

回転平板間乱流の秩序渦構造

名古屋大学大学院工学研究科 加賀義人 (Yoshito Kaga)
Graduate School of Engineering, Nagoya University

岡大工機械工学科 柳瀬眞一郎 (Shinichiro Yanase)
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Okayama University

1 はじめに

回転系における平行平板間を過ぎる流れは、ターボマシナリーなどの機械工学への多大な応用のために研究されている重要な問題の一つである (Hart (1971), Alfredsson and Persson (1989), Nakabayashi and Kitoh (1996) and Hasegawa *et al.* (2002)). 一定圧力勾配によって駆動され回転する平行平板間の流れ、すなわち、回転平面ポアズイコ型流中には、片側の平板付近では流れは不安定化され、秩序縦渦構造が現れる。そして、逆の平板付近では流れは安定化される。これらの渦構造と系の回転角速度との関係は直接数値シミュレーション (DNS) やラージエディシミュレーション (LES) などを用いて調べられている (Kristoffersen and Andersson (1993) and Lamballais *et al.* (1998)). これらの過去の研究はいずれも、流れの特徴は、流体のせん断とコリオリ力の相互作用によって発生する不安定性に強く影響を受けるということを示している。この不安定性はシアア・コリオリ不安定性 (または慣性不安定性) と呼ばれ、Bradshaw (1969) によって曲がった流路中の流れや熱対流の不安定性との類似性と関連付けて説明された。この系の回転に関する不安定性は、宇宙物理学 (Yanase *et al.* (2001)) や気象学 (Högström and Bergström (1996) and Griffiths (2003)) においても重要な現象である。

流体の渦度 ω と系の回転に関する渦度 2Ω の向きが互いに同じ向き (または逆向き) であるとき、流れ場はサイクロニック (またはアンチサイクロニック) であると呼ばれる。シアア・コリオリ不安定性は、系の回転の渦度が流体の渦度に対して弱くアンチサイクロニックであるとき発生する。このとき、この不安定性はロスビー数 Ro^L を用いて次のように説明することができる。

$$Ro^L = \frac{\text{vorticity of the fluid}}{\text{vorticity of the system rotation}} \begin{cases} > -1 & \Rightarrow \text{stable} \\ = -1 & \Rightarrow \text{neutral} \\ < -1 & \Rightarrow \text{unstable} \end{cases} \quad (1)$$

関係式 (1) は、回転せん断乱流の線型過程に対して矛盾なく成立する。しかしながら、流れがたとえ乱流でなくても、この関係式はシアア・コリオリ不安定性を大まかな特徴を知るのに役に立つ。

非線形過程に対するシアア・コリオリ不安定性による不安定化は、回転自由せん断乱流について調べられてきた (Lesieur *et al.* (1991), Bartello *et al.* (1994) and Métais *et al.* (1995)). Métais *et al.* (1995) は、シアア・コリオリ不安定性によって渦構造が発達するにつれて、平均的にシアア・コリオリ中立安定 ($Ro^L = -1$) の領域が形成されることを調べた。 $Ro^L = -1$ の領域は、そこで絶対渦度 $\omega + 2\Omega$ の平均値がゼロに近づくので、絶対渦度ゼロ領域と呼ばれる。

回転一様せん断乱流に関する近年の研究では、Tanaka *et al.* (2000) は、さまざまな系の回転率に対して流れ場の漸近的な形態を調べたが、しかしながら、彼らの結果は不安定な回転場に対して絶対渦度ゼロ状態が作られないことを示している。

Yanase *et al.* (2004) は、絶対渦度ゼロ状態において、渦構造の発達の仕組みを研究した。彼らは絶対渦度ゼロ状態では初期渦塊は、渦層を経て、せん断の方向に少し傾いた管状縦渦構造になるということを示した。彼らの絶対渦度ゼロ状態における秩序渦構造の生成と維持の仕組みは、回転せん断流場に見られる絶対渦度ゼロ状態の渦構造の仕組みを理解するのに役に立つと考えられる。

回転平面ポアズイユ型流では, $\tilde{x}_2 = \pm h$ におかれた二つの平板間を流体が通り, $\tilde{x}_3$ 軸の周りに角速度 Ω_0 で回転しているとする. $\tilde{x}_1$ 方向の基本流速は $U(\tilde{x}_2)$ と表せられるので, 基本渦度はスパン方向に $-\partial U(\tilde{x}_2)/\partial \tilde{x}_2$ と表せられる. ポアズイユ型流では $U(\tilde{x}_2) = U_0(1 - (\tilde{x}_2/h)^2)$ であるとする. $\tilde{x}_2$ および Ω_0 が $x_2 = \tilde{x}_2/h$ および $\Omega = \Omega_0 h/U_0$ と無次元化されるとき, 基本流に対するロスビー数は次のようになる.

$$Ro = \frac{2U_0\tilde{x}_2/h^2}{2\Omega_0} = \frac{x_2}{\Omega}. \quad (2)$$

これゆえ, $\Omega > 0$ のとき基本流はアンチサイクロニック領域の $-1 \leq x_2 < -\Omega$ の部分で不安定化され, それ以外の領域では安定化される. 回転平面ポアズイユ型流について, 絶対渦度ゼロ状態は数値的 (Kristoffersen and Andersson (1993) and Lamballais *et al.* (1998)) にも実験的 (Johnston *et al.* (1972) and Kitoh (1999)) にも確認されている. しかしながら, 秩序渦構造と絶対渦度ゼロ状態との関係は十分知られているとはいえない. このため, 本研究では, 回転平面ポアズイユ型流の絶対渦度ゼロ状態の生成と関係する渦構造の役割について研究を行う. まず, 回転平面ポアズイユ型流中でのシア・コリオリ不安定性の影響を調べるため, 十分低いレイノルズ数における渦構造の形態と絶対渦度との関係について調べ, 次に, レイノルズ数を大きくした場合どのように乱流に近づくのかを調べる.

2 数値計算の方法

無限に広がる二枚の平行平板間を流れる非圧縮粘性流体の運動を考える. 二枚の平板はそれぞれ $x_2 = \pm h$ におかれているものとし, 系全体が回転角速度 Ω_0 で x_3 軸周りに回転しているものとする (図 1). 基本せん断流は x_1 方向の一定圧力勾配によって駆動されるものとする. 流れ場は, x_1 方向 (流れ方向) と x_3 方向 (スパン方向) にそれぞれ hL_1 および hL_3 の長さで周期的であると仮定する.

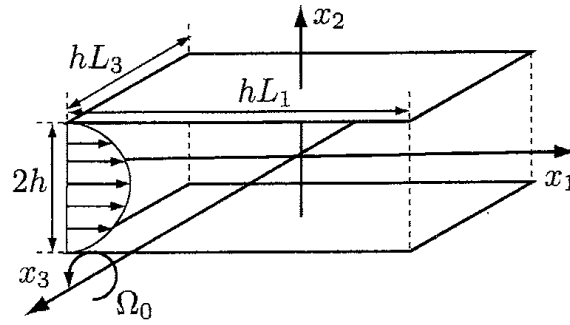


図 1: Computational periodic domain for the rotating plane-Poiseuille-type flow.

支配方程式は, 平板間距離の半値 h を代表長さ, 基本流速の最大値 U_0 を代表速度として無次元化する. このとき, 回転系の連続の式とナビエ・ストークス方程式は以下のように表される.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla P - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}), \quad (4)$$

ここで,

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \quad (5)$$

はラプラス演算子, $\mathbf{u}$ は速度ベクトル, $\boldsymbol{\Omega} = (0, 0, \Omega_0 h/U_0) = (0, 0, \Omega)$ は系の回転ベクトル, P は圧力 p に遠心力項が $P = p - \frac{1}{2}|\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}|^2$ として組み込まれたもの, t は時間, Re は h, U_0 , 動粘性係数 ν を用いて

$Re = hU_0/\nu$ と定義されるレイノルズ数である。ただし、密度 ρ は簡単のために 1 と仮定してある。方程式 (4) の右辺の第 3 項がコリオリ力項を表す。

数値計算には、式 (3) と式 (4) から導かれる渦度 $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$ および速度のラプラシアン $\Delta \mathbf{u} = -\nabla \times \omega$ に関する時間微分方程式が用いられる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \times \{\mathbf{u} \times (\omega + 2\Omega)\} + \frac{1}{Re} \Delta \omega, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla \times [\nabla \times \{\mathbf{u} \times (\omega + 2\Omega)\}] + \frac{1}{Re} \Delta^2 \mathbf{u}. \quad (7)$$

速度 $\mathbf{u}$ と渦度 ω は基本流成分と変動流 (かく乱) 成分に分解され、 $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}}$ および $\omega = \bar{\omega} + \hat{\omega}$ と表されるとする。ここで、上線 (—) は基本流成分を表し、ハット (^) は変動流成分を表す。基本流速は $\bar{\mathbf{u}} = (U(x_2), 0, 0)$, $U(x_2) = 1 - x_2^2$ とする。

平板上 ($x_2 = \pm 1$) では粘性境界条件を適用し、以下の関係式を用いる。

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_3} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \omega_2 = 0 \quad (x_2 = \pm 1). \quad (8)$$

時間発展計算を行うために、 x_1 方向と x_3 方向にはフーリエ級数展開が以下のように適用される。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{m=1-M}^M \sum_{n=1-N}^N \mathbf{u}_{mn}(x_2, t) e^{i(m\alpha x_1 + n\beta x_3)}, \quad (9)$$

$$\omega(\mathbf{x}, t) = \sum_{m=1-M}^M \sum_{n=1-N}^N \omega_{mn}(x_2, t) e^{i(m\alpha x_1 + n\beta x_3)}, \quad (10)$$

ここで $i = \sqrt{-1}$ は虚数単位、 α および β はそれぞれ x_1 および x_3 方向の基本波数であり、 $L_1 = 2\pi/\alpha$ および $L_3 = 2\pi/\beta$ の関係が成り立つ。 x_2 方向にはチェビシェフ多項式展開を適用する。

$$\mathbf{u}_{mn}(x_2, t) = \sum_{l=0}^L \mathbf{u}_{mnl}(t) T_l(x_2), \quad (11)$$

$$\omega_{mn}(x_2, t) = \sum_{l=0}^L \omega_{mnl}(t) T_l(x_2), \quad (12)$$

ここで、 $T_l(x_2) = \cos(l \arccos x_2)$ は l 番目のチェビシェフ多項式であり、これらの関数展開が適用された方程式は x_2 軸上のコロケーション点

$$x_{2j} = \cos \theta_j, \quad \theta_j = \frac{\pi j}{L} \quad (j = 0, 1, \dots, L), \quad (13)$$

において成り立つとする。

上述の構成では、 $m = n = 0$ のフーリエ係数、すなわち $x_1 - x_3$ 面 (水平面) での平均成分に対して $\omega_{200} = u_{200} = 0$ である。そのため、 u_{100} と u_{300} はナビエ・ストークス方程式から得られる以下の微分方程式から得られる。

$$\frac{\partial u_{100}}{\partial t} = (u_2 \omega_3 - u_3 \omega_2)_{00} + \frac{1}{Re} \Delta u_{100} + G, \quad (14)$$

$$\frac{\partial u_{300}}{\partial t} = (u_1 \omega_2 - u_2 \omega_1)_{00} + \frac{1}{Re} \Delta u_{300}, \quad (15)$$

ここで G は流れ方向の平均圧力勾配であり $G = 2/Re$ の関係が成り立つ。 $m = n = 0$ 以外の全てのフーリエ係数は、 ω_{2mn} と u_{2mn} が式 (6) および式 (7) から得られるため、 u_{1mn} と u_{3mn} は次式から求められる。

$$u_{1mn}(x_2, t) = \frac{-i}{k_{2D}^2} \left(n\beta \omega_{2mn} - m\alpha \frac{\partial u_{2mn}}{\partial x_2} \right), \quad (16)$$

$$u_{3mn}(x_2, t) = \frac{i}{k_{2D}^2} \left(m\alpha \omega_{2mn} + n\beta \frac{\partial u_{2mn}}{\partial x_2} \right), \quad (17)$$

ここで $k_{2D} = \sqrt{m^2\alpha^2 + n^2\beta^2}$ は水平方向波数である。時間発展計算では、対流項に2次精度アダムス・バッシュフォース法、粘性項にクランク・ニコルソン法が適用される。そして、境界条件(8)はタウ法で適用される。非線形項の高速フーリエ変換(FFT)で生じるエイリアシング誤差の除去のために2分の3法が用いられる。

3 計算結果と考察

3.1 低レイノルズ数の流れの渦構造と絶対渦度

最初に、レイノルズ数 $Re \leq 550$ 、回転角速度 $0 \leq \Omega \leq 1$ の範囲で変化させて時間発展計算を行った。基本波数は $(\alpha, \beta) = (1, 2)$ を用いた。このとき無次元化された周期箱の大きさは $(L_1, L_2, L_3) = (2\pi, 2, \pi)$ であり、級数打ち切り項数は $(2M, 2N, L) = (16, 32, 16)$ を用いた。図2に時間発展計算によって得られた解の分類を示す。ただし、縦軸は Ω の小さい領域の分布がよくわかるように $\log_{10} \Omega$ を用いた。この図では、記号 $\times$ は基本流が初期かく乱に対して安定であることを表し、 $\circ$ は流れ方向に一樣な2次元定常解、 $\square$ は流れ方向に一樣な2次元時間周期解、 $\bullet$ は3次元周期解、 $\blacksquare$ は3次元時間周期解、 $\odot$ はカオス解を表す。また、 ∇ と $\blacktriangledown$ は、それぞれ2次元と3次元の渦構造を持つ解で、上記のいずれにもはっきり分類し難いものを表す。図中の細線はシア・コリオリ中立曲線、太線はカオス解とその他の解との境界を表し、灰色の領域はスパン方向の鏡像と流れ方向の並進の空間対称性(Yanase and Kaga (2004))を持つ解が得られたことを表す。図2より、レイノルズ数や回転角速度を増加したときに層流から周期解を経て3次元解になり最終的にカオス解になるという、一般的な不安定化の過程を見ることができる。

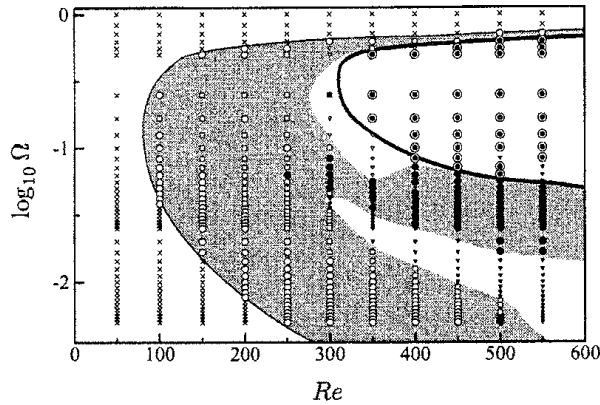


図2: Classification of the time-dependent solutions of the rotating plane-Poiseuille-type flow. Gray color denotes the region of the symmetric solutions. Thin solid line is a shear-Coriolis neutral curve and thick solid line is a rough boundary between the chaotic solutions and other solutions. ($\times$: basic flow, $\circ$: 2D steady solution, $\square$: 2D time-periodic solution, $\bullet$: 3D traveling-wave solution, $\blacksquare$: 3D time-periodic solution, $\odot$: chaotic solution, ∇ : 2D solution, $\blacktriangledown$: 3D solution)

次に、回転角速度 Ω を変化した場合の渦構造の変化を図3に示す。図には $Re = 350$ で $\Omega = 0.010, 0.015, 0.040, 0.250, 0.500, 0.625$ のそれぞれの場合の管状渦構造が描かれている。渦管は次式で定義される速度勾配の二次不変量 Q (Tanaka and Kida (1993) and Jeong and Hussain (1995)) の正の等値面で描かれており、 ω_1 の値が正および負に対応する渦管がそれぞれ黒色および灰色で区別されている。

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (18)$$

回転角速度 Ω が増加すると、渦構造は図3(a) から図3(f) の順で変化し、このとき、渦管が現れる位置は

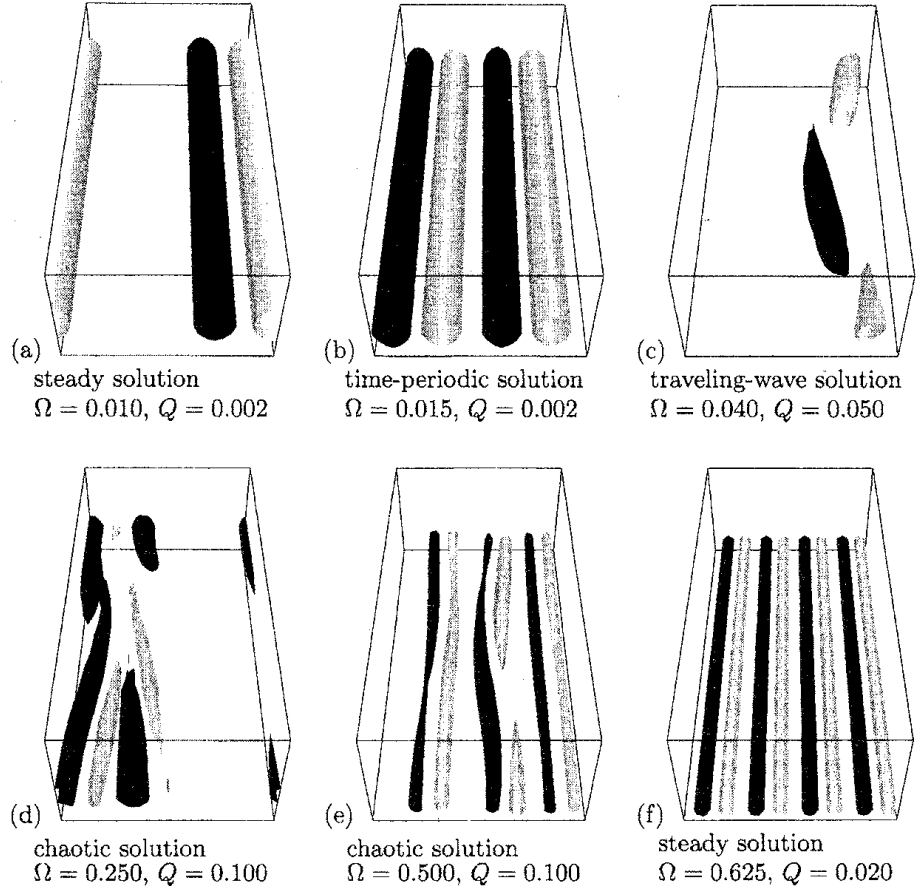


Figure 3: Variation of the tubular vortical structures displayed by the isosurfaces of the positive value of Q at $Re = 350$. Black plane corresponds to $\omega_1 > 0$ and gray plane to $\omega_1 < 0$. x_1 -, x_2 - and x_3 -axes are directed the forward, from bottom to top and from right to left respectively.

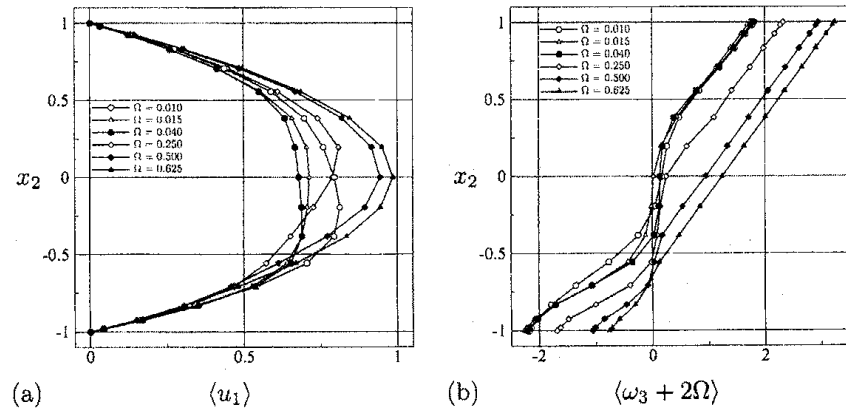


Figure 4: The mean velocity (a) and the mean absolute vorticity (b) profiles at $Re = 350$ for the rotating Poiseuille-type flow.

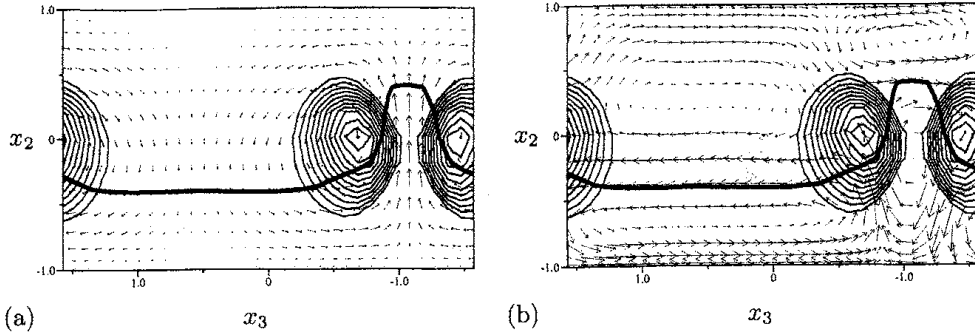


図 5: Vortical structures in the $x_2 - x_3$ cross section of the 2D steady solution for $Re = 350$ and $\Omega = 0.010$. (thick line: $\omega_3 + 2\Omega = 0$, thin lines: contours of positive Q ($\Delta Q = 0.001$), arrows: vectors of $(\hat{u}_2, \hat{u}_3)$ (a) and $(\hat{\omega}_2, \hat{\omega}_3)$ (b))

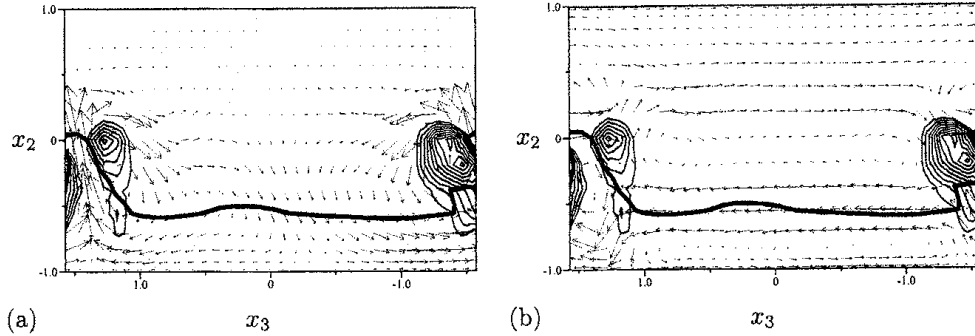


図 6: Vortical structures in the $x_2 - x_3$ cross sections of the chaotic solution for $Re = 350$ and $\Omega = 0.250$. (thick line: $\omega_3 + 2\Omega = 0$, thin lines: contours of positive Q ($\Delta Q = 0.025$), arrows: vectors of $(\hat{u}_2, \hat{u}_3)$ (a) and $(\hat{\omega}_2, \hat{\omega}_3)$ (b))

$x_2 = -1$ の平板に近づき、渦管の大きさは小さくなる。このときの平均速度と平均絶対渦度の分布を図 4 に示す。ここで、記号 $\langle \dots \rangle$ は、 $x_1 - x_3$ 面での空間平均と十分な長さの時間平均を意味する。図からいずれの場合も渦管が現れる位置の周りで平均絶対渦度がゼロに近づいていることがわかる。しかしながらその値は、後に示す高レイノルズ数の場合の流れのものと比べて、ゼロからのずれは大きいことがわかる。このとき、平均絶対渦度は正の値に近づく。この原因を調べるために、 $\Omega = 0.010$ の 2 次元定常解と、 $\Omega = 0.250$ のカオス解の場合の流れの $x_2 - x_3$ 断面の様子をそれぞれ図 5, 6 に示す。各図には、細い実線で正の Q の等高線で渦管の位置を示しており、太い実線は絶対渦度がゼロの位置を示し、絶対渦度は上側の平板付近で正の値をとり、下側の平板付近で負の値をとる。図からわかるように、 $u_2 > 0$ の領域では、絶対渦度ゼロの位置の周りで ω_3 が減少し、 $u_2 < 0$ の領域では、 ω_3 が増加していることがわかる。このため、断面内での絶対渦度は、 $u_2 > 0$ の領域では減少し、 $u_2 < 0$ の領域では増加する。結果として、渦管が並ぶ場所ではスパン方向に絶対渦度が正の領域と負の領域が交互に現れ、この領域での平均絶対渦度がゼロに近づく。ただし、図に示したような低レイノルズ数の単純な流れ場では、 $u_2 < 0$ の領域の方が $u_2 > 0$ の領域よりも大きくなるため、平均絶対渦度の漸近値はゼロではなく正の値になる。このことは、壁垂直方向速度 u_2 を加速させる主要な要因が、 x_2 方向の負のコリオリ力 $-2\Omega u_1$ であることから理解できる。

3.2 高レイノルズ数の流れの渦構造と絶対渦度

前述の低レイノルズ数の流れと高レイノルズ数の流れの比較を行うために、 $Re = 3000$, $\Omega = 0.50$ の時間発展計算を行った。周期箱の大きさは $(L_1, L_2, L_3) = (2\pi, 2, \pi)$ とし、級数打ち切り項数は $(2M, 2N, L) = (64, 64, 64)$ を用いた。このときの渦構造を $Q = 0.125$ の等値面を用いて現すと図 7 のようになる。ただし、図 7(b) には $-1 \leq x_2 \leq 0$ の領域のみ表示してある。 $Re = 350$, $\Omega = 0.5$ の場合は、スパン方向に曲がっているほぼ水平な渦管が見られるが、 $Re = 3000$ の場合は、流れはより複雑になっている。渦管は x_2 方向にも傾斜し、それが流れ方向に引き伸ばされることで、図 7(b) のような渦構造を形成していることがわかる。図 8 に、このときの平均速度と平均絶対渦度の分布を示す。平均絶対渦度はおよそ $-0.8 < x_2 < -0.5$ の範囲でゼロになっており、このときのゼロからのずれは $Re = 350$ の場合と比べると非常に小さくなっており、渦による活発な流体の混合が絶対渦度ゼロ状態の形成に貢献していることがわかる。このように、回転平面ポアズイユ型乱流では、乱れが発達し渦管が現れるのは、アンチサイクロニック領域の一部分に集中しており、渦の発達に従って最終的に絶対渦度ゼロ領域が形成される。この絶対渦度ゼロ状態での渦構造の大部分は、せん断の方向に傾斜し流れ方向に細長く伸びており、Yanase *et al.* (2004) の一様せん断乱流の絶対渦度ゼロ状態の渦管の形状変化と同様の傾向が見られる。このことから、一様せん断流と回転平面ポアズイユ型流のように、一見全く異なる回転せん断流が、どちらも渦構造は絶対渦度ゼロ状態を形成するように発達し、両者の絶対渦度ゼロ状態の仕組みは異なるにもかかわらず、観察できる渦構造の発達の様子は部分的には類似しているという興味深い現象が見られる。

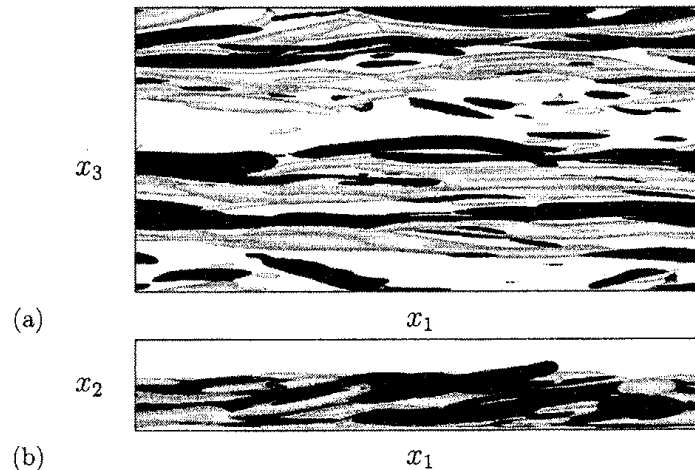


図 7: Vortical structures displayed by the isosurfaces of $Q = 0.125$ at $Re = 3000$ and $\Omega = 0.5$. ((a) : top view, (b) : sideview ($-1 \leq x_2 \leq 0$))

4 おわりに

回転平面ポアズイユ型流において、絶対渦度ゼロ状態の形成と渦構造の発達との関係を調べた。絶対渦度ゼロ面周辺でスパン方向渦度が発達すると同時に縦渦が発達し、平均絶対渦度をゼロに近づけ、そのため、渦管は初期の絶対渦度ゼロ面の $x_2 = -\Omega$ の付近に集中して現れることがわかった。乱流場に近づくにつれ、渦管の分布は壁垂直方向に傾斜し、およそ $x_2 = -\Omega$ からアンチサイクロニック側の平板付近まで広がり、細長い渦管が数多く現れることを確認した。本研究では、高レイノルズ数の流れとして、 $Re = 3000$, $\Omega = 0.50$ の場合を調べたが、レイノルズ数や回転角速度の変化に伴う絶対渦度ゼロ領域の分布の変化を調べることを今後の計画として研究をすすめ、回転平板間流の渦構造の形成の特徴を解明していきたい。

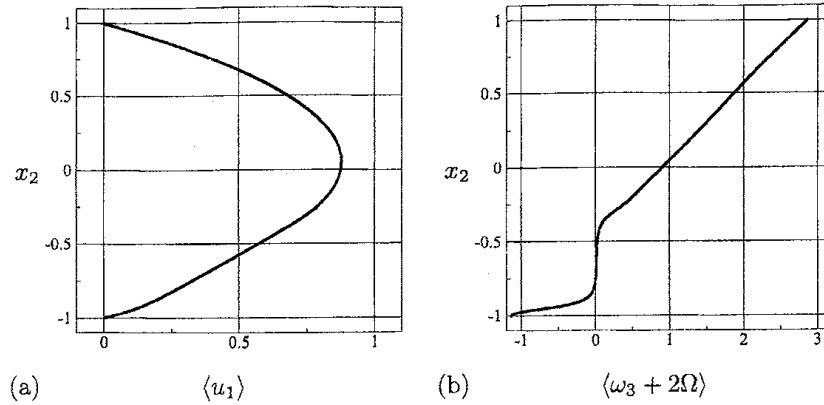


Fig 8: The mean velocity (a) and the mean absolute vorticity (b) profiles at $Re = 3000$ and $\Omega = 0.5$.

Acknowledgement

This work was supported by a Grant-in-Aid for the 21st Century COE "Frontiers of Computational Science".

参考文献

- [1] Alfredsson, P. H. and Persson, H., 1989, Instabilities in channel flow with system rotation. *J. Fluid Mech.* **202**, 543-557.
- [2] Bartello, P., Métais, O. and Lesieur, M., 1994, Coherent structures in rotating three-dimensional turbulence. *J. Fluid Mech.* **273**, 1-29.
- [3] Bradshaw, P., 1969, The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.* **36**, 177-191.
- [4] Griffiths, S. D., 2003, Nonlinear vertical scale selection in equatorial inertial instability. *J. Atmos. Sci.* **60**, 977-991.
- [5] Hart, J. E., 1971, Instability and secondary motion in a rotating channel flow. *J. Fluid Mech.* **45**, 341-351.
- [6] Hasegawa, Y., Kikuyama, K., Nishikawa, M. and Ikeda, T., 2002, Study of boundary layer flow in the rotating curvature system (Effects of channel rotation on longitudinal velocity and occurrence of streamwise vortices). *Proceedings of the fifth JSME-KSME Fluids Engineering Conference*, 1781-1786, Nov. 17-21, Nagoya, Japan.
- [7] Höglström, U. and Bergström, H., 1996, Organized turbulence structures in the near-neutral atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.* **53**, 2452-2464.
- [8] Jeong, J. and Hussain, F., 1995, On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* **285**, 69-94.
- [9] Johnston, J. P., Halleen, R. M. and Lezius, D. K., 1972, Effects of spanwise rotation on the structure of two-dimensional fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **56**, 533-557.

- [10] Kitoh, O., 1999, *private communication*.
- [11] Kristoffersen, R. and Andersson, H. I., 1993, Direct simulations of low-Reynolds number turbulent flow in a rotating channel. *J. Fluid Mech.* **256**, 163-197.
- [12] Lamballais, E., Métais, O. and Lesieur, M., 1998, Spectral-dynamic model for large-eddy simulations of turbulent rotating channel flow. *Theoret. Comput. Fluid Dyn.* **12**, 149-177.
- [13] Lesieur, M., Yanase, S. and Métais, O., 1991, Stabilizing and destabilizing effects of a solid-body rotation on quasi-two-dimensional shear layers. *Phys. Fluids A* **3**, 403-407.
- [14] Matsson, O. J. E. and Alfredsson, P. H., 1990, Curvature- and rotation-induced instabilities in channel flow. *J. Fluid Mech.* **210**, 537-563.
- [15] Métais, O., Flores, C., Yanase, S., Riley, J. J. and Lesieur, M., 1995, Rotating free-shear flows. Part 2. Numerical simulations. *J. Fluid Mech.* **293**, 47-80.
- [16] Nakabayashi, K. and Kitoh, O., 1996, Low Reynolds number fully developed two-dimensional turbulent channel flow with system rotation. *J. Fluid Mech.* **315**, 1-29.
- [17] Yanase, S. and Kaga, Y., 2004, Zero-mean-absolute-vorticity state and vortical structures in rotating channel flow. *J. Phys. Soc. Jpn.* **73**, 1419-1422.
- [18] Tanaka, M. and Kida, S., 1993, Characterization of vortex tubes and sheets. *Phys. Fluids A* **5**, 2079-2082.
- [19] Tanaka, M., Kida, S., Yanase, S. and Kawahara, G., 2000, Zero-absolute-vorticity state in a rotating turbulent shear flow. *Phys. Fluids* **12**, 1979-1985.
- [20] Yanase, S., Mizuguchi, M. and Riley, J. J., 2001, Rotating magnetohydrodynamic free-shear flows. I. Linear stability analysis. *Phys. Fluids* **13**, 1946-1955.
- [21] Yanase, S., Tanaka, M., Kida, S. and Kawahara, G., 2004, Generation and sustenance mechanisms of coherent vortical structures in rotating shear turbulence of zero-mean absolute vorticity. *Fluid Dyn. Res.* **35**, 237-254.