



新量子力學の發展 (6)

コペンハーゲンに於て ペ・ヨルダン

(Die Naturwissenschaften 誌 1927 第 31 號所載)

7. Teilchenresonanz とパウリの原理

量子力學を一つより多くの電子を有する様な原子——ヘリウム外すべての原子もそうである——に應用する場合には何よりも先づ、如何にして Pauli が元素の週期率の Stoner-Smith の説明に關連して作つた原理を量子力學的に基礎づける事が出来るかと言ふ根本的問題を解決せねばならなかつた。此の Pauli の原理と言ふのは「一つの原子に於て二つの電子が純粹に等しい量子數もつてあらはれる事は出来ない」と言ふのである。此の事から、よく御存知の方法で元素の週期的システムを導出する事が出来る。例へば、一つの原子にありては、兩者共に主量子數 $n=1$ を有するやうな二つの電子は最早や存在する事は出来ない。如何になれば、此等兩電子は必然的に同一の方位角量子數 k (或は l) $=0$ 併びに同じ内部量子數 $j=-\frac{1}{2}$ を有してゐる。たゞその磁性的量子數のみが違つてゐる；即ち $+\frac{1}{2}$ 及 $-\frac{1}{2}$ に等しい。リチウムの場合に於けるが如く、若し更に第三の電子があるならば、此の第三の電子は必然的に主量子數 $n>1$ を有せねばならない。

此の Pauli の原理の量子力學的説明の基礎附けは Heisenberg 及び Dirac に依つて達せられた。吾々は茲に Heisenberg と共に先づ幾分簡單にした問題を考察しやう。即ち今二つの全く等しい一次元的な振動器から成り立つて居るやうなシステムを研究しやう。そして此れ等の振動器は一つの相

相互作用エネルギーに依つて連鎖されて居り、そのエネルギーは兩振動器に對稱的に關係してゐるものとする。此のシステムを擾亂論(Störungstheorie)の方法に従つて取扱ふのであるが、其の際擾亂されない状態としては二つの互に無連鎖な振動器から出發する。n 及び m を夫々の振動器の量子数とする。兩者を一所にした状態は、そうするに n 及び m の兩數を與へる事によつて叙述される。此の兩數が異なつてゐれば、尙ほ第二の状態 m, n が存在し此の者は前者と全く等しいエネルギーを有する、故にシステムはエンタルテられてゐる；或は一つの共鳴を示すと言つてもよろしい。斯くして擾亂論計算の應用は次の様な著るしい結果に導く、即ち、亂されたシステムの状態 n, m は二つの群に別つ事が出来る。其の一つには $n \geq m$ と言ふやうな状態が屬し、他のグループには $n < m$ と言ふ様な状態が屬する。扨て今、システムが第一の群に屬する状態に在りとし、何等かの外部から作用に因つて量子飛躍するやうに刺戟されるならば、それは常に第一群の状態に飛躍し、どんなことがあつても第二群の状態には移らない。全く其れと對應して、若しシステムが一度び第二群に屬する状態に在つたものならば、システムは常に此の第二群に屬する状態に終始する。扨て此れ等の状態の第二群は明らかに Pauli の原理と正に相一致する。如何となれば此の第二群に於ては決して $n = m$ と言ふ様な場合は起らぬからである。故に今説明した結果は次の如くしてヘリウム原子に應用する事が出来る。即ち、何か未知な原因から、言はゞ世界の創造の時に際して總てのヘリウム原子が此の第二の群に屬する状態に於て作られたとする。そうするに、此れ等のヘリウムの原子からは第一群の状態に在るやうなヘリウム原子は決して生ずる事は出来ないと言ふ事が量子力學の法則から結果する。故に Pauli の原理は若し世界創造の時に際して一度正しかつたならば如何なる時に於ても正しいと言ふ事になる。

扨て今一群のテルム (Termen) の方を考へるならば——これはヘリウム原子の場合には今言つた事によつて勿論何等物理學的意味を有するものではないが——それは丁度 Bose-Einstein の統計法に相當する事が容易に證明される。これに相當する事は、二つの粒子だけでなく任意に澤山の粒

子を一つのシステム内に有する時、例へば澤山の同じ原子から成り立つてゐるやうな瓦斯の時に、全く一般的にあらはれて来る。此の瓦斯の可能的な量子状態は澤山の別々の群に分れる。そしてそれ等の間には移り行くことは決して可能ではない。此れ等の群のうちの一つは正確に Bose-Einstein の統計法に相當し、他の群は Pauli の原理に相當する。

これに據れば Einstein の理想瓦斯理論には、一つの他の瓦斯理論を對立させる事が出来る。而も此の瓦斯理論に於ては瓦斯は輻射ミアナログに振舞ふのではなく Pauli の原理に従ふ。Fermi が Teilchenresonanz の量子力學的研究以前に示し、又それと全く獨立に Dirac が認めたやうに、かくして Einstein の理論と非常に似寄つた公式を得る。然し此の場合には

$$\frac{1}{e^{a + \frac{E}{kT}} - 1} \quad \text{と言ふ式のかわりに} \quad \frac{1}{e^{a + \frac{E}{kT}} + 1} \quad \text{なる式が入つて来る。}$$

此の Fermi-Dirac の瓦斯理論(故に Einstein の瓦斯理論ではない)がいつでも金屬内の自由電子に應用される言ふ事は——かゝる自由電子は第一近似法に於て理想瓦斯と考へる事が出来るのであるが——Pauli に依つて非常な正確さを以て金屬の磁氣の性質から結論され得た。先づ、温度の絶對零點に近づく時に Pauli の原理に従ふやうな瓦斯に如何なる事が起るかを研究するに、吾人は明らかに瓦斯原子から其の進行運動的なエネルギーを完全に取去つて仕舞ふ事は出来ない言ふ事が注意される。如何になれば若しそうでなかつたならば、これ等の原子は絶對零度の温度に於ては全部最も低い量子状態にあることになるであらうが、Pauli 原理に依れば一つの孤立電子の各状態はたゞ一回だけ實現される事が出来るのである。故に絶對零度に起るころの状態は次の様に叙述する事が出来る。即ち此の際瓦斯原子が出来得る限りの近接は最も低い量子状態に於て起る。

Pauli が投じた所の疑問は次の事である。即ち、今日 (Goudsmit-Uhlenbeck) 孤立した電子は荷電のみならず一定した磁氣モーメントを有する事が知れてゐる。然らばそれにもかゝわらず金屬は例へばすべてが強いパラ磁性を示す言ふことがないのは何故であるか。又此の事から、電子が磁場によつてパラ磁性的にされる言ふやうなことは如何にして起るであら

うか？此の問題の解答は Pauli に従へば丁度上に述べたここから出て来る。即ち、自由電子は金属内に在りては、よく知られてゐるやうに比熱に對して何等著しい貢獻をなすことがないので、電子瓦斯は普通の温度の場合にすでに完全にエントアルテられてゐなければならない (Fermi-Dieac の瓦斯も亦 Nernst の熱法則を満足する) そうするに自由電子の磁氣的固有モーメントは明らかに電子瓦斯の場合には進行運動の各量子状態に一つの電子のかわりに二つの電子があり得ると言ふやうな結果をもたらす。此の際これ等電子の磁性モーメントはその方向が逆向きになつてゐなければならない。今斯くの如き電子の磁性モーメントを回轉させやうと欲するならば、Pauli の原理あるが爲めに、そのモーメントを同時に他の進行運動的狀態に移す時にのみ可能である。故に自由金属電子をパラ磁性的に方向を確立する事は、同時に電子に大きな進行運動的エネルギーの量が附け加へられる時にのみ可能であるであらう。

吾人は前に、幾つかの同じ粒子を有してゐるシステムに於ては、第一に Bose の勘定に相當する互に相容れないテルム群が可能であり、第二には Pauli の原理に相當するテルムが可能である事を言つた。——然るに物理學的に見れば此れ等のテルム群のたゞ一つのみが實現される。光量子の場合には丁度その一つが實現され、電子の場合には正に他の一つが實現される。然しながら、システムが二つよりも多くの同じ種類の粒子を有してゐる時には、此れ等二つのテルム群の外になほ更にそれ自身で一團となつて他を容れない群が、數學的には可能である。これは Heisenberg 及び Wigner が數學的に作らんと企みた所のものである。此れ等は原則として物理學的には決して實現せられないやうに見えるに拘らず、これ等は實際的には量子力學的擾亂計算の出發點として重要な役目を演ずる。これ等の群については理論の應用をのべる場合に更に數言を費さねばならないであらう。

Teilchenresonanz のアナログンは半古典的量子論にも又與へられるや、若し與へられならば如何なる程度迄あたへられるかと言ふ問題も又注意に値する。實際此の事は或る程度迄は可能である。こう言ふ事柄の原理は次の例を示す事に依つて最も容易に了解出来るが Heisenberg はその研究から

多くの帶スペクトルの或る強度の變化を説明する事に成功した。今一つの
 哑鈴形の分子を考へる。その分子は二つの相等しい原子から成り立つてゐ
 る此の分子の廻轉力積の量子られる事はよく知られてゐるやうに、原子を
 2π の角だけ廻轉させるゝ運動の一週期が完成されるゝ言ふ事によつて基
 礎付けられてゐた。量子られる角變數は回轉力積 P に此の週期の長さ 2π
 を積じたものである。此のものは量子飛躍に際しては h の整數倍だけし
 か變化する事は出来ない。従つて P 自身は $\frac{h}{2\pi}$ の整數倍だけしか變
 事は出来ない。分子の兩原子が等しいゝ言ふ事を考へるゝ、然しながら、
 π だけ廻轉したゞけでもすでに運動の一週期は完成したゝ言ふ事が出来る。
 吾人はすでに光量子が結晶格子によつてなされる干涉の Duane の説明の
 際に同じやうな論じ方に出會つたので、此の考へは別に吾人にゝつて物め
 づらしいものではあるまい。故に吾人はもつゝはつきりした次の要求に達
 する。即ち——若し量子飛躍の際に於ける分子の電子の共作用を全然考へ
 ないならば——回轉力積 P は二倍の値 $2 \cdot \frac{h}{2\pi}$ の整數倍だけしか變
 事は出来ない。此の論證の結果は Slater によれば強度の變化の對應原理的
 説明を明らかに量子力学に關連する事なくして可能ならしめる。同様な
 論證はヘリウム原子の古典的モデルへも應用する事が出来るであらう。此
 のモデルに於ては電子の運動は週期的であるのみならず、一運動週期を完
 成せる前に以前の狀態は再び達せられる。唯前ゝ異なるのは兩電子が互に相
 入れかわつて來るだけである。此の場合にも又或る意味に於てテルムシス
 テムを二つの互に結びつける事が出来ない群に分つ事を生ずるやうな運動
 週期の半折が起るであらう。

8. 理論の擴張

最後に Heisenberg の思想が其の根本原理的方面から受けた一層進んだ發
 展を叙述しやう。先づ前に既に述べたものゝ外に更に此れ一層の發展に對
 して見地を與へた所の特種な二三の研究について語らう。量子飛躍の假定
 は Heisenberg 及び Jordan の二つの論文に於てより一層正確な解析を發見
 した。量子力学の初級の考へに依れば衝突の場合の原子の輻射や其他によ
 つての交換作用は不連續的な量子飛躍の假定に依つて之を叙述する事が出

來る。然しながら、見た所これらは反對に、正確な量子力學的敘述は此れ等の交換作用を徐々なたゆたいの形に於ける一つの連續的エネルギー交換に結びついたものとして考へる。此の見掛けの矛盾は、若し詳細に如何なる實驗的測定に依つて一方不連續的な敘述法を主張し、他方連續的敘述を主張する事を吟味する事が出来るかを詳細に論ずるならば、自づこ解決する。即ちすべての實驗的に摺む事の出来る結果に於ては、此の兩敘述法の間には完全な一致が行はれてゐると言ふ事が示される。より一層正確な考察に際しては此の交換作用の正確な量子力學的敘述——これはこれ等の交換作用を外面的に徐々なたゆたいの形に於て與へることは云へ——此の交換作用に於ける量子力學的不連續性を直接に認めしめると言ふ事が出来る。勿論、若し、例へば二つの共鳴にある原子の間の不連續的なエネルギー交換を考へるならば、其の時々量子飛躍が起る其の時刻に關しては何等の結論も得られない。無論二つの原子によつて交換されたエネルギー量子が統計的平均に於てされほぎ長くこれ等の原子のいつれか一つに留まるかは之を決定する事が出来る。此のやり方は、純粹に論理的關係に於ても非常に著るしい方法に對する非常に明白な例を與へる。其の方法と言ふのは、その方法では量子力學が、物理學的諸法則の數學的組立のそれ自身で完結した一つのシステムを與へることは言へ、然し實際の物理學的現象の全然不完全な決定しか與へないやうな方法である。原子や量子の世界に於けるすべての物理的法則は、吾人の今日の智識の達する限りに於ては、因果的法則ではなくして統計的法則である。すべての量子力學に依つて計算される量は一つのきまつた原子の一つ一つの運命を決定するものではなくして、たゞある定まつた條件のもとに於ける原子達の振舞の確率を與へるにすぎない。

量子力學的法則の此の統計的特質は、多くの點に於て Born が全く一般的な系統的な形に、Schrödinger の方法を以てなし遂げたやうな、量子力學的衝突經過の理論的研究の場合には更に一層著るしく且つ明らかにあらはれて來る。de Broglie 及び Einstein の意味に於て、Franck-Hertz がやつた様な種類の實驗裝置に於て原子にあたる電子線は、丁度例へば光線が膠の質溶液の粒々によつて散亂されると同じやうにそれがぶつつかつた原子

に依つて散亂される一つの波動的輻射線 (undulatorischer Strahl) をみ出すことが出来る。此の考へは Schrödinger の理論や量子力学以前すでに Elsasser に依つて、所謂 Ramsauer 効果の定性的説明を與へる爲めに用ひられた。波動論的形象に従へば、此の際、曲けられずにつまづくに進んで行く輻射線の外に、曲けられた輻射線は澤山の廻折極大を作ると言ふ事が期待されねばならぬ。すべて此れ等の關係は、Born が示したやうに、Schrödinger の方法の助けに依つてあます所なく量的に取扱はれる。而も電子の衝突に依る原子の興奮や、第二種の衝突や其他の現象も皆なすべてふくまれる。扨て、若し電子放射線でなくて、唯一つの電子が諸原子の間を驅逐される場合に如何なる事が起るであらうか尋ねてみるならば、其の自然的な答辯は明らかに次の如きものである、即ち吾人は、本來、何等確實性を以て何が電子と共に起るかを言ふ事は出来ないのである。單に、曲けられずにつまづくに進んで行くか、或はある廻折極大の方向に曲けられるかと言ふ事に對する或る確率があつて、その確率は色々の極大の場所の波動的強さ (undulatorische Intensität) に比例するであらう。此の事は丁度、實際光量子に關しても又抱かねばならぬ觀念である。即ち、此の光量子も又ある確率に従つて動いて居り、その確率の尺度はその時々波動論的に計算された光の強さに依つて與へられるのである。

Born は彼の觀念をたゞつて Schrödinger の波動函数 (Wellenfunktion) の物理學的意味を、も一層判きり決定する事が出来た。彼はその函数の助けに依つて、一つの原子がある一つの時刻に丁度第 n 番目の量子状態にあると言ふ事に對する確率の尺度を與へる事が出来ると言ふ事を示した。此の Schrödinger の函数の意義は、あの有名な Ehrenfest の量子論の斷熱原理 (Adiabatenprinzip) が此の意義に關連して新しい量子力学の立場からも亦數式立てられ證明される事が出来るだらうと言ふ事の證據に依つて支持される事が出来るであらう。

Born は此の主張と共に根本的な點に於て始めの Heisenberg の思想圈を飛び越えた。即ち、Heisenberg の場合には統計的概念として唯だ移りか

はりの確率 (Übergangswahrscheinlichkeit) のみが現はれたが, Born は第一の概念として状態の確率 (Zustandswahrscheinlichkeit) を導入した. その確率から推移の確率は第二次的のものとしてはじめて與へられるのである. (状態の確率の時間的變化の決定によりて).

此れ等の物理學の見界の他に尙ほ一層模範的な事實が量子力學の法則の基礎の再度の研究に機會を與へた. 吾人は上に三つの異なつたそして獨立した量子力學の數式立てがあたへられる事が出来る事を見た. 即ち, マトリックスの理論と「q-數」の理論と Schrödinger の形式とがそれであつた. 此れ等に加ふるに更に第四番目の數式立てがある. それは Born 及び Wiener に依つて展開せられた所のもので, 一方に於ては「q-數」の理論と色々な類似性を有して居ると同時に, 他方に於ては Schrödinger の理論と同じ特性的特徴を有して居る. 此れ等四つの理論のお互の間の關係は, 後の三つの理論の各々は週期的なシステムに應用すれば, はじめのマトリックス理論と同じ結果を與へねばならぬと言ふ事が證明せられて居る範圍に於て明らかになつた. 然しながら後の三者相互の間の關係はまだ充分に満足には立てられて居ない. 更に Schrödinger の理論では場所の座標 (Ortskoordinaten) は特に目立つた役目を演ずる. その役目と言ふのは「q-數」理論に於て達せられた大ひなる解析數學的一般性に對して非常に不満足な反對に立つものである. 即ち, 「q-數」の場合には實際, 點座標を以てするかはりに任意の他の何か「接觸轉換」(Berührungstransformation) によりて導入されるカノニツシユな座標を以て計算する事の可能性を有した. 今述べたやうな, 不完全性がその解を見出すやうな, 理論を模範的に形作ると言ふ事は量子力學的計算の統計的意味に關する, 上に言つたやうな諸研究と相關連してなし遂けられる理論の物理學的根據を普遍化し深める事によつて展開せられた. 此れ等の理論ははじめにのべた Dirac 及び Jordan の二つの論文の中にある. Schrödinger の理論とカノニツシユな轉換の理論との形式上の關係は一部分すで以前に F. London によりて設立せられた.

此れ等の思想の道行を説明するに際して吾人は再び唯一つの自由度を有するシステムの場合に問題をかぎらうと思ふ. かゝるシステムを, 先づ例

をもち、力の作用を受けずに動いて居る質點であるを考へやう。そうするに此の質點は、此の質點にはつきり定まつたエネルギーか、或は同じ事になるのであるが、はつきり定まつた進行運動的力積の値を附するならば、de Broglie に従つて一つの純粹に週期的な平面波に依つてあらはされる。故に此の波は其の質點が動く全一元的空間内に於て到る所等しい強さを有する。此の事は次の事を考ゆれば明らかである。即ち若し量子力學的質點があるはつきり定義された力積の値を有するならば、同時に、その場所がその質點がこり得る空間のどこかに在る事に對する、あるきまつた確率が生ずる。そして總ての可能的な場所は徹到底尾同じ確率を有する。更に一般的に、一つの自由度を有するシステムの場合に何か或る一つの力學的量——これを β と名づけておこう——があるはつきり定義された値 β_0 を有するを考へやう。そうするに、その爲めに他の力學的量例へば q に對しては、一般に、 q が q_0 と $q_0 + dq$ の間のある値を有する事に對するある確率が生ずるであらう。かくの如き確率函數の例として、Pauli に從へば Schrödinger の函數をこる事が出来る。即ち $|\varphi_n(q_0)|^2 dq$ と云ふ量は Pauli に從へば、原子が丁度第 n 番目の量子状態に在る時に、座標 q が q_0 と $q_0 + dq$ の間の一つの値をこる事の確率とみなされる。一般に、他の力學的量 β がきまつた値 β_0 を有する時に q が q_0 と $q_0 + dq$ の間に在ると言ふ事の確率は

$$|\varphi(\beta_0, q_0)|^2 dq$$

なる形であらはず事が出来る。

(實際は、事柄はなほ幾分複雑になつて居る。然し、此の複雑は非常に本質的のものと言ふわけではない)。扱て、 q が q_0 なる値を有する時に更に他の量 Q が Q_0 と $Q_0 + dQ$ の間の一つの値をこる事に對する確率が $|\varphi(q_0, Q_0)|^2 dQ$ であるを考へて見やう。そうするに、若し此の量子力學的確率に普通の確率計算法があてはまるものであるならば、明らかに次の事を主張する事が出来るであらう。即ち、量 β が β_0 を有する時に Q が Q_0 と $Q_0 + dQ$ の間にある事の確率は

$$dQ \int |\varphi(\beta_0, q)|^2 \cdot |\varphi(q, Q_0)|^2 dq$$

に依つて與へられる。然しながら量子力學の確率は、此の初歩の確率計算法に相應する方法では結合せられない。吾人は實際光學から光に光を加へても常に強められた光を生ずることは限ぎらない事を知つて居る——即ち光の干渉が存在する。そして光量子説にまつては此の事は光量子が起る事に對する確率を簡單に加へ合せられるのではなくて「確率の振幅」(Amplituden der Wahrscheinlichkeiten) が加へ合せられる事を意味するものである。斯くの如き確率干渉 (Wahrscheinlichkeiteninterferenz) は今や Pauli に依つて想像せられたやうに量子力學的確率の場合には全く一般的に生ずるのである。數學的に言へば此の事は次の如く言ひあらはされる、即ち、 Q が Q_0 と Q_0+dQ の間の一つの値を有すると言ふ確率は上の公式(即ち普通の干渉し合はない確率の場合にあてはまる公式) であたへられるのではなく $dQ \cdot |\Phi(\beta, Q_0)|^2$ に依つて與へられ、茲に

$$\Phi(\beta, Q_0) = \int \varphi(\beta, q) \varphi(q, Q_0) dq$$

である。故に一般に確率それ自身が組合せられるのではなくて、その確率のアムブリツデーが普通の確率計算法に依つて得られる方法で組合せられるのである。

扨て、二つの任意の力學的量 β 及び q に對する確率のアムブリツデー $\varphi(\beta, q)$ を一般的に決定する問題が生ずる。丁度此の問題が前に述べた二つの研究に於て解決せられてゐる。次の事が一般的に證せられる。即ち、此れ等の確率のアムブリツデーは、容易に式立てる事の出来る或るリネアールな微分方程式を満足する。此れ等の微分方程式の一つの全く特別な場合としては吾人は例へば Schrödinger の微分方程式を得るのである。そして、Born 及び Pauli に依つて與へられた Schrödinger 函數の統計的意味は、(而も Born 及び Pauli の假説は似通つては居るが、然し先づ相互に全く獨立したものである事は言つて置かねばならぬ) 眞實、此の一般的理論の特別な場合としてふくまれてゐる確率のアムブリツデーそれ自身がより一般的なマトリックスをみなす事が出来る——確率の干渉し得る組合せに對する上に掲げた公式は實は數學的に正確に、連續的に澤山な行と列とを有するマトリックスに應用すれば、マトリックスの乗法の公式と全く同じも

のである。此の際、量子力學的量を、無限に澤山の異なつた方法でマトリックスに依つてあらはす事の可能性が生ずる。すべて此れ等の異なつたマトリックスの表現法は以前に言つたカノニツシュな轉換の關係に依つて相互に相關してゐる。即ち、すべてのマトリックスの前に或る一定したマトリックス T を乗じ、後に其の逆マトリックス T^{-1} を乗じて、一つのマトリックスから他のマトリックスに移る事が出来る。此のマトリックスは又前に述べた意味に於けるリネアールな手術の生産函數 (erzeugende Funktion) と見る事が出来る。かくの如くして量子力學的量を手術に依つてあらはす無限に澤山の可能性が得られる。茲に注意したい事は、Heisenberg のマトリックス要素を Schrödinger の固有函數から導出する事に對してすでに前に與へた公式(及び Lanczos によつてすでに Schrödinger の研究以前に與へられた或るこれに密接に似寄つた公式)はたゞちにマトリックス表現法からカノニツシュな轉換による他の表現法への移りかはりのより一般的なシエーマの特別な場合としてふくまれてゐる。

量子力學的統計的な觀念は、量子力學的すべての法則を二三の簡単な統計的公理から導き出す爲めに丁度利用する事が出来る。此の公理と言ふのは本質に於ては確率干涉の假定、及び、各量子力學的量 q に對して他の量 p が、丁度 q の値 q_0 が與へられた場合に p が或る一定の値 p_0 をとると言ふ確率のアムプリチュード $\varphi(p_0, q_0)$ が

$$\varphi(p_0, q_0) = e^{-\frac{2\pi i}{h} p_0 q_0}$$

に依つて與へられるやうな p があるべきであると言ふ要求の兩者に外ならない。此の量 p をかゝる時には q にカノニツシュに共軛な力積と名づける。

此の公理を以てすれば特に、此の事はこそさらよるこばしい事の様に見えるが、あの神祕的なコムターチーフでない量子力學量の乘法を理論の根底に置く事を放棄する事が出来る。若し吾人が、何か或る力學的量がとる處の特別な數値を相互に乘じ合せるならば、此の乘法は明らかにコムターチーフである。然しながら前に説明した統計的公理の根據に立てば量子力學的量の記號的結合を定義する事に到達し、而もそれは丁度記號的なコ

ムムターティブでない乗法及びそれに屬する加法と同一のものである。故に兩者は量子力學的量の數値の普通の明らかにコムムターティブな乗法ならびにそれに屬する加法と全然混同される事はない。寧ろ量子力學的量の此等のちがつた結合法の間には一般に一つの統計的關係が存在する。そしてカノニツシユな交換法則 $pq - qp = \frac{h}{2\pi i}$ も又今や最早や理論の前提ではなくして、寧ろ前にのべた統計の公理から誘出される所のものとなつて仕舞ふ。その本來の意味に従へばそれは本質的に次の事を言ひ表はす。即ち何かある力學的量 q の數値があたへられた場合には、それに屬するカノニツシユに共軛な力積 p に對してはすべての可能的な値が同じ確率を有すると言ふのである。最後に量子られる事の問題に關する Schrödinger の説明も更に深められる。即ち、吾人は根底に横はる公理から、量子られぬ状態が起ると言ふ事に對してはその確率は零であると言ふ事を知るのである。

次のやうな見方が發表された。と言ふのは、原子内部の力學は古典的な空間時間概念では理解する事は出来ないであらうと言ふ論は問題の前に完全に降参する事と同じ意味である。然しながら事柄をかくの如き悲觀的に判斷すると言ふ事は全くあたらないやうに見える。Maxwell の方程式に對して力學的説明を得るには如何に多くの骨折や再思熟考が必要であつたかはよく知られてゐる所である。當時の物理學者達には物理學的法則を力學的なモデルに歸すると言ふ事は、その法則を理解すに無條件の要求であるやうに見えた。然しながら當時の幾多の卓越した物理學者の警告にもかゝらず、すべて此れ等の試みを無駄にもやり續ける事は到底出来ないやうに次第になつて來た。そして人々は、實驗的に検査する事の出来る電磁場の法則が Maxwell の方程式によつて得た所の完全に數學的な觀念を以て満足するやうに慣らされて來た。全く同様に、事柄は今日に於てもそうである、今日に於ては最早や力學的モデルを物理學的法則のあまりにも特別化した表現法としてみこめる事は問題にならなくて、空間や時間や因果律の全古典的觀念を——量子力學的法則を取り入れる事に對してはあまりに狹ますぎるを考へて——放棄するか或は一般化するかが問題となるのである。物理學的法則を「見る事の出来る」形象で明らかにすると言ふ事

は、此れ等の法則を眼で見る事の出来る又手で掴む事の出来る物の領域からのアナログンによつて説明する事に他ならぬ。然しながら微小世界の物理學の法則は非常に奇異特種な種類のものであつて、それに對して眼で見る世界の物理の完全なアナログンをこる言ふ事は不可能である。若し少くとも論理學的並びに數學的理性の法則が量子物理學の法則を握み且つ思想的にこれを像ざる爲めに充分であるならば、吾人はそれで満足せねばならない。若しも物理學的の要素的法則をこのやうに思想的につかまえる事が、時が進み學が發展して次第に益々高い要求を物理學者の抽象能力に求め、而して彌々益々直接見る事が出来る事から遠ざからねばならなくなるならば、吾人は、吾人がその際新しい最後の所有として得た認識の豊饒によつて償はれるであらう。

〔譯者附記。以上で新量子力學の理論的基礎は終つた。此の論文は昨年七月三十日及び八月五日發行の *Naturwissenschaften* に出て居る。この續きとしてヨルダンは實驗的方面の發達について述べる事を最後に約して筆を置いてゐるが、其後今日まで譯者の手に届いた同雜誌にはその續篇はあらはれてゐない。故に残念ながら此の論文の翻譯は一まづこれで打切る事にする。——荒木生〕

望遠鏡の賣物紹介

(1) Cooke 製 [8 インチ] 屈折式赤道儀

焦點距離 115 インチ、時圈及び赤緯環各々24吋直径、銀面に精密目盛。接眼レンズは 2.4 吋より 21 吋まで 6 個、外にサングラス三個ミダイアゴナル。ファインダは Wray 製の [3 吋]

ロンドン市 Watson 會社 (價 7800 圓)

(2) Watson-Conrady [3 吋] 屈折赤道儀

三脚付。接眼レンズは 3 個、倍率は 150 倍まで

横濱 Silk & Trading Co., Ltd. (價約 1500 圓)

(3) Heath 製 セキステント

同上 (價 200 圓)