

マルチレベルガイドタワーの動的耐風解析

水 畑 耕 治

DYNAMIC ANALYSIS OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS SUBJECT TO WIND ACTION

by Koji MIZUHATA

Synopsis

In this paper, the shaft of a guyed tower is considered to be a continuous beam-column lying on bilinearly deflected supports at the guy levels. The wind load is assumed to be a rectangular or triangular pulse with respect to time and to be constant along a span. The differential equations of the flexural vibrations of the shaft have been solved by means of the finite difference method and numerically calculated for a single-level guyed tower by using the IBM 7074. The relationships of the deflection and the bending moment to time and height are shown in the diagrams. The dynamic results are compared with the static ones.

1. 序

ガイドタワーとは、Fig. 1 に描かれた様に、地上に垂直に立つメインマストと、それを支持するために、そのマストの数箇所できりつけられたガイドケーブルとから成っている塔である。ガイドケーブルのとりつけられる箇所が2つ以上のガイドタワーをマルチレベルガイドタワーと称する。ガイドタワーは木材、鉄又は鉄筋コンクリートで作られ、高いものでは 250 ft 以上で、中には 2000 ft 以上のものもあり、電波の受送信に用いられる。明らかに塔が高い程影響する範囲が広いので、より高い塔が要求されるが、高くなれば、当然解析法や設計法や施工法や材料の点で改良されねばならなくなる。ガイドタワーは同じ高さの独立塔に比べて広い面積をとるけれども、経済的であるといわれている^{1),2),3)}。ガイドケーブルは吊橋等に用いられている普通の構造用ケーブルである。

風圧は時間的に変動することがわかっているにも拘らず、これまでガイドタワーが動的に解析された例はない。実際、現在立っているガイドタワーが屢々不明の原因で破壊するのは、風が衝撃的に加わるためであろうと推測されている。そこで、本研究ではガイドタワーの動

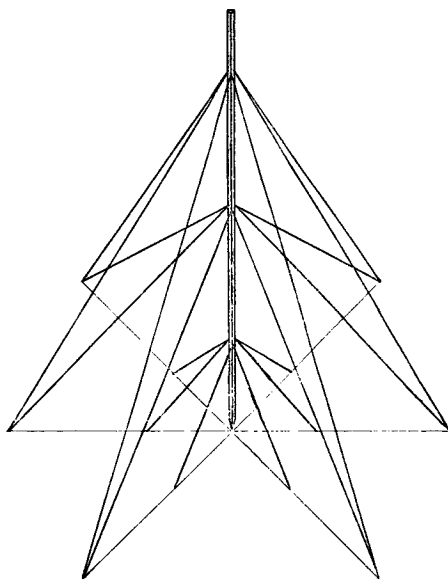


Fig. 1 Typical multi-level guyed tower

の耐風解析を試みようとした。動的解析の出発点としては、これまでになされた静的解析で得られた最新の資料を基礎とする。最新の静的解析の一つは Hull によつてなされたもので¹⁾、それはメインマストを、ガイレベルで非線型にたわむ支点到支持された連続梁とみなし、その静的曲げモーメントの分布をデジタル・コンピューターで求めたものである。Hull は、また、メインマストに与えるガイドケーブルの影響やメインマストの不安定性の研究もしている。

本研究では、Hull のモデルと同様に、メインマストを、ガイレベルで非線型にたわむ支点到支持された連続梁とみなす。ガイドケーブルは、平面図で対称に張られ、風はその対称軸の方向に吹くものと考え、ガイドケーブルは、各ガイレベルで、Fig. 4 の様な非線型特性をもつた水平力、軸力、集中モーメントをメインマストに与えることになる。

風圧の時間的変動は、手始めとして、三角波及び矩形波パルスとし、高さ方向分布としては、各スパンで一定とする。また、最大風圧力としては、アメリカ海軍で用いられているものを使用する。

以上の様な仮定のもとに、その連続梁の曲げ振動に対する微分方程式が、境界条件や連続条件と共に導かれる。しかし、微分方程式の中に非線型の軸力による項が含まれるために、この初期値境界値問題は純理論的には解けず、ティジタル・コンピューターに応用し易い階差法で解かれる。導かれた階差方程式は、適当な初期条件のもとに、漸化的に IBM 7074 によつて解かれる。数値例はシングルレベルの場合に対してのみ求められるが、マルチレベルの場合についても、同様の方法で容易に求められる。メインマストのレスポンスは、外力の形や振巾及びガイドケーブルの剛性を変えて、14通り求められ、変位時間曲線、曲げモーメント時間曲線、最大変位及び最大曲げモーメントの高さ方向の分布が図示される。また、動的解析結果は、Hull の方法による静的解析結果と比較される。

2. 問題の設定

本研究では、メインマストは Fig. 2 に示される様に、ガイレベルで非線型にたわむ支点上におかれた連続梁とみなされる。この連続梁は一般的には変断面を持ち、従つて、スパン方向に変化する断面積、弾性係数及び断面2次モーメントを持つが、問題を簡単にするために、夫々のスパンでは一定の断面積、弾性係数及び断面2次モーメントを持つものとする。

メインマストにかかる外力としては、メインマストの自重、水荷重、風荷重及び地震荷重がある。このうち、自重と水荷重は分布軸力となつてメインマストにかかり、風荷重と地震荷重は横力としてかかる。ここでは、地震力は取り扱わない。

風荷重は時間的にも高さ方向にも変化する。この研究では、風圧の高さ方向分布としてはアメリカ海軍で採用されているものをとる。即ち、高さ h における速度圧 q_h は次式で与えられる。

$$q_h = C_h \times q$$

ここに、 q は速度圧で $q = 0.00256 V^2 \text{ lb/ft}^2$ (V は miles/hour で表わされる風速)、 C_h は高さ方向の分布を与える係数で $C_h = \left(\frac{h}{50}\right)^{2/7}$ である。この速度圧は夫々のスパンでは一定であると仮定する。

又、風圧の時間的変化については、文献⁵⁾に述べられている様に、1秒間に風速が $0.5V$ から V に増加するものと仮定することが出来る。これは力でいうと、1秒間に $0.25F$ から F に増加するものに相当する。実用的には、これは、更に、1秒間に0から F まで線型的に増加すると近似してもよいので、ここではこれを採用する。(但し、数値計算のステップ間隔の都合と、メインマストの固有周期との対比から、突風の継続時間は1.6秒とした。)これは手始めとして採用されたものであつて、如何に複雑に変動しても、本論文の方法が適用できる。以上の様な三角波のほか、比較のため、衝撃波として一般的な矩形波を同じ時

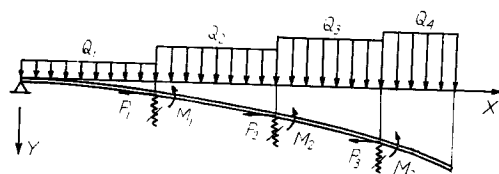


Fig. 2 Multi-level guyed tower shaft and loading after simplifying assumptions

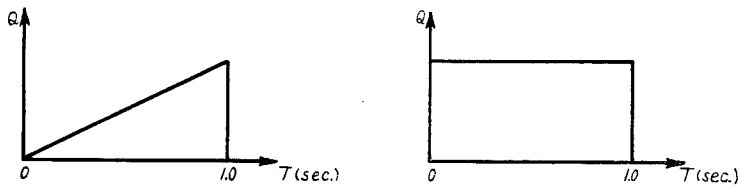


Fig. 3 Wind load vs time used in this paper

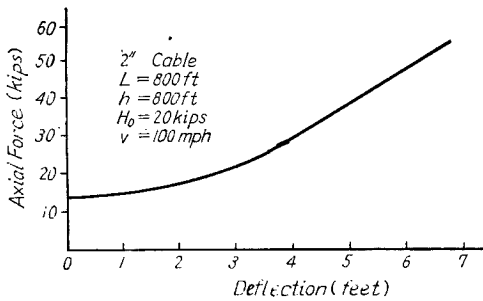


Fig. 4 (a) Axial force at a guy level vs deflection

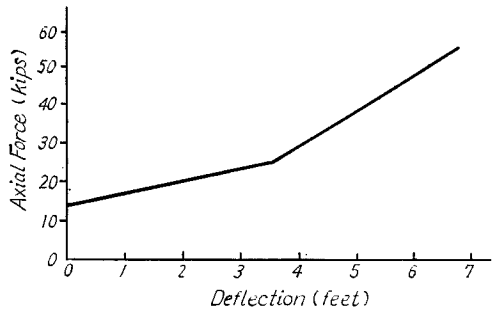


Fig. 5 (a) Bi-linearized relationship between axial force at a guy level and deflection

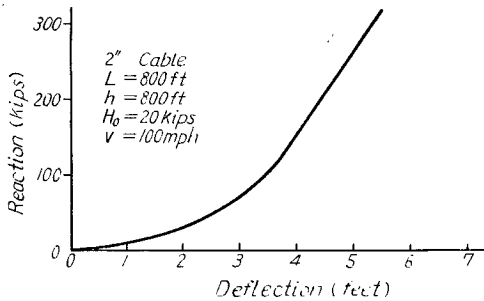


Fig. 4 (b) Horizontal component of cable tension vs deflection

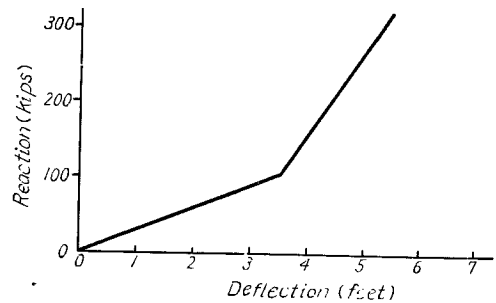


Fig. 5 (b) Bi-linearized relationship between horizontal component of cable tension and deflection

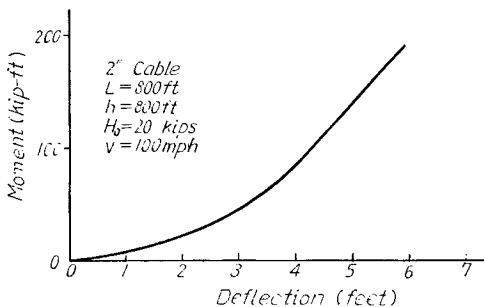


Fig. 4 (c) Moment at a guy level vs deflection

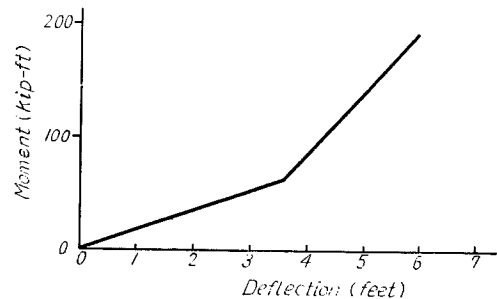


Fig. 5 (c) Bi-linearized relationship between moment at a guy level and deflection

間だけ与えてみた。

メインマストに働く内力としては、ガイドケーブルの引張力によつて各ガイレベルで集中軸力と集中モーメントと横力がかかり、これらはたわみに対して Fig. 4 の様な非線型の特性をもつ。この研究では step by step の数値計算法をとるので、曲線はそのままの形ででもたどることが出来るが、手始めとして、この曲線を Fig. 5 の様な bilinear な曲線で近似することにする。

ガイドケーブルの引張力に起因する集中軸力は自重と氷荷重に比べて遙かに大きいので、自重と氷荷重も支点に集中してかかるものとする。これらの荷重はすべて Fig. 2 に附記してある。

3. 基礎微分方程式の誘導

3.1 シングルレベルガイドタワーの場合

荷重は同一平面内にかかり、系は同一平面内で振動し、せん断力及び回転慣性の影響を無視するものとする。Fig. 6 に示される様な軸力 P 、横荷重 $Q(X, T)$ を受ける一様なシングルレベルガイドタワーの曲げ振動の方程式は次式で与えられる^{4), 5)}。

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial X^4} + P \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} + \frac{AY}{g} \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} = Q(X, T) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 γ は単位長さ当りの重量、 A は断面積、 E は弾性係数、 I は断面 2 次モーメントである。

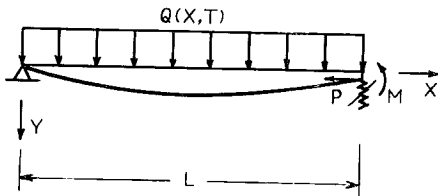


Fig. 6 Single-level guyed tower shaft and loading after simplifying assumptions

式 (1) において、 P はガイレベルのたわみの bilinear function であるから、 P は次の様に表わされる。

$$P = K_p |Y|_{X=L} + C_p \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 K_p 、 C_p は常数で Fig. 5 からきまり、 L は高さである。

境界条件は、底部のピン支点で

$$\left. \begin{aligned} (Y)_{X=0} &= 0 \\ M &= -EI \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \right)_{X=0} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ガイレベルで

$$\left. \begin{aligned} -EI \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \right)_{X=L} &= K_m (Y)_{X=L} \pm C_m \\ -EI \left(\frac{\partial^3 Y}{\partial X^3} \right)_{X=L} &= -K_r (Y)_{X=L} \mp C_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 K_m 、 K_r 、 C_m 、 C_r は常数であつて Fig. 5 からきめられる。ガイレベルにおける軸力、曲げモーメント、水平反力はすべて bilinear であるから、式中の K_p 、 K_m 、 K_r 、 C_p 、 C_m 、 C_r は各分枝に対して夫々 1 つずつ値を持ち、第 2 分枝に対して K_p' 、 K_m' 、 K_r' 、 C_p' 、 C_m' 、 C_r' とする。

初期条件としてはいろいろの組合せが考えられるが、ここでは初期変位及び初速度を 0 とする。即ち

$$\left. \begin{aligned} (Y)_{T=0} &= 0 \\ \left(\frac{\partial Y}{\partial T} \right)_{T=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

問題を簡単化し、解に一般性をもたせるために、上記微分方程式 (1)、境界条件 (3)、(4) 及び初期条件 (5) を、(2) を考慮しつつ、次の様な変換によつて無次元化する。

$$\left. \begin{aligned}
 x &= \frac{X}{L} \\
 y &= \frac{Y}{L} \\
 t &= \frac{T}{L^2 \sqrt{\frac{A_T}{EIg}}} \\
 q(x, t) &= \frac{1}{EI} Q(X, T) \\
 k_p &= \frac{K_p L^3}{EI} \\
 k_m &= \frac{K_m L^2}{EI} \\
 k_r &= \frac{K_r L^3}{EI} \\
 c_p &= \frac{C_p L^2}{EI} \\
 c_m &= \frac{C_m L}{EI} \\
 c_r &= \frac{C_r L^2}{EI}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

無次元微分系は次の様になる。

第1分枝に対して

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (k_p | (y)_{x=1} | + c_p) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= q(x, t) \\
 (y)_{x=0} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_{x=0} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_{x=1} + k_m (y)_{x=1} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right)_{x=1} - k_r (y)_{x=1} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

第2分枝に対して

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (k_p' | (y)_{x=1} | c_p') \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= q(x, t) \\
 (y)_{x=0} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_{x=0} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_{x=1} + k_m' (y)_{x=1} \pm c_m' &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right)_{x=1} - k_r' (y)_{x=1} \mp c_r' &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

初期条件は

$$\left. \begin{aligned}
 (y)_{t=0} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_{t=0} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

3.2 マルチレベルガイドタワーの場合

今, Fig. 2 に示す様な n スパンの連続梁を考える。下層から順にスパンの長さは $L_1, L_2, \dots, L_n$, 断面 2 次モーメントは $I_1, I_2, \dots, I_n$ とする。座標の原点を各スパンの下端にとると, 下から i 番目スパンの運動方程式 ($i \neq n$) はシングルレベルタワーと同様に考えて次の様になる。

$$EI_i \frac{\partial^4 Y_i}{\partial X_i^4} + \left(\sum_{j=i}^n P_j \right) \frac{\partial^2 Y_i}{\partial X_i^2} + \frac{(A\gamma)_i}{g} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial T^2} = Q(X_i, T) \dots\dots\dots (10)$$

ここに

$$P_i = K_{pl} |(Y_i)_{X_i=L_i}| + C_{pl} \dots\dots\dots (11)$$

n 番目のスパンに対しては

$$EI_n \frac{\partial^4 Y_n}{\partial X_n^4} + \frac{(A\gamma)_n}{g} \frac{\partial^2 Y_n}{\partial T^2} = Q(X_n, T) \dots\dots\dots (12)$$

各支点における連続条件は

たわみに対して

$$(Y_i)_{X_i=L_i} = (Y_{i+1})_{X_{i+1}=0} \dots\dots\dots (13)$$

傾斜に対して

$$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_i} \right)_{X_i=L_i} = \left(\frac{\partial Y_{i+1}}{\partial X_{i+1}} \right)_{X_{i+1}=0} \dots\dots\dots (14)$$

曲げモーメントに対して

$$-EI_i \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial X_i^2} \right)_{X_i=L_i} - K_{ml} |(Y_i)_{X_i=L_i}| + C_{ml} = -EI_{i+1} \left(\frac{\partial^2 Y_{i+1}}{\partial X_{i+1}^2} \right)_{X_{i+1}=0} \dots\dots\dots (15)$$

せん断力に対して

$$-EI_i \left(\frac{\partial^3 Y_i}{\partial X_i^3} \right)_{X_i=L_i} + K_{rl} |(Y_i)_{X_i=L_i}| - C_{rl} = -EI_{i+1} \left(\frac{\partial^3 Y_{i+1}}{\partial X_{i+1}^3} \right)_{X_{i+1}=0} \dots\dots\dots (16)$$

境界条件は, 下端で

$$\left. \begin{aligned} (Y_1)_{X_1=0} &= 0 \\ -EI_1 \left(\frac{\partial^2 Y_1}{\partial X_1^2} \right)_{X_1=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

上端で

$$\left. \begin{aligned} -EI_n \left(\frac{\partial^2 Y_n}{\partial X_n^2} \right)_{X_n=L_n} &= 0 \\ -EI_n \left(\frac{\partial^3 Y_n}{\partial X_n^3} \right)_{X_n=L_n} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

初期条件はシングルレベルガイドタワーと同様に全スパンに亘つて

$$\left. \begin{aligned} (Y_i)_{T=0} &= 0 \\ \left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} \right)_{T=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

マルチレベルガイドタワーに対してもシングルレベルガイドタワーの場合と同様に微分方程式, 連続条件, 境界条件及び初期条件を次の様な変換によって無次元化する。

$$\begin{aligned}
x_t &= \frac{X_t}{L_t} \\
y_t &= \frac{Y_t}{L_t} \\
t &= \frac{T}{L_t^2 \sqrt{\left(\frac{A\gamma}{EIg}\right)_1}} \\
q_t(x_t, t) &= \frac{1}{EI_t} Q_t(X_t, T) \\
k_{pt} &= \frac{K_{pt} L_t^3}{EI_t} \\
k_{mt} &= \frac{K_{mt} L_t^2}{EI_t} \\
k_{rt} &= \frac{K_{rt} L_t^3}{EI_t} \\
c_{pt} &= \frac{C_{pt} L_t^2}{EI_t} \\
c_{mt} &= \frac{C_{mt} L_t}{EI_t} \\
c_{rt} &= \frac{C_{rt} L_t^2}{EI_t} \\
a_t &= \left(\frac{A\gamma}{EI}\right)_t \\
&\quad \left(\frac{A\gamma}{EI}\right)_1 \\
e_t &= \frac{I_{t+1}}{I_t} \\
l_t &= \frac{L_{t+1}}{L_t}
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x_t &= \frac{X_t}{L_t} \\ y_t &= \frac{Y_t}{L_t} \\ t &= \frac{T}{L_t^2 \sqrt{\left(\frac{A\gamma}{EIg}\right)_1}} \\ q_t(x_t, t) &= \frac{1}{EI_t} Q_t(X_t, T) \\ k_{pt} &= \frac{K_{pt} L_t^3}{EI_t} \\ k_{mt} &= \frac{K_{mt} L_t^2}{EI_t} \\ k_{rt} &= \frac{K_{rt} L_t^3}{EI_t} \\ c_{pt} &= \frac{C_{pt} L_t^2}{EI_t} \\ c_{mt} &= \frac{C_{mt} L_t}{EI_t} \\ c_{rt} &= \frac{C_{rt} L_t^2}{EI_t} \\ a_t &= \left(\frac{A\gamma}{EI}\right)_t \\ &\quad \left(\frac{A\gamma}{EI}\right)_1 \\ e_t &= \frac{I_{t+1}}{I_t} \\ l_t &= \frac{L_{t+1}}{L_t} \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

今、1例として、3レベルガイドタワー ($n=4$) について無次元化された微分方程式、連続条件及び境界条件を書き下せば次の様になる。

$$\begin{aligned}
(y_1)_{x_1=0} &= 0 \\
\left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x_1^2}\right)_{x_1=0} &= 0 \\
\frac{\partial^4 y_1}{\partial x_1^4} + (k_{p1}|(y_1)_{x_1=1}| + k_{p2}|(y_2)_{x_2=1}| + k_{p3}|(y_3)_{x_3=1}| + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) \\
&\quad \times \frac{\partial^2 y_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = q_1(x_1, t) \\
(y_1)_{x_1=1} &= I_1(y_2)_{x_2=0} \\
\left(\frac{\partial y_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=1} &= \left(\frac{\partial y_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=0} \\
\left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x_1^2}\right)_{x_1=1} - \left(\frac{e_1}{l_1}\right)\left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2}\right)_{x_2=0} + k_{m1}(y_1)_{x_1=1} \pm c_{m1} &= 0 \\
\left(\frac{\partial^3 y_1}{\partial x_1^3}\right)_{x_1=1} - \left(\frac{e_1}{l_1^2}\right)\left(\frac{\partial^3 y_2}{\partial x_2^3}\right)_{x_2=0} - k_{r1}(y_1)_{x_1=1} \mp c_{r1} &= 0 \\
\frac{\partial^4 y_2}{\partial x_2^4} + (k_{p2}|(y_2)_{x_2=1}| + k_{p3}|(y_3)_{x_3=1}| + c_{p2} + c_{p3}) \frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2} \\
&\quad + a_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = q_2(x_2, t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (y_2)_{x_2=1} &= l_2(y_3)_{x_3=0} \\
 \left(\frac{\partial y_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=1} &= \left(\frac{\partial y_3}{\partial x_3}\right)_{x_3=0} \\
 \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2}\right)_{x_2=1} - \left(\frac{e_2}{l_2}\right)\left(\frac{\partial^2 y_3}{\partial x_3^2}\right)_{x_3=0} + k_{m2}(y_2)_{x_2=1} &= \pm c_{m2}=0 \\
 \left(\frac{\partial^3 y_2}{\partial x_2^3}\right)_{x_2=1} - \left(\frac{e_2}{l_2^2}\right)\left(\frac{\partial^3 y_3}{\partial x_3^3}\right)_{x_3=0} - k_{r2}(y_2)_{x_2=1} &= \mp c_{r2}=0 \\
 \frac{\partial^4 y_3}{\partial x_3^4} + (k_{p3}(y_3)_{x_3=1} + c_{p3})\frac{\partial^2 y_3}{\partial x_3^2} + a_3\frac{\partial^2 y_3}{\partial t^2} &= q_3(x_3, t) \\
 (y_3)_{x_3=1} &= l_3(y_4)_{x_4=0} \\
 \left(\frac{\partial y_3}{\partial x_3}\right)_{x_3=1} &= \left(\frac{\partial y_4}{\partial x_4}\right)_{x_4=0} \\
 \left(\frac{\partial^2 y_3}{\partial x_3^2}\right)_{x_3=1} - \left(\frac{e_3}{l_3}\right)\left(\frac{\partial^2 y_4}{\partial x_4^2}\right)_{x_4=0} + k_{m3}(y_3)_{x_3=1} &= \pm c_{m3}=0 \\
 \left(\frac{\partial^3 y_3}{\partial x_3^3}\right)_{x_3=1} - \left(\frac{e_3}{l_3^2}\right)\left(\frac{\partial^3 y_4}{\partial x_4^3}\right)_{x_4=0} - k_{r3}(y_3)_{x_3=1} &= \mp c_{r3}=0 \\
 \frac{\partial^4 y_4}{\partial x_4^4} + a_4\frac{\partial^2 y_4}{\partial t^2} &= q_4(x_4, t) \\
 \left(\frac{\partial^2 y_4}{\partial x_4^2}\right)_{x_4=1} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^3 y_4}{\partial x_4^3}\right)_{x_4=1} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

4. 階差法による微分方程式の解

4.1 解法の検討

前節に誘導した微分系(7),(8)及び(21)を解くに当つて問題になる点は方程式の第2項にある。即ち、この項の微係数の係数が従属変数 y の関数になつてゐるため、理論的に解けなくなる。この困難さを避けるために2つの方法が考えられる。その1つは第2項の係数即ち軸力及び境界条件に含まれている集中モーメントとせん断力を微小時間で一定と見なして微分系を解き、前ステップの解を次のステップの初期条件として解をつないでいく方法である。この方法をとつたとしても、数値計算の際には龐大な労力が必要とされるであろう。他の1つは前者より直接的であるが、微分系を階差法によつて解く方法である。差分法で解くことは連続な領域をディスクリットな点の集まりとみなして連続解の代りにディスクリットな解を求めているわけであるから、高精度解を求めようとすると階差方程式の数が急増するという欠点を伴なつてゐる。しかし、近年の電子計算機の発達に伴ない、この欠点が容易に克服されることになるので、本研究ではこの方法をとることにした。非線型偏微分方程式を階差法でといた場合の解の収斂性については、ごく簡単な数例を除き、まだ数学的にはよく研究されていない。しかし、Forsythe⁶⁾によれば、数値的経験によつて最良のネットワークが決定できるという。本研究では、2, 3の場合について、結果から収斂性を判断することにした。

4.2 シングルレベルガイドタワーの場合

微分系(7),(8)を初期条件(9)のもとに解くことを考える。ネットワークとしては Fig. 7 に示す様な矩形のネットをとる。点 $P_{j,k}$ における y の値を $y_{j,k}$ で表わすと、微分系(7)に対する階差方程式は次の様になる。

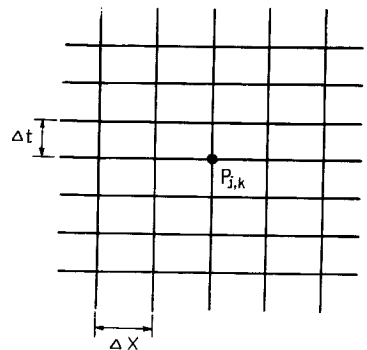


Fig. 7 Rectangular net used in the finite difference method

$$\frac{y_{j-2, k} - 4y_{j-1, k} + 6y_{j, k} - 4y_{j+1, k} + y_{j+2, k}}{(\Delta x)^4} + (k_p |y_{n, k}| + c_p) \\ \times \frac{y_{j-1, k} - 2y_{j, k} + y_{j+1, k}}{(\Delta x)^2} + \frac{y_{j, k-1} - 2y_{j, k} + y_{j, k+1}}{(\Delta t)^2} = q(x, t) \dots\dots\dots (22)$$

但し、 $\Delta x = \frac{1}{n}$ に対して $j=0, 1, 2, \dots, n$ である。パラボリックタイプの偏微分方程式に関しては、 Δt と $(\Delta x)^2$ の比が誤差に対して重要な意味をもち、今これを r とする。即ち

$$\left. \begin{array}{l} \text{あるいは} \quad r = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \\ \text{及び} \quad \Delta t = rh^2 \\ \quad \frac{\Delta t}{\Delta x} = rh \end{array} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

但し、 $h = \Delta x$,

(23) を (22) に代入して $y_{j, k+1}$ について解くと

$$y_{j, k+1} = 2y_{j, k} - y_{j, k-1} - r^2(y_{j-2, k} - 4y_{j-1, k} + 6y_{j, k} - 4y_{j+1, k} + y_{j+2, k}) \\ - r^2 h^2 (k_p |y_{n, k}| + c_p)(y_{j-1, k} - 2y_{j, k} + y_{j+1, k}) + r^2 h^4 q(x, t) \dots\dots\dots (24)$$

(24) においては未知の $(k+1)$ 列の値が既知の k 列の値によつて与えられている。このような階差方程式は Explicit recurrence formula と呼ばれているが、これまでの階差法の研究の結果によれば、この Explicit recurrence formula よりも、 x に関する微係数を近似するのに k 列の代りに $(k+1)$ 列と $(k-1)$ 列の平均を使った Implicit recurrence formula の方が r の広範囲の値に対して解が安定であることがわかつている^{6), 7)}。(24) に対応する Implicit recurrence formula は次の様になる。

$$y_{j, k+1} + \frac{r^2}{2}(y_{j-2, k+1} - 4y_{j-1, k+1} + 6y_{j, k+1} - 4y_{j+1, k+1} + y_{j+2, k+1}) \\ + \frac{r^2 h^2}{2}(k_p |y_{n, k+1}| + c_p)(y_{j-1, k+1} - 2y_{j, k+1} + y_{j+1, k+1}) \\ = 2y_{j, k} - y_{j, k-1} - \frac{r^2}{2}(y_{j-2, k-1} - 4y_{j-1, k-1} + 6y_{j, k-1} - 4y_{j+1, k-1} + y_{j+2, k-1}) \\ - \frac{r^2 h^2}{2}(k_p |y_{n, k-1}| + c_p)(y_{j-1, k-1} - 2y_{j, k-1} + y_{j+1, k-1}) + r^2 h^4 q(x, t) \dots\dots\dots (25)$$

(25) において、左辺の第3項は $y_{n, k+1}$ に関して2次になることがあるから、計算の困難を避けるために、始めの方を $y_{n, k-1}$ に直して線型化する必要がある。線型化の結果 (25) は次の様になる。

$$y_{j, k+1} + \frac{r^2}{2}(y_{j-2, k+1} - 4y_{j-1, k+1} + 6y_{j, k+1} - 4y_{j+1, k+1} + y_{j+2, k+1}) \\ + \frac{r^2 h^2}{2}(k_p |y_{n, k-1}| + c_p)(y_{j-1, k+1} - 2y_{j, k+1} + y_{j+1, k+1}) \\ = 2y_{j, k} - y_{j, k-1} - \frac{r^2}{2}(y_{j-2, k-1} - 4y_{j-1, k-1} + 6y_{j, k-1} - 4y_{j+1, k-1} + y_{j+2, k-1}) \\ - \frac{r^2 h^2}{2}(k_p |y_{n, k-1}| + c_p)(y_{j-1, k-1} - 2y_{j, k-1} + y_{j+1, k-1}) + r^2 h^4 q(x, t) \dots\dots\dots (26)$$

(27) 中の境界条件に対して階差方程式は次の様になる。

$$\left. \begin{array}{l} y_{0, k} = 0 \\ \frac{y_{-1, k} - 2y_{0, k} + y_{1, k}}{\Delta x} = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} y_{n-1, k} - \frac{2y_{n, k} + y_{n+1, k} + k_m y_{n, k} + c_m}{(\Delta x)^2} &= 0 \\ -y_{n-2, k} + \frac{2y_{n-1, k} - 2y_{n+1, k} + y_{n+2, k}}{(\Delta x)^3} - k_r y_{n, k} - c_r &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

これを簡単にと

$$\left. \begin{aligned} y_{0, k} &= 0 \\ y_{-1, k} &= -y_{1, k} \\ y_{n+1, k} &= -y_{n-1, k} + (2 - h^2 k_m) y_{n, k} - h^2 c_m \\ y_{n+2, k} &= y_{n-2, k} - 4y_{n-1, k} + (4 - 2h^2 k_m + 2h^3 k_r) y_{n, k} - 2h^2 c_m + 2h^3 c_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

$r = \frac{1}{2}$, $\Delta x = h = \frac{1}{4}$, ($n=4$), 及び $\Delta t = \frac{1}{32}$ の場合, $j=1, 2, 3, 4$ に対して (26) を書き下し, 境界条件

(28) をそれらに代入してマトリックス表示で整理すると次の様な式が得られる。

$$\begin{pmatrix} y_{1, k+1} \\ y_{2, k+1} \\ y_{3, k+1} \\ y_{4, k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{1, k} \\ y_{2, k} \\ y_{3, k} \\ y_{4, k} \end{pmatrix} + [C] + \frac{q(x, t)}{1024} [\alpha]^{-1} - \begin{pmatrix} y_{1, k-1} \\ y_{2, k-1} \\ y_{3, k-1} \\ y_{4, k-1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(29)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} [\alpha] &= \frac{1}{8} [A] + \frac{k_p}{128} |y_{4, k-1}| [B] \\ [A] &= \begin{pmatrix} \left(13 - \frac{c_p}{8}\right) & -\left(4 - \frac{c_p}{16}\right) & 1 & 0 \\ -\left(4 - \frac{c_p}{16}\right) & \left(14 - \frac{c_p}{8}\right) & -\left(4 - \frac{c_p}{16}\right) & 1 \\ 1 & -\left(4 - \frac{c_p}{16}\right) & \left(13 - \frac{c_p}{8}\right) & -\left(2 + \frac{k_m}{16} - \frac{c_p}{16}\right) \\ 0 & 2 & -4 & \left(10 + \frac{k_m}{8} + \frac{k_r}{32} - \frac{k_m c_p + k_p c_m}{256}\right) \end{pmatrix} \\ [B] &= \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{k_m}{16} \end{pmatrix} \\ [C] &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{c_m}{64} \\ -\frac{c_m}{32} - \frac{c_r}{128} + \frac{c_p c_m}{1024} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

初期条件に対する階差方程式は Gregory Newton Backward Formula を利用して

$$\left. \begin{aligned} y_{j, 0} &= 0 \\ \frac{y_{j, 0} - y_{j, -1}}{\Delta t} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

あるいは

$$\left. \begin{aligned} y_{j, 0} &= 0 \\ y_{j, -1} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)$$

となる。

(29) は時刻 $k=0$ の y の値 (32) から始まって各時刻の値が順次計算されていくことになる。

4.3 マルチレベルガイドタワーの場合

マルチレベルガイドタワーに対する階差方程式もシングルレベルガイドタワーの場合と同様にして求められるが、マルチレベルガイドタワーの場合には各スパンの長さが相異っているから、階差方程式誘導に先だつて、不規則ネット（空間軸が不規則な間隔で分けられているもの）に対して階差微係数^{6), 9)}を求めておかねばならない。ここでは紙数の制限によつて詳細は省略する。

下から i 番目のスパンの下支点から j 番目の網目の点の時間 $k(\Delta t)$ におけるたわみ y の値を $y_{i, j, k}$ で表わす。

マルチレベルガイドタワーの場合、シングルレベルガイドタワーの場合の r に対応して Δt と最下スパンの区間 Δx_1 との比を考えてこれを r_1 とする。即ち、

$$r_1 = \frac{\Delta t}{(\Delta x_1)^2} \dots\dots\dots (33)$$

この r_1 及び (20) で定義された $q_t, k_{pt}, c_{pt}, a_t, l_t$ を使つて微分系 (25) に対する階差方程式を書き下せば以下の様になる。

下から i 番目のスパンの中央における Explicit recurrence formula は

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^2}{l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} (y_{i, 0, k} - 4y_{i, 1, k} + 6y_{i, 2, k} - 4y_{i, 3, k} + y_{i, 4, k}) \\ & + \frac{r_1^2}{16l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2} \left[\sum_{l=i}^3 (k_{pl} |y_{l, 4, k}| + c_{pl}) (y_{i, 1, k} - 2y_{i, 2, k} + y_{i, 3, k}) \right. \\ & \left. + a_t (y_{i, 2, k-1} - 2y_{i, 2, k} + y_{i, 2, k+1}) \right] = \frac{r_1^2}{256} q_t(x_i, t) \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

あるいは

$$\begin{aligned} y_{i, 2, k+1} = & -\frac{r_1^2}{a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} y_{i, 0, k} + \left(\frac{4r_1^2}{a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} - \frac{r_1^2 \sum_{l=i}^3 c_{pl}}{16a_t l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2} \right) y_{i, 1, k} \\ & - \left(\frac{6r_1^2}{a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} + \frac{r_1^2 \sum_{l=i}^3 c_{pl}}{8a_t l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2} - 2 \right) y_{i, 2, k} \\ & + \left(\frac{4r_1^2}{a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} - \frac{r_1^2 \sum_{l=i}^3 c_{pl}}{16a_t l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2} \right) y_{i, 3, k} - \frac{r_1^2}{a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} y_{i, 4, k} \\ & - \frac{r_1^2 \sum_{l=i}^3 (k_{pl} |y_{l, 4, k}|)}{16a_t l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2} (y_{i, 1, k} - 2y_{i, 2, k} + y_{i, 3, k}) - y_{i, 2, k-1} + \frac{r_1^2}{256a_t} q_t(x_i, t) \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

又、同じ点における Implicit recurrence formula は上の式からシングルレベルガイドタワーの場合と同様にして以下の様に求められる。

$$\begin{aligned} & y_{i, 2, k+1} + \frac{r_1^2}{2a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} (y_{i, 0, k+1} - 4y_{i, 1, k+1} + 6y_{i, 2, k+1} - 4y_{i, 3, k+1} + y_{i, 4, k+1}) \\ & + \frac{r_1^2}{32a_t (l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2)} (k_{p1} |y_{1, 4, k+1}| + k_{p2} |y_{2, 4, k+1}| + k_{p3} |y_{3, 4, k+1}| + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) \\ & \times (y_{i, 1, k+1} - 2y_{i, 2, k+1} + y_{i, 3, k+1}) = 2y_{i, 2, k} - y_{i, 2, k-1} \\ & - \frac{r_1^2}{2a_t l_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4} (y_{i, 0, k-1} - 4y_{i, 1, k-1} + 6y_{i, 2, k-1} - 4y_{i, 3, k-1} + y_{i, 4, k-1}) \\ & - \frac{r_1^2}{32a_t l_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2} (k_{p1} |y_{1, 4, k-1}| + k_{p2} |y_{2, 4, k-1}| + k_{p3} |y_{3, 4, k-1}| + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) \end{aligned}$$

$$\times (y_{i, 1, k-1} - 2y_{i, 2, k-1} + y_{i, 3, k-1}) + \frac{r_1^2}{256a_i} q_i(x_i, t) \dots\dots\dots (36)$$

あるいは

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^2}{2a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} y_{i, 0, k+1} + \left[\frac{-2r_1^2}{a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} + \frac{r_1^2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})}{32a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} \right] y_{i, 1, k+1} \\ & + \left[1 + \frac{3r_1^2}{a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} - \frac{r_1^2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})}{16a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} \right] y_{i, 2, k+1} \\ & + \left[\frac{-2r_1^2}{a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^2}} + \frac{r_1^2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})}{32a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} \right] y_{i, 3, k+1} + \frac{r_1^2}{2a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} y_{i, 4, k+1} \\ & + \frac{r_1^2}{32a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} (k_{p1}|y_{1, 4, k+1}| + k_{p2}|y_{2, 4, k+1}| + k_{p3}|y_{3, 4, k+1}|) \\ & \times (y_{i, 1, k+1} - 2y_{i, 2, k+1} + y_{i, 3, k+1}) = 2y_{i, 2, k} - \frac{r_1^2}{2a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} y_{i, 0, k-1} \\ & - \left[\frac{-2r_1^2}{a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} + \frac{r_1^2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})}{32a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} \right] y_{i, 1, k-1} - \left[1 + \frac{3r_1^2}{a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} \right. \\ & \left. - \frac{r_1^2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})}{16a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} \right] y_{i, 2, k-1} - \left[\frac{-2r_1^2}{a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} + \frac{r_1^2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})}{32a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} \right] y_{i, 3, k-1} \\ & - \frac{r_1^2}{2a_{il_{i-1}^4 l_{i-2}^4 \dots l_1^4}} y_{i, 4, k-1} - \frac{r_1^2}{32a_{il_{i-1}^2 l_{i-2}^2 \dots l_1^2}} (k_{p1}|y_{1, 4, k-1}| + k_{p2}|y_{2, 4, k-1}| + k_{p3}|y_{3, 4, k-1}|) \\ & \times (y_{i, 1, k-1} - 2y_{i, 2, k-1} + y_{i, 3, k-1}) + \frac{r_1^2}{256a_i} q_i(x_i, t) \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

以上の式は下から i 番目スパンの中央点においてたてた式であるが、他の点に対しても階差方程式を得ることが出来る。しかし、ここでは紙数の都合で省略する。

微分系 (25) 中の連続条件に対しては次の様な階差方程式を得る。

たわみについて

$$y_{i, 4, k} - l_i y_{i+1, 0, k} = 0$$

傾斜について

$$\begin{aligned} & \frac{1}{l_i(1+l_i)} y_{i, 5, k} + \frac{l_i - 1}{l_i} y_{i, 4, k} - \frac{l_i}{1+l_i} y_{i, 3, k} \\ & - \frac{1}{l_i(1+l_i)} y_{i+1, 1, k} - \frac{l_i - 1}{l_i} y_{i+1, 0, k} + \frac{l_i}{1+l_i} y_{i+1, -1, k} = 0 \end{aligned}$$

曲げモーメントについて

$$\begin{aligned} & \frac{1}{l_i(1+l_i)} y_{i, 5, k} + \left(\frac{h_i^2 k_{mi}}{2} - \frac{1}{l_i} \right) y_{i, 4, k} + \frac{1}{1+l_i} y_{i, 3, k} \\ & - \frac{e_i}{l_i} \left[\frac{1}{l_i(1+l_i)} y_{i+1, 1, k} - \frac{1}{l_i} y_{i+1, 0, k} + \frac{1}{1+l_i} y_{i+1, -1, k} \right] = -\frac{h_i^2 c_{mi}}{2} \end{aligned}$$

せん断力について

$$\begin{aligned} & \frac{1}{l_i^3(1+l_i)} y_{i, 6, k} + \frac{2}{l_i^2(1+l_i)} \left[-\frac{1}{l_i} + l_i - 1 \right] y_{i, 5, k} \\ & + \left[\frac{1}{l_i^3(1+l_i)} - \frac{2(l_i - 1)}{l_i^2} - \frac{l_i}{1+l_i} \right] y_{i, 4, k} + \frac{2}{1+l_i} \left[1 - \frac{1}{l_i} + l_i \right] y_{i, 3, k} \\ & - \frac{l_i}{1+l_i} y_{i, 2, k} - \left(\frac{e_i}{l_i^2} \right) \left\{ \frac{1}{l_i^3(1+l_i)} y_{i+1, 2, k} + \frac{2}{l_i^2(1+l_i)} \right. \\ & \left. \times \left[-\frac{1}{l_i} + l_i - 1 \right] y_{i+1, 1, k} + \left[\frac{1}{l_i^3(1+l_i)} - \frac{2(l_i - 1)}{l_i^2} - \frac{l_i}{l_i + 1} \right] y_{i+1, 0, k} \right\} \end{aligned}$$

.....(38)

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{1+l_i} \left\{ 1 - \frac{1}{l_i} + l_i \right\} y_{i+1, -1, k} - \frac{l_i}{1+l_i} y_{i+1, -2, k} \Big\} - k r l h_i^3 y_{i, 4, k} \\
& = c_{r1} h_i^8
\end{aligned}$$

但し

$$h_i = (dx)_i$$

又、同じ微分系 (25) 中の境界条件に対する階差方程式は次の様になる。

$$\begin{aligned}
& y_{1, 0, k} = 0 \\
& \frac{y_{1, -1, k} - 2y_{1, 0, k} + y_{1, 1, k}}{h_1^2} = 0 \\
& \frac{y_{4, 3, k} - 2y_{4, 4, k} + y_{4, 5, k}}{h_4^2} = 0 \\
& \frac{-y_{4, 2, k} + 2y_{4, 3, k} - 2y_{4, 4, k} + y_{4, 5, k} + y_{4, 6, k}}{2h_4^3} = 0
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (39)$$

これを簡単にして

$$\begin{aligned}
& y_{1, 0, k} = 0 \\
& y_{1, -1, k} = -y_{1, 1, k} \\
& y_{4, 5, k} = 2y_{4, 4, k} - y_{4, 3, k} \\
& y_{4, 6, k} = y_{4, 2, k} - 4y_{4, 3, k} + 4y_{4, 4, k}
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (40)$$

階差方程式 (37), (38) 及び省略した他の点についての階差方程式をすべての i の値について書き下し、それに境界条件 (40) を代入すれば、得られた方程式は行列表示で次の様にまとめられる。

$$\begin{aligned}
& [y_{i, j, k+1}] = 2[a]^{-1} [y_{i, j, k}] - [y_{i, j, k-1}] + [a]^{-1} [C] + \frac{r_1^2}{256} [a]^{-1} [Q] \\
& \text{ここに} \\
& [a] = [A] + \frac{r_1^2}{32} \sum_{l=i}^8 (k_{pl} | y_{l, 4, k-1} | + c_{pl}) [B]
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$i=1, 2, 3, 4, j=-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

[A] 及び [B] は 32 行 32 列の定数行列 [C] 及び [Q] は 32 行 1 列の定数行列である。

初期条件に対しては、シングルレベルガイドタワーの場合と同様に

$$\begin{aligned}
& y_{i, j, 0} = 1 \\
& \frac{y_{i, j, 0} - y_{i, j, -1}}{\Delta t} = 0
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (42)$$

あるいは

$$\begin{aligned}
& y_{i, j, 0} = 0 \\
& y_{i, j, -1} = 0
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (43)$$

を使用すると、(41) は $k=0$ の時刻から始まって各時刻の値が順次計算されていくことになる。

5. 数値解析

本研究では、以下に与えられた寸法及び特性をもつシングルレベルガイドタワーを基準として、Table 1 に与えられた r, k_r, Q, T_w の 14 の組合せについて数値解析がなされた。

ガイドワイヤーの特性曲線の傾斜や截片は Fig. 5 から計つて得られたものである。

スパンの長さ： $L=800$ ft

断面 2 次モーメント： $I=18600$ in⁴ (等価)

弾性係数： $E=30 \times 10^6$ psi

ガイドワイヤー支持点のたわみの限界： $Y_f=5$ ft
 ガイドワイヤーの特性曲線の折点のたわみ： $Y_l=3.5$ ft
 たわみ—曲げモーメント曲線の第1分枝の傾斜： $K_m=18$ kip・ft/ft
 たわみ—水平反力曲線の第1分枝の傾斜： $K_r=28.6$ kip/ft
 たわみ—軸方向力曲線の第1分枝の傾斜： $K_p=3.08$ kip/ft
 たわみ—曲げモーメント曲線の第1分枝の截片： $C_m=0$
 たわみ—水平反力曲線の第1分枝の截片： $C_r=0$
 たわみ—軸方向力曲線の第1分枝の截片（初期張力によるもの）： $C_p=13.1$ kips
 たわみ—曲げモーメント曲線の第2分枝の傾斜： $K_m'=56.6$ kip・ft/ft
 たわみ—水平反力曲線の第2分枝の傾斜： $K_r'=108.4$ kip/ft
 たわみ—軸方向力曲線の第2分枝の傾斜： $K_p'=9.35$ kip/ft
 たわみ—曲げモーメント曲線の第2分枝の截片： $C_m'=-135$ kip・ft
 たわみ—水平反力曲線の第2分枝の截片： $C_r'=-280$ kip
 たわみ—軸方向力曲線の第2分枝の截片： $C_p'=-8.8$ kip
 単位長さ当りの質量： $A_f/g=210/32.2=6.522$ slug/ft
 基準の風外力としては次のものがとられた。
 風速 125 mph 時の風圧： $Q=250$ lb/ft
 突風の継続時間： $T_w=1.6$ sec.

Table 1 Parameter Combinations used in the Numerical Calculations.

計算番号	r	K_r	Q	T_w	外乱波形	求めたもの
1	1/2	1	1	1	矩形波	モーメント
2	1/4	1	1	1	矩形波	たわみ
3	1/2	1	1	1	矩形波	たわみ
4	1/4	1	1	1	矩形波	モーメント
5	1/2	1/2	1	1	矩形波	たわみ
6	1/4	1/2	1	1	矩形波	モーメント
7	1/2	1/2	1	1	矩形波	モーメント
8	1/2	1/2	1	1	矩形波	たわみ
9	1/2	1	1/2	1	矩形波	たわみ
10	1/4	1	1/2	1	矩形波	モーメント
11	1/2	1	1/2	1	矩形波	モーメント
12	1/4	1	1/2	1	矩形波	たわみ
13	1/4	1	1	1	三角波	たわみ
14	1/4	1	1	1	三角波	モーメント

(Table 1 の数字は基準の値に対する倍数を示す)

Table 1 中, r の変化によつて時間軸上の区間と空間軸上の区間との比のとり方が結果に及ぼす影響がわかり, K_r の変化によつてガイドワイヤーの剛性の変化の影響がわかる。又, Q や T_w の変化によつて外乱の変化の影響が比較できる。

数値計算は IBM 7074 を使用して FORTRAN プログラミング¹¹⁾を通じて行なわれた。

計算結果は Fig. 8, Fig. 9 及び Fig. 10 に示してある。Fig. 8 にはガイレベルとスパンの4分点におけるたわみの時間的変化を示し, Fig. 9 には同じ点における曲げモーメントの時間的変化を示してある。又, Fig. 10 には最大たわみ及び最大曲げモーメントの絶対値の高さ方向分布を示してある。

曲げモーメントは

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_{t,j,k} \approx \frac{y_{t,j+1,k} - 2y_{t,j,k} + y_{t,j-1,k}}{(\Delta x)^2} \dots\dots\dots(44)$$

なる式を使つて計算機によつて計算された。

解が求められた時間が長いのは解の安定性をみるためである。

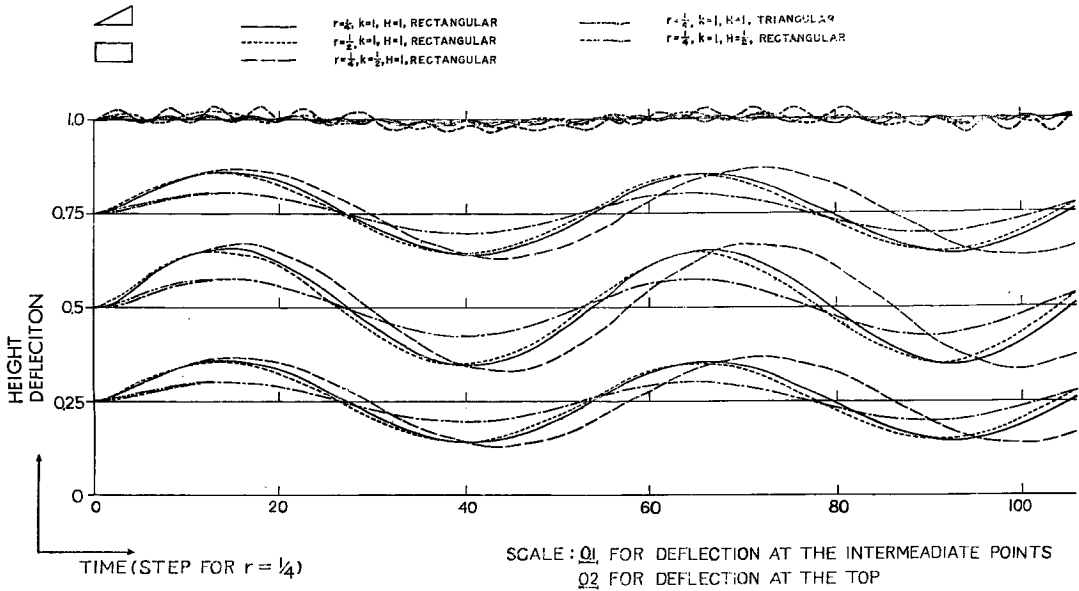


Fig. 8 Deflection vs time for a single-level guyed tower

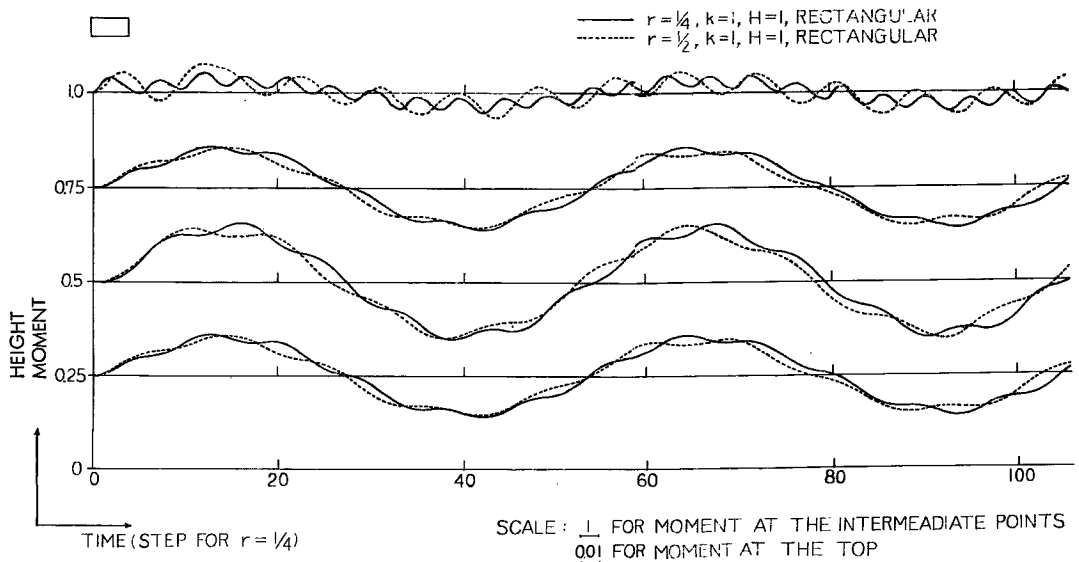


Fig. 9 Bending moment vs time for a single-level guyed tower

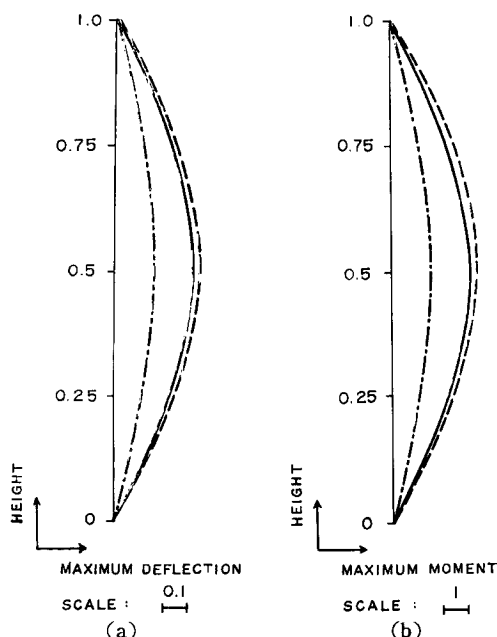


Fig. 10 (a) Maximum deflection vs height for a single-level guyed tower

Fig. 10 (b) Maximum moment vs height for a single-level guyed tower

6. 結果の考察

6.1 一般的考察

Fig. 8, Fig. 9 及び Fig. 10 から次の様な結論が引き出される。

(1) Fig. 8 に示されたたわみ—時間曲線は滑らかである。Fig. 9 の曲げモーメント—時間曲線は大体においてたわみ—時間曲線に似ているが、それよりも滑らかでない。これは階差法によると低次よりも高次の微係数において誤差が大きく出るためと思われる。この誤差のために、曲げモーメントに対しては各パラメーターの変化による影響を詳細に比較することが出来ないで、すべての場合に対して曲げモーメント—時間曲線は描かれていないけれども、振巾の最大値や周期の大体の見当はつけることが出来る。

(2) たわみ—時間曲線 (Fig. 8) においても曲げモーメント—時間曲線 (Fig. 9) においても、各曲線の最大値は大体同じ値をとっている。

(3) Fig. 8 及び Fig. 9 のどの曲線においても周期性が認められる。スパン上の点は同じ周期をもち、その周期は同じ断面をもつ単純梁の基本振動周期 $T_0=16.7$ sec より少し長い。これは1端弾性

支持のために延びたものと思われる。一方、ガイレベルにおいては長短2つの周期が認められる。このうち、長い方の周期はスパン上の点の周期と同じであるが、短い方の周期は長い方の1/3~1/6位であつて、これは r の影響を受ける。したがって短い周期の正確な値はわからないが、長短2種の周期が重なっていることはいえる。

(4) Fig. 8 においても Fig. 9 においても、過渡状態の中に明瞭な不規則性は認められない。しかし、これは、このガイドタワーに対してこの程度の外力は小さすぎるためと思われ、実際、 $K_r=1/2$ の場合を除いては、振動中、ガイドケーブルの特性曲線の第2分枝に入ることがなかった。

(5) Fig. 8 においても Fig. 9 においても、振巾が大となれば周期も長くなることが認められる。これは非線型に振動しているためと思われる。

(6) Fig. 10 に示された動的最大曲げモーメントの絶対値の高さ方向分布は静的な高さ方向分布と形においてはよく似ていて、共に、スパンの中央で最大、1/4及び3/4分点で同じ値、支点で零、ガイレベルで極めて小さな値をとる。

6.2 パラメーターの変化による影響

Table 1 に示された様に、パラメーターや定数を種々に変えて14通りの場合について解が計算されたが、本節ではそれらの結果が互に比較される。

(1) r の影響 (階差法の時間・空間平面でのネットの組み方の影響)

$r=1/2$ と $r=1/4$ の2つの場合について計算された。 $r=1/4$ の場合の方が、より細かい時間増分に対する結果が得られるが、ガイレベルを除いて両者の間に大きな相違は認められない。前節に述べた様に、ガイレベルでは $r=1/2$ の場合と $r=1/4$ の場合とでは異なつた短周期をもつから、それを定量的に調べるには解が安定するに充分小さな r をとらねばならない。しかし、最大値に関する限り、 $r=1/2$ は充分小さな値

である。

(2) K_r 影響 (ガイドケーブルの水平方向の剛度の影響)

K_r に対しては、基準の値とその1/2の値の2つの値がとられた。 K_r の値は (30) の行列 [A] の右下端の要素の値、従つて、ガイレベルのたわみの振巾、ひいてはスパンの他の点でのたわみの振巾に影響を与える。 K_r 即ち、ガイドケーブルの剛性が1/2に低下すると、ガイレベルのたわみは2倍になつて特性曲線の第2分枝に入り、スパン上の点のたわみを約8%増加させると同時に周期も約8%延ばす。 K_r の値を1/2に低下させてもなおガイドケーブルは剛く、ガイレベルの最大たわみは中央スパンのたわみの1/35以下にすぎない。ガイレベルの最大たわみをスパン上の他の点のたわみと同じオーダーにするためには、行列 [A] の右下端の要素の値を他の要素の値と同じオーダーまで下げねばならず、そのためには K_r の値は基準の値の1/100まで低下せねばならない。しかし、実際にはその必要はないであろう。

(3) Q の影響 (外乱風荷重の振巾の影響)

外荷重の振巾が1/2に減少すると、スパン上のすべての点の最大たわみと最大曲げモーメントも亦1/2に減少する。しかし、 $K_r=1/2$ の場合を除いてはガイドケーブルの特性曲線の第1分枝中だけで振動するから、外荷重の振巾と最大たわみ及び最大曲げモーメントの間に線型性が存在する、ということはいえない。又、外荷重の振巾が1/2に減少すると、スパン上のすべての点の周期も約5%短くなる。

(4) T_w の影響 (外乱風荷重の継続時間の影響)

Fig. 8 及び Fig. 9 によれば、振動周期が約20秒位であるのに対し、突風の継続時間は約1秒位であるにすぎないから、1秒の前後で少々継続時間を変化させても、最大たわみや最大曲げモーメントにそれ程影響するとは考えられない。したがつて、継続時間は1秒に近くて数値計算に便利な1.6秒だけにした。

(5) 矩形外荷重パルスと三角形外荷重パルスとの比較

Fig. 8, Fig. 9 及び Fig. 10 を通じて、矩形波パルスに対するレスポンスと、その1/2の最大振巾をもつ三角波パルスに対するレスポンスとは、スパン上の点で非常によく一致している。これは微小時間の衝撃に対して波形の面積が等しいために起るものであると考えられる。僅かな相違は矩形波パルスの場合の方がやや早く増加し始めることである。ガイレベルでのたわみは三角波パルスの場合の方が少し大きく、その上、位相差が認められる。2章に述べた様に、三角波の方がより現実的であるが、矩形波は最も簡単な形のパルスとして比較のために与えられた。

6.3 動的解析結果と静的解析結果との比較

本節では、以上の方法によつて得られた動的解析結果と、Hull の方法によつて得られた静的解析結果とを比較する。静的解析の対象となるガイドタワーは5章で数値解析をしたものと同じものであり、外乱風荷重も同じものをとる。計算の詳細は省略して、得られた結果のみを記せば、最大静的曲げモーメントは

$$M_{S, max} = 20031 \text{ kip} \cdot \text{ft}$$

となる。一方、5章で得られた無次元最大動的曲げモーメントは Fig. 10 から3.14であつたから、これから有次元の最大動的曲げモーメントは

$$M_{D, max} = -EI \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \Big|_{max} = -\frac{EI}{L} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{max} = -\frac{30 \times 10^6 \times 18600}{800 \times 144} \times 3.14 = -15200 \text{ kip} \cdot \text{ft}$$

となり、動的解析結果は静的解析結果よりも約25%小さい。この結果は一見不合理の様に見受けられるが、次の様に考えればうなずけるものである。即ち、気象学のデータから得られた突風の継続時間 1.6 sec は、このガイドタワーの基本振動周期に比べてあまり小さすぎるために、同じ値の風圧をとれば、静的解析結果の方が大きくなる。しかし、実際には、突風の風圧が静的解析でとられた様に無限に長い間かかっているとは考えられないし、突風の風圧値も静的解析でとられた値よりも大であると考えられるから、同じ風圧力に対して静的解析と動的解析とを比較すること自体が問題となろう。

7. 結 語

本研究は筆者がペンシルバニア州立大学大学院に在学中極く短期間になされたもので、時間の制限から、初段階の極く簡単な場合に対してしか数値解析例が得られなくて残念であつた。しかし、ガイドタワーの動的解析は以前になされたことがなかつたので、解法の道筋をたてることが主な狙いであり、もつと現実に近い場合は将来の研究にまたねばならないが、解法の道筋をたてる意味においては、本研究は所期の目的を達成した様に思われる。今後、改良研究すべき点としては、次の事項があげられるであろう。

- (1) 非線型微分方程式の階差法による解の収斂性について研究すること。
 - (2) スパン上のもつと多くの点におけるレスポンスを得るために、もつと網目を細かくして階差法を適用すること。
 - (3) 抽象化した風圧でなく、時間的にも空間的にももつと実際に近く変化する風圧を使用すること。
 - (4) ガイドケーブルの特性曲線をもつと多くの場合について計算しておくこと。そして現実に近い曲線を解析に利用すること。本研究に使用されたものは静的な曲線であるが、動的な曲線についても研究されることが望まれる。
 - (5) 本研究にはシングルレベルガイドタワーの数値解析例しかないが、論文中の式を使つてマルチレベルガイドタワーの場合にも数値解析をせねばならない。その他。
 - (6) ダンピングを含む場合
 - (7) 動的捩屈を起す場合、更に
 - (8) 設計法の改良の問題等
- も研究されることが望まれる。

謝 辞

最後に、米国ペンシルバニア州立大学大学院における本研究遂行の機会を与えられた同大学工業力学科主任 Joseph Marin 教授及び研究上の助言をいただいた Frederick H. Hull 助教授に感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Hull, F.H. : Some Problems in the Analysis of Tall Multi-Level Guyed Towers, Princeton University, Ph. D. Dissertation, 1960.
- 2) Wells, H. A. : Microwave Radio-Relay Towers, Bell Laboratories Record, 37, pp. 299~304, Aug., 1959.
- 3) U. S. Bureau of Yards and Docks : Basic Structural Engineering, Technical Publication Navdocks, TP-Te-3, May, 1954.
- 4) Timoshenko, S. : Vibration Problems in Engineering, 3rd Ed., D. Van Nostrand Company, Inc., 1955.
- 5) Norris, C. H., etc. : Structural Design for Dynamic Loads, 1st Ed., McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959.
- 6) Forsythe and Wasow : Finite Difference Method for Partial Differential Equations, 1st Ed., John Wiley and Sons, Inc., 1960.
- 7) Crandall : Engineering Analysis, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1956.
- 8) Kunz, K. : Numerical Analysis, 1st Ed., McGraw-Hill Book Company Inc., 1959.
- 9) Salvadori and Baron : Numerical Methods in Engineering, Prentice Hall.
- 10) Collatz : Numerische Behandlung.
- 11) IBM : General Information Manual FORTRAN, 1st Ed., 1961.