

氏 名	林 勲 男 はやし いさ お
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 347 号
学位授与の日付	昭 和 46 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Embedding and Existence theorems of infinite Lie algebra (無限リー代数の埋めこみおよび存在定理)

論文調査委員 (主 査) 教授 小 松 醇 郎 教授 永田雅宜 教授 吉沢尚明

論 文 内 容 の 要 旨

リー群は19世紀の後半 Sophus Lie により、古典幾何学とくに微分方程式の解法の問題に関連して創られた概念であって、数学における重要概念の一つである。E. Cartan は今世紀初頭にこれを深く研究し多くの結果を得た。

すべての無限次元リー群（特に推移的なもの）にはある仕方で無限次元リー代数が対応せしめられ、両者の間には密接な関係がある（これは本質的には Cartan に負う）。最近 V. W. Guillemin, I. M. Singer, S. Sternberg らは、このリー代数の厳密な定式化と抽象化を行ない、かつその構造に関してのいくつかの基本的な定理（存在と一意性の定理、実現定理）を証明した。

申請者の論文は、Guillemin らとは異なった方法で無限次元リー代数を構成し、その性質を調べ、基本的な定理を拡張し、かつ精密化し、さらにその証明を著しく簡明にしたものである。

申請者は無限次元リー代数を可附番無限個の truncated リー代数の列

$$L : 0 \leftarrow V_0 \leftarrow V_1 \leftarrow \dots \leftarrow V_n \leftarrow \dots$$

の射影的極限として定義する。そしてこの L が、Guillemin らによるものと代数的に同等であることを示した。ついで有階リー代数 $\text{Gr}(L)$ とコホモロジー群 $H^{i,j}(L)$ を定義し、次の重要な埋め込みの定理を証明した。

$$L : 0 \leftarrow V_0 \leftarrow V_1 \leftarrow \dots$$

$$M : 0 \leftarrow W_0 \leftarrow W_1 \leftarrow \dots$$

を二つの無限次元リー代数とする。ある $P \geq 0$ があって M の truncation $0 \leftarrow W_0 \leftarrow W_1 \leftarrow \dots \leftarrow W_P$ が L の truncation $0 \leftarrow V_0 \leftarrow \dots \leftarrow V_P$ の中に埋め込められているとする。もし $\dim W_0 = \dim V_0$ 、かつ、 $H^{i,j}(L) = H^{i,j}(L) = 0$ ($i \geq p$) ならば、この埋め込みは M の L への埋め込みをひきおこし、かつ、適当な意味で一意的である。

この定理の直接的な応用として二つの定理が得られる。一つは Guillemin らによる実現定理の拡張であ

り、もう一つはLが有階になるための条件である。

次に本論文の主定理ともいべき「一般化された存在と一意性の定理」を証明した。

infinite Lie algebra $L: O \leftarrow V_0 \leftarrow V_1 \leftarrow \dots$ と *truncated Lie algebra* の列 $(*) O \leftarrow W_0 \leftarrow \dots \leftarrow W_{p-1}$ が与えられ、 $(*)$ はLの truncation $O \leftarrow V_0 \leftarrow \dots \leftarrow V_{p-1}$ の中に埋め込まれているとする。ある条件の下で $(*)$ は無限次元リイ代数Mに延長でき、かつMはLの中にとることができ、またMの一意性も成立つ。

Guillemin らによる存在と一意性の定理は、この定理の特別な場合 ($p=1$ でLが特殊) である。

参考論文は本論文への準備的なものである。

論文審査の結果の要旨

Cartan による無限次元リイ群の理論は現在では局所理論と呼ばれているものであって、最近めざましく発展してきている大域理論の基礎をなすものであり極めて重要な概念である。この局所理論に関してはまだ多くの問題があり、Guillemin, Singer, Sternberg らの仕事、また申請者の仕事もこの Cartan の線上、あるいは延長上にあるものである。

有限次元のリイ群論には Lie の第1, 第2, 第3の基本定理と呼ばれているものがある。すなわち構造定数からリイ群芽が一意的に構成できるといような定理である。Guillemin らによる存在と一意性の定理は、この第2, 第3基本定理の、無限次元リイ代数における対応物とみることができる。申請者はこれと異なる仕方で、更に一般化し精密化したものであって、この方向での応用発展が今後期待される。

また Guillemin らの証明はかなり複雑であったが、申請者は別の仕方で一般化すると共に証明を簡明にしたのである。これによって申請者が、この方面について豊富な知識と高い研究能力を持つことが認められる。

よって、本論文は、理学博士の学位論文として価値あるものと認める。