

タンクモデルの最適同定法に関する基礎的検討

永井 明博・角 屋 睦

NUMERICAL EXPERIMENTS ON OPTIMUM IDENTIFICATION OF SERIES TANKS MODEL FOR RUNOFF ANALYSIS

By Akihiro NAGAI and Mutsumi KADOYA

Synopsis

There remain many problems unsolved in the application of the mathematical optimization techniques to the parameter identification of the series tanks model with sixteen unknown parameters for runoff analysis. This paper discusses some of these problems fundamentally by the techniques of numerical experiment. The results are summarized as follows:

- 1) The chi-square criterion is generally recommended as the objective function for the purpose of finding a set of optimum parameters of the model.
- 2) The efficiency of the SP method (Standardized Powell method) is sometimes affected by the ordering of variables.
- 3) The SP method by an optimum ordering system may be more powerful than the SDFP method (Standardized Davidon-Fletcher-Powell method) for the purpose.
- 4) The true model is easily searched by using the data of drought years, but not by the ones of rainy years.
- 5) The efficiency of the standardization system is not seriously affected by the initial set of parameters chosen in the common sense.

1. ま え が き

流出モデルの総合化のための基礎的研究として、われわれは前年度において¹⁾、数学的最適化手法による表面流モデル、貯留関数法、長期流出タンクモデルの最適同定問題を数値実験的に検討した。その結果、流出モデルの同定に数学的最適化手法を利用する場合、検討すべきいくつかの問題点があること、とくにモデル定数の多いタンクモデルの場合にそれが顕著であることを述べた。

本報では、問題の多いタンクモデルを対象として、その最適同定を効率よく行うためには、どのようなデータを同定の対象に用いればよいか、その際の評価基準あるいは最適化手法としては何がすぐれているか、などの実用上のいくつかの問題について数値実験的に検討した結果について報告する。

2. 数学的最適化手法

2.1 最適化手法

タンクモデルの最適同定のための数学的最適化手法として、Powell の共役方向法²⁾ および DFP 法³⁾ (Davidon-Fletcher-Powell の準 Newton 法) を採用する。両手法とも、ある評価基準 E が最小、すなわち

$$E(\mathbf{x}) \longrightarrow \min. \quad \dots\dots\dots (1)$$

の条件を満足するような最適値を探索する方式であって、 n 個の変数 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ に制約がない場合、とくに n が大きい場合の有力な最適化手法である。ただし T は転置を表す。

両手法の相違点は、Powell 法では評価基準値 $E(\mathbf{x})$ のみを用いて最適値を探索するが、DFP 法ではその

こう配 $\partial E/\partial x_i$ も利用する点にある。

いま k を反復回数として、これらの手法の計算手順の概要を示す次のようである。

(1) Powell 法

i) $k=0$ とし、出発点 $\mathbf{x}^0$, 探索方向 $\mathbf{t}_i$ ($i=1, \dots, n$) を与える。最初 $\mathbf{t}_i$ は各座標軸 x_i に平行な単位ベクトルを用いる。

ii) 点 $\mathbf{x}^{i-1}$ から $\mathbf{t}_i$ 方向に進み、 E が極小となる点を $\mathbf{x}^i$ とおく。これを $i=1, \dots, n$ まで繰り返す。

iii) $\{E(\mathbf{x}^{m-1}) - E(\mathbf{x}^m)\}$ が最大となるような整数 m ($1 \leq m \leq n$) をみつけ、 $\Delta = \{E(\mathbf{x}^{m-1}) - E(\mathbf{x}^m)\}$ とおく。

iv) $E_c = E(2\mathbf{x}^n - \mathbf{x}^0)$ を求める。 $E_a = E(\mathbf{x}^0)$, $E_b = E(\mathbf{x}^n)$ とする。

v) 下記の条件

$$E_c \geq E_a$$

$$(E_a - 2E_b + E_c)(E_a - E_b - \Delta)^2 \geq \frac{\Delta(E_a - E_c)^2}{2}$$

のいずれかが満たされれば、次の反復でも今までと同一の方向 $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_n$ を使い、 $\mathbf{x}^n$ は次の反復における $\mathbf{x}^0$ とし、 $k=k+1$ において、ii) へいく。そうでないならば vi) へいく。

vi) 新しい方向として $\mathbf{t} = (\mathbf{x}^n - \mathbf{x}^0)$ を定義する。点 $\mathbf{x}^n$ からこの $\mathbf{t}$ 方向に進み、 E が極小となる点を次の反復における $\mathbf{x}^0$ とする。すなわち $\mathbf{t}_m$ を除いた新しい方向として $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_{m-1}, \mathbf{t}_{m+1}, \dots, \mathbf{t}_n, \mathbf{t}$ を採用し、 $k=k+1$ として ii) へいく。

(2) DFP 法

i) $k=0$ とし、 $\mathbf{H}^0$ を単位マトリクスにおく。出発点 $\mathbf{x}^0$ を与え、その点のこう配 $\mathbf{g}^0$ を計算する。

ii) 探索方向 $\mathbf{t}^k = -\mathbf{H}^k \mathbf{g}^k$ を求める。

iii) 点 $\mathbf{x}^k$ から $\mathbf{t}^k$ 方向に進み、 E が極小となる点 $\mathbf{x}^{k+1}$ を求める。

iv) $E(\mathbf{x}^{k+1})$ とその点のこう配 $\mathbf{g}^{k+1}$ を求める。

v) $\mathbf{H}^{k+1} = \mathbf{H}^k + d\mathbf{H}^k$ を求める。

$$\text{ここに、} d\mathbf{H}^k = \frac{(d\mathbf{x}^k)(d\mathbf{x}^k)^T}{(d\mathbf{x}^k)^T d\mathbf{g}^k} - \frac{\{\mathbf{H}^k d\mathbf{g}^k\} \{(d\mathbf{g}^k)^T \mathbf{H}^k\}}{(d\mathbf{g}^k)^T \mathbf{H}^k d\mathbf{g}^k}, \quad d\mathbf{x}^k = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k, \quad d\mathbf{g}^k = \mathbf{g}^{k+1} - \mathbf{g}^k.$$

$k=k+1$ として ii) へいく。

評価基準のこう配 $\mathbf{g} = (\partial E/\partial x_1, \partial E/\partial x_2, \dots, \partial E/\partial x_n)^T$ が求めにくい場合には、 x_i の増分 Δx_i を用いて、こう配を次の中央差分で近似できる。

$$\frac{\partial E(x)}{\partial x_i} \approx \frac{E(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i + \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) - E(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i - \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)}{2 \cdot \Delta x_i} \quad \dots \dots \dots (2)$$

2.2 基準化方式

最適同定には、前報でその有用性を提示した基準化方式 (Standardization) を採用するものとし、以下では基準化 Powell 法を SP 法、基準化 DFP 法を SDFP 法と呼ぶことにする。

基準化方式では、初期値に対する比率の最適値を探索することとなるが、いま Fig. 1 のような直列 4 段型のタンクモデルを想定し、後示の Fig. 4 (b) の形式の順序づけを用いるものとする、基準化変数 $\mathbf{x}$ の成分、 $x_1, x_2, \dots, x_{16}$ は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{a_1}{a_1^0}, x_2 = \frac{a_2}{a_2^0}, x_3 = \frac{b_1}{b_1^0}, x_4 = \frac{a_3}{a_3^0}, x_5 = \frac{b_2}{b_2^0} \\ x_6 &= \frac{a_4}{a_4^0}, x_7 = \frac{b_3}{b_3^0}, x_8 = \frac{a_5}{a_5^0}, x_9 = \frac{c_1}{c_1^0}, x_{10} = \frac{c_2}{c_2^0} \\ x_{11} &= \frac{c_3}{c_3^0}, x_{12} = \frac{c_4}{c_4^0}, x_{13} = \frac{h_4}{h_4^0}, x_{14} = \frac{h_3}{h_3^0}, x_{15} = \frac{h_2}{h_2^0}, x_{16} = \frac{h_1}{h_1^0} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに, a_i, b_i, c_i : タンクモデル定数, h_i : i 段目タンクの初期水深。上側添字 0 は基準値で, 初期値を採用する。

3. 問題の所在

タンクモデルによる流出解析では, Fig. 1 のような直列 4 段型モデルが採用されることが多い。このモデルは, 計算の考え方が単純であり, かつ長期流出を対象とすると, その構造も物理的に無理が少ないという特長をもっている。しかしながら最大の難点は, モデル定数が多いためその同定が容易でないことである。たとえば Fig. 1 の 4 段モデルでは, その未知定数は, 流出孔の係数 ($a_1 \sim a_5$), その高さ ($c_1 \sim c_4$, 底からの値), 浸透孔の係数 ($b_1 \sim b_5$), および初期水深 ($h_1 \sim h_4$) の合計 16 個もある。

このようなタンクモデルに数学的最適化手法を応用して, モデル定数の最適同定を効率よく行うためには, 次のような基本的問題をまず解決しておく必要がある。

1) 応答面の改善問題

Fig. 1 のようなモデルを想定するとき, 各モデル定数の間に大きな差があり, たとえば最下段のモデル定数 a_5 と h_4 の間にはほぼ 10^5 の程度のオーダー差があり, これに最適化手法を直接適用すると, このような定数群で構成される応答面は極端に偏平な曲面を示すことになって, 最適値の探索がむずかしくなる。したがってこのような応答面を改善する方策が問題となる。

ただしこの問題については, すでにわれわれは前報¹⁾において応答面改善の一方法として基準化を提案し, それがすぐれていること, とくにオーダーの異なる複数定数をもつモデルの同定に格段の威力を発揮するという結果を示した。またこの理由もある程度は理論的に説明できるので, 今回は解決済みであるとして取扱わないことにする。

2) 評価基準の選定問題

最適値を見いだすためには評価基準—目的関数—を適当に定める必要があるが, これにはいくつかの基準が考えられる。そこで, 最適値の探索を最も効率よく行うためにはどのような評価基準を採用すればよいかが問題となる。

3) 最適化手法の問題

最適化手法としてはいくつかの方法があるが, 流出モデルの同定にはどの最適化手法がすぐれているかを検討しておく必要がある。

しかしタンクモデルのように, 同定すべき定数の多いモデルに対しては, Powell 法, DFP 法がすぐれていることがわかっているので, ここではこの両者の優劣を調べる。

4) データの種類の問題

直観的には, モデル定数の同定に利用できるデータは多ければ多いほどよいといえそうであるが, 実際にもその通りかどうか不明であり, また計算時間の点で, その一部しか利用できない場合もある。そこで効率よく最適値を探索しようとする場合, どのような性格のデータをどの程度用いればよいかの吟味が必要である。

5) 初期値の影響問題

1) において, 応答面が基準化方式によって改善できると述べ, かつ 2.2 でその方式を明示した。しかしこの場合, 初期値の選択が適切であれば, そのまま最後まで初期値を変更する必要はないが, もし不適切であれば, 応答面の改善が十分でないこともありうる。そこで基準化方式の効率が初期値によってどの程度影響されるか, 影響されるとしたときの改善法はどうあるべきかについて検討が必要となる。

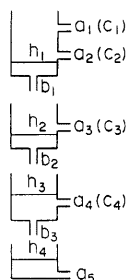


Fig. 1. Unknown parameters of the series tanks model.

6) DFP 法の dx の大きさの問題

DFP 法を適用する場合, 評価基準の変化こう配を差分で近似する必要があるが, この際差分の大きさ dx をどの程度の大きさにすべきかが問題となる。

7) Powell 法の変数順序づけ問題

これは DFP 法ではほとんど問題にならないが, Powell 法では, 変数の順序づけによって効率が著しく異なることがある。そこでモデル定数をどのような変数に対応づけるかを検討しておく必要がある。

4. 検討の方針

4.1 検討方針と降雨資料

前項に述べたように, 最適化手法をタンクモデル同定に利用しようとする場合, 基本的に解決すべきいくつかの問題があるが, これらは理論的に容易に扱いうる問題ではないので, 以下において数値実験的に検討する。この場合収束すべき真値を未知とすると, 探索方向が真値の方向を向いているかどうか, その段階で収束したとみてよいか分からない。そこでここでは, まず真のタンクモデルを想定し, これに降雨資料を与えて流出量を計算する。そしてこの計算値を観測値とみなし, 適当な初期値から出発して, 最適化手法を適用して最適値を探索する。そして真値への収束の程度を吟味するという方針を採用する。なお与えるべき降雨資料の時間単位はどのようにしてもよいが, ここでは一応長期流出用タンクモデルの探索を想定して日雨量を用いる。

さて, ここでは Fig. 2 のタンクモデルを真のモデルと仮定する。これに適当な日雨量を与えて得た値を実測値とし, Fig. 3 の初期値から出発して真値が得られるかどうかを吟味する。とくに断らない限り, 初期値には Fig. 3 (a) のモデルを用い, Powell 法の

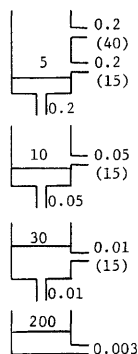


Fig. 2. True parameters of the series tanks model (mm-day).

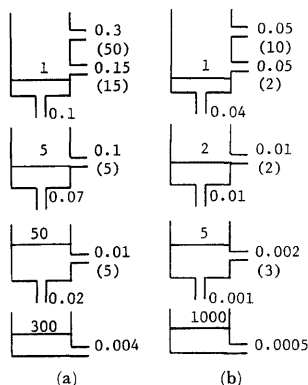


Fig. 3. Initial parameters of the series tanks model (mm-day).

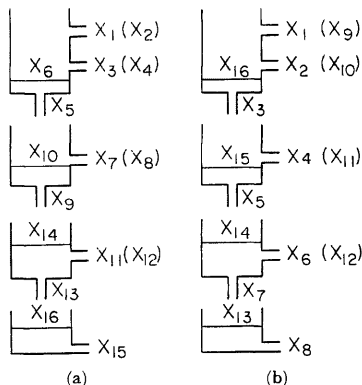


Fig. 4. Ordering system of the series tanks model, (a) system A and (b) system B.

Table 1. The data of daily precipitation.

Rain	Data Size, N (days)	Station	Remarks
1	731	Kyoto D.M.O.	Drought period: Jan. 1, 1939 — Nov. 31, 1940
2	730	Kyoto D.M.O.	Wet period: Jan. 1, 1953 — Nov. 31, 1954
3	400	Mt. Aso	June 15, 1974 — July 19, 1975
4	800	Eigenji Dam	Oct. 1, 1972 — Nov. 9, 1974

順序づけには Fig. 4 (b) を採用する。

検討に用いる実測日雨量は次のようである (Table 1)。

Rain 1: 渇水年2年間の日雨量 (京都気象台)。

Rain 2: 豊水年2年間の日雨量 (京都気象台)。

Rain 3: 400日間の日雨量 (阿蘇山長陽)。

Rain 4: 800日間の日雨量 (滋賀県永源寺ダム)。

この中で Rain 1, 2 を主な対象とし、無降雨日の蒸発散量は 2.5 mm/day の一定値を用いることにする。ただし Rain 3 では、良透水性の流域を想定しているために、4 段目のタンクにも浸透孔を設けたモデルについて検討する。そのときの真値と初期値は Fig. 5 (a), (b) とする。

4.2 評価基準

最適同定を行うための評価基準 E としては、次の6種類の形式を吟味の対象とする。

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{N} \sum |Q_o - Q_c|, & E_2 &= \frac{1}{N} \sum \frac{|Q_o - Q_c|}{\sqrt{Q_o}} \\ E_3 &= \frac{1}{N} \sum \frac{|Q_o - Q_c|}{Q_o}, & E_4 &= \frac{1}{N} \sum (Q_o - Q_c)^2 \\ E_5 &= \frac{1}{N} \sum \frac{(Q_o - Q_c)^2}{Q_o}, & E_6 &= \frac{1}{N} \sum \frac{(Q_o - Q_c)^2}{Q_o^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $E_1, \dots, E_6$: 評価基準, Q_o : 実測流量, Q_c : 計算流量, N : データ数。

ただしすべての問題点の吟味にこれらの評価基準のすべてを用いることは、計算量が膨大なものになってしまう。そこでまず各手法ごとに適当と思われる2種の評価基準を吟味の上定め、以後の検討は定められた基準について進めることにする。

4.3 モデル定数の制約条件とペナルティ関数

タンクモデル定数には、次の制約条件を与える。

$$\left. \begin{aligned} x_i &\geq 0, & i &= 1, 2, \dots, 16 \\ c_1 &\geq c_2 \\ a_1 + a_2 + b_1 &\leq 1, & a_2 + b_2 &\leq 1, & a_4 + b_5 &\leq 1, & a_5 &\leq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

Powell 法, DFP 法は変数に制約条件のない場合の最適化手法であるため、上の条件をみたすモデル定数が得られるように、次の2乗形式のペナルティ関数を用いる。たとえば、 $c_1 \geq c_2$ の条件については次のようにする。

$$E_P = \begin{cases} 0 & \text{for } c_1 \geq c_2 \\ (c_1 - c_2)^2 & \text{for } c_1 < c_2 \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

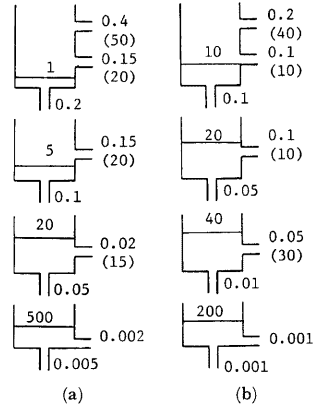


Fig. 5. Parameters of the series tanks model for Rain 3, (a) true values and (b) initial values (mm-day).

他の制約条件も同様に処理して、最終的には評価基準 E を次のように定義する。

$$E = \begin{cases} E_i, & \text{when constraints are satisfied} \\ \beta \cdot E_0 + \sum_{i=1}^m E_{P,i}, & \text{when constraints are not satisfied} \end{cases} \quad (7)$$

ここに、 E_i : (4) 式の評価基準 $E_1, \dots, E_6$ のうちのどれかひとつ、 E_0 : すぐ前のステップでの評価基準の値、 E_P : ペナルティ関数、 m : 制約条件を満足しない条件数、 β : 係数、ここでは $\beta=1.1$ とする。

5. 検 討 結 果

5.1 評価基準

Rain 3 を対象として、(4) 式の $E_1, \dots, E_6$ の 6 種の評価基準のおおのについて、タンクモデルの最適同定を行った。その結果、SP 法では Fig. 6 に例示するように E_1, E_6 が、また SDFP 法では E_3, E_5 がすぐれていることがわかった。なお計算結果の誤差表示は、理解が容易なように、いずれも同一計算時間に対する相対誤差で対比することとし、Fig. 6 もそのようにしている。ここで、結果が相対誤差の形で整理されているにもかかわらず、評価基準として E_3 を採用したものが必ずしも最良になっていないことが注目される。Fig. 8 の結果も同様のことを示している。

つぎに、各手法ごとに評価基準を上 2 種類にしぼり、Rain 1, 2 についても検討した。収束過程の一例を Fig. 7 に、各降雨資料について同一計算時間 (Rain 1 では 400 秒、Rain 2 では 500 秒、Rain 3, 4 では 600 秒) で得られた相対誤差を Fig. 8 に示す。Fig. 8 より、最適評価基準は雨の種類によって若干変化することが予想されるが、その様相は極端ではない。

さて、最適化手法を実際問題に適用する場合に、降雨条件や手法に応じて評価基準を変えることは考えられない。そこで、どの雨の場合についても、他の評価基準に比べて極端に効率が悪くはならないような評価基準が最良と考えるならば、それには、Fig. 6~8 から、SP 法、SDFP 法ともに E_3 の基準、すなわち最小 χ^2 基準が最有力であるといえそうである。

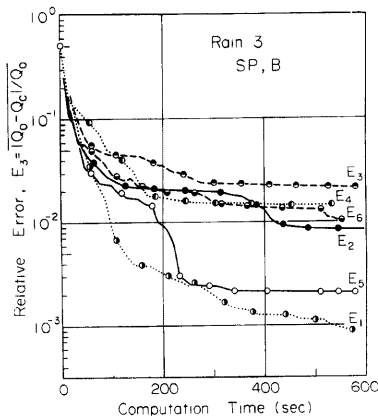


Fig. 6. The identification processes of parameters of the series tanks model (SP method, Rain 3).

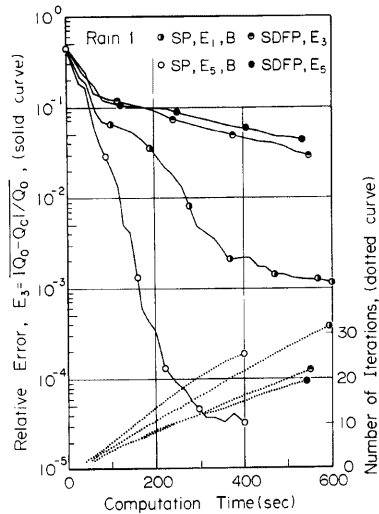


Fig. 7. The identification processes of parameters of the series tanks model (SP and SDFP methods, Rain 1).

5.2 最適化手法

ここでは SP 法と SDFP 法の優劣を検討する。Fig. 7, 8 から、Rain 1, 2, 3 では SP 法の方が SDFP 法よりも効率が非常によい結果となっていることがわかる。

一方 Rain 4 では、SP 法の効率の方が若干悪いが、両者の間に大差はない。この Rain 4 に対する SP 法では、25 回の反復計算を行ったにもかかわらず共役方向が全く採用されていない。結果として軸方向探索法と同一になっている。これは 2.1, (1), v) の Powell の基準が厳しすぎるためと推察され、今後この基準を基本的に検討する必要があることを示唆している。

なお前にも述べたように、ここで採用した SP 法は、Fig. 4 (b) の順序づけに従った場合であって、Fig. 4 (a) の順序づけを行った場合には、Fig. 8 に示すほどの差の現われない例もあった。

いずれにしても以上の結果から、最適化手法としては SP 法の方が SDFP 法よりもすぐれているといえそうである。

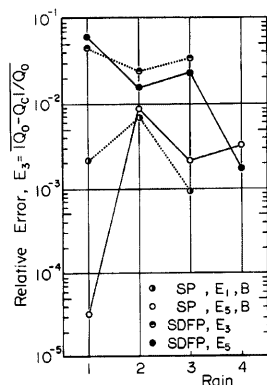


Fig. 8. Comparison of relative errors by the series tanks models identified under some criteria.

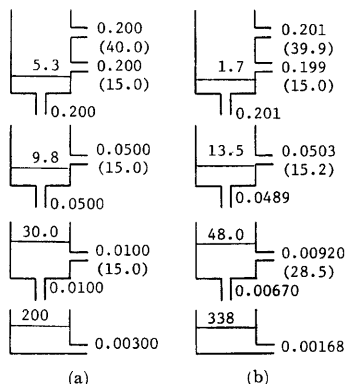


Fig. 9. Parameters of the series tanks model identified using the data, (a) Rain 1 and (b) Rain 2 (SP method, $E_s \rightarrow \min.$).

5.3 データの種類

同定に用いるデータとしては、データの性格やデータ長などの問題があるが、種々検討の結果、データの性格の問題の方が大きいことがわかった。Rain 1 (渇水年の日雨量) と Rain 2 (豊水年の日雨量) を用いた結果を対比すると、SDFP 法ではそれほど顕著な差はないが、Fig. 4 (b) の順序づけを行った SP 法を、最小 χ^2 基準 E_s の下で適用した結果は極端な差を生じた。すなわち SP 法による結果は、Rain 1 では Fig. 7 に示すように相対誤差が 10^{-4} 以下と抜群に効率がよいのに対し、Rain 2 では 10^{-3} 程度の誤差に止まっている。このときの同定モデルを Fig. 9 に対比して示す。すなわち Rain 1 に対する結果 Fig. 9 (a) は、1, 2 段の初期水深が真値とわずかに異なる程度で、ほとんど真値とみなせるモデルを同定している。これに対して、Rain 2 に対する同一計算時間の下での結果は、Fig. 9 (b) のようであって、その差は歴然としている。

なお今回のシミュレーション的検討の結果では、検討問題のいかににかかわらず、相対誤差が 10^{-2} 程度ならば 1, 2 段が、 10^{-3} 程度では 4 段まで、実用上真値とみなせる程度の同定結果となっている。実用的には 1, 2 段の初期水深の差がハイドログラフに及ぼす影響はまず小さいとみてよいから、 10^{-4} 程度の相対誤差まで収束すれば、ほぼ完全に真値に収束したといえる。SDFP 法による結果がなぜこのレベルに達しないかは不明ではあるが、ここで示されていない他の地点のデータを用いた結果では SDFP 法でも渇水年

のデータを用いると、格段に高精度の同定結果の得られることを確かめている。ごく一般的にいて、タンクモデルの同定精度を上げるためには、3、4 段の定数の高精度の同定が重要であって、そのためには、3、4 段に関連の深い過水年のデータを用いるのが効果的といつてよさそうである。

5.4 初期値の影響

基準化方式は、(3) 式で表わされるように初期値を基準値として、これに対する比率で構成される応答面上において、最適値を探索する方式である。したがって初期値の影響が最後まで残ることとなり、そのため初期値の選択がまずいと探索効率が極度に悪くなる可能性が懸念される。そこで、まずある初期値を基準値として最適値探索を進め、何回かの反復ごとに、そこで推定されたモデル定数をあらためて基準値として探索を進める反復基準化 Powell 法 (Periodic SP 法) を採用し、これまでに用いている初期値一定の基準化 Powell 法 (Ordinary SP 法) と比較することにした。今回は、Fig. 2 の真値と大きく異なる Fig. 3 (b) の値を初期値としてタンクモデルの最適同定を行い、基準値を変更する反復回数は 5 回とした。

このようにして得られた結果を Fig. 10 に示す。同定精度が 10^{-2} 程度にとどまっているためかもしれないが、両者の効率性はほとんど同じであることがわかる。またこの結果と Fig. 3 (a) を初期値とした場合とを対比すると、図示していないが、Fig. 3 (b) より出発した場合の効率の方が若干悪い程度であって、最終的には大差のない結果となっている。

以上のことから、一般に用いられているような値⁴⁾を初期値に採用する限り、基準化方式の効率は初期値に大きくは影響されないといえる。

5.5 DFP 法の Δx

DFP 法の適用に際し、評価基準変化こう配算定上問題となる差分の大きさ Δx を検討した。

SDFP 法を対象として、いくつかの Δx について吟味した結果を Fig. 11 に示す。同図は同一計算時間 (550 秒) に対する相対誤差 E_3 および χ^2 誤差 E_5 を示している。同一反復回数で比較しても、結果はこれとほとんど同じであった。これより $\Delta x_{opt} \approx 0.01$ であるといえる。なお 5.1~5.4 の SDFP 法の結果はすべて $\Delta x = 0.01$ としたものである。

ここで Δx は、ひとつの同定計算を通して一定値としている。むしろ最初は Δx を大きくとり、最適値に近づくにつれて Δx を小さくする方式も考えられないわけではない。しかし、 Δx が異なる場合の収束過程から判断すると、その方式の長所はあまりないと推察された。

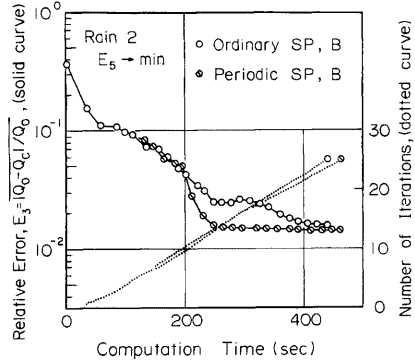


Fig. 10. The identification processes of parameters of the series tanks model, started from the wrong initial parameters (Rain 2, $E_5 \rightarrow \min$).

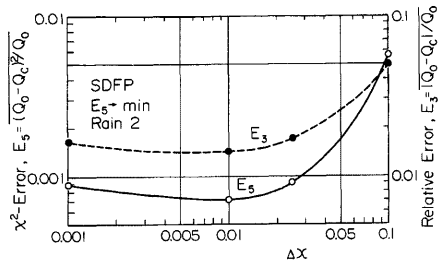


Fig. 11. Relations between errors and Δx in applying the SDFP method.

5.6 Powell 法の変数順序づけ

順序づけは Powell 法のみのものであり、DFP 法には関係しない。ところで変数の順序の組合わせの数は莫大なものとなるが、実用的には Fig. 4 の A, B 形式の 2 つを代表的とみなしてよい。そこでこの 2 形式を Rain 1, 2 について検討した結果を Fig. 12 に示す。Rain 1 では B 形式が、Rain 2 では A 形式がそれぞれすぐれており、順序づけの違いによって効率が大きく異なることがわかる。

変数の順序づけを変えることは、真値までの道順を変えることを意味する。Fig. 12 のように相対誤差 E_3 が頭打ちになる場合があるのは、この道順が違うことによって応答面の局所的最小点に落ち込んでしまっているためと判断している。変数の順序づけの問題、あるいは局所的最小点から抜け出す方法については、今後さらに検討する必要がある。

しかしながら、以上のことは、順序づけをうまく行うことによって SP 法の効率が今まで以上にようになる可能性を示すものであり、上で得たいくつかの結論は今後大幅に変更されないものと考えている。

6. む す び

数学的最適化手法を利用して、タンクモデルの最適同定を行う際に生じるいくつかの問題点について数値実験的に検討した。その結果、最適化手法としては SP 法がすぐれていること、誤差の評価基準としては最小 χ^2 基準 E_3 が有力であること、渇水年のデータでタンクモデルを同定すると真値が求まりやすいこと、基準化方式は初期値に大きくは影響されないことなどを明らかにした。

むろん今後の吟味の必要なものもいくつか残されている。たとえば、ここでは最適化手法としては Powell 法あるいは DFP 法しか考えられないものとして検討した。これらの手法はいずれも、一組のモデル定数による結果を応答面の一点に対応させて、その面上で真値を探索するいわば静的な最適化手法であり、1 回の流出計算でひとつの情報しか利用できないという難点をもっている。最適同定をこれまで以上に効率よく行うためには、流出過程の物理性を重視した最適化方式の開発も必要ではないかと考えている。

なお、本研究に用いた阿蘇の降雨資料は熊本大学下津助教授の御好意により、永源寺ダム流域のそれは農林水産省愛知川農業水利事業所の御好意により入手したものである。記して謝意を表する。また、ここに示した計算には京都大学化学研究所 FACOM M-160 AD を利用した。

参 考 文 献

- 1) 永井明博・角屋 睦：流出モデル定数の最適化手法，京大防災研究所年報，第22号 B-2, 1979, pp. 209-224.
- 2) Powell, M. J. D.: An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives, The Computer Journal, Vol. 7, 1964, pp. 155-162.
- 3) Fletcher, R. and Powell, M. J. D.: A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization, The Computer Journal, vol. 6, 1963, pp. 163-168.
- 4) たとえば，菅原正巳：流出解析法，共立出版，1972, p. 154.

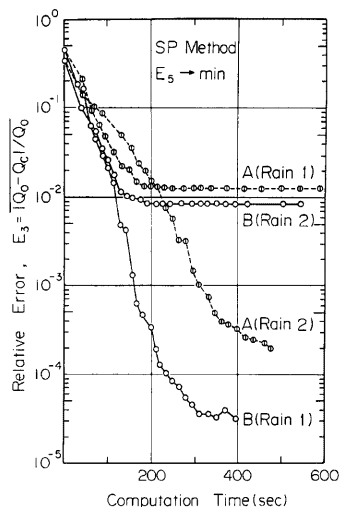


Fig. 12. The identification processes of the series tanks model under the given ordering systems of parameters (SP method, $E_3 \rightarrow \min$).