

新制

理

1493

学 位 審 査 報 告 書

(ふりがな) 氏 名	もりた かずま 森田 知真
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 3353 号
学位授与の日付	平成 21 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析 専攻
(学位論文題目) On Galois representations of local fields with imperfect residue fields (完全でない剰余体をもつ局所体のガロア表現について)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 加藤 和也 教授 吉田 敬之 教授 池田 保 教授

理 学 研 究 科

(論文内容の要旨)

本論文は、 p 進体のガロア表現についての重要な結果を得たものである。

K を標数 0 の完備離散付値体で、剰余体 k の標数が素数 p であるものとする。 K の (絶対ガロア群の) p 進ガロア表現について、 k が完全体の場合には、Fontaine によって創始された豊かな理論が既に存在している。森田知真氏はそれを k が完全体と限らない場合へと拡張することに関するすぐれた仕事を、この論文でおこなった。

K のガロア表現には、とくに良い性質を持つものとして、de Rham 表現及び、potential に半安定な表現、がある。 K が完全体の場合は、この2種の表現は、定義法は違うが同じものであることが知られていた。

k の p 乗元全体のなす体の上に k は有限次であるとする。(なお、応用上出てくる K はふつうこの条件をみたす。) K の剰余体を完全化してできる完備離散付値体 K' をとる。森田氏は、 K の p 進ガロア表現について次の 定理 1、定理 2 を証明した。定理 1 の証明は本論文に与えられており、一方定理 2 の証明は森田氏の別の論文に与えられている。

定理 1. そのガロア表現が de Rham であることと、それが K' のガロア表現と見て de Rham であることは同値である。

定理 2. そのガロア表現が potential に半安定であることと、それが K' のガロア表現と見て potential に半安定であることは同値である。

K' の剰余体は完全体なので、この森田氏の定理は、 k が完全体でない場合によく解明されていなかった p 進表現の問題が、既によく解明されている k が完全体の場合へと帰着する道を開いた。特に森田氏はこの定理 1, 2 により、 k が完全体である場合へと帰着することで次の定理を得た。

定理 3. K の p 進ガロア表現について、それが de Rham 表現であることと potential に半安定な表現であることは同値である。

森田氏は (本論文に証明の詳細は書いていないが)、定理 1、定理 2 に似たことが、

K の p 進ガロア表現が Hodge-Tate であるか否かについても、potential に水晶表現であるか否かについても成立し、定理 1 と同様の方法で証明されることを

本論文の中で、納得のいく形で説明している。これら、定理 1 及びその類似物である定理 2 などの、森田氏が得た結果は、予想もされていなかった重要な定理である。

氏 名	森田 知真
-----	-------

(論文審査の結果の要旨)

森田知真の本論文における研究は、剰余体が完全体と限らない p 進局所体の p 進ガロア表現についての、重要な結果を得たものである。剰余体が完全体の時には、Fontaine の研究をはじめ、多くの研究がすでにおこなわれている。しかし、剰余体が完全体でないときは剰余体が完全体であるときに比べ、研究は非常に困難であった。剰余体が完全体でない p 進局所体は、代数体あるいは通常の局所体の上に定義された代数多様体の関数体を p 進完備化したときに現れる。そういう代数多様体の整数論的な研究にとって、剰余体が完全でない p 進局所体の研究は重要であり、とくにそういう体の p 進ガロア表現の研究は大きな意味を持つと考えられる。

森田氏はこの論文において、剰余体が単全体でない p 進局所体の p 進ガロア表現について、それが de Rham 表現であるか否か、potential に半安定な表現であるか否かが、剰余体を完全化したのちにそれぞれ判定できることを示した。(ただし、de Rham 表現に関しては証明がこの論文に与えられ、半安定表現に関しては、別の論文に与えられている。半安定表現に関する証明は、de Rham 表現に関するこの論文に書かれた証明に似た議論でおこなうことができる。)

森田氏のこの結果は、全く予想もされてもいなかったものである。 p 進 Hodge 理論の新しい方向を開いたものと言える。この森田氏の成果は、剰余体が完全体でない場合の困難な問題を、既に良い理論が確立している剰余体が完全体である場合へ、帰着する方向を切り開いたという、画期的な意味を持つ。実際、森田氏はこの成果の応用として、de Rham 表現は potential に半安定表現であるという、剰余体が完全体の場合にのみ得られていた重要な定理を、剰余体が完全体でない場合に拡張することをなした。

p 進 Hodge 理論における、森田氏が示した「剰余体を完全化して考えるても、重要な情報が意外にも失われない」という考え方は、ひとつの新思想として、今後の p 進 Hodge 理論において重要な役割を果たすであろう。そして、森田氏がこの論文で得た成果は、 p 進 Hodge 理論において大きな役割を果たして行くことが、十分に期待できる。

森田氏の成果は、困難な考察を積み重ねて得たものであり、労作である。また、この論文は、困難を越えて行く森田氏の力を示したものである。

論文内容及びそれに関する試問をおこなった結果、審査員全員の総意として、この論文を、理学博士の学位論文としての価値を十分に有するものと認めた。