

[素粒子論の未来へむけて]

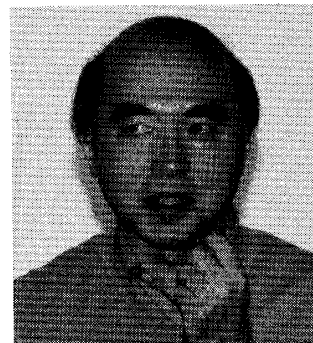
座長: 大貫 義郎

統一理論への夢と湯川理論

江口 徹

東京大学の江口です。実は僕は湯川先生にはお目にかかったことがないというか、基研に来て、湯川先生が混沌会でお話になっているところを、ちらっとお見かけしたことはあるのですが、残念ながら議論とかをしたことはありませんので、直接、どういうことを考えられているとか、そういうことなどを伺ったことはないのです。多分、僕の世代より上ぐらいまででしょうか、どうなのでしょう。僕より下の方で、interaction された方もいらっしゃるかもしれませんが、ちょうど境目ではないかと思います。

湯川先生が、ここで「晩年の夢」と書きましたが、いわゆる素領域の理論ですか、素領域場ですか、こういう素粒子を広がったものとして取り扱いたいということを、ずっと研究されていた時期があります。



基礎物理学の系譜:
アインシュタインから湯川・朝永へ

November 8, 2005 江口 徹

湯川先生の晩年の夢: 素領域の理論

長期研究会 「素粒子の時空構造」

基研、日大; 高林、原(治)、後藤、.....

⇒ 無限成分場の方程式、

南部・後藤ラグランジアン

現在の弦理論の基礎を作る。

$$\mathcal{L} = \sqrt{\det_{i,j=0,1} G_{\mu\nu}(X)} \partial_i X^\mu \partial_j X^\nu$$

Dp-ブレーンのボルン-インフェルト作用

$$\mathcal{L} = \sqrt{\det_{i,j=0,\dots,p} (G_{\mu\nu}(X) \partial_i X^\mu \partial_j X^\nu + F_{ij})} + \text{WZ term}$$

[Slide 1]

[slide 1] これは基研で長期研究会があつて、何年間ぐらいあつたのか、良く分からないのですが、「素粒子の時空構造」というタイトルの長期研究会だったと思います。京大の方とか、あるいは日大の方、それから名古屋の高林先生などが、ずっと長いこと共同研究をされておられました。

実は誰か、この辺の事情をご存じの方がお話をしてくださればいいのではないかなと思ったのですが、残念ながら高林さん、原治さん、後藤さんなど皆さん亡くなられています。僕は、どういう議論がなされていたのか、良く知りませんので、あまり適任ではないのです。外から見ていたところですが、この頃、僕は大学に入つたころだと思うのですが、ときどき新聞に、湯川先生が新しい理論を作つたと、素粒子が空間的に広がっているような模型を作つたということは、新聞に出たりしたわけです。それから僕が大学院にいた頃まで、こういう研究会が行われていたと思います。

これから出てきた仕事に、いろいろなものがあつたと思いますが、当初、湯川先生が考えられたような方向だったかは良く分かりませんが、一番すぐれた仕事としては、いわゆる南部・後藤作用といいますが、南部・後藤ラグランジアンがあります。

これは現在の弦理論の基礎をつくるような仕事になっています。多分、良くご存じではないかと思いますが。それ以外にも、多分いま言う、無限成分の場の方程式というお仕事もあつたのではないかと思います。調べていないので良く分かりません。

南部・後藤ラグランジアンというのは、どんな格好かと言いますと、いま、この μ とか ν とかとい

うのは、弦が動いている空間の足なので、普通は 10 次元とか 26 次元とかという空間です。その動いている空間の計量が、この大きな G です。 i とか j というのが弦の面のパラメーターですね。だから普通は τ, σ で、 i, j はパラメーターとして 2 種類あるわけなのですが、こういうものを考えてみるというのが、南部・後藤ラグランジアンです。

これはどんな感じかと言いますと、この弦が動いている世界に、計量 G が入っているのですが、この $\mu\nu$ の脚が潰れてしまっていますから、結局、 i, j について対称の関数ができていて、これは弦の世界面の上に誘導された計量を作っていることになるわけです。

その計量で計ってみた面積を考えろというのが、このラグランジアンで、それを変分してゼロと置くと、一番小さな面が得られます。点粒子の場合には、最短距離でいくわけですが、弦の場合には最小曲面を張って運動せよというラグランジアンになっているわけです。

これが 1960 年代の後半から 1970 年ぐらいだと思うのですが、これが言わば弦理論の出発点を作ったようなラグランジアンになっています。

このラグランジアンを、そのまま量子化するのは難しいので、通常の 2 次元面の補助的な計量を入れてまして、ルートを取り払うようなことをするわけですね。そうするとこのラグランジアンからもう少し 2 次元場の理論として取り扱いがしやすいモデルになりまして、端的に言うと 2 次元の non-linear σ model が得られます。こういう target space の計量は G であるような、非線形シグマ・モデルが得られて、それを量子化して調べることが弦理論の摂動論的な量子化になると、そういう仕事になります。

現在でも、こういう南部・後藤型ラグランジアンというのは、弦理論のいろいろなところに顔を出してしまっていて、最近では、弦理論の中にもっといろいろな、時空の次元が違った広がりを持ったような、いわゆる brane ですね、例えば D_p -brane。 D_p -brane というのは、空間が p 次元に広がっているようなものを考えるわけなのですが、そういう D_p -brane の有効作用というのは、どんなものかと言いますと、やっぱり同じような、南部・後藤作用を書いて、 D_p -brane の上には一般に $U(1)$ のゲージ場が余分に乗っていますので、こういうものも考える。これがいわゆる Born-Infeld 作用と呼ばれているものになっています。後は、Wess-Zumino 項が付きます。

僕は湯川先生とは直接話したことがないので、その辺の歴史的な事情を良く分からないのですが、多分、湯川先生は、いわゆる場の理論の、普通の繰り込み理論に対して、完全に満足されなかったようなところがあるんじゃないかと思います。その一つの流れ、方向として、素粒子の構造自体を少し変えてみよう、だから時空構造みたいなものを変えてみようという考え方があったと思います。

素粒子に広がりを持たせますと、すぐに因果律に矛盾したり、相対論的な不変性に矛盾するという、難しい問題が起こるわけですが、結局、今のところ最終的にうまくいったのは 1 次元的に広がっている場合です。

1 次元的に広がっている場合には、ぴょんと叩きますと、伝搬していくわけですが、これは光速で走っていくので、ぴょんとやった途端にこっちが動いちゃう訳ではありませんね。だから因果律を壊さないような形で、理論がうまく作れているわけです。そういう弦理論の端緒を作ったことになるのではないかと考えます。

今日は後、どういうお話をしたら良いか、よく分からないのですが、弦理論にはそれから、延々と、30 年以上のヒストリーがありまして、アップダウンが激しい、うまくいかないときには研究者の数がものすごく減ってちゃうとか、うまくいくと爆発的に増えたりとか、非常に激しい歴史を持っている理論で、現在は非常に増えているところだと思います。そういう話をしても仕方ありませんので、現在、一番物議をかもしている string landscape という話があるので、それがどんな話かということ、紹介しようと思っています。landscape の話は、たぶん議論し出すときりがないというか、好き勝手にいろいろなことが言えるような話なので、適当ではないだろうかと思ったのです。

[slide 2] この 1 ページだけ申しわけないのですが、string の 30 年ぐらいの歴史を 1 ページでやらせていただきますと、まず最初に、南部先生が弦理論を導入されるときにはハドロンの模型だったわけですね。だからクォークが端に引っ付いて、それをゴムひもみたいなやつでつなぎ止めているという模型だったのですが、それを調べていきますと、どうも深刻に考えるといろいろとまずいことが出てくる。

どういふふうにまずいかと言いますと、だいたいうまくいく次元が非常に変な次元になってしまったんですね。最初は bosonic な弦理論の場合には 26 次元だったのですが、その後、理論を supersymmetric に少し改善した場合には、時空の次元が 10 次元じゃないとうまくいかないという、

何かおかしいことになってしまうということで、そうするとちょっと、ハドロンの模型としてはうまくない。

ハドロンの模型から基礎理論へ：

開いた弦：

massless spin=1 particle $\Rightarrow$ ゲージ理論

閉じた弦：

massless spin=2 particle $\Rightarrow$ 重力理論

Bosonicな弦理論 $\Rightarrow$ supersymmetricな弦理論

低エネルギーで

超対称性を持つ重力理論 (SUGRA)

+ 超対称ゲージ理論 (super Yang-Mills)
に帰着する統一理論

理論が整合性を持つ次元=10次元
 $\Rightarrow$ コンパクト化

10 次元時空=4 次元 ミンコフスキー空間
+6次元 コンパクト内部空間

↓

Calabi-Yau 多様体

Calabi-Yau 多様体の特徴

$SU(3)$ ホロノミー $\Rightarrow \mathcal{N} = 1$ SUSY

[Slide 2]

弦にはいろいろな種類の弦があるのですが、大雑把に言うと開いた弦と閉じた弦ですね。あと、向き付けがあるかどうかというバージョンがありますが、開いた弦の場合に、それを量子化して、一番低いエネルギーの状態を見てみますと、これは spin = 1 で質量がない状態になっていることがわかります。現在では、これはゲージ粒子だからゲージ理論だと思う、そのあとの励起状態はですね、ゲージ理論を拡張したような理論だと。だから開いた弦の理論というのは、ゲージ理論を拡張したものだと考えたいわけですが、ハドロンとしては何か変なわけで、spin = 1 で質量がない粒子なんてないですから、ちょっと調子が悪いわけです。

閉じた弦の場合に調べてやりますと、やっぱり同じように量子化すると、基底状態は質量がゼロで spin が 2 の粒子があることがわかりまして、これは現在では重力子と見ようと考えています。だから閉じた弦の励起状態というのは、ある意味で一般相対論を拡張したような、余分な粒子をたくさん入れて拡張したような理論になっていると、そういう風に考えています。

最近はこの間の関係みたいなものを考えるのですが、とりあえず、いろんな evidence があって、だんだんハドロンの模型としては具合が悪いのですが、実はもっと fundamental な理論として、弦理論を考える可能性があるだろうと、考えが進んでいったわけです。10 年ぐ

らい、だいたい 1980 年代の前半ぐらいまでにバージョンが変わっていくわけです。

そうしますと、弦理論を高い励起を全部すててしまっただけで一番基底状態ばかり考えてやれば、だいたいゲージ理論が入っていて、重力理論が入っているんで、しかも supersymmetric にしていますから、だいたい supersymmetry を持つような重力理論ですね、これは supergravity と言っていますが、それから supersymmetry を持つようなゲージ理論と、こんなものを内包したような理論になっていって、うんとエネルギーの高いところを調べてやると、もっと高い励起状態がざっと入ってきて、理論がそれからずれていくということですね。うまい具合にずれてくれて、重力の量子化の困難なんかを避けて欲しいというもくろみになるわけです。

もう 1 つ、先ほども出てきたわけなのですが、理論が整合性を持つ次元が 4 次元ではない、なにかとんでもない次元になってしまうわけなのですが、これはもう避けられないのです。理論に共形不変性というものを課して量子化するわけですが、そうしますと、共形不変性を保障する機構から、時空の次元が固定されてしまうわけです。これは supersymmetric の場合は 10 次元です。

そうしますと、もちろん、われわれの世界の 4 次元が欲しいわけですから、ミンコフスキーに限らず、AdS 空間とかを考えるわけですが、基本的に 4 次元のほうは広がった、非常に大きな宇宙で、一方 6 次元の方は日常生活では見えなくなっていて欲しいわけですから、何かコンパクトな、非常に小さ

く丸まったような空間になってほしいと考えるわけです。今日これから問題になる string landscape の問題というのは、ここの空間の性質から来る現象です。

ここのところ、通常、Calabi-Yau 多様体と称しています。Calabi と Yau は、どちらも数学者なのですが、Calabi-Yau 多様体の特徴としましては、holonomy という言葉をご存じかどうか良く分からないのですが、これは実6次元の空間なのですが、複素でいって3次元なのですね。曲がった空間ですと、普通、ベクトルを平行移動すると元に戻らないで、ぐるっと回ってしまうわけですね。複素ベクトルですと、ユニタリー変換になりますから、3次元ですと $U(3)$ の回転を受けるわけです。だから一般に曲率が $U(3)$ を張っているという意味で、 $U(3)$ の holonomy というのですが、その $U(1)$ 部分がなくて曲率のある成分が消えてしまっているというのが、この $SU(3)$ holonomy なのです。

そうすると、ある意味で、曲率のある成分がないので、うまく狙うと、そっちの方向というのは平坦に見えてしまう。方向というのも変ですけども、ある成分だけは消えているので、そうすると曲がった空間の一部が平坦にあるように見えまして、それを使ってやると、supersymmetric な変換を定義することができるのです。

supersymmetric な変換というのは、一般には空間が曲がってしまうと、壊れてしまうのですが、そういう曲率が欠けている空間がありますと、欠けた分だけ supersymmetry が作れる。これは $U(1)$ の1個だけが欠けているので、1個だけ supersymmetry ができるので、4次元で、こういうところでコンパクトしてやりますと、4次元の有効理論ができるわけですが、この4次元の空間には、 $N=1$ のような理論を作ることができるということで、そういうものが欲しいと考えます。

最後にまた、supersymmetry を破らないといけないわけですが、とにかく弦理論を作っていくうえでは、supersymmetry がずっと生きていてくれないと、できません。すぐにアウトになってしまいますので、まずは supersymmetric な理論を作る、最後に supersymmetry を壊すところまでいかないといけないわけなのですが、今のところ、まだそここのところは大きなクエスチョン・マークで、はっきりしたアイディアがありません。



ph10大貫, 江口, 沢田, 登谷, 田中一, 林, 益川, 江沢, 坂東, 早川, 矢崎, 杉本, 大貫, 丹生, 南部, 大久保, 中西, 川崎

CY多様体はモジュライ=連続変形の自由度を持つ。

- 形の変形=complex structure moduli
- 大きさの変化=Kähler moduli

これらのモジュライは4次元ではmasslessスカラー場に見える(ポテンシャルエネルギー=0)。このままでは実験事実と矛盾。



非摂動的にポテンシャルエネルギーを作りその極値に固定する。

Moduli stabilizationの方法

- Complex structure moduli z_i :
NS B場やRR セクターの場にフラックスを持たせsuperpotential $W(z)$ を生成する。基底状態=flux vacua: $\frac{dW}{dz_i} = 0$
- Kähler moduli t_a :
DブレーンがCY多様体に巻きつく振幅がsuperpotentialを生成する $W(t) \propto e^{-t_a}$

Flux vacuaの数: きわめて多数
 $10^{100} \sim 10^{300}$. (無限大の可能性もあり)
CY多様体の3-サイクルの数 ~ 100 .

[Slide 3]

massless のスカラー場に見えることが分かります。

ちょっとテクニカルな言い方で、形の変化というのは complex structure deformation: 複素構造の変形という呼び方をしています。それから大きさの変化のほうを、Kähler deformation. で、そういう方向の自由度を Kähler moduli と称しています。

こういう moduli というのは、4次元で見ますと、moduli 1個ごとにスカラー場が1個ずつ出てきます。そのスカラー場は、しかも質量を持たないようなスカラー場で、もっと端的に言いますと、potential を全然持たないのですね。質量を持たないというのは、ラグランジアンで言うと2次の項がないわけなのですが、実はこういう場は、まったく高次の項も全くないような状況になります。potential がこういう場について、全然ないので、どこに動いていってもいいわけです。どこに動いていっても良いということは、結局、そういう変形の自由度を持っているということになるわけです。動けないのだったら、変形できないというわけですから、質量を持っているということは、もう質量を持っているから、こっちへ行こうと思ったら、苦しいわけですから、変形ができなくなるわけ、だから、変形の自由度を持っているということは、ぺったんこで、いわゆる flat direction があるということです。だから potential が全然ないような方向がある。

ところがこういうことがあると、これはただちに実験と矛盾しちゃうわけで、こんな変なスカラー場というのは、世の中にいないはず。質量を持っていない粒子というのは、ゲージ場が重力場し

[slide 3] Calabi-Yau 多様体というのは、そういうちょっと特殊な幾何学的な性質を持っている空間だということはお存じだと思うのですが、もしかすると、あまり良く知られていない性質として、Calabi-Yau 多様体というのは、変形の自由度を持っているということがあります。それはご存じかどうか良く分かりません。

どんな感じかと言いますと、Calabi-Yau 多様体が与えられたときに、それを形を少し変えてみるとか、大きさを変えてみるとかいうことをしてみるということです。

それは与えられた Calabi-Yau 多様体によるので、一概に何とも言えないのですが、一般にそういう変形の自由度を持っています。変形の自由度を持つというのは、いわば全然抵抗なく、エネルギーを消費することなく、じわじわと形を変えることができるわけです。あるいは大きくするということです。

そうすると、こういう自由度というのは、どう見えるかと考えますと、今、こういうところにコンパクト化したあとで、4次元の理論として見ますと、このコンパクトな空間が、そういう自由度を持っているわけですね。しかも、その自由度というのは、全然エネルギーを使わないで変形できるわけですから、それが実は4次元の空間では、質量を持たないような粒子に見えるということです。質量を持たないというのは、エネルギーを費やさずに、粒子を作ったり消したりすることができますから、そういう

かないと考えられますから、このままでは、たちまち実験事実と矛盾してしまうわけです。

弦理論は、どうしてこれを解決しようと考えていたかと言いますと、たぶん最近までは、あんまりはっきりしたアイディアではなかったと思うのですが、何だか分からないけど、頑張って非摂動的にやる。すなわち摂動論をやっていると、ずっと all order でゼロです。string の摂動計算で potential は出ないのですが、何か、非摂動的に頑張って、トリックで頑張らして、potential energy を何とかねじり出す。potential energy が出たら、この moduli というのは、極値のところ止まって、この周りに揺らぐかも知れないけど、mass を持ってきますから、十分 mass が大きければ実験と矛盾しないですね。だから何とか potential をねじり出そうというわけです。

こういうのを moduli の stabilization と呼んでいまして、感じはフラフラ行っちゃったら不安定だという感じです。フラフラ行くのを止めたいと。どこかの極値に釘付けにしたいと。そうしたらそれが stabilize されたというつもりで stabilization と呼んでいます。

この stabilization の方法は、実はこの 2 つの moduli に関して、実は方法が違っていまして、こちらの方は、今のところ、あまり確立した stabilization の方法がはっきりわかっていません。だからこっちの、むしろ complex structure moduli の方が、今のところはっきりしているのですが、どういことをやるかと言いますと、こういう string 理論をいじるときに、低エネルギーの近似として、超重力理論が出てきますから、だいたい見当をつけるには、その重力理論を見てやって、どういう場が出てくるかということで、見当をつけるのです。その重力理論のなかに、いろいろなゲージ場に相当するようなものが出てくることが知られています。

ただ、ゲージ場なのですが、ゲージ場というのは普通、ゲージ・ポテンシャルは脚が 1 本で、場の強さというのは脚が 2 本ですから 2 階反对称です。1 形式か 2 形式です。

ところがこういう、例えば type IIB の supergravity の理論ですと、もう少し複雑な場が出てきて、例えば、3 形式の場があります。NS sector あるいは RR sector と呼ばれるところに 3 形式の場があります。

3 形式の場があると、それは 3 次のサイクルで積分してやると、そこに flux が通っている状況になります。普通の電場とか磁場というのは、 S^2 があって、そこを flux が、例えば magnetic monopole みたいに放射状に貫いていると、それは flux が通るわけですね。次元を 1 つ上げて、3 次の、脚が 3 本の場があって、それが 3 次のそういうサイクルを貫いているという、flux が入っているような状況を考えます。

そういう flux が入っていると、これも直感的に、正しい説明になるかどうか分からないのですが、もともと moduli というのは、そういう多様体を好きに形を変えることができたのですが、今、flux が入っていると、その flux が貫いているようなサイクルがあるわけですね。その格好を変えようとしたらすると、いわばエネルギーが変わってしまうわけです。

flux がいないときには自由に變形できたものが、flux が入っていると、たぶん變形しようと思うと、エネルギーが動いてしまいます。動いてしまうということは、potential を持っているということです。potential を持ってくると、極値に釘付けになる可能性があるからうれしいわけです。これについては、良く知られた公式がありまして、こういう flux が入っていると、superpotential と呼ばれるものが生成されます。普通の potential というのは、この superpotential の微分の 2 乗でかけるので、superpotential が出れば、もちろん普通の potential が出ます。([Slide 4] にある) こんな関係ですね。普通の potential のエネルギーを V としますと、この superpotential の微分の 2 乗と、superpotential の 2 乗という格好をしています。

(再び [Slide 3] にもどって) この Kähler moduli の話はスキップしてしましましょう。こっちはあまり良く分からないので、こちらの方に置いてしまいます。

ということで、本当に potential を作ることができて、その極値を取って、moduli が固定するとしましょう。こういうふうにして、真空を何個作ることができるかということですね。極値が見つかったら、真空 1 個ができたと思うことにします。

そうするとこの場合には、flux の強さをいろいろと変えることができます。それから、flux が貫いている 3 次のサイクルが Calabi-Yau の中にたくさん入っています。普通、100 から 200 個ぐらい入っていると思って下さい。100 から 200、穴が開いていると思ってもらって、それぞれ開いている穴に flux を通すわけです。通す flux の強さも、いろいろと、好きにとれるとししましょう。それに上限があるかどうかというのは、微妙な問題なのですが、上限があるとして、例えばそれぞれ、flux の大きさが上限 10 ぐらいまでいくとすると、flux ゼロから 10 まで、各穴を通すことができます。

そうすると、100 個の穴がありますから、11 通りの 100 乗ぐらいあるわけです。それで全部違った superpotential が出てきますから、その極値から真空が、それだけの数、出てくるということになります。こういうのを flux vacuum、flux の真空と呼んでいますが、要するに端的に言うと非常に数が多いのです。

この 10 のほうは何かというと、だいたい可能な flux の最大値ぐらいだと思ってもらって、これもあまりはっきりしない量ですが、例えば 10 ぐらいだと思ってもらって、こっちの巾のほうは、通す穴の数ですね。穴の数も Calabi-Yau 多様体によりますが、100 とか 200 個というのが普通になります。

そうすると flux ごとに、こういう違った potential ができて、ミニマムがあって、真空が決まりますから、だいたいこれが真空の数になります。とにかく非常にたくさんの真空が出てくるというのが結論になります。

フラックスの強さ 1 ~ 10.

String Landscape

Flux vacua の分布の様子

ポテンシャルエネルギー

$$V = e^K (|dW/dz_i|^2 - 3|W|^2)$$

$$dW/dz_i = 0 \implies V < 0$$

AdS 空間 (負の宇宙項を持つアインシュタイン空間) が得られる。

正の宇宙項を持つ真空を得るには、超対称性を破って正のエネルギーを稼ぎ宇宙項を小さな正の値に転じる必要がある (KKLT 模型)。

Flux vacua のほとんどの真空は、我々の住む宇宙とはかけ離れた性質を持つ。望ましい真空を得る原理はあるのか？

- 十分なインフレーションが起きる
- ランクの高いゲージ群
- カイラルな物質場
- electro-weak breaking scale $\approx 1 \text{ TeV}$
- 低エネルギー SUSY breaking スケール？

[Slide 4]

これは最終的には、あまりうれしくないもので、本当は小さな正の宇宙項に化かしたいわけですね。だからもう少し realistic にするためには、超対称性を今まで全然破っていないので、超対称性を破ってやる。一般に超対称性を破りますと、真空のエネルギーが正に余分に出ますから、この負を正に化かして、ちょっとぐらい正になってくれたら、非常にうれしいわけなのですが、それは fine tuning をしないといけません。だから最終的には、supersymmetry を破って、宇宙項を小さな正の値に持っていく必要があります。

[slide 4] これ全体の様子を string landscape と呼んでいます。landscape というのは非常にげじげじになっていまして、たくさんへこみがあって、真空が非常に一杯ある。これはアナロジーは、例えば生体の問題などでは、非常にやっぱり基底状態に近い様な縮退が非常にたくさんあって、真空に近いものがたくさんあるというところからきているのだと思いますが、そのアナロジーでもって string landscape と呼んでいます。

このときに問題になるのは、こういう真空ですね。ここでは真空としては、一応 superpotential の微分がゼロのところを選ぶという基準をとったとしますと、これイコールゼロにしますと、ここがなくなりますから、potential のエネルギーは負になります。一般に superpotential 自体は消えません。微分が消えるので、これ自体は消えません。そうすると、真空のエネルギーは負ですから、これは反ドジッター空間です。いわゆる宇宙項が負の Einstein 方程式の解が得られます。だから非常にたくさんの真空があって、だいたい宇宙項が負になる。それでだいたい、 W の値の order をあたってやりますと、特に理由がない場合には、order 1 というか、だいたい Planck scale の order の負の宇宙項を持つような真空がたくさん出てくるということになります。

現在、論争になっているのは、そうすると、こんなにたくさん真空があるのですが、どうもこの真空のほとんどは、われわれが住んでいるような世界とは、相当様子が違うというか、住みづらいというか、ほとんど住めないような真空の世界です。10 の 100 乗があるのですが、たぶん住めるようなところはほとんどない。

望ましい、住みたいようなところはどこかといいますと、充分にまあ、inflation が起こるといいですか、充分大きな住まいがないといけません。だから宇宙項がゼロに近くて、うんと膨らんで欲しい。それから、たぶん $SU(5)$ とか $SO(10)$ というものが欲しいですから、高いランクのゲージ場が出るようなところが欲しい。あるいはカイラルな物質場は、左右の非対称があるような物質表現が出るような理論になって欲しいとか、electroweak scale の energy scale とか、supersymmetry breaking の energy scale が適当になって欲しいとか、こういうわれわれの希望があるわけなのですが、残念ながら、どうも string landscape から出てくるような真空というのは、普通に見ますと、こういうものにほど遠い。われわれがほしいような真空は、そのなかの非常に少ない、一部分になるのではないだろうかという問題が出てきます。

人間原理：自然界のパラメーターは非常に特別の値をとらない限り人間のような知能を持つ生命体は存在できない。

(例：宇宙項が正で大きいと宇宙の膨張が早すぎて銀河形成が不可能になる。負で大きいと宇宙がつぶれてしまう。)

理論的に予言できるべきものと、偶然的な現象に過ぎないものの区別が難しい。

例：Kepler → Newton Weinberg

- 太陽系の惑星の軌道の半径は整数比をもつ。
- 個々の惑星の運動は楕円軌道に従う。

例：Darwin

- 多くの生物はきわめて合目的的で環境に適応した構造を持ち造物主の意図を反映したもののように見える。
- しかしこれはランダムな進化と淘汰の過程の結果にすぎない。

[slide 5] この問題に対して、今、非常に大きな論争が起こっています。これは物理じゃないような人も参加してこられるような問題なので、結構楽しいのかもしれないのですが、要するに人間原理というのを聞きになったことがあると思うのですが、要するに自然界のパラメーターをちょっと変えると、われわれの周りの様子ががらっと変わってしまう。

例えば、一つ良く知られているのは宇宙項の問題なのですが、宇宙項を、例えば今知られている値より正で大きく取ると、宇宙の expansion が早くなります。そうすると、充分に初期の元素合成をやっている暇がなくて、重たい element ができない、星ができない、われわれも生まれられないということです。そういう調子です。あるいは宇宙項が負で大きいと、べしよっと潰れてしまいますから、要するに今われわれが住んでいるような銀河とか、生命というものを出すためには、宇宙項の大きさというのは、非常に制限されて、だいたい 2 桁ぐらいに揃ってますね。今知られている実験値より、あまり外れることはできない。

[Slide 5]

あるいは昔から、いろいろと知られていることだと思うのですが、例えば微細構造定数もちょっと変えると、例えば水の沸点とか融点とかが変わって、いろいろと生命ができるとかできないとか、その辺の要素も、自然界というのは非常に fine tune されていて、普通、われわれが考えているようなパラメータを少しいじると、いろいろなところピピッとひびいてしまいます。

例えば pion の質量がちょっと重いと、deuteron の binding energy が減って、元素合成の最初のチェーンが切れてしまうとかなんとかということがあります。だからちょっといじると、いろいろなところに非常に影響を及ぼしてしまう。

そうすると、1つの解釈の仕方は、こういう望ましくないような真空がたくさん出てきた場合には、

いずれ、そういうところにはわれわれは住むところができないので、われわれがたまたま生きていられるということは、たまたまそういう、運の良いところにいたからであって、どうしてそんな、運の良いところが選ばれたかということを説明する必要はないのではないかというのが、一つの「人間原理」の考え方ですね。

確かに宇宙項などは、われわれの現在の知っている知識で、やっぱりどうしてああいう非常に小さな値になっているか説明するのは非常に難しいです。だいたい、これまで全部 supersymmetry を仮定しているわけですが、supersymmetry が exact だと宇宙項ゼロです。ところが supersymmetry は破れていることは明らかなわけで、破れないといけないのです。TeV ぐらいで破れるとしますね。つまり supersymmetry の破れの mass が TeV ぐらいだとする。そうすると、それからくる輻射補正だけで、真空のエネルギーが TeV の order でずれてくるはずですね。でもそれで全然合わないわけで、そういう、宇宙項がどうして現在知られているような大きさを説明するかというと、やっぱり非常に難しいと思うわけです。

現在、こういう考え方に対していろいろな議論が起きています。あまり極端に行って人間原理にしてしまいますと、仕事をするのをギブアップしてしまうような感じになってしまいますので、弦理論をやっている人は、だいたいあまり気に入りません。もともと基礎理論を導くという意気込みでやっているわけなので、そんなことをしなくても良いよと言われるととても満足できないんですね。僕から見ますと、難しいのは、理論的に予言できるものと、偶然的なものにすぎないものの区別が難しいということが1つあると思います。

これは先週かな、Weinberg が小さな論説を書いていたのですが、それに面白いことがありました。例えば Kepler の時代に、非常に大きな理論的な課題が2個あったと。それは1つは太陽系の惑星の軌道を見てやると、その軌道の半径の比がだいたい整数比に近いということです。これはボーデの法則と言いますが、それから、もう1つは、個々の惑星の軌道は楕円軌道になっているということが知られていた。当時としてはボーデの法則を説明するのが、何か一番、基本的な大事な問題だったということがあったということです。Newton は何をやったかということ、結局、2番目の問題を解いたわけですが、最初の問題の方は、なんだか良く分からない、偶然でしょうか、太陽系ができたときの、いろいろな偶然な事情に過ぎなかったというわけです。

だから、どの問題が基本原理から解けなくちゃいけない問題で、どの問題が偶然によるような問題かということに分けること自体、なかなか難しい状況になっています。

進化論はやめます。

それは人間原理とか何とかという controversy からはなれて、最近、もうちょっと弦理論できっちり計算してみたという話を話して終わりにしたいと思います。

[slide 6] 真空の分布関数みたいなものを、実際に評価して、どんな格好になっているかということを見てやりたいということです。これは、ある意味で近似的な表式なのですが知られていまして、Ashok-Douglas という人が出した表式なのですが、これはさっき言った、変形の自由度の空間を考えます。こういうものを moduli 空間と呼ぶわけですが、その moduli 空間上の計量、それから曲率からできる量なのですが、これが真空の分布関数になっているという、ちょっと近似的な表式が知られています。

こういうものを見てやりますと、どこに真空が集中していて、どこがあまり真空がないかということが分かるわけなのですが、端的に言ってしまいますと、こういうものを調べてやると、要するに曲率が大きいようなところに、どうしても真空が集中します。だから平坦なところにはあまり真空がなくて、ぐちゃっと曲がっているというか、singular なところですね、moduli 空間の特異点付近に真空が集中していることは、だいたい見当がつくと思います。

そうすると Calabi-Yau 多様体の特異点みたいなところが、興味があるのですが、実は Calabi-Yau 多様体の特異点の近辺で、非常に面白い、非摂動的な力学が起こることが知られています。

真空の分布関数: Ashok-Douglas

$$\rho = \det(R_b^a + \delta_b^a \omega)$$

R, ω はモジュライ空間の曲率とケーラー形式。 ρ はモジュライ空間の特異点付近で大きな値をとる。

CY 多様体の特異点:

1. ALE 空間 $\times S^2 \rightarrow$ 非可換ゲージ場
2. コニフォールド $\rightarrow$ massless matter
3. Argyres-Douglas point $\rightarrow$ 共形不変性
4. Large Complex Structure Limit

1,2,3 では重力場は decouple して超対称性を持つ場の理論が得られる。

真空はこれらの特異点に集中する

分布則: T.E.-Tachikawa
いずれのタイプの特異点についても

$$\rho(z) dz dz^* \approx \frac{dz dz^*}{|z|^2 \log^2 |z|}$$

の形の分布則が成り立つ。特異点付近の真空の数は有限。
図参照。

[Slide 6]

特異点のタイプとして、これは専門家の方でない方にはあまり馴染みがないと思うのですが、例えば、いわゆる ALE 空間と言われる空間があるのですが、これは実 4 次元の空間なので、掛ける S^2 、これで全体で 6 次元の空間なのですが、このような ALE 空間 $\times S^2$ の形の Calabi-Yau 多様体のところで考えますと、非可換ゲージ対称性が出てくる。一般に、例えば type II の弦理論の場合には、もともと $U(1)$ の対称性しかないのですね。 $U(1)$ の何乗という様なものしかない。

それが特に Calabi-Yau 多様体として、こういう特別なかたちの多様体になる極限に近づきますと、非可換のゲージ対称性が出てくるということがあります。この ALE 空間というのは、昔、いわゆる重力インスタントンと称していたような空間なのですが、最初の例を昔われわれが見つけたものです。

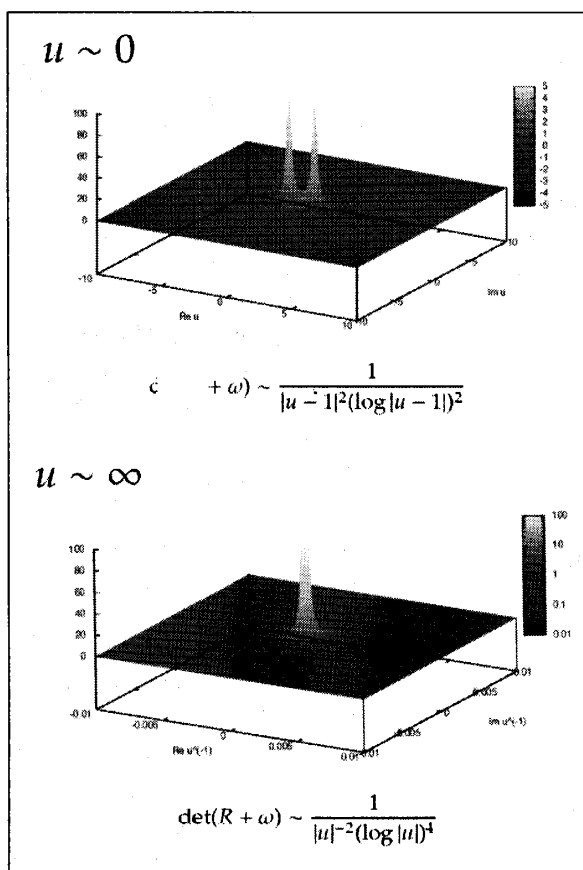
従来は、弦理論からどのようにして、ゲージ対称性が出るかという、いわゆる heterotic string theory というものがありまして、heterotic string というのは、最初からゲージ対称性が仕込んであるという、manifest に見えるような格好の理論だったのですが、それに比べて type II の理論というのは、全然ゲージ対称性が出てこない、 $U(1)$ ぐらいしか出てこないというので、どう見ても heterotic string と type II の string というのは、同じになりっこないと思っていたのですが、こういう機構がわかってきて、type II の弦理論の場合に

も、非可換のゲージ対称性が出てくるのがわかって、従って heterotic string みたいなものと等価性がある。今はこの 5 つのバージョンの弦理論が、全部、等価性があるわけなのですが、その一つの表れになっています。

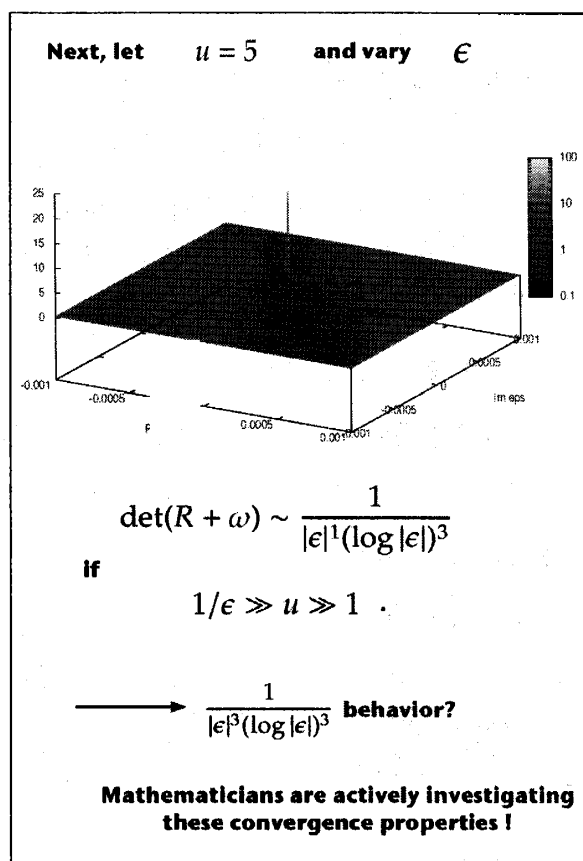
それから、conifold というのは特異点になって、ここでは新たに質量のないような物質場が出てくるようになっていきます。それから、Argyres-Douglas point と呼ばれて、4 次元の共形不変性を持つような場の理論が出てくるような特異点があります。あとは、large complex structure limit と呼ばれるものがあります。

この 1 から 3 ぐらいのところは、どういう感じになっているかといいますと、普通、弦理論というのは、4 次元にいきますと、ようするに普通の場合の理論ですね、ゲージ理論プラス重力理論が混ざったものになりますが、ある意味で重力理論を追い出してしまっ、ゲージ理論だけきれいに引っ張り出したような極限になっていることが分かります。

最近調べてみたのが、分布関数なのですが、結局、この分布関数がこういう特異点の周りに集中してくると、その辺で、真空の分布の様子がどうなるかということ調べてみました。だいたいこんなような感じです。



[Slide 7]



[Slide 8]

[slide 7, 8] だからこれが今、moduli 空間で、 u というパラメータで書いていますが、変数が 1 個しかないと思ってください。これは複素 1 次元の moduli 空間、moduli 平面、があると思ってもらって、この辺に真空があるのですが、要するにこういうところに非常に集中しているということです。

この場合には、 u が 1 と u が -1 に特異点があるのですが、この式は、 u が 1 の周辺で書いてあります。そうすると $u-1$ の 2 乗の $\log$ の 2 乗という格好で、真空の数が集中して出てきています。それから対応するものをプラスにしたようなやつがこちらです。実はこれは、 $SU(2)$ の Seiberg-Witten 理論に落ちるような場合なので、これが monopole が massless になったり、dyon が massless になったり、いろいろとするとところ。そういうところが特異性を持つてくるということです。それから、 u が無限大の辺でも、やっぱり特異性を持っていて、ここでも真空の集中が起こるということです。

だから、真空の数は、絶対数は非常に多いのですが、flat に分布しているわけではなくて、こういう特別な理由があるところとか、特別な事件が起こるところに、真空が非常に強く集中する可能性があると思います。

結局、われわれとしては、弦理論から実際世界に近いところをなるべく引っ張り出したい。その辺に住みたいので、ある意味ではうれしいです。だからこういうところには、高いランクのゲージ群が出る可能性があります。宇宙項はどうなるかわかりません。それから matter が出る可能性があります。

だから、こういうところに真空が集中してくるのは、うれしいのですが、ここでやったのは、この辺の真空の分布の仕方がどうなるかということ、正確に決めてみました。

([Slide 6] に戻って) 立川さんという人と一緒にやった仕事なのですが、答えをお見せしますと、その辺のパラメータを z としますと、その分布関数なのですが、 z の絶対値の 2 乗・ $\log$ 2 乗という格好になります。これを積分しますと、ここだけだとちょっと発散してしましますが、この因子があるおかげで、これは有限になります。 $\rho(z)$ 自体は発散しているのですが、これは積分できますので、この特異点の周りにある真空の数を積分したものを、数えたものは有限になるという主張です。これは違ったタイプの特異点があるのですが、各タイプごとに調べてみて、どうも不変的にこういう格好に

書けるようです。

これはある意味で、少しうれしい結果といたしますか、無限大だとやっぱりちょっと辛いです。だから真空の数が無限大だと、無限大のなかから1個を選ぶというのはなかなか苦しいわけですが、一応特異点に集中していてその真空の数は有限になる。これは type IIB の理論なので、まだ他の理論については言えませんが、有限な真空の数があるということが分かります。

どうもありがとうございました。

討論

大貫：ご質問、あるいはコメントはございますでしょうか。

南部：最後の式ですが、これは原点では発散しますか。

江口：積分は有限です。

南部：遠いところでは収れんするけれども。

江口：これは原点の方で考えています。

南部：原点の方では。

江口：原点のところで今見えています。だからこれ ($\log z$) がやっぱり無限大になるので、それで suppression して原点のところで収束します。

南部：そうですか。どうもすみません。

江口：無限大の方はこれは成り立たないの。

坂東：問題は宇宙項といたしますか、今、流行っている人間原理というのは、宇宙項の小さいのをどこかで見つけないといけないので、一所懸命になっているような気がするのですけれども、いくつでもその辺に、真空がたくさんあるところがあるというのは、うれしいかもしれないけれども、そこは住めないところだったらしようがないような気がするのですが。

江口：ほかのところは全然住めないのです。こういうところは砂漠です。だからゲージ場が $U(1)$ ぐらいしかないのです。こういうところに来ないと、 $SU(2)$ とか $SU(3)$ とか、欲しいものが出ないのです。これは $SU(2)$ しか出ません。もうちょっとパラメーターを増やして、ランク分ぐらいの moduli 空間を考えて、特異点を見てやると、高いゲージ群が出てきますね。こういうところは何もありません。水も空気もないという。

坂東：でもその宇宙項。

江口：宇宙項は負で大きいものが一般に出ます。それは今のところ、supersymmetry が破れないとどうしようもないです。supersymmetry の破り方というのは定説がないので、そこはちょっと、なかなか。

坂東：でもあれですか、要するに人間原理というのんは、この頃えらく流行っていますけれども、あれに対しては、だから江口さんはあまり満足できなかったの、こういうことをやった？

江口：だいたい string の人は人間原理反対の人が多いいと思います。

坂東：そうですか？

江口：この間、トロントの学会で投票したみたいですけどね。7対3ぐらいだったのかな。宇宙物理をやっている人は結構賛成する人が多かった。ただ、僕のここのコメントは、Weinberg なども言っているようなことなので、要するに何を説明しなきゃいけないかということ自体、その線引きが非常に難しいのです。しかも説明しないとけないという問題を間違ってしまう可能性もあるわけです。これを説明しようと思っても、実はそれはどうでもよかった問題で、例えばじゃあ、電子の質量を第1原理から出さないといけないか、あるいはどうか、一体どういう量を出すことが、僕らにとって、弦理論をきちっと解いたことになるのかということとは非常に難しいことです。それからあと、知っている自然定数をどういうふうにしたときに、いろいろと絡まって動きますから、どういう範囲で動いて、その範囲のなかで、われわれが住んでいる値がどの辺にきているかということで、これはどうも、びったり、それから外れたら全く生きていけないようなところにきているというような状況かどうかですね。それがどのぐらいきつく決まっているかという、何かそういういろいろなことを調べないといけないのだと思います。

これは昔から、たぶん非常に面白い問題で、何人かの方は、Dyson とかじゃないですか、いろいろな議論はしてこられたと思いますが、まだあまり、そう systematic に調べられたこと

はないんじゃないでしょうか。例えば、これは、ちょっとこうなったらどうなるかって言って、なかなか即答できないと思うんですけど、例えば weak interaction の W boson の mass がちょっと重くなったらどうなるかとか、軽くなったらどうなるかとか、そういう、なかなか、いろんな所に響くと思うのですが、そういうところにわれわれは生きていられるかと。生きていられるには、どれくらいの範囲で動かすことができるのかということを、いろいろなパラメータを取っていかないといけない。そうすると、どのパラメータについては、基本的なところから説明すべきであるかどうかという問題になると思います。

それから、先ほどの進化論について言っておきますと、これはどうなのでしょう。ちょっと。(Slide 5)を見せて) Weinberg 氏は、どうもテキサスに住んでいますので、最近進化論がなかなか辛いところにいるようで、進化論のほうで頑張っているらしいですが、見たところ、多くの生物がきわめて合目的で、環境に適合したような構造を持っているように見える、これは何か、そういうものを作ったような意図が見えると。普通に言いますと、誰かがデザインをして、生物が環境に合って生きていけるように作ったのではない、あたかもそういうふうに見えるのです (インテリジェント デザイン)。見たところ、そう見えるような evidence がものすごくたくさんある。

ただ進化論というのは何なのかというと、実はこれがそういう、誰かが意図したものではなくて、単にランダムな進化とか淘汰の結果で、一発で説明できるということを言ったということです。だからもしかして、われわれが今、string landscape など、異常に特定のものを選ばなければいけないと誤解している可能性もあるのではないだろうかというコメントです。

佐々木：そのことならば。進化論じゃないですけど、ちょっと関係があるかも知れない。先ほどのことから、分布関数という概念は、誰にとってというか、何の分布関数なのか、今ひとつ理解していないのですが。

江口：仮定は flux の分布を適当なガウス分布か何かに仮定します。

佐々木：そこるところに仮定が入る。

江口：そこが仮定です。それは flux に upper bound があるんですよ、大体。そうすると upper bound があつた場合には、だいたいどんな分布を仮定しても、中心共形定理か何かで、そんなものになってしまいます。だからそれはあまり深刻じゃないと思います。ただ近似にはなりません。そうしないと、ああいう簡単な格好にまとまらないので。

大貫：他に何か、ございますでしょうか。

坂東：もうちょっと何かわからないんですけど、宇宙が生まれたときに、例えば今ちょっとこれは、あれかもしれません、あるパラメータでないと、われわれの宇宙はできなかったらというのを、逆に言うと、別のパラメーターの宇宙がどこかにあって、それが観測できるんだったら苦労しないわけですね。だって地球の上には人間がいるけれども、地球以外のところに人間がいないのは、地球がそういう条件に満足してただけで、他の星もあるよ、と言ってもらえば、あ、そうか、ということになるんだけど、宇宙というのは1個しかないもので、すぐ何か、宇宙の人は神さんか何かが好きなのかどうか、人間原理が好きなのか、そういうふうになってしまふような気がするのです。

江口：必ずしも1個だけかどうか分からないですね。

坂東：ですよね。

江口：むしろ1個じゃないという人も多いと思いますよ。ただコミュニケーションができないものがたくさんあるといっても、なかなか辛いものがあると思うんですね。

坂東：そこるところを突破しないと、科学にならないような気がするのですが。

江口：分かりません。どこまで理論から出せば良いのかということです。その線引きをもうちょっとはつきりできれば良いのではないかと。

大貫：面白い議論がいろいろとあって、私も聞きたいこともあるのですが、時間もだいぶオーバーしましたので、次の話に入ろうと思います。よろしゅうございましょうか。