

交番電場で誘起されるプラズマ中の非線型波動

東工大 エ 丹 生 慶四郎
矢 部 孝

§ 1. 序

レーザーによるプラズマ加熱の問題と関連して、最近交番電場内のプラズマに発生する非線型波動に興味が持たれている。外部交番電場によって周期運動するプラズマに発生する不安定性については、Silin¹⁾, Dawson²⁾, 西川³⁾等によって調べられ、この不安定性がレーザー光のプラズマによる異常吸収、プラズマ内の電子の異常加熱に関係すると考えられている。しかし核融合に必要なイオンのエネルギーについては、少くとも非線型の領域まで現象を追求しなければ、その情報は得られない。ここでは不安定性等に関する線型理論に接続する非線型的取り扱いを、まず解析的に、そして主としてその後数値計算を行った結果を報告する。

§ 2. 基礎方程式

レーザー光の中の磁場 B の寄与は、流体の速度を v 、光速を c とすると、非相対論的 ($v \ll c$) な系を取り扱う場合には次のような理由により無視することが出来、電場 E のみの影響を与えるだけで済む。時間を t で書いて Maxwell の電磁方程式の1つ

$$\nabla \times B = -\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}$$

を考えると、 $|B| \approx O\left(\frac{1}{c} \cdot \frac{\omega}{k}\right) \times |E|$ である。(ただし k , ω は波の波数及び振動数) 一方運動方程式中に現われる Lorentz 力 F は

$$F = e(E + \frac{1}{c} v \times B)$$

であるから、磁場の項は $O\left(\frac{v}{c} \cdot \frac{\omega}{k} E\right)$ となり、今考えようとしているのは $\frac{\omega}{k} \approx v < c$ (共鳴条件) であるから、磁場の項は無視してよい。

また外部の電場 E_{ext} に対しては、ガラス (Na^{3+}) レーザー、 CO_2 ガスレーザーの波長はそれぞれ 1.6μ , 10.6μ であり、プラズマの Debye 半径は $T_e = 10^8 \text{ }^\circ\text{K}$, $n_e = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ のとき約 $10^{-2}\mu$ 程度である。よって、粒子から見た電場は進行波としてでなく、空間的に一様で時間的に変化する交番電場として映ることになるとしてよい。故に

$$E_{\text{ext}} = E_0 = \bar{E}_0 \cos \omega_0 t \quad (\bar{E}_0: \text{const}) \quad (1)$$

という形にモデル化して考えることができる。

以下、無限に広い空間に存在するプラズマに、(1)式で記述される外部電場が加えられるときに誘起する運動を、イオンと電子の2流体にわけて考察し、簡単のため、運動を一次元的と見なし縦波のモードだけを追跡してみよう。

連続式は

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \frac{\partial (n_\sigma v_\sigma)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

運動方程式は

$$\frac{\partial v_\sigma}{\partial t} + v_\sigma \frac{\partial v_\sigma}{\partial x} = \frac{e_\sigma}{m_\sigma} (E_0 + E') - \frac{1}{m_\sigma m_\sigma} \frac{\partial P_\sigma}{\partial x} - \nu_\sigma v_\sigma \quad (3)$$

である。ここで、添字 σ は粒子の種類を表わし、 e の場合は電子、 i の場合はイオンを表わす。 n は数密度、 x は空間座標、 m は粒子質量、 e は電荷、 E' は荷電分離によって誘起される電場を表わす。(3)式の右辺第2項は、有限温度効果の部分であり、等温($T_\sigma = \text{const}$)を仮定して、圧力 P_σ は

$$\frac{\partial P_\sigma}{\partial x} = k T_\sigma \frac{\partial n_\sigma}{\partial x} \quad (4)$$

で表わされるものとする。ただし k は Boltzmann 常数である。第3項は、荷電粒子と中性粒子との衝突の効果を表わし、 ν_σ は衝突頻度を表わす。

§ 3. 線型理論の拡張

プラズマは外部電場によって周期的に一樣にふられるが、プラズマ運動の中に存在する揺動は不安定性のために発達して、ますます成長率の大きい波数および振動数の基本波が現れるであろう。この波は非線型性のために高周波に分裂していく。この様相を調べるために、まず運動方程式(3)中の圧力項および衝突項を無視することにし、各従属変数は基本波±k, 第1高調波±2kの4種の波のみからなっていると想像しよう。すなわち

$$n_e = n_0 + n_1 e^{ikx} + n_{-1} e^{-ikx} + n_2 e^{2ikx} + n_{-2} e^{-2ikx}, \quad (5)$$

$$n_i = N_0 + N_1 e^{ikx} + N_{-1} e^{-ikx} + N_2 e^{2ikx} + N_{-2} e^{-2ikx}, \quad (6)$$

$$v_e = v_0 + v_1 e^{ikx} + v_{-1} e^{-ikx} + v_2 e^{2ikx} + v_{-2} e^{-2ikx}, \quad (7)$$

$$v_i = V_0 + V_1 e^{ikx} + V_{-1} e^{-ikx} + V_2 e^{2ikx} + V_{-2} e^{-2ikx}. \quad (8)$$

n_0, N_0, v_0, V_0 は空間的に一樣な項で、プラズマの電気的中性の条件より $n_0 = N_0$ である。また、添字±1の波は $O(\varepsilon)$, 添字±2の波は $O(\varepsilon^2)$ とする。(5)~(8)式を(2)式に代入し、波数別に等式を作ると、揺動の成長期のみを考察を限るためとを微小パラメータとして、

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + ik (v_0 n_1 + n_0 v_1 + n_2 v_{-1} + v_2 n_{-1}) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + 2ik (v_0 n_2 + v_1 n_1 + v_2 n_0) = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial n_{-1}}{\partial t} - ik (v_0 n_{-1} + v_1 n_{-2} + v_{-1} n_0 + v_{-2} n_1) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial n_{-2}}{\partial t} - 2ik (v_0 n_{-2} + n_{-1} v_{-1} + v_{-2} n_0) = 0 \quad (12)$$

を得る。 n_i についても同様の式が得られるが、 $O(\varepsilon^3)$ 以下の項は省略し、 $v_0 \approx 0$ とすると、

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + ik (v_0 n_1 + n_0 v_{-1}) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + 2ik (v_0 n_2 + v_1 n_1 + v_2 n_0) = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} + ik n_0 v_1 = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} + 2ik (v_1 N_1 + v_2 n_0) = 0 \quad (16)$$

となる。添字が負のものは k を $-k$ でおきかえればあとは全く一致するから、これから先、添字が正のものだけを扱うものとする。運動方程式(3)からも同様に

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} \bar{E}_0 \cos \omega_0 t, \quad (17)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + ik v_0 v_1 = \frac{4\pi i e^2}{m_e k} (N_1 - n_1), \quad (18)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + 2ik \left(v_0 v_2 + \frac{v_1^2}{2} \right) = \frac{4\pi i e^2}{2m_e k} (N_2 - n_2), \quad (19)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{4\pi i e^2}{m_i k} (N_1 - n_1), \quad (20)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + ik v_1^2 = -\frac{4\pi i e^2}{2m_i k} (N_2 - n_2) \quad (21)$$

が得られる。以上から明らかなように、(13)、(15)、(18)、(20)は
 添字2を全く含まない。よって、これらと(17)の組み合わせ
 によって1の波に対する分散関係を求めることができる。基
 本波が第1高調波と分離することは、さきに掲げた仮定(第
 1の波の振幅 $\gg$ 第2の波の振幅)より当然のことである。(13)
 と(18)より

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} (ik v_0 n_1) + ik v_0 \frac{\partial n_1}{\partial t} + (\omega_{pe}^2 + k^2 v_0^2) n_1 \\ = \omega_{pe}^2 N_1, \end{aligned} \quad (22)$$

(15)と(20)より

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial t^2} + \omega_{pi}^2 N_1 = \omega_{pi}^2 n_1 \quad (23)$$

を得る。式(22), (23)は

$$\frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 n_1 = \frac{ie}{m_e} k E_0 N_1 \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial t^2} = -\frac{ie}{m_i} k E_0 n_1 \quad (25)$$

という形に縮約できる。上2式を Fourier 変換して,
 $n_1(\omega - \omega_0)$, $n_1(\omega + \omega_0)$, $N_1(\omega)$ について分散関係式を導く
 と,

$$\begin{vmatrix} [\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2] & 0 & -\frac{ie}{2m_e} k \bar{E}_0 \\ 0 & [\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2] - \frac{ie}{2m_e} k \bar{E}_0 & \\ -\frac{ie}{2m_i} k \bar{E}_0 & -\frac{ie}{2m_i} k \bar{E}_0 & \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (26)$$

となる。ここで ω_{pe} は電子のプラズマ振動数で $\omega_{pe} = \left(\frac{4\pi n_0 e^2}{m_e}\right)^{1/2}$
 で与えられる。 $\omega_0 - \omega_{pe} = \delta$, $\omega = x + y$ と置き, (24)式を書き
 直すと

$$y = \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K\delta}{4\omega_{pe}}} - \frac{\delta^2}{4} \right\}^{1/2}, \quad \left(K = \frac{e^2 k^2 \bar{E}_0^2}{m_i m_e} \right) \quad (27)$$

$$x = \left(y^2 + \frac{\delta}{2} \right)^{1/2} \quad (28)$$

を得る。これらは δ の関数となっているから、 δ について、 y の最大値 y_m を求めると

$$y_m = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt[3]{\frac{K}{2\omega_{pe}}} \quad (29)$$

となって、このときの x および δ の値 x_m および δ_m は

$$x_m = \frac{\sqrt{5}}{4} \sqrt[3]{\frac{K}{2\omega_{pe}}} \quad , \quad (30)$$

$$\delta_m = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{K}{2\omega_{pe}}} \quad (31)$$

である。 y_m の波数 k に対する関係は1図に示す。横軸の λ_e はDebye半径で $\lambda_D = \left(\frac{K T_e}{4\pi n_e e^2}\right)^{1/2}$ である。よきに、式(18), (22), (23)より $n_1(\omega - \omega_0)$, $n_1(\omega + \omega_0)$, $v_1(\omega - \omega_0)$, $v_1(\omega)$, $v_1(\omega + \omega_0)$ を $N_1(\omega)$ で表わしておくと、

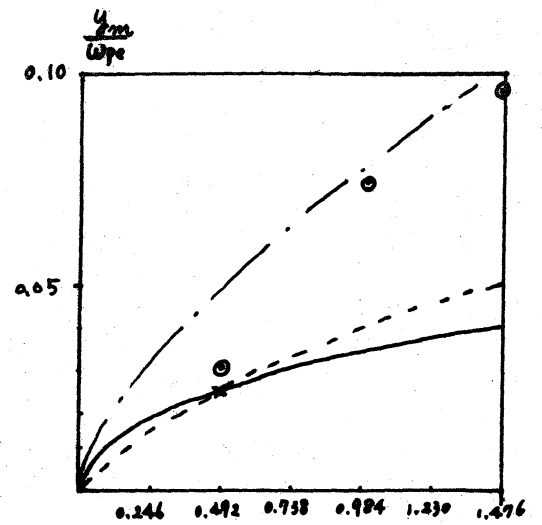


図 1 $k\lambda_e$

$$n_1(\omega - \omega_0) = \frac{iek\bar{E}_0}{2me[\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2]} N_1(\omega) \quad , \quad (32)$$

$$n_1(\omega + \omega_0) = \frac{iek\bar{E}_0}{2me[\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2]} N_1(\omega) \quad , \quad (33)$$

$$V_1(\omega) = -\frac{\omega_0}{4k} \cdot (k\lambda_e \Delta_0)^2 \cdot \frac{G(\omega)}{F(\omega, k)} \cdot \frac{N_1(\omega)}{n_0}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} V_1(\omega \pm \omega_0) &= \frac{i\omega_0^2(k\lambda_e \Delta_0)}{2k(\omega \pm \omega_0)n_0} \left[-\frac{(k\lambda_e \Delta_0)^2}{4} \frac{G(\omega)}{F(\omega, k)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{pe}^2}{[\omega_{pe}^2 - (\omega \pm \omega_0)^2]} \times N_1(\omega) \right] \\ &= H_{\pm}(\omega, k) \frac{N_1(\omega)}{n_0} \cdot \frac{\omega_0}{k} \end{aligned} \quad (35)$$

となる。ただし

$$\Delta_0 = \frac{e \bar{E}_0}{m_e \lambda_e \omega_0^2}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{G(\omega)}{\omega_0} &= \left[\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0(\omega - \omega_0)} - 1 \right] / \left[\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2 \right] \\ &\quad + \left[\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0(\omega + \omega_0)} - 1 \right] / \left[\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2 \right], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\omega_0 \bar{F}(\omega, k) = \omega + \frac{(k\lambda_e \Delta_0)^2}{4} \omega_0^2 \left[\frac{1}{\omega - \omega_0} + \frac{1}{\omega + \omega_0} \right] \quad (38)$$

である。また

$$V_1(\omega) \approx 0 \quad (39)$$

となる。

次に、添字 2 を持つ量に関する方程式について同様の考察を行う。(14), (19) より

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 n_2}{\partial t^2} + 2ik \frac{\partial}{\partial t} (v_0 n_2 + v_1 n_1) + 2ik v_0 \frac{\partial n_2}{\partial t} + 2k^2 n_0 v_1^2 \\ - 4k^2 v_0^2 n_2 - 4k^2 v_0 v_1 n_1 = \omega_{pe}^2 (N_2 - n_2), \quad (40) \end{aligned}$$

(16), (21) より

$$\frac{\partial^2 N_2}{\partial t^2} + 2ik \frac{\partial (v_1 N_1)}{\partial t} + 2k^2 n_0 v_1^2 + \omega_{pi}^2 N_2 = \omega_{pi}^2 n_2 \quad (41)$$

を得る。付録 A よりこれらの方程式は次のように縮約できる。

$$\frac{\partial^2 n_2}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 n_2 = \frac{2ie}{m_e} k E_0 \left(\frac{Q^L}{\omega_{pe}^2} - N_2 \right) - Q^H, \quad (42)$$

また (A-5) と (41) より

$$\frac{\partial^2 N_2}{\partial t^2} + 2k^2 n_0 v_1^2 + 2ik \frac{\partial (v_1 N_1)}{\partial t} = -\frac{2ie}{m_i} k E_0 n_2 - \frac{m_e}{m_i} Q^L, \quad (43)$$

(22), (23) を Fourier 変換すれば

$$-(\omega - \omega_0)^2 n_2(\omega - \omega_0) + \omega_{pe} n_2(\omega - \omega_0)$$

$$= \frac{iek \bar{E}_0}{m_e} \left[\frac{Q(\omega)}{\omega_{pe}^2} - N_2(\omega) \right] - Q(\omega - \omega_0), \quad (44)$$

$$- (\omega + \omega_0)^2 n_2 (\omega + \omega_0) + \omega_{pe}^2 n_2 (\omega + \omega_0)$$

$$= \frac{iek\bar{E}_0}{m_e} \left\{ \frac{Q(\omega)}{\omega_{pe}^2} - n_2(\omega) \right\} - Q(\omega + \omega_0), \quad (45)$$

$$- \omega^2 N_2(\omega) + 2k^2 n_0 V_i^2(\omega) + 4k\omega V_i(\omega) N_i(\omega)$$

$$= - \frac{iek\bar{E}_0}{m_i} [n_2(\omega - \omega_0) + n_2(\omega + \omega_0)] - \frac{m_e}{m_i} Q(\omega) \quad (46)$$

$$(V_i(\omega) \approx 0)$$

を得る。以上の3式より

$$\begin{aligned} N_2(\omega) &= \frac{1}{K(\omega, k)} \left[\frac{(k\lambda_e A_0)^2 \frac{m_e}{m_i} \frac{\omega_0^4}{\omega_{pe}^2} Q(\omega) + i(k\lambda_e A_0) \frac{m_e}{m_i} \omega_0^2 Q(\omega - \omega_0)}{\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2} \right. \\ &\quad + \frac{(k\lambda_e A_0)^2 \frac{m_e}{m_i} \frac{\omega_0^4}{\omega_{pe}^2} Q(\omega) + i(k\lambda_e A_0) \frac{m_e}{m_i} \omega_0^2 Q(\omega + \omega_0)}{\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2} \\ &\quad \left. - \frac{m_e}{m_i} Q(\omega) \right] \\ &= \frac{m_e/m_i}{K(\omega, k)} \left\{ (k\lambda_e A_0)^2 \frac{\omega_0^4}{\omega_{pe}^2} \left(\frac{1}{\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2} + \frac{1}{\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2} \right) - 1 \right\} \tilde{Q}_0(\omega, k) \\ &\quad + i(k\lambda_e A_0) \omega_0^2 \left\{ \frac{\tilde{Q}_-(\omega, k)}{\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2} + \frac{\tilde{Q}_+(\omega, k)}{\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2} \right\} \times \frac{N_i^2(\omega)}{n_0} \\ &= \frac{L(\omega, k)}{K(\omega, k)} \frac{N_i^2(\omega)}{n_0} \cdot \omega_0^2 \quad (47) \end{aligned}$$

//

を得る。他の添字 2 のつく量の Fourier 変換も $N_i^2(\omega)$ に比例する形にまとめて表わすことができる。(47) 式は第 1 高調波の成長速度が基本波の成長速度の 2 倍であることを示している。

§ 3. 数値計算

この節では方程式 (2), (3) を数値計算した結果を報告する。と方向には $51.2 \lambda_e$ のプラズマを選び、周期的境界条件を持たせ、時間ステップは $0.06 \omega_{pe}^{-1}$ にとった。外部電場を空間的に一様にとってあるので、初期条件を空間的に一様にしたのでは、いつまでたっても一様のままである。したがって初期値に微少な攪乱を与えた。

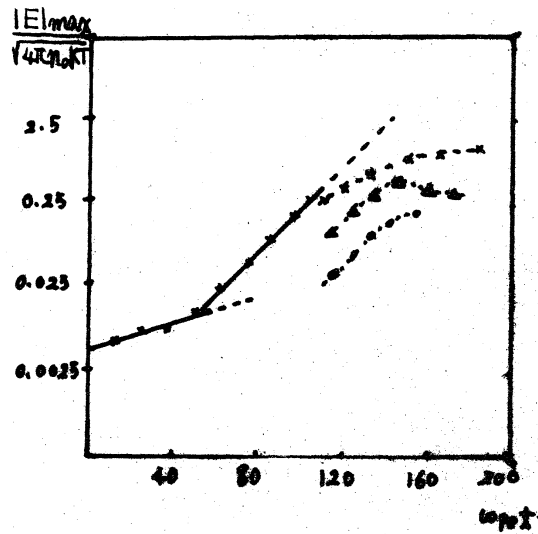
条件を以下のように色々に変えながら計算結果を比較してみる。

- i) 波数 $k\lambda_e = 0.246$ の初期攪乱を与える。 $m_e/m_i = 0.1$, $E_0/\sqrt{4\pi n_0 k T_e} = 0.1232$ とし運動方程式 (3) の衝突項, 温度効果を無視した場合。
- ii) 波数 $k\lambda_e = 0.492$ の初期攪乱を与える。以下 i) に同じ。
- iii) $m_e/m_i = 0.01$ で, 他は ii) と同じ。
- iv) 運動方程式 (4) 中の衝突項, 温度効果を含め, 他は i) と同じ。

これから示す数値結果は主として ii) に関するものである。

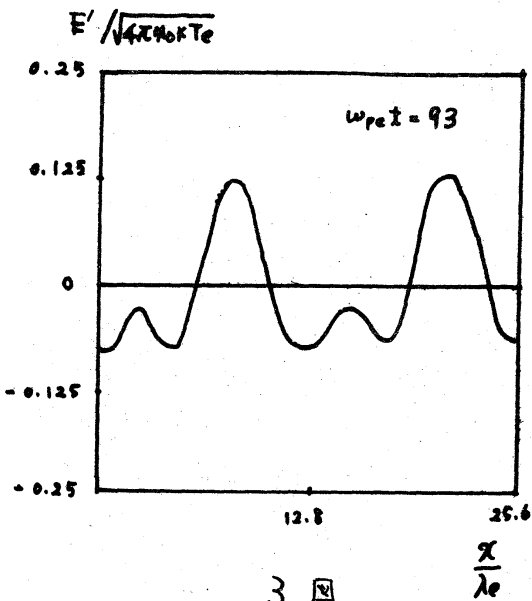
2図は誘起電場 E' の各瞬間の最大値 $|E|_{\max}$ を時間の関数として描いた。 $\omega_{pet} = 60$ 付近より非線型効果かきいて、誘起電場の成長速度が大きくなる。

$\omega_{pet} = 160$ 近辺で誘起電場は飽和する。 $\omega_{pet} = 120$ 以後は、各 Fourier 成分別に図示してある。

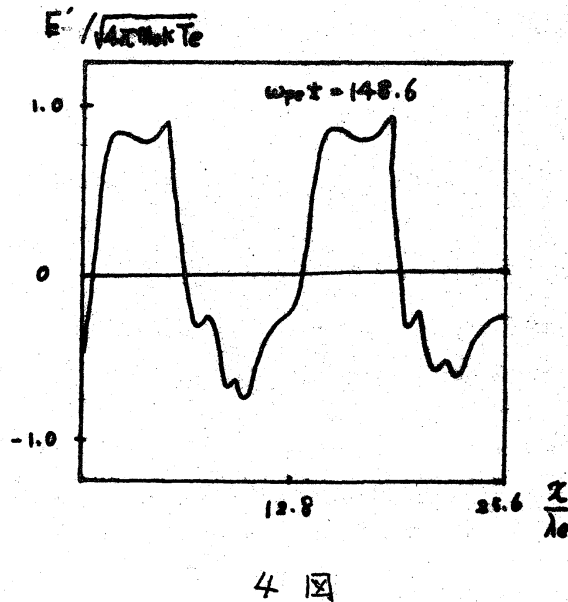


2 図

xxx は基本波, $\Delta\Delta\Delta$ は第1高調波, $\dots$ は第2高調波を示す。



3 図

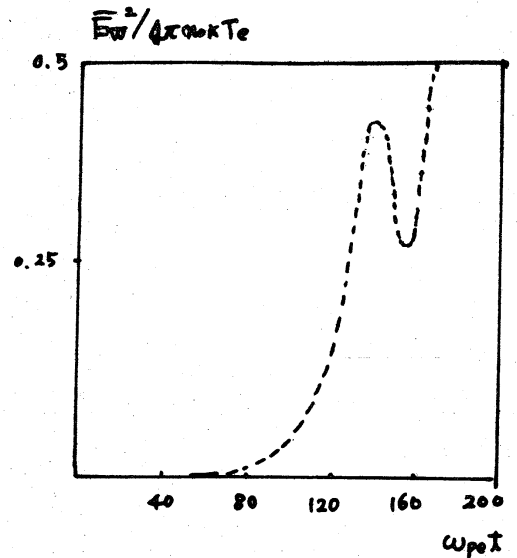


4 図

3図は $\omega_{pet} = 93$ での誘起電場 E' の空間的変動を示す。4図は、 $\omega_{pet} = 148.6$ における誘起電場の空間的変動の様相である。飽和時における誘起電場の最大値は外部電場の約40倍である。

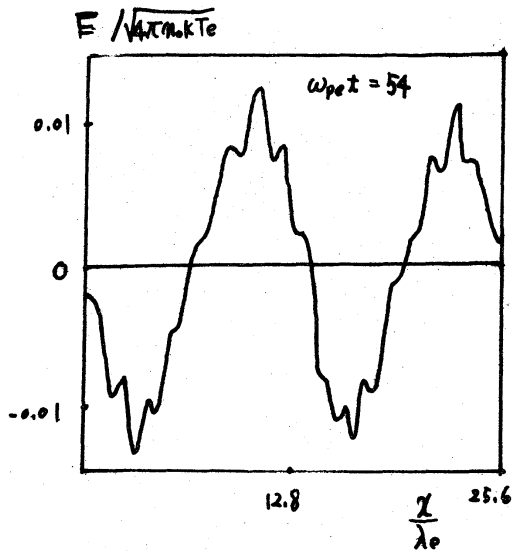
1 図は揺動の成長速度と波数との関係で、実線は先にも述べた (20) 式の結果を示すが、鎖線は実線の成長速度の2倍を、また破線は Silin の結果を与える。図中 $\times$ 印は稜型性がきくと思われる頃の初期の成長速度の数値計算値で、理論値とよく一致している。 $\odot$ は各波数における $\omega_{pet} = 100$ における成長速度を示す。 $k\lambda_e = 0.492$ においては成長速度は線型理論の値より出発して一度鎖線の値に達するが、再び減少して $\omega_{pet} = 100$ では図示する値になっている。

5 図は各時刻における誘起電場の全エネルギーを示した。 $\omega_{pet} = 160$ 付近で一度波のエネルギーが減少している。その原因はさだかではないが、変動の周波数はイオンプラズマ振動数に一致しているので、イオンプラズマの振動数で変動しながら増

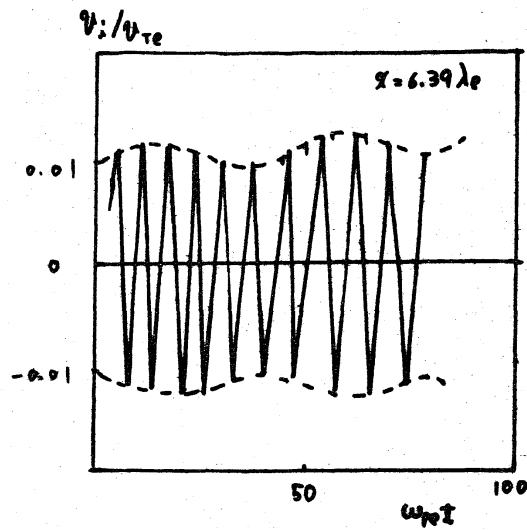


5 図

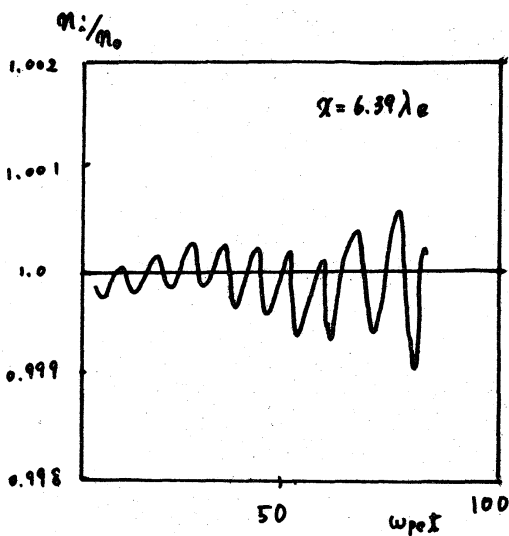
加している可能性が強い。6 図以後は運動方程式に衝突項と、圧力項を考慮した場合で、6 図は $\omega_{pet} = 54$ における誘起電場の空間的変動を示す。衝突項と圧力項を無視した場合にくらべて高周波が早く出現し、 $\omega_{pet} = 100$ 以内で数値計算が不可能になるのが大きな特色である。



6 図



7 図



8 図

7 図はイオン温度と時間の関係、
8 図はイオン密度と時間の関係
を示す。7 図の v_{Te} は電子の平
均熱速度である。イオン速度お
よび密度はほぼ電子プラズマ振
動数で変化しながら、その振幅
はまた波打っている。これらの
振幅の周期は、6 図で示される

波長 $k \approx 12 \lambda_e$ に対するイオン音波の振動数に丁度等しい。

付録 A

(17) 式を積分すると

$$v_0 = -\frac{e}{m_e \omega_0} \bar{E}_0 \sin \omega_0 t \propto 0 \quad (1/\omega_{pe})$$

$$(\bar{E}_0 = 1 \frac{m_e}{e} \lambda_e \omega_{pe}^2 = 1 \times \sqrt{4\pi n_0 K T_e})$$

を得る。各変量を ω_{pe} 付近で振動する高周波部分と ω_{pi} 付近で振動する低周波に分解する。高周波部分には添字 H, 低周波部分に添字 L をつける。

さて (40) より

$$\frac{\partial^2 n_2^H}{\partial t^2} + 2ik n_2^L \frac{\partial v_0}{\partial t} + 4ik v_0 \frac{\partial n_2^L}{\partial t} - 4k^2 v_0^2 n_2^H + Q^H$$

$$= \omega_{pe}^2 (N_2^H - n_2^H), \quad (A-1)$$

$$\frac{\partial^2 n_2^L}{\partial t^2} + 2ik \frac{\partial}{\partial t} (v_0 n_2^H) - 2ik n_2^H \frac{\partial v_0}{\partial t} - 4k^2 v_0^2 n_2^L + Q^L$$

$$= \omega_{pe}^2 (N_2^L - n_2^L) \quad (A-2)$$

を得る。ここで

$$Q = 2ik \frac{\partial}{\partial t} (v_1 n_1) + 2k^2 n_0 v_1^2 - 4k^2 v_0 v_1 n_1 \quad (A-3)$$

である。 $1 \ll 1$, $\omega_{pi}/\omega_{pe} \ll 1$ とし、これらの 2 次の項をすべて消去すると,

$$\frac{\partial^2 n_2^H}{\partial t^2} + 2ik n_2^L \frac{\partial v_0}{\partial t} + Q^H = -\omega_{pe}^2 n_2^H, \quad (A-4)$$

$$-2ik n_2^H \frac{\partial v_0}{\partial t} + Q^L = \omega_{pe}^2 (N_2^L - n_2^L), \quad (A-5)$$

ただし, ここで N_2 には H-part が無いものとして $N_2^H \approx 0$ と仮定した。

付録 B

付録 A より

$$Q^H = 2ik \frac{\partial}{\partial t} (v_1 n_1)^H + 2k^2 n_0 (v_1^2)^H - 4k^2 v_0 (v_1 n_1)^L, \quad (B-1)$$

$$Q^L = 2ik \frac{\partial}{\partial t} (v_1 n_1)^L + 2k^2 n_0 (v_1^2)^L - 4k^2 v_0 (v_1 n_1)^L, \quad (B-2)$$

となる。したがって

$$\begin{aligned} Q(\omega - \omega_0) \approx & + 2k(\omega - \omega_0) \{ v_1(\omega - \omega_0) n_1(\omega) + v_1(\omega) n_1(\omega - \omega_0) \} \\ & + 4k^2 n_0 v_1(\omega - \omega_0) v_1(\omega) \\ & + \frac{4ek^2 \bar{E}_0}{m_e \omega_0} \{ v_1(\omega) n_1(\omega) + v_1(\omega - \omega_0) n_1(\omega + \omega_0) \\ & + v_1(\omega + \omega_0) n_1(\omega - \omega_0) \}, \quad (B-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(\omega \pm \omega_0) \approx & 2k(\omega + \omega_0) \left\{ \nu_i(\omega + \omega_0) n_i(\omega) + \nu_i(\omega) n_i(\omega + \omega_0) \right\} \\
& + 4k^2 n_0 \nu_i(\omega + \omega_0) \nu_i(\omega) \\
& + \frac{4ek^2 \bar{E}_0}{m_e \omega} \left\{ \nu_i(\omega) n_i(\omega) + \nu_i(\omega - \omega_0) n_i(\omega + \omega_0) \right. \\
& \left. + \nu_i(\omega + \omega_0) n_i(\omega - \omega_0) \right\}, \quad (B-4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(\omega) \approx & 2k\omega \left\{ \nu_i(\omega - \omega_0) n_i(\omega + \omega_0) + \nu_i(\omega) n_i(\omega) + \nu_i(\omega + \omega_0) n_i(\omega - \omega_0) \right\} \\
& + 2k^2 n_0 \left\{ 2\nu_i(\omega - \omega_0) \nu_i(\omega + \omega_0) + \nu_i^2(\omega) \right\} \\
& + \frac{4ek^2 \bar{E}_0}{m_e \omega_0} \left\{ \nu_i(\omega - \omega_0) n_i(\omega) + \nu_i(\omega) n_i(\omega - \omega_0) \right. \\
& \left. + \nu_i(\omega + \omega_0) n_i(\omega) + \nu_i(\omega) n_i(\omega + \omega_0) \right\}, \quad (B-5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(\omega \pm \omega_0) \approx & \tilde{Q}_{\pm}(\omega, k) \frac{N_i^2(\omega)}{n_0} \\
\equiv & \frac{N_i^2(\omega)}{n_0} \cdot \left[2\omega_0(\omega \pm \omega_0) H_{\pm}(\omega, k) \right. \\
& + \omega_0^2 (k\lambda_e / 4\omega_0)^2 \left\{ \frac{2i\omega_0^2 H_{\pm}(\omega, k)}{[\omega_{pe}^2 - (\omega \mp \omega_0)^2]} + \frac{2i\omega_0^2 H_{\mp}(\omega, k)}{[\omega_{pe}^2 - (\omega \pm \omega_0)^2]} \frac{G(\omega) \cdot H_{\pm}(\omega, k)}{F(\omega, k)} \right\} \\
& \left. - \omega_0^2 (k\lambda_e / 4\omega_0)^3 \left\{ \frac{i\omega_0(\omega \pm \omega_0)}{4[\omega_{pe}^2 - (\omega \pm \omega_0)^2]} + 1 \right\} \frac{G(\omega)}{F(\omega, k)} \right], \quad (B-6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(\omega) &\approx \tilde{Q}_0(\omega, k) \frac{N_i^2(\omega)}{n_0} \\
&\equiv \frac{N_i^2(\omega)}{n_0} \cdot \left[4H_+(\omega, k) \cdot H_-(\omega, k) \omega_0^2 \right. \\
&\quad \left. + \omega_0^2 (k\lambda_e \Delta_0) \left\{ \left(\frac{i\omega\omega_0}{[\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2]} + 4 \right) H_-(\omega, k) + \left(\frac{i\omega\omega_0}{[\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2]} + 4 \right) H_+(\omega, k) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\omega\omega_0}{2} (k\lambda_e \Delta_0)^2 \cdot \frac{G(\omega)}{F(\omega, k)} \right. \\
&\quad \left. + \omega_0^2 (k\lambda_e \Delta_0)^4 \left\{ \frac{G^2(\omega)}{8F^2(\omega, k)} - \frac{G(\omega)}{F(\omega, k)} \times \frac{\omega_0^2}{2} \left(\frac{1}{[\omega_{pe}^2 - (\omega - \omega_0)^2]} + \frac{1}{[\omega_{pe}^2 - (\omega + \omega_0)^2]} \right) \right\} \right]
\end{aligned}$$

(B-7)

と表わされる。

参考文献

- 1) V.P. Silin ; Soviet Physics - JETP 21 (1965) 1127.
- 2) W.L. Kruer & J.M. Dawson ; Physics Fluids 15 (1972) 446.
- 3) K. Nishikawa ; J. Phys. Soc. Japan 24 (1968) 1152.