局在スピン方向に分極していることが本質的である。一定の電流密度 j が流れている状況では、電流のスピン分極率を P で表すと、毎秒単位面積当たり Pja^2/e [個/s] のスピン $\frac{1}{2}$ が入射することになるので、磁壁は一定の速さ

$$v = \Delta X \frac{Pja^2}{e} = \frac{Pja^3}{2eS} \quad (5)$$

で動くこととなる。これが Berger[3] により指摘されたスピン移行による磁壁の駆動メカニズムである。(当時はスピン移行 (spin transfer) という名ではよばれていなかった。) この考察は実は構造を問わずあてはまり、どのような構造も断熱的であれば電流とともに式 (5) で与えられる速さで流れることがいえる。

現実には非断熱性が存在し、これはスピン移行効果を減少させるとともに電子散乱を通じて磁壁を押す力を生みだし別の駆動メカニズムを与える。このことはやはり Berger により現象論的に議論されていた [2] が、ただこの効果に関しては、単純に角運動量保存則だけから決まるスピン移行効果とは異なり現象論による議論には限界があり、正しく解析するためには伝導電子を量子論的に扱う微視的定式化が必要である。また伝導電子のスピン緩和を引き起こすスピン軌道相互作用などのプロセスも、スピン移行効果とは違う磁化駆動メカニズムにつながるということが知られており、これに正しく答えるためにも微視的定式化が必要である。以下では文献 [7] をもとに、磁壁移動に関しての微視的理論の概要を紹介する。

7 磁壁の集団座標による記述

7.1 磁壁の Lagrangian

先ほど考えた2つの効果が実際に磁壁の運動にどう影響するかを調べるためには、磁壁に対する運動方程式を導く必要がある。そのためには具体的に系を指定する必要がある。以下では次のような一般的な2軸の磁気異方性のあるスピンハミルトニアンを考える。

$$H_S = \frac{S^2}{2} \left\{ J((\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\phi)^2) + \sin^2\theta(K + K_\perp \sin^2\phi) \right\}, \quad (6)$$

K は磁化が z 方向を向いたときに特をするエネルギーで、容易軸異方性エネルギー、 $K_\perp$ は y 方向を向いたときに損をする困難軸異方性エネルギーで、以下ではともに正の量とする。以下ではスピン軌道相互作用などの、スピンと座標空間の結合を無視する。この範囲ではここでのスピン空間の軸の選び方は、座標空間の軸の選び方とは無関係である。したがって、磁壁中の磁化が図のように細線方向に回転している場合 (Neel wall) も細線と垂直方向に回転している場合 (Bloch wall) も、以下の記述は全く変わらない。また本稿では細線の幅 ($L_\perp$) は十分小さく磁壁は断面積方向には一様な磁化配置をとっているとする。(正確には $L_\perp \ll \lambda$ を仮定する。) さらに、重要な仮定をする。磁壁は多自由度の構造であるので様々な変形モードを持つが、このうち困難軸方向の立ち上がり (ϕ) が本質的でほかのモードは無視できるというものである。これは式で書くと

$$K_\perp \ll K, \quad (7)$$

と表される。詳しくはあとで述べる。

以下で考える系の Lagrangian は、スピン部 $L_S \equiv L_B - \frac{1}{\hbar} H_S$ と電子部 L_e 、それと交換相互作用 H_{ex} からなる: $L = L_S + L_e - \frac{1}{\hbar} H_{ex}$ 。電子部は

$$L_e \equiv \frac{1}{\hbar} \int d^3x [i\hbar c^\dagger \dot{c} - \left(\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla c|^2 - \epsilon_F c^\dagger c \right)], \quad (8)$$

である。ここで

$$L_B \equiv \int \frac{d^3x}{a^3} \hbar S \dot{\phi} (\cos\theta - 1), \quad (9)$$

はスピンのダイナミクスを決めているいわば運動エネルギー項である。この項 L_B はスピン Berry 位相項とよばれる。この項はスピンが時間発展の間にもとの状態に戻ってくるような場合には、その間にスピンベクトルの空間(球面)上で囲んだ立体角になっており、幾何学的な意味を持つ項である。なぜ幾何学的な項がスピンの Lagrangian に現れるのかの深い意味は著者は知らないが興味深いことである。この項は Lagrangian がスピンの満たす Landau-Lifshitz 方程式を出すようにつくったのだと思っても良い。実際 θ, ϕ についての変分をとって方程式をつくりそれをスピン S になおしてみると、 $\hbar \dot{S} = \mathbf{B}_{\text{eff}} \times \mathbf{S}$ ($\mathbf{B}_{\text{eff}} \equiv \frac{\delta H_S}{\delta \mathbf{S}}$ は有効磁場) と、Landau-Lifshitz 方程式が得られる。いずれにせよ L_B 項の重要な帰結は ϕ と $\cos\theta$ が互いに共役であることである。スピンの歳差運動ではかけた磁場に垂直方向に動くがこの一見複雑な運動はこのことによっている。



図 7: 磁壁位置 X のに共役な正準運動量は磁化の容易面からの立ち上がり角 ϕ_0 である。

7.2 磁壁解

さて電子がないときは、 H_S できるスピンハミルトニアンのもっともエネルギーの低い状態はもちろん一様に z 方向を向いた一様磁化状態である。しかし今興味があるのは一様磁化状態からのソリトンの励起で、サンプルの両端 $z = \pm\infty$ で磁化の向きをそれぞれ $\pm z$ 方向に固定したという境界条件で現れる磁壁解である。実験的には飽和磁化状態から反対向きの磁場をかけることで実現できる。この解は外部磁場や電流のないときは静的で、

$$\begin{aligned}\cos \theta(z) &= \tanh((z - X)/\lambda) \\ \sin \theta(z) &= (\cosh((z - X)/\lambda))^{-1} \\ \phi &= 0,\end{aligned}\tag{10}$$

で与えられる。磁壁の厚さは $\lambda = \sqrt{J/K}$ で決まっている。磁壁位置 X は、系のもつ並進対称性のため任意の場所にかまわない。やや数学的にいうと X はエネルギー 0 の励起自由度 (ゼロモード) になっている。この X を dynamical な変数に拡張しそれに対する運動方程式を導くことで磁壁の運動が議論できる。これは集団座標の方法とも呼ばれるソリトンの量子化の処方せんである [18, 19] (もちろん我々は磁壁を古典的に扱うが、その場合でも以下で見るように集団座標の記述は有用である)。

磁壁の Lagrangian を求めるには磁壁解 (10) で位置 X を時間変化する変数 $X(t)$ として読み替えて L_S に代入すればだいたいいいのだが、もちろんこのままだと L_B 項は 0 になり、磁壁の運動エネルギー項はでてこない。そこでもう一度 L_B 項を良く見てみると、もとは ϕ と $\cos \theta$ が共役であったが、 X でいうと X と ϕ が共役関係にありそうに見える。実際、(9) 式を部分積分した形をつくってみると $L_B = \int \frac{d^3x}{\alpha^3} \hbar S \phi \sin \theta \dot{\theta}$ であり、磁壁解では $\dot{\theta} = \frac{\dot{X}}{\lambda} \sin \theta$ であるので確かにそのようである。つまり X のダイナミクスを考慮するためには、その共役運動量である ϕ 自由度を無視してはいけないことがわかる。このことは各々のスピンの歳差運動から考えても予想される事実である (7.3 節)。 L_B の形から、正しい共役運動量は磁壁の重み因子をつけて平均された ϕ 、つまり $\phi_0 \equiv \int dz \sin^2 \theta_0(z) \phi(z)$ であることがわかる [19]。このときには ϕ_0 とその周りの揺らぎとが decouple していることを示すことができ [19]、したがってこの ϕ_0 の定義は本質的に重要である。磁壁から十分離れた場所 ($\theta_0 \sim 0$) では ϕ には意味がないので、この定義は直感的にも妥当である。こうして、 ϕ_0 自由度も考慮して L_S を書き直すと、

$$L_S = -\frac{\hbar N S}{\lambda} X \dot{\phi}_0 - \frac{1}{2} K_{\perp} N S^2 \sin^2 \phi_0,\tag{11}$$

が得られる。(図7)これが電子がないときの磁壁の Lagrangian である。1項目は X と ϕ_0 について対称になっていないが、これは共役運動量を用いて Lagrangian を書く際には一般的なことである。(時間積分した作用を考え部分積分をすれば対称な形には書くことができる。)(11)はもとの L_S から J, K という高いエネルギー状態を消去した低エネルギー有効 Lagrangian である。

7.3 集団座標の方法について

この集団座標の方法はとてもパワフルである。もしこうした変数を使わず、各々のスピンの運動から磁壁の運動を考えるとどのように複雑になるかをみてみよう(もちろん各々のスピンから考えた方がわかりやすいという人も特に磁性の専門家には多いのでこれは趣味の問題である。我々のような磁性の非専門家にとっては細かいプロセスは数学的な処理ですませ深入りしない方がわかりやすいものである。)。磁壁に磁場を容易軸 (z) 方向にかけた場合を考えよう(図8)。もちろんこの際磁壁はエネルギーを下げるように動く。この時に起きている現象は各々のスピンでいうと次のようなものである。磁場 B (一般的には全ハミルトニアン H からきまる有効磁場 $B_{\text{eff}} (\equiv \frac{\delta H}{\delta S})$ になる) のもとでのスピンの運動は Landau-Lifshitz 方程式

$$\hbar \dot{\mathbf{S}} = -\mathbf{S} \times \mathbf{B}, \quad (12)$$

で記述される。したがって z 方向にかけた磁場によりまず各スピンの歳差運動を始める。つまり容易面から立ち上がり、 ϕ が成長する。このため困難軸方向の有効磁場が $\sin \phi$ に比例して発生することになり、今度はその磁場を感じてスピンは困難軸回りの歳差運動を始める。これは容易面内での磁化回転にほかならないので、結果的に磁壁が並進運動するわけである。こうしたプロセスは (11) で表される磁壁の Lagrangian では X と ϕ_0 が共役運動量であることとして自動的に考慮されている。数学的記述のアドバンテッジはこうに威力を発揮しているといえよう。

集団座標の方法は元々は系に並進対称性があり X がゼロモードである場合に導入されるものである [20]。今の場合は多少事情が違う。磁壁のピン止めがある場合は X はゼロモードではなくなり、また困難軸異方性 $K_{\perp}$ により ϕ_0 もゼロモードではない。にもかかわらず集団座標 X, ϕ_0 による記述は、それらが系のもっとも低エネルギーの励起になっている状況では正当化される。つまりピン止めが弱く、かつ $K_{\perp}$ が小さい場合である。何に比べて小さいかというと、磁壁の変形に対応するエネルギーで、これはスピン波のギャップを見積もればわかるようにだいたい2つの異方性エネルギーの積のルート $\sqrt{KK_{\perp}}$ である [21] (交換相互作用 J は強磁性転移温度程度、100 – 1000K、の程度で強い一方、異方性エネルギーはたいへいはスピン軌道相互作用に起因するためずっと小さく 1K より小さい程度であるため、変形は長波長のものが重要で J はあからさまには現れない。) したがってピン止めポテンシャルの深さ V_0 (1 スピンあたりに換算して) が K よりも小さく、また (7) で表される条件が満たされていれば集団座標の方法が適用できる。直感的には、ピン止めにより磁壁の構造が変わらず、また ϕ_0 の運動に際しても構造が変わらないときであるといえる。この領域では変形に伴う効果は小さいので、必要ならスピン波として記述して見積もることができる。細線状

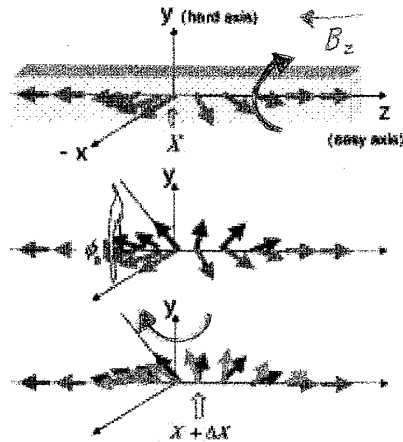


図 8: 各々のスピンの運動から見た磁場をかけたときの磁壁の運動。磁場による歳差運動により困難軸方向に磁化が立ち上がり、それによる有効磁場が磁壁を並進運動させる。

の磁性体では、磁極の発生に伴うエネルギー増加を防ぐために強い容易軸異方性が細線方向に生じるので、この仮定は満たされているとして良からう。

こうしてみると、磁壁で面白いのは、容易軸異方性 K と困難軸異方性 $K_{\perp}$ の役割分担がはっきりしていることである。 K は J とで磁壁の厚さ λ をきめるが、Lagrangian(11) でみてわかるように磁壁のダイナミクスには全く顔を出さない (N を通してしか)。一方 $K_{\perp}$ は磁壁構造には寄与しないが運動を規定する。これに深い理由はあるのかもしれないが、いずれにせよ実験的にはこの事実は非常に重要である。なぜならサンプル形状などによって K , $K_{\perp}$ は独立にきめることができるので、磁壁構造とその運動を独立に制御できることになるからである。

ここで考える極限 (7) と逆の極限でも、はたらいっている力やトルクが弱ければ (トルクの場合では $j_s \sim < \frac{eS^2}{\hbar a^3} \sqrt{KK_{\perp}} \lambda [21]$) 磁壁の変形が無視でき集団座標の記述は有効である。ただしこのときには ϕ_0 が 0 近くにとどまるので、 X のみで磁壁は記述することができる (9.1 節の「磁壁粒子」)。また、 ϕ_0 が立ち上がらないため磁壁の定常的な運動は生じない。

7.4 運動方程式の導出

磁壁の運動方程式を考えたいが、力の項はともかく、角運動量保存則によって駆動される物体というのはあまり例がなく、角運動量保存則が方程式にどのように反映されるかは自明ではない。6 節の議論によれば、断熱極限で電子スピンの反転が完全に局在スピンによって補われる場合には磁壁は (5) 式という速さについての運動方程式で規程されるように思える。一方で、運動量移行による力 F は加速度を与えると期待される。しかしこれら 2 つの方程式がどのように両立しているのか自明ではない。よくわからないときは考えるよりも計算をやってみれば良い。

ここまでの解析で、スピン部は集団座標で表したので、全 Lagrangian は

$$L = -\frac{\hbar NS}{\lambda} X \dot{\phi}_0 - \frac{1}{2} K_{\perp} N S^2 \sin^2 \phi_0 + L_e + H'_{\text{ex}} \quad (13)$$

$$H'_{\text{ex}} = +\frac{\Delta}{S} \int d^3x \mathbf{S}_0 \cdot (c^{\dagger} \boldsymbol{\sigma} c), \quad (14)$$

となる。ここで $\mathbf{S}_0$ は ϕ_0 自由度も残した磁壁解

$$\mathbf{S}_0(z) = S \left(\frac{\cos \phi_0}{\cosh((z-X)/\lambda)}, \frac{\sin \phi_0}{\cosh((z-X)/\lambda)}, \tanh((z-X)/\lambda) \right), \quad (15)$$

である。

集団座標 X, ϕ_0 についてこの Lagrangian を変分して運動方程式を求めてみよう。交換相互作用の部分は

$$\begin{aligned} \frac{\delta H'_{\text{ex}}}{\delta X} &= -\frac{\Delta}{S} \int d^3x \nabla_x \mathbf{S}_0 \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \frac{\delta H'_{\text{ex}}}{\delta \phi_0} &= -\frac{\Delta}{S} \int d^3x (\mathbf{S}_0 \times \boldsymbol{\sigma})_z, \end{aligned} \quad (16)$$

となっていることがわかる。こうして L から得られる磁壁の運動方程式は

$$\dot{\phi}_0 + \alpha \frac{\dot{X}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\hbar NS} \left(F_{\text{ext}} - \frac{\Delta}{S} \int d^3x \nabla_x \mathbf{S}_0(x-X) \cdot \boldsymbol{\sigma}(x) \right) \quad (17)$$

$$\dot{X} - \alpha \lambda \dot{\phi}_0 = v_c \sin 2\phi_0 - \frac{\lambda}{\hbar NS} \frac{\Delta}{S} \int d^3x \mathbf{S}_0(x-X) \times \boldsymbol{\sigma}(x), \quad (18)$$

で与えられることがわかる。ここで F_{ext} は電流以外からくる外的な力である (磁場やピン止めなど)。 $v_c \equiv K_{\perp} \lambda S / (2\hbar)$, $N \equiv 2\lambda A / a^3$ は磁壁中のスピンの数 (A は細線の断面積, a は格子定数) である。もちろん実験状況では、ナノ細線とはいえ N はセミマクロな数であるため磁壁は古典的に振る舞う。

ここで α はスピンにはたらく摩擦 (Gilbert damping) を表すパラメータで、多くの物質では 0.01 程度の値をとる。スピンのダイナミクスにおいてはこの摩擦の効果は本質的な役割を果たすのでここでは人為的に項を加えた。例えばスピンに磁場をかけたときに磁場方向をスピンが向くのはこの摩擦があるからで、摩擦なしではスピンは磁場の方向を中心に歳差運動するだけである。各スピンに対しての摩擦の効果は Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式

$$\hbar \dot{\mathbf{S}} = -\mathbf{S} \times \mathbf{B}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{S} \times \dot{\mathbf{S}}, \quad (19)$$

で表されるが、この摩擦 (Gilbert damping) を磁壁の集団座標でかくと (17)(18) のような形になる。

以下では電流から来る力とトルクを、それぞれ

$$F_e \equiv -\frac{\Delta}{S} \int d^3x \nabla_x \mathbf{S}_0(x-X) \cdot \boldsymbol{\sigma}(x) \quad (20)$$

$$v_e \equiv -\frac{\lambda \Delta}{\hbar NS^2} \int d^3x (\mathbf{S}_0(x-X) \times \boldsymbol{\sigma}(x))_z \quad (21)$$

を使って表すことにする。 $v_e \equiv \frac{\lambda}{\hbar N S} \tau_z$ は速さの単位を持っている。いずれにせよ力とトルクは運動方程式への現れ方は違い、磁壁ダイナミクスも力によるのかスピントルクによるのかで以下にみるように大きく異なる。おおまかには電子散乱の圧力は磁壁の加速度を与え、スピントルクは速度を与えてよい。ただしこの段階では力とトルクが電流に伴って現れていること(流れがないときには消えること)はまだ見えていない。流した電流という物理量で方程式を表すためには、電子部分の計算を実行しなければならない。

式(18)をみると、右辺1項目により、伝導電子のスピン角運動量が必ずしも全て磁壁に受け渡されるわけではないことが一目瞭然である。磁化の立ち上がり ϕ_0 もスピントルクを吸収するわけで、これは異方性エネルギー項は角運動量保存を破るためである($K_{\perp}[(S_y)^2, S_z] \neq 0$)。この異方性エネルギーによる角運動量の「吸収」が、磁壁が動くか動かないかの弱電流領域では大事になってくる。(9.2 節)

これらの2つの方程式(17)(18)はちょうど古典力学の Hamilton 形式での運動方程式になっていて、位置 X と共役運動量 ϕ_0 の時間発展を記述している。通常の粒子の場合は Hamilton 運動方程式は $\dot{p} = F$, $\dot{x} = p/m$ となっており、運動量 p を消去することができ、 $m\ddot{x} = F$ という Newton の運動方程式に帰着する。しかし磁壁の場合には運動量 ϕ_0 を消去して X についての閉じた1つの2階微分方程式には書くことは一般的にはできない。これは磁壁が点粒子ではなく内部自由度を持っていることの当然の帰結で、このことが磁壁の振る舞いを多様にしている(あとの9.1 節を参照)。

8 電子部分の計算

8.1 ゲージ場による磁壁の記述

われわれ理論の最も重要な部分は電子スピン密度 σ の計算である。もちろん磁壁の存在下でのスピン分布をきめるのである。電子部分の Lagrangian は第2量子化表示で

$$L_e - H'_{\text{ex}} = \frac{1}{\hbar} \left[\int d^3x [i\hbar c^\dagger \dot{c} - \left(\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla c|^2 - \epsilon_F c^\dagger c \right) + \frac{\Delta}{S} \int d^3x S_0 \cdot (c^\dagger \sigma c) \right], \quad (22)$$

である。 S_0 は磁壁解((15) 式)である。磁壁のもとでの電子の運動で困るのは、磁化(有効磁場として働く)が空間的に変動しているため電子の局所的な基底状態が空間位置によって異なっていることである。したがって磁壁の効果を系統的に取り入れることができない。(1 体問題として Schrödinger 方程式をフルに解くことしかできない。) そこでもう1つ数学的トリックを使う。電子のスピン空間での局所ゲージ変換を行い背景磁化の方向をすべて z 軸に取り直すのである。新たな電子の演算子 a を $c(x, t) = U(x, t)a(x, t)$ として 2×2 のユニタリ行列 $U(x, t)$ を用いて定義する。この U は

$$S_0(x, t) \cdot (c^\dagger \sigma c)_{x, t} = S(a^\dagger \sigma_z a)_{x, t}, \quad (23)$$

が満たされるようにきめる。つまり a 電子にとっては各時空点で局在スピンが z 方向を向いているように見えるように a を定義するわけである。これにはどうしたらいいかというと

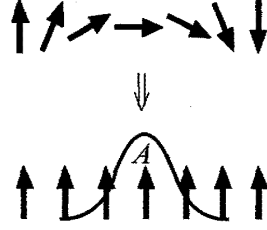


図 9: 磁壁のもとでの電子 (c 演算子) の運動は、ゲージ変換により一様な背景磁化の中をゲージ場による散乱を受けて運動する電子 (a) として記述することができる。

$U(\mathbf{x}, t) = \mathbf{m}(\mathbf{x}, t) \cdot \boldsymbol{\sigma}$ と Pauli 行列で表示すれば、その成分 $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ を、スピン S_0 の極座標 $(\theta_0(\mathbf{x}, t), \phi_0(\mathbf{x}, t))$ を用いて

$$\mathbf{m} = (\sin \frac{\theta_0}{2} \cos \phi_0, \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi_0, \cos \frac{\theta_0}{2}), \quad (24)$$

とすればよいことはすぐに確かめられる。

さてこの変換で交換相互作用 (23) は簡単になったわけだが、その代償として運動エネルギー項が変化をする。良く知られているように $\partial_\mu c = U(\partial_\mu + U^{-1} \partial_\mu U) a \equiv U(\partial_\mu + i A_\mu) a$ とゲージ場が現れ、微分が共変微分に変更されるのである。これを考慮すると電子の Lagrangian は a 表示で

$$\begin{aligned} L_e = & \frac{1}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}} \left[i \hbar a^\dagger \dot{a} - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma} a^\dagger_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma} \right. \\ & - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}} \left(\frac{\hbar^2}{2m} (2\mathbf{k} + \mathbf{q})_i A_i^\alpha(\mathbf{q}) + \hbar A_0^\alpha(\mathbf{q}) \right) a^\dagger_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma_\alpha} a_{\mathbf{k}} \\ & \left. - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{q}\mathbf{p}} A_i^\alpha(\mathbf{q} - \mathbf{p}) A_i^\alpha(\mathbf{p}) a^\dagger_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} a_{\mathbf{k}} \right], \end{aligned} \quad (25)$$

となる。背景磁化により a 電子は分極している:

$$\epsilon_{\mathbf{k}\sigma} \equiv \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \epsilon_F - \sigma \Delta. \quad (26)$$

つまり a 電子でみれば一様な背景磁化の中を、磁化の非一様性に起因する効果を表すゲージ場で散乱されながら運動しているという描像で現象をみることができる。

しかしゲージ場が a 電子と強く相互作用していれば書き換えた意味はない。重要なのはゲージ場 A_μ が U で表されているスピン構造についての時空の一階微分を含んでいるため、スピン構造の変動がゆっくりならばゲージ場も小さいことである。そして一般に強磁性体のスピン構造は λ という、伝導電子 (k_F^{-1} 程度の短いスケールに敏感である) からみると非常に長距離の空間スケールで決まっている (またそれに伴い時間についての変動も $\hbar/\epsilon_F$ と比べてゆっくりしている)。したがって今の問題に関してはゲージ場は摂動的に扱うことができるのである。つまり、ここではゲージ変換を用いて電子系と局在スピンのエネルギースケール

ルの分離を行ったといえる。いうまでもなくエネルギースケールの分離は物理の常套手段である。

では以下でゲージ場の摂動で最低次まで取り入れてスピントルクと反射の力を計算してみよう。

ここでは電流のもとでの現象に興味があるので、流れている状態を記述するのに便利な非平衡グリーン関数 (Keldysh グリーン関数) を使うことにする。Keldysh グリーン関数は時間を形式的に複素時間に拡張し、複素時間上の経路に沿った path-order をとったグリーン関数で、これにより平衡のグリーン関数で現れる retarded, advanced のみではなく、粒子数そのものに対応する期待値 (グリーン関数の lesser 成分 ($G^<$) と呼ばれる) を直接計算できるような形式になっている [22, 23, 24]。電流が流れていても線形応答の範囲に興味がある限りは、Keldysh グリーン関数を使う必要はない。ただしこの場合すべてのプロセスに、電流を生じさせている電場に対応するバーテックスが加わるためグリーン関数が 1 本増え計算が少し複雑になる。具体的には下で議論しているスピントルクと力のバブルダイアグラム (2 本の電子の Keldysh グリーン関数を含む) が線形応答では 3 点バーテックスの三角ダイアグラムになる。もちろんそのかわり線形応答では lesser 成分は現れないのでその分簡単になり、どちらを使うかは要は好みの問題である。ここではゲージ変換した後の電子 a で Keldysh グリーン関数を定義する。

$$G_{k\sigma, k+q, \sigma'}(t, t') \equiv -i \langle T_C a_{k\sigma}(t) a_{k+q, \sigma'}^\dagger(t') \rangle. \quad (27)$$

ただし時刻 t, t' は複素時間上の経路 C (図 10) 上で定義されている。 T_C は経路上の順序付けである。 C は実時間方向に進む経路 (上半分) と逆に進む下半分の経路からなっており、このことで演算子の順序を固定した期待値 $G^<$ などが表現できるのである。この Keldysh グリーン関数は、通常のグリーン関数と同じ Dyson 方程式 (ただし時間は全て系路 C 上で定義される) を満たすことを示すことができ、したがって通常の摂動論を用いることができる。ただしこのグリーン関数は複素時間上で定義された仮想的なものであるので、物理量を得るにはその lesser 成分、あるいは retarded, advanced 成分をとる必要がある。

今計算したいのは磁壁と電流のもとでの電子スピン密度 σ である。これはもとの電子のスピンであるから、 a 電子で表すと回転されたぶん少し複雑になる。回転系でのスピンを $\tilde{\sigma} \equiv \langle a^\dagger \sigma a \rangle$ で定義するともとのスピンは $\sigma = 2m(m \cdot \tilde{\sigma}) - \tilde{\sigma}$ と書かれることはすぐわかる。回転系でのスピンは lesser グリーン関数でかけておりその $\alpha (= x, y, z)$ 成分は

$$\sigma_\alpha(x, t) = -i \text{tr}[\sigma_\alpha G_{x, x}^<(t, t)], \quad (28)$$

となる。tr はスピンの 2×2 行列についてのトレースである。lesser グリーン関数は (波数空間表示で)

$$G_{k\sigma, k+q, \sigma'}^<(t, t') \equiv i \langle a_{k+q, \sigma'}^\dagger(t') a_{k\sigma}(t) \rangle. \quad (29)$$

のように定義される。 $(G^< \text{ もスピンについての } 2 \times 2 \text{ 行列である。})$ 求めたいトルクと力の表式は実は回転系のスピンでは簡単になっている:

$$\begin{aligned} \nabla S_0 \cdot \sigma &= \nabla \theta_0 (\tilde{\sigma}_x \cos \phi_0 + \tilde{\sigma}_y \sin \phi_0) \\ (S_0 \times \sigma)_z &= \sin \theta_0 (\tilde{\sigma}_x \sin \phi_0 - \tilde{\sigma}_y \cos \phi_0). \end{aligned} \quad (30)$$



図 10: Keldysh Green 関数の定義される複素時間上の経路。

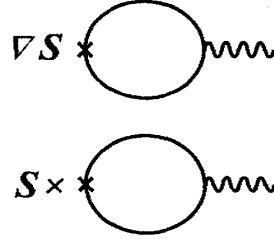


図 11: スピントルクと電子反射による力の、磁壁散乱 (波線で表されているゲージ場) の最低次での Feynmann ダイアグラム。どちらも電子のループでかかれ、バーテックスが異なる。電子のグリーン関数は電流の存在下なので Keldysh Green 関数である。

詳細は省くが、磁壁がゆっくり動いているとして電子スピンは振動数変化は受けないとし、また空間変動も緩やかである場合、ゲージ場の 1 次までの範囲で、回転系のスピンの ± 成分 ($\tilde{\sigma}^{\pm} \equiv \tilde{\sigma}^x \pm i\tilde{\sigma}^y$) のフーリエ成分は

$$\tilde{\sigma}^{\pm}(q) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \frac{(2\mathbf{k} + \mathbf{q})_z}{4m} u_q e^{iqX} \frac{f_{\mathbf{k}+\mathbf{q},-\sigma} - f_{\mathbf{k}\sigma}}{\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q},-\sigma} - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma} + i0}, \quad (31)$$

と求まる。ここで

$$u_q \equiv - \int dx e^{-iqx} \nabla_x \theta_0(x) = \frac{\pi}{\cosh(\pi\lambda q/2)}. \quad (32)$$

はゲージ場から来た磁壁の形状を表す因子である。

最終的には力とトルクはそれぞれ

$$F_e = -\frac{\pi\hbar^2\Delta}{L^2} \sum_{\mathbf{k}q\sigma} u_q^2 f_{\mathbf{k}\sigma} \frac{(2\mathbf{k} + \mathbf{q})_x}{2m} \sigma \delta(\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q},-\sigma} - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma}), \quad (33)$$

と

$$v_e = \frac{\hbar\lambda^2\Delta}{NSL^2} \sum_{\mathbf{k}q\sigma} u_q^2 f_{\mathbf{k}\sigma} \frac{(2\mathbf{k} + \mathbf{q})_x}{2m} \frac{P}{\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q},-\sigma} - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma}}. \quad (34)$$

と書けることがわかる。(図 11) $f_{\mathbf{k}\sigma}$ は電流の存在下での Fermi 分布関数である。ここで注目すべきは、力とトルクはそれぞれ同じ分極関数 $\chi = \frac{f_{\mathbf{k}\sigma} - f_{\mathbf{k}+\mathbf{q},-\sigma}}{\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q},-\sigma} - \epsilon_{\mathbf{k}\sigma} + i0}$ の虚部と実部から生じていることである。ここには何か背後に深い理由があるのかもしれないが筆者にはわからない。

電流がないときは $f_{\mathbf{k}\sigma}$ は偶関数 $f_{\mathbf{k}\sigma} = f_{-\mathbf{k},\sigma}$ であるから、(33)(34) 式で $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$, $\mathbf{q} \rightarrow -\mathbf{q}$ と置き換えてみれば $F_e = v_e = 0$ 、つまり力とトルクは確かに電子の流れ (電流及びスピン流) によって生じていることが見てとれる。

力は線形応答領域 ($f_{\mathbf{k}} = f_{\mathbf{k}}^0 - \frac{e\hbar}{m} \mathbf{E} \cdot \mathbf{k} \tau \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^0}{\partial \epsilon}$) (f^0 は電流のないときのフェルミ分布関数) では簡単になって

$$F_e = enjR_w \quad (35)$$

と磁壁による電気抵抗 R_w 、電子密度 n と全電流密度 j に比例することを示すことができる。 R_w は厚い磁壁では 0 に近づき、薄い磁壁で大きくなる [25, 26]。

ここで、磁壁が厚い極限 (電子が局在スピンの追従できる断熱極限、 $\lambda \rightarrow \infty$) と薄い極限 (非断熱極限、 $\lambda \rightarrow 0$) での振る舞いをみておこう。厚い極限では $a_q = \frac{1}{\cosh \frac{1}{2} q \lambda} \rightarrow \delta_{q,0}$ となるので、磁壁は電子に運動量を与えることができない。このため力は 0 になる。一方トルクはこの時は効率が 100% になり、(34) からわかるように

$$v_e = \frac{1}{2S} \frac{a^3}{e} j_s \quad (36)$$

となる。スピン流密度 j_s は $j_s \equiv \frac{e}{V} \sum_{\mathbf{k}\sigma} \frac{\hbar \mathbf{k}_z}{m} \sigma f_{\mathbf{k}\sigma}$ で定義される。もちろんこれは電流 j に比例しており、ある係数 β を使って $j_s = \beta j$ と表すことができる。この物質依存する分極パラメータ β は実験的には 0.4 ~ 1 と比較的大きな値であることが知られている [27, 28]。

逆に薄い磁壁の場合は F は有限で、 $u_q = 1$ となり $\tau = 0$ となる。物理的には局在スピンの磁化の変化が速すぎてスピンの移行が行われないのである。(もちろん $\lambda \rightarrow 0$ という極限は現実にはあり得ない。) 通常の 3d 金属強磁性体の場合は磁壁の厚さは $\lambda \simeq 10 - 100 \text{ nm}$ 程度なので $k_F \lambda \gg 1$ の厚い磁壁極限になっている。

このように、厚い磁壁と薄い磁壁で力とトルクの大きさが入れ替わる。運動方程式 (17)(18) によるとこれはちょうど駆動されるのが X なのか ϕ_0 なのかが入れ変わったことに対応している。おおざっぱには加速度を与えるか速度を与えるかが変わるわけである。つまり、磁壁のダイナミクスも厚さによって大きく異なることが予想される。パーマロイ、コバルト、鉄などの多くの強磁性金属では磁壁は数十ナノメートル以上と厚いため、スピントルクによる運動が期待される (例外は以下で説明するように交流電流での駆動の場合である)。

いずれにせよ最終的な運動方程式として

$$\dot{\phi}_0 + \alpha \frac{\dot{X}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\hbar N S} (F_{\text{ext}} + enjR_w) \quad (37)$$

$$\dot{X} - \alpha \lambda \dot{\phi}_0 = v_c \sin 2\phi_0 - v_e, \quad (38)$$

が得られた。ただし $v_c \equiv K_{\perp} \lambda S / 2$, v_e は一般には (34) で与えられるスピン流に伴うスピンの drift velocity で、厚い磁壁の場合には (36) と簡単にスピン流密度で表される。

この方程式は以前に Berger が議論したものと本質的には同じである。その意味では我々の導出は彼の議論の証明になっているといえる。彼の議論は半現象論的議論に基づいているが、磁壁の移動に際しての共役運動量 ϕ_0 の重要性をもちろん正しく認識しており、正しい方程式を 20 年以上前に提示しているのには感服する。しかし彼の議論は現代の理論からみると統一性に欠け、また計算上いくつか特殊な仮定をして導いている。たとえば力の項は伝導電子が (スピン以外に) 2 チャンネルからなっていると仮定して議論しており、もちろん力が電気抵抗で決まっているということはわからない。またスピントルク項も、完全な角運動

量移行から来る (36) 式として与えており、磁壁幅が有限になったときにどのようにずれてくるかは議論できなかった。我々の定式化は、いくつかの仮定はあるものの、無理な仮定なく計算で導いたもので、現象を初めてだれにもわかる形で表現したと思っている。

9 磁壁の運動

この運動方程式 (37)(38) の記述する運動にはいくつか興味深いケースがあるが、ここではいくつかの特徴的な例のみを紹介する。

9.1 磁壁粒子

まずは磁壁があたかも 1 つの粒子として振る舞うケースを紹介しておこう。このことは以前から知られていたことであるが、運動方程式 (37)(38) からわかるように $\phi_0 \sim 0$ の場合である。これは電流が弱いときに実現される。この時は 2 つの方程式から ϕ_0 を消去することができ、

$$M_w \ddot{X} + \frac{M_w}{\tau_w} \dot{X} = F_{\text{eff}}, \quad (39)$$

という方程式に帰着する。つまり磁壁は 1 つの粒子として振る舞うのである。この磁壁粒子は困難軸異方性エネルギーで決まる質量 $M_w \equiv (\hbar^2 N / K_{\perp} \lambda^2)(1 + \alpha^2)$ をもつことになるが、これは Döring により 60 年前に指摘されたことである。この質量の起源は、先に説明したように、磁壁の並進運動をおこすためには困難軸方向の立ち上がりが必要なためである。質量の存在は、各スピンレベルの運動では説明しにくい ([14])、式では今見たように簡単に示すことができる。運動方程式 (39) の磁壁粒子の摩擦の緩和時間は $\frac{1}{\tau_w} \equiv \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \frac{K_{\perp} S}{\hbar}$ であり、働いている力は

$$F_{\text{eff}} = \left(1 - \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \frac{K_{\perp} S}{\hbar} \partial_t \right) (F_{\text{ext}} + enR_w j) - \frac{M_w}{1 + \alpha^2} \dot{v}_e, \quad (40)$$

である。つまり (37) の右辺の「力」は直接磁壁粒子への力として働くが、おもしろいのは、スピントルクもその時間変化 ($\dot{v}_e$) があれば力として働くことである。また「力」の時間変化と摩擦 (α) が絡んだ寄与もあることがわかる。

9.2 intrinsic なピン止め効果

磁壁は内部自由度を持っており、一般的には点粒子とは異なった振る舞いをする。その特徴のもっとも著しいものの 1 つはスピントルク下の運動の際の内的ピン止めである。まずはスピントルクのみで力が働いていない状況を考える。運動方程式 (37) を見てわかるように、スピントルクはまず ϕ_0 を成長させ、同時に磁壁の速さ $\dot{X}$ を与える働きがある。すると、 j_s が大きくないときは ϕ_0 が立ち上がることでスピントルクを吸収できてしまい、磁壁は並進運動しなくて良いことがわかる (図 13)。磁壁は ϕ_0 が立ち上がるにしたがって有限距離は移

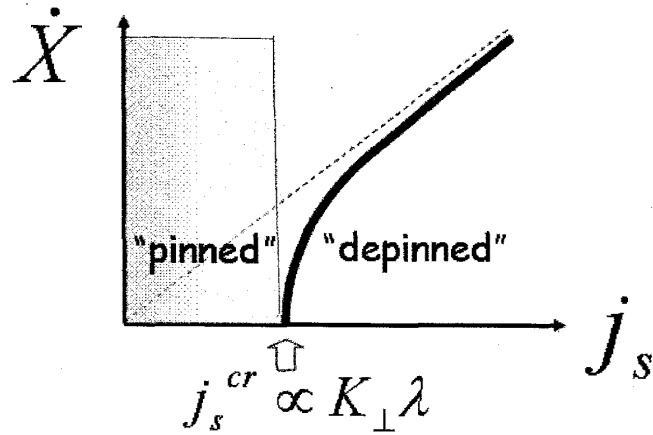


図 12: スピントルクによる磁壁の速さとスピンの関係。臨界電流値は困難軸異方性 $K_{\perp}\lambda$ できる。

動するが、トルクが釣り合った点で止まってしまう。しかし j_s が十分大きいと ϕ_0 では支えきれず、磁壁全体が動き始める。つまり、外的なピン止めがなくても、磁壁のもつ内部自由度 (ϕ_0) のために、内的な原因で「ピン止め」されてしまうのである。この時に必要な臨界電流値は運動方程式からわかる通り $K_{\perp}$ できまり、

$$j_s^c = \frac{eS^2}{a^3\hbar} K_{\perp} \lambda \quad (41)$$

となる。なおもし共役運動量 ϕ_0 を無視して定式化をすれば当然この intrinsic pinning の効果ははいってこない。 j_c 以上の電流のもとでは磁壁の速さは式 (37) で与えられたように ϕ_0 の時間変化を通して周期的な時間変化をする。その平均値は $\langle \dot{X} \rangle = -\frac{1}{1+\alpha^2} v_e$ で与えられる (図 12)。

この内的ピン止めは応用上はもちろんありがたくない存在である。原理的には $K_{\perp}$ を小さくすれば臨界値は下がり磁壁を動かすのに必要な電流は小さくてすむのだが、現状の実験では金属系の j_c は $10^{12} [\text{A}/\text{m}^2]$ 程度のかかなり大きな値になっている。(磁性半導体では 2 桁小さい。) 式 (41) によればサンプル形状を工夫すれば $K_{\perp}$ は小さくなるので、これを用いて j_c をさげる試みが現在進められている [29]。

9.3 外的なピン止めの効果

内的ピン止めはあまりありがたくないのであるが、実はそれを逆手にとることもできる。外的なピン止めを考えよう。ピン止めの原因はサンプルの欠陥などいろいろあるが、いずれにせよ磁壁には $F_{\text{pin}} = -M_w \Omega^2 X$ という力が近似的に働くことになる。 Ω はピン止め中心まわりの振動数である。定性的に考えるとスピントルクによる運動は磁壁に速度を与えるが (18)、ピン止めなどから生じる力は (17) に従い ϕ_0 の速度を与えるので、両者は直接競合し

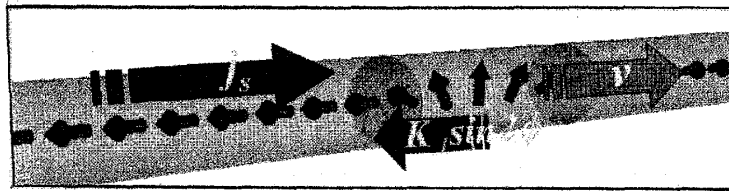


図 13: スピントルクのバランスの図。スピン流に伴うトルクは困難軸方向の磁化 (ϕ_0) によるトルクで一部相殺されるが、スピン流が臨界値より大きいと相殺しきれず磁壁が有限の速さで動き始める。

ない。これは、スピントルクは角運動量のやり取りであるが、通常のピン止めは運動量をやりとりし、角運動量には関わらないからである (不純物によるピン止めなら不純物がスピンを持たない限り)。したがって、ピン止めがあってもそれが著しく強くない限りスピントルクによる運動を妨げないことが期待される。実際にピン止め力も考慮した運動方程式を解いてみれば、強さ $V_0 (= \frac{1}{2} M_w \Omega^2 \xi^2)$ (ξ はピン止め力の及ぶ距離 ($\sim \lambda$)) の外的ピン止めが効き始めるのは $V_0 > K_{\perp}/\alpha$ という非常に強い場合のみであることがわかる。 (α は $\frac{1}{100}$ 程度の小さい量である。) この事実は応用上特に重要で、なぜなら表面のラフネスなどによるピン止めはサンプル作成上避けがたいがそれはスピントルクで動かす場合には障害にならないということだからである。京大、IBM のグループによる実験でもこの事実は確認されている。

10 実験

10.1 直流電流による実験

ここ数年で直流電流を用いて磁壁を動かす実験が世界で行われはじめ実験的研究は急速に進んでいる。なかでもパーマロイ細線を用いた山口 (現京大) らの実験では $10^{12} [\text{A}/\text{m}^2]$ の臨界電流密度で磁壁を動かすことに成功し、しかも磁気力顕微鏡 (MFM) でその移動を観測しおおよその移動速度を 3m/s 程度と見積もることに成功した [30]。臨界電流値は困難軸異方性がだいたい 0.1K と見積もられているので、式 (41) で与えられる理論評価とだいたい一致している。しかしスピン移行がフルに起きたときの磁壁の速さの理論値は式 (38) からわかるように $v = \frac{a^3}{2eS} j_s$ であり、これは $j = 1.2 \times 10^{12} [\text{A}/\text{m}^2]$ に対しては 30m/s 程度になる。したがって分極率 β が 1 程度とすれば実験値はその $1/10$ 程度であり、なんらかのスピントルクの散逸があることを示している。しかしこの電流値ではサンプルの温度上昇も著しいと思われる、熱による運動の関与も大きいと思われるその効果も最近議論されている [29]。

一方東北大の山内らは強磁性半導体 GaMnAs で磁壁を動かそうと考え、成功した。彼らは膜の厚さを変えることで磁気異方性を制御して磁壁を閉じ込める井戸構造をつくり、 $10^9 [\text{A}/\text{m}^2]$ という金属と比べて 3 桁も小さい電流で磁壁を動かすことに成功した [31]。この小さな臨界電流は、磁性半導体の磁化が小さい ($S \sim 0.01$) ことによるものと思われる。重要なのは、小

さな電流のため温度上昇という不確定要素が比較的小さいと考えられることで、このため系統的な温度や電流への依存性のデータが得られている [32]。

10.2 交流電流による共鳴磁壁移動

これまで、多くの実験では直流あるいは比較的長いパルスの電流を用いて磁壁移動は確認されているがそのメカニズムなどに関してのたしかな情報は得られていない。この先応用に向けてさらに臨界電流を下げるためには、まず駆動メカニズムの特定が必須である。これに対しては最近慶応の齋藤らによる実験が突破口を開いた [33]。彼らは磁性細線を緩く曲げて磁場をかけることで制御可能なピン止めをつくり、そこに磁壁を閉じ込め、弱い交流電流でふってみた。齋藤は、弱電流では磁壁は点粒子として振る舞うため、ピン止めでの振動に共鳴させることができると考えたのである。実際に複素抵抗を測定した結果、20MHz 付近に共鳴ピークを見つけた。そのデータから磁壁は単純な古典粒子としてふるまうことがわかり、その質量が $6.6 \times 10^{-23} \text{kg}$ という非常に小さい値であること、摩擦による緩和時間が $\tau = 10^{-8} \text{s}$ であることなどを見いだした。さらに、物理として最も重要な点としては、磁壁の運動がスピントルクではなく電子反射の圧力により引き起こされていること、またその原因になっている磁壁による抵抗が $R_w = 10^{-4} \Omega$ であることを共鳴スペクトルから見いだした。これは式 (40) からみてとれるように、磁壁粒子にはたらく有効的力の振動数依存性は、粒子の駆動がスピントルクによっておきているのか、運動量移行によって起きているのかの情報を含んでいることを利用したものである。解析によると、電流からの運動量移行による圧力が共鳴効果により増幅され、それが小電流での磁壁駆動の主因となり、一方直流で磁壁を動かす場合に主因となるスピントルクはこの振動数領域ではほとんど効いていないことがわかった。この実験は応用上も重要で、というのも共鳴を用いたため $10^{10} [\text{A}/\text{m}^2]$ という金属としては非常に微弱な電流で磁壁を数 $\sim 10 \mu\text{m}$ の距離を動かすことができたからである。

この磁壁という物体は、理論上は1つの仮想複合粒子として振舞うことは理論上はわかっていたが [18]、実際に有限の慣性質量を持ち、また電子の反射を通じて電流と相互作用することが初めて実証されたわけである。磁壁の研究の歴史は半世紀以上ととても長い、1つの磁壁のこうした特性を特定したのはこれが初めてで、磁壁という複合粒子に働いている「力」とその運動を調べる高感度の測定テクニックを発見した、この実験は革新的なものである。

11 おわりに

スピントルクの研究では応用上の興味が先行しているため原理的な部分はまだわかっていないことが多い。例えばスピン軌道相互作用によるスピントルク効果の抑制はどのくらいなのか (これは磁性半導体では特に重要である)、あるいはスピン波によるスピントルクの損失は?などが今後の理論的な課題である。この分野はスピントロニクス重要なテーマとして世界中で精力的な研究が進められているが、日本で多くのオリジナルな成果がでていることは心強い。ただ理論家が少ないのが残念で、今後意欲的な若手の参入を期待したい。

講義ではこうした問題に理論的にアタックするために必要な手法を紹介する。通常の教科書的な完全性を追求せず、可能な限り実践的な記述を目指す予定である。予定ではスピン系の理論（古典論）、ついで電子系の記述、線形応答理論、非平衡グリーン関数などの解説を経て、最新のスピン依存伝導現象の紹介行う。

なお、磁性一般に関連した教科書としては [14, 34] などをお勧めしておく。

この原稿を書く上で元になっている仕事は、福山秀敏先生（東京理科大）、大野英男先生（東北大）、前川禎通先生（東北大）、宮島英紀先生（慶応大）、井上順一郎先生（名大）をはじめとする先生方からのご指導、また大谷義近氏（理研）、小野輝男氏（京大）、齊藤英治氏（慶応大）、仲谷栄伸氏（電通大）、村上修一氏（東工大）をはじめとする多数の研究者の方々の協力を得て行ったものです。ここに感謝いたします。

参考文献

- [1] L. Berger. Low-field magnetoresistance and domain drag in ferromagnets. *J. Appl. Phys.*, Vol. 49, p. 2156, 1978.
- [2] L. Berger. *J. Appl. Phys.*, Vol. 55, p. 1954, 1984.
- [3] L. Berger. *J. Appl. Phys.*, Vol. 71, p. 2721, 1992.
- [4] L. Berger. *Phys. Rev. B*, Vol. 54, p. 9353, 1996.
- [5] J. C. Slonczewski. *J. Magn Magn Mater.*, Vol. 159, p. L1, 1996.
- [6] 多々良源, 河野浩, 柴田絢也. 誌上セミナー スピントロニクス理論の基礎. 固体物理, Vol. 43, pp. 1-7, 131-143, 2008.
- [7] 多々良源, 河野浩, 柴田絢也, 齊藤英治. 電流による磁壁駆動の物理. 固体物理, Vol. 40, pp. 545-558, 2005.
- [8] T. R. McGuire and R. I. Potter. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. MAG-11, p. 1018, 1975.
- [9] M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Eitenne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazelas. Giant magnetoresistance of (001)fe/(001)cr magnetic superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 61, No. 21, pp. 2472-2475, Nov 1988.
- [10] G. Binasch, P. Grünberg, F. Saurenbach, and W. Zinn. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange. *Phys. Rev. B*, Vol. 39, No. 7, pp. 4828-4830, Mar 1989.
- [11] T. Miyazaki and N. Tezuka. *J. Magn. Magn. Mater.*, Vol. 139, p. L231, 1995.
- [12] S. S. P. Parkin, C. Kaiser, A. Panchula, P. M. Rice, B. Hughes, M. Samant, and S.-H. Yang. *Nat. Mater.*, Vol. 3, p. 862, 2004.

- [13] S. Yuasa, T. Nagahama, A. Fukushima, Y. Suzuki, and K. Ando. *Nature Mater.*, Vol. 3, p. 868, 2004.
- [14] 近角聡信. 強磁性体の物理. 裳華房, 1978.
- [15] A. Hubert and R. Schafer. *Magnetic Domains*. Springer-Verlag, 1998.
- [16] C. H. Marrows. *Advances in Physics*, Vol. 54, p. 585, 2005.
- [17] X. Waintal and M. Viret. *Europhys. Lett.*, Vol. 65, p. 427, 2004.
- [18] R. Rajaraman. *Solitons and Instantons*. North-Holland, 1982.
- [19] S. Takagi and G. Tatara. *Phys. Rev. B*, Vol. 54, p. 9920, 1996.
- [20] 崎田文二, 吉川圭二. 経路積分による多自由度の量子力学. 岩波書店, 1986.
- [21] Junya Shibata, Gen Tatara, and Hiroshi Kohno. Effect of spin current on uniform ferromagnetism: Domain nucleation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 94, No. 7, p. 076601, 2005.
- [22] L. V. Keldysh. *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, Vol. 47, p. 1515, 1964.
- [23] J. Rammer and H. Smith. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 58, p. 323, 1986.
- [24] H. Haug and A. P. Jauho. *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*. Springer-Verlag, 1998.
- [25] G. Tatara and H. Fukuyama. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 78, p. 3773, 1997.
- [26] G. Tatara, Y. W. Zhao, M. Muñoz, and N. García. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 83, p. 2030, 1999.
- [27] I. A. Campbell and A. Fert. Transport properties of ferromagnets. *Ferromagnetic Materials*, Vol. vol. 3. Eds. E. P. Wohlfarth, , 1982.
- [28] L. Piraux. *Eur. Phys. J. B.*, Vol. 4, p. 413, 1998.
- [29] A. Yamaguchi, S. Nasu, H. Tanigawa, T. Ono, K. Miyake, K. Mibu, and T. Shinjo. Effect of joule heating in current-driven domain wall motion. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 86, No. 1, p. 012511, 2005.
- [30] A. Yamaguchi, T. Ono, S. Nasu, K. Miyake, K. Mibu, and T. Shinjo. Real-space observation of current-driven domain wall motion in submicron magnetic wires. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 92, No. 7, p. 077205, 2004.
- [31] M. Yamanouchi, D. Chiba, F. Matsukura, and H. Ohno. *Nature*, Vol. 428, p. 539, 2004.

- [32] M. Yamanouchi, J. Ieda, F. Matsukura, S. E. Barnes, S. Maekawa, and H. Ohno. Universality classes for domain wall motion in the ferromagnetic semiconductor (Ga,Mn)As. *Science*, Vol. 317, pp. 1726–1729, 2007.
- [33] E. Saitoh, H. Miyajima, T. Yamaoka, and G. Tatara. *Nature*, Vol. 432, p. 203, 2004.
- [34] 金森順次郎. 磁性. 培風館 (新物理学シリーズ (7)), 1969.