

氏 名	山 田 俊 雄 やま だ とし お
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 426 号
学位授与の日付	昭 和 48 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On a comparison theorem for solutions of stochastic differential equations and its applications (確率微分方程式の解の比較定理とその応用について)
論文調査委員	(主 査) 教 授 吉 沢 尚 明 教 授 溝 畑 茂 教 授 山 口 昌 哉

論 文 内 容 の 要 旨

現在、確率微分方程式論は、その数学理論に関して、伊藤清を始め、H. P. Mc Kean, Gihman-Skorohod 等による成書もいくつかあり、多くの研究者によって多岐にわたり研究されている。申請者の研究は、その理論面における一つの成果である。

確率微分方程式はその見本過程に注目すれば、常微分方程式であり、平均的に見れば偏微分方程式と関連するものである。申請者は主として前者の見本過程の立場から確率微分方程式を研究したものであるが、これは平均的立場で見なおせば偏微分方程式の結果ともつながるものである。

申請者は、常微分方程式との類似からの 1 次元の確率微分方程式の解の比較定理を考察した（申請論文）。この方面では、A. V. Skorohod が 1961 年比較定理のなりたつ十分条件をもとめ、それを解の一意性の問題に適用しているが、この Skorohod の仕事を発展させ、申請者は渡辺信三と解の一意性に関するほぼ最終的条件を出した。その際、Skorohod と逆の道をたどり、この一意性の証明のための方法を比較定理に持ちこんで、Skorohod のより改良された形の比較定理のなりたつ条件を得た。これが主論文における定理 1.1 であり、その証明も Skorohod の難波なそれに比べて遙かに簡明になっている。さらに主論文においてこの定理の応用として次の諸点が記されている。

- (i) 解の一意性に対する新しい条件。
- (ii) 解が一意のときは、それは拡散過程になるが、その見本過程の局所連続性（いわゆる Kolmogorov test といわれるもの）への応用。
- (iii) Sturm-Lionville 型の方程式に関する初期値問題や境界値問題におけるある種の比較定理。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

確率微分方程式の起源は、S. N. Bernstein, P. Lévy, Bogolubov-Krylov 等にあるが、伊藤清がそれに明確な定式化を与え数学的理論として完全な形にした。伊藤の研究の動機は、A. N. Kolmogorov の提起

したマルコフ過程の数学的記述の問題に応用することであったが、今日では確率微分方程式は **random motion** の記述に不可欠の手段として、純粋数学のみならず応用の諸分野（物理、生物、通信工学、自動制御等）においても重要なものとなっている。

確率微分方程式は外見的にはランダムな常微分方程式の形をしており、事実、この理論において常微分方程式論との類似が数多く見られるが、又、同時に確率微分方程式特有の性質も少なくない。さらにその解の平均を記述する方程式が、いわゆる **Fokker-Planck** 方程式であるところから、偏微分方程式論と深い関係をもっている。このことは、標語的にいえば、確率微分方程式はその見本過程（すなわち1つのランダムな軌跡のサンプル）に注目すれば常微分的であり、平均的に見れば偏微分的であるということである。別の言い方をすれば、微分方程式のランダムな特性曲線の方程式と見なすことが出来る。

申請者の研究の内容は、今まで確率微分方程式の係数がリプシッツ連続であるという条件のもとで得られていた結果を、どの程度連続性の条件を落としても保証されるか、ということ、を、ほぼ、究極的なところまでしらべたものである。応用上も重要な方程式（例えば、有名な **Galton-Watson** 分枝過程の極限モデルと考えられる連続分枝過程やいわゆる **Feller diffusion** 又は **CB-diffusion** を記述する方程式など）のいくつかは、この申請者の結果によって始めて包括されるものであり、その意味でも、この仕事の価値は高いものと認められる。

以上の諸点から、申請者の仕事は、確率微分方程式論における最近の注目すべき結果の一つとして評価される。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。