

# 原子気体 Bose 凝縮体 2 成分系の安定性に関する理論計算

千葉大学大学院自然科学研究科 土居健祐, 夏目雄平<sup>1</sup>

2 成分系の Bose 凝縮系について、両者渦なし、片方が渦ありの場合についてその安定性をゆらぎの線形解析から論じた。ゆらぎの各モードが成分間の斥力相互作用の増加によってどのように励起エネルギーを変えてゆくかを調べた。特に、渦芯にできる core mode に代表される伸縮性のある mode と、剛体的 mode ではその振る舞いに著しい差異があることを指摘した。後者の mode では成分間での同位相励起と逆位相励起の分岐が重要である。さらに、片方が中心にあり、他方がその周囲に等方性を保って共存する shell 構造分布について、相分離の状態からの構造形成過程を波束ダイナミクスを計算機シミュレーションで調べた。それにより、作られる shell 分布は中空の壺のような複雑な構造をしており、「球形の shell 構造」という描像とはほど遠いものであることがわかった。

## 1 序

### 1.1 背景

アルカリ原子気体の Bose 凝縮体では温度は  $50nK$  から  $1\mu K$  になっている。そのような極低温では熱的ド・ブロイ波長が平均原子間隔と同程度の大きさになっているため、系全体がひとつの最低 1 粒子エネルギー状態に落ちてるとみなしてよく、ひとつの波動関数で記述できる巨大な量子系を形成している。この系は全体が波動としての性質を備えており、量子力学が巨視的に実現する模範的な系として基礎物理学の立場からの関心も高い。また、コヒーレンスのよい原子レーザーという応用物理学の観点からも多大な注目を集めている。

実際、この分野の研究は極めて急速な展開をみせており、現在では集団励起、波束ダイナミクス、Bose 凝縮体同士の干渉問題、量子渦の挙動などの研究結果が多数報告されている。

### 1.2 渦ありと渦なしの 2 成分凝縮系に関する線形ゆらぎ解析

以上で述べたことは、多成分が混合する Bose 凝縮系を作る可能性があることも意味している。実際、 $^{87}\text{Rb}$  では、超微細構造の違う 2 種類  $|F=1, m=-1\rangle, |F=2, m=1\rangle$  をトラップ中で Bose 凝縮させることに成功しており、さらには共鳴冷却法を用いて両者を

<sup>1</sup> E-mail: natsume@science.s.chiba-u.ac.jp

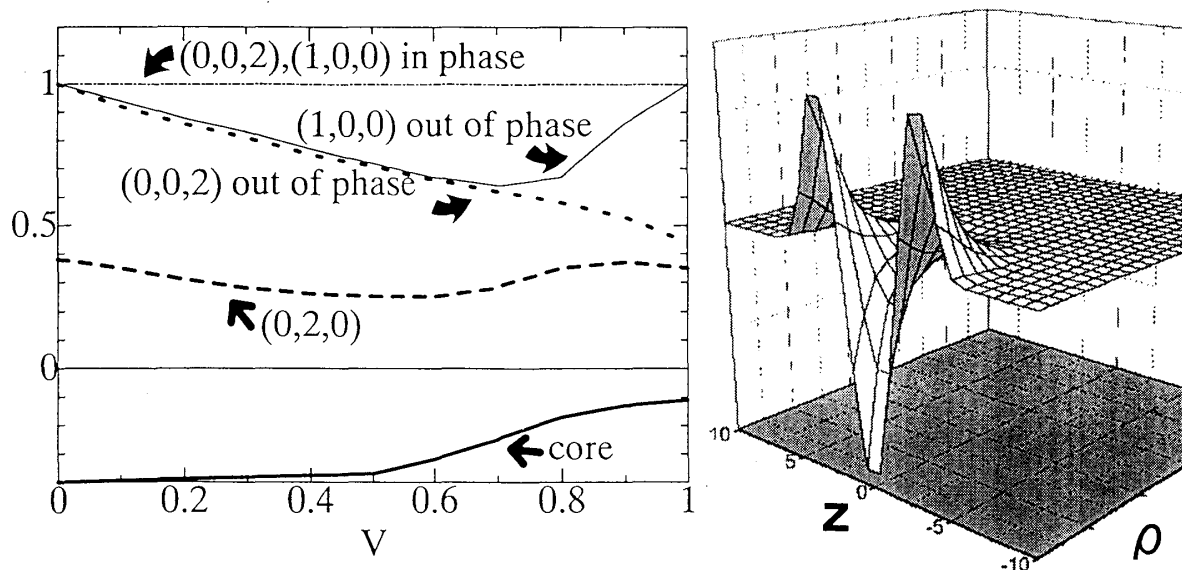


図 1: ゆらぎの各モードが持つ励起エネルギーの  $V$  依存性。各モードは  $(n_\rho, z, m)$ 、すなわち、radial 方向の節の数  $n_\rho$ 、 $z$  方向の節の数  $n_z$ 、 $z$  軸まわりの各運動量  $m$  で mode が決められる。これらの分類として [形状が伸縮性である  $(0,0,0)$  core mode および  $(0,2,0)$  mode] と、[剛体的な  $(0,0,2)$  および  $(1,0,0)$  mode] という分け方ができる。後者はさらに同位相と逆位相に分けられる。右に  $(0,2,0)$  mode の形状を等高線図で示す。横軸は  $z$  方向、奥行きは円筒座標の動径方向  $\rho$  である。

Bose 凝縮させ共存させることに成功している。そこでは相分離した状態に近い状態が得られている。重力による分離なのか、斥力相互作用による分離なのかは非常に興味深い問題となっている。さらには、マイクロ波をあてることにより、任意の成分を角運動量 1 をもった成分へと移すことにも成功している。また、異なる種類のアルカリ原子気体を混合させた系を共鳴冷却させる実験も行われており、結果として、両者がボース凝縮した系を得ている。

## 2 計算方法

ここで、BEC を記述する波動関数は Gross-Pitaevskii 方程式 (GP) に従っている。GP は非線形項を含む波動方程式で、非線形シュレーディンガー方程式とも呼ばれている。ゆらぎに対しては、Boson 励起を表記する Bogoliubov 方程式で解析ができるが、2 成分系に対しては、成分間結合項の角運動量についての制約を取り入れてコンシステントに求めなくてはならない。ところが、片方が渦なしで、片方が渦ありの場合、相互作用の広い範囲まで、統一的に議論して、特に成分間相互作用の寄与の効果を詳しく論じた例は我々の報告 [1] の他は例が少ないのが実情である。

そこで、我々は、Bogoliubov 方程式を使ってゆらぎの線形解析を行った。 [1]

### 3 計算の結果と議論

計算の結果、各ゆらぎのモードの形態が BEC 全体の安定性に重要な役割を持つことがわかった。図 1 にその結果を示す。横軸は  $V$  であって、各成分内、成分間相互作用定数  $\alpha_{ij}$  を用いて、 $\frac{\alpha_{12}/\alpha_{11}}{\sqrt{\alpha_{22}/\alpha_{11}}}$  で定義されている。ここで、 $\alpha_{ij}$  は原子数  $N_i$ 、散乱長  $a_{ij}$ 、調和型ポテンシャルの特性長  $d = \sqrt{\hbar/(M\omega_0)}$  を用いて  $(8\pi a_{ij}N)/d$  で与えられている。 $(M$  は原子の質量である。)

各モードは radial 方向の節の数  $n_\rho$ 、 $z$  方向の節の数  $n_z$ 、 $z$  軸まわりの各運動量  $m$  で mode が決められる。われわれは mode の分類として形状が伸縮性である  $(0,0,0)$  と  $(0,2,0)$  mode と、剛体的な  $(0,0,2)$   $(1,0,0)$  mode という分け方を提唱したい。{ ここで伸縮性とは格子振動モードの用語であるが対称性の性質は共通なのでゆらぎ mode にも適用する。} 以下各 mode の説明である。

1.  $(0,0,0)$  mode は core mode とよばれ、渦のない基底状態を反映したものである。成分内の斥力も成分間の斥力もない理想気体では当然-1(単位は  $\hbar\omega$ ) であるが、全対称という伸縮モードのため、成分内相互作用で上昇し、さらには成分間相互作用によっても上昇する。これは渦を作ることが斥力の増大によって、それほどエネルギー的に不利にならなくなることを示している。
2.  $(0,2,0)$  mode は理想気体で+1 であるが、成分内相互作用によって低下する。これも伸縮モードである。図 1 の右部に形状を示す。これは、渦芯においてどんどん  $\pm z$  方向に伸びてゆくためである。 $V = 0$  での値+0.39 が、 $(0,0,0)$  mode の値-0.40 に  $0.40 \times (z$  軸方向の節の数:2) を加えた+0.40 に近いことは興味深い。さらに、 $V$  の増大によって(すなわち、成分間相互作用によって)複雑な振る舞いをする。
3.  $(0,0,2)$  mode は各運動量  $m$  が 2 の Quadra pole mode であり、理想気体で+1 である。これは、伸縮モードではないので、成分内相互作用によってはエネルギーを変えない。成分間相互作用によっては、2 成分が同じ位相となる同位相モードではエネルギーは不変なままであるが、逆位相モードではエネルギーは低下することができる。モードの形をみると、 $V = 1$  に至っても、成分 1 のゆらぎと成分 2 のゆらぎは平行移動的なため、逆位相によるエネルギー低下は著しくなっている。
4.  $(1,0,0)$  mode は radial 方向に節を 1 つ持つもので、やはり、理想気体で+1 である。これも、伸縮モードではないので、成分内相互作用によってはエネルギーを変えない。 $(0,0,2)$  mode と同じように、成分間相互作用によって、2 成分が同じ位相となる同位相モードではエネルギーは不変なままであるが、逆位相モードではエネルギーは低下することができる。しかし、 $(0,0,2)$  mode とちがうところは、 $V = 1$  に至ると、成分 1 と成分 2 の棲み分けが出来てしまう。これによって、もはや、同位相モードと逆位相モードの差はなくなりエネルギーは+1に戻ってしまう。

なお、1 成分系について渦ありの場合の線形ゆらぎ解析は等方系については García-Ripoll

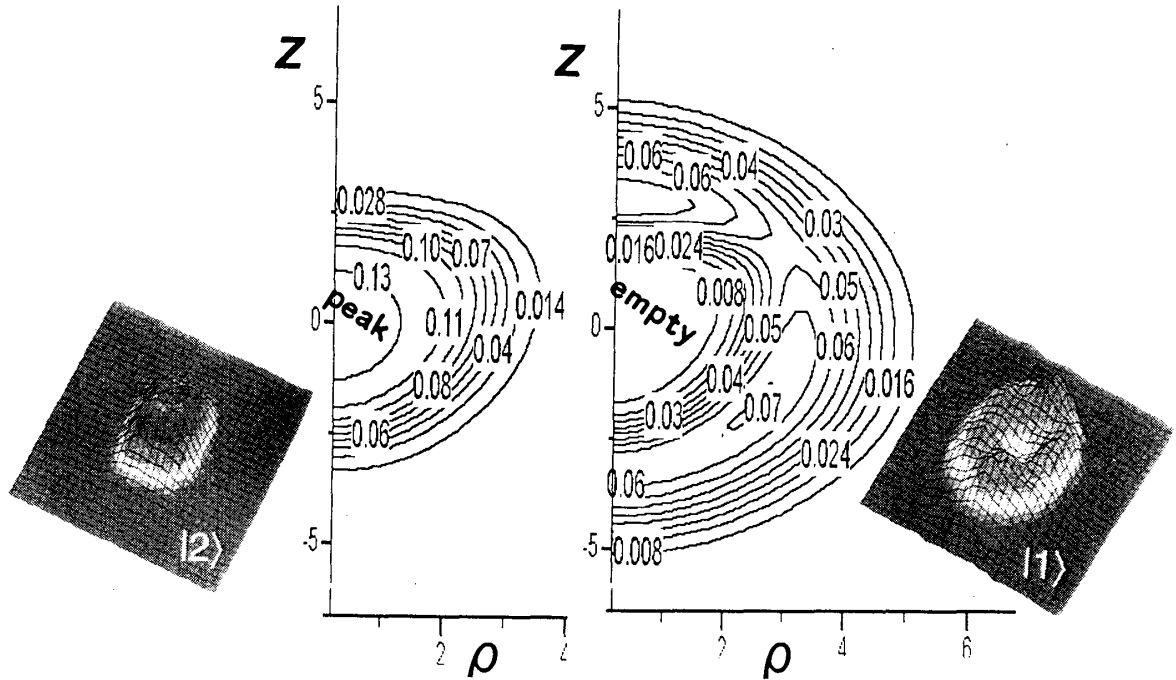


図 2: ポテンシャルの変動で波束をずらした結果、一時的に現れる複雑な入れ子構造。右は成分間斥力の小さな成分の分布の等高線図で、左は斥力の大きな成分の分布の等高線図である。横軸は radial 方向  $\rho$ 、縦軸は  $z$  方向にとってある。後者が中空の壺構造で、そこへ前者が弾丸型になって入りこんでいる。左右の立体図は実験 [4] によるそれぞれの成分の分布図。

ら [2] の研究がある。我々の計算でも  $V = 0$  においてそれを再現した。ただし、García-Ripoll らは各角運動量 ( $m = 0, 1, -1, 2, -2$ ) において最低エネルギーの mode しか調べていないので、上記の  $(0, 2, 0)$  mode は  $m = 0$  で第 2 準位のため得ていない。この mode の指摘は 1 成分系ですら、我々が初めてである。さらに、我々は、2 成分系においては、この  $(0, 2, 0)$  mode は  $(0, 0, 0)$  core mode とともに伸縮性モードとして、極めて特異な振る舞いを示すことを強調したい。

## 4 波束ダイナミクス: 相分離相間の振動と shell 分布

### 4.1 Öhberg の研究

2 成分 BEC の波束ダイナミクスについては相互透過性 (interpenetrating) に特徴がある。これに関しては Öhberg の研究 [3] が先駆的である。実際、Öhberg は、対称性の高い shell 分布を初期状態とし、成分 1 と 2 を徐々に逆位相ずらし摂動を加えることで、対称性が破れることを示した。しかし、徐々にとはいえ、最終的には大きな摂動を加えてしまったため対称性を破る様子は示せたが、相分離した状態をきちんと再現はできていなかった。

## 4.2 ポテンシャルへの摂動による波束変化

そこで、本研究ではÖhberg とは違う新しい試みとして、相分離から中空の軸対称分布へのダイナミクスを考える。ここで摂動は、十分小さいまま時間的に一定に保った。試行錯誤の結果としてずらしの値  $z_0 = \pm 0.01$  を用いた。この大きさでは、shell 布が安定な場合はほとんど動かないことを確かめられたので、これは充分弱い摂動であると思われる。(ここで長さの単位は  $\sqrt{\hbar/(M\omega_0)}$ 、ただし  $M$  は原子質量、 $\omega_0 = 2\pi \times 220 \text{ Hz}$  である。) shell 構造が充分安定な場合に相分離型から、20.5 単位時間たった後の様子を図 2 に示す。時間の単位は  $2/\omega_0$  である。成分内斥力の大きな方は中空の蓋付きの壺となり、斥力の小さい方はそこへはまりこむ弾丸型の形状となっている。ここから、また形状は変化してしまうが、途中の過程としていままで「shell 構造」といわれていた 2 成分が軸対称のまま重なりあう際の相互透過性の実態があきらかになった。図 2 下部に立体図で示された D.S.Hall らの実験 [4] との対応は今後の重要な課題である。

## 参考文献

- 1) K.Doi and Y.Natsume, J.Phys.Soc.Jpn. **70**, 167 (2001) 及び preprint. 博士論文 (千葉大学, 2002 年 1 月)
- 2) Juan J. García-Ripoll and Victor M. Perez-García, Phys. Rev **A60**, 4864 (1999).
- 3) P.Öhberg, Phys. Rev **A59**, 634 (1999).
- 4) D.S. Hall, M.R. Matthews, J.R. Ensher, C.E. Wieman and E.A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **81**, 1539 (1998).