

混合砂礫の限界掃流力に関する研究

土 屋 義 人

STUDY ON THE CRITICAL TRACTIVE FORCE OF GRADED SAND GRAVELS

by Yoshito TSUCHIYA

Synopsis

In studying the problems on sediment transport in a stream and stabilities of a stream channel, the criterion for movement of sands and gravels by action of flow, the so-called critical tractive force, becomes generally important. The present paper deals with the hydraulic approach to solve the mechanism of the critical tractive force of graded sand gravels.

In the first part of this paper, the results of some basic experiments on the critical tractive force of graded sand gravels, especially the mechanism of sediment transport near the critical condition for movement and the sorting effect of flow, are described. It is concluded from the experiments that the practical definition for the criterion for movement of sand gravels proposed by the author in the previous paper can also be applied to the critical tractive force of graded sand gravels, and the sorting effect of flow near the critical condition is expressed by a function of size frequency distributions of graded sand gravels.

In the second part, a theory for the critical tractive force of graded sand gravels is developed, based on the author's procedure to solve the criterion for movement of sand gravels and the existence of wakes behind sand gravels. It is clarified from the comparison of the theoretical curve with the results of experiments performed by the author and some other authorities that the critical tractive force of graded sand gravels expressed in the dimensionless form is a function of the standard deviation of graded sand gravels, and the theoretical curve is in good agreement with the experimental results within the range of the standard deviation less than about two. Based on the above consideration, an empirical formula for the critical tractive force of graded sand gravels is proposed and compared with some other formulas proposed by authorities.

1. 緒 言

流路の安定の問題や流砂に関する研究を行なうにあたっては、多かれ少なかれ流水による砂礫の移動限界すなわち限界掃流力が問題となってくる。従来より限界掃流力に関する研究は主として実験的に進められ、流水の掃流力と砂礫の大きさとの関係、あるいはまた砂礫の粒度分布をなんらかの形で表現して混合砂礫の限界掃流力を見出すべく多くの研究成果が発表されてきた。また一方、限界掃流力の水理学的機構に関する

考察もかなり行なわれてきたが^{1)~5)}、多くの場合その考察は一様粒径の砂礫を対象としたものである。しかしながら、自然の砂礫は一般に混合砂礫であることから、混合砂礫の限界掃流力が問題となることはいうまでもなく、古くからこうした点に着目して実験的研究が行なわれてきたのである。

従来混合砂礫の限界掃流力に及ぼす混合特性の効果をあらわすために、Kramer⁶⁾、U. S. W. E. S.⁷⁾、Indri および Chang⁸⁾ らは均等係数 M を、また安芸および佐藤博士⁹⁾ は砂礫の空隙状態をあらわすものとして λ を、さらに境¹⁰⁾ は $\beta = (2 + M) / (1 + 2M)$ であらわされる係数を、また栗原博士³⁾ も同じ係数を採用してきた。そして佐藤および安芸博士の場合を除いて一般には均等係数 M の減少とともに限界掃流力は大きくなることを示しているようである。

一方、H. A. Einstein¹¹⁾ は流砂に関する理論的研究を進めるにあたって、砂礫の移動限界を明確に表現するための条件またはその限界を決定し定義づけることは不可能であると述べている。純力学的にはそうした流砂の移動限界を一意的に定義し決定することは、この現象が極めて多くの有意な確率要素に支配されていることから非常に困難であり、また Einstein のいうように不可能であるといつてもよいであろう。

しかしながら、流路に関する検討を行なうにあたっては、平均的にいつて砂礫が移動している場合と砂礫が全然動かない場合とでは、一般にそれに付随する現象が非常に相違することから、その限界をなんらかの方法によつて明らかにすることは極めて重要な問題となってくるのである。したがつて、このことから砂礫の移動限界の定義はむしろ実際的で応用的なものであることが要求されるわけであり、詳細な議論を望めない現在においては、純力学的な取扱いに基づく適確な結論は将来の研究にまたねばならないのである。

以上のような理由から、この研究においてはまず従来ほとんど明らかにされていなかった限界掃流力付近における砂礫の移動状況に対して詳細な実験を行なつて、その現象を考察した結果について述べ、さらにさきの論文^{12), 13)} で提案した砂礫の移動限界に対する定義を、この場合にも混合砂礫の分布性を考慮して適用し、混合特性と限界掃流力との関係を明らかにする。ついで、混合砂礫の限界掃流力の水理学的機構を考察するために、一つの簡単な模型に基づいて、砂礫床面に突出している砂礫の個数分布と砂礫後方に生ずる後流(wake)に着目した簡単な理論的考察を行なつて、実験結果の説明を試みるつもりである。最後に従来の実験結果との比較と理論的考察の結果をもとにして、混合砂礫の限界掃流力に関する実験公式を提案することにする。

2. 混合砂礫の限界掃流力における問題点

前述したように混合砂礫の限界掃流力を、ある移動確率を定義して力学的に論ずることにすれば、通常考えられているように砂礫の移動限界を一意的に決定することは、Einstein が述べているようにほとんど不可能であろう。しかしながら、従来多くの実験者による限界掃流力に関する実験結果をみると、かなりの実験値が混合砂礫に対するものであるにもかかわらず、その限界がそれぞれの限界の判定基準(多くの場合直観的に決定したものであるが)に基づいて決定されてきたのである。そしてそれらの結果が十分普遍性のある結果としてあらわされなかつたにもかかわらず、水工学上の実際問題においてかなり有用に適用されてきたことを考えると、実用上の観点からある定義のもとに移動限界を決定してその機構を解明し、普遍性のある結果として実験結果を整理することができれば、工学上十分有意義な実用性をもつたものになるであろう。こうしたことから、著者も従来の研究者と同様に混合砂礫の限界掃流力の存在を仮定して、従来とは相違した詳細な実験を行なうとともに、若干の理論的考察を行なつて、砂礫の混合特性が限界掃流力に及ぼす影響を検討することにする。

以上のような取扱いのもとに、混合砂礫の限界掃流力について検討する場合の二、三の問題点について考察しておこう。まず岩垣博士⁵⁾ も述べているように、混合砂礫の限界掃流力で問題となるのは、

(i) いかなる粒径のものが動き始めるときをもつて限界とするか、

(ii) 実験して得られた限界掃流力は平均粒径または中央粒径に対応する一様粒径の場合の値より大きいのか小さいか、

であり、さらにまた前論文¹²⁾で述べたように、一様粒径の場合でもその限界の定義は極めて不明確なものであることから、

(iii) 代表的な砂礫がどの程度移動するときをもつてその限界とすか、

ということなどであろう。これらの問題のうち、とくに(i)および(iii)は重要であつて、従来の実験値はその限界の判定がすべて実験者の主観に依存していたことから、極めて問題が多い。栗原博士³⁾は混合砂礫の限界掃流力において混合特性の影響を前述した β の値が $\beta > 1$ である場合には河床粗度が有効的に平均粒径に対応するものより減少するという考えから、実験公式の中に係数 β を導入したのであるが、この事実は前述した三つの問題点とは直接には関係はないけれども、混合砂礫の場合にはその代表粒径である平均粒径または中央粒径より相違する大小の砂礫によつて砂礫近傍の流れの状態が局所的に相違するための影響として、以上のような取扱いをしたものと考えられる。このように、混合砂礫の場合には大小の砂礫が存在するために、流れの局所的な変化は一様粒径の場合に較べて非常に大きく、また粒度分布の範囲が広いほど顕著であることが考えられるが、その効果の大部分は代表粒径より大きい粒径の砂礫によるものと考えてよいであろう。

一方混合砂礫を構成する個々の限界掃流力は、その砂礫が砂礫床面にあらわれている位置の違いによる限界掃流力の大きさの相違をすべて平均して考えることにしても、たとえば砂礫の大きさによつてかなり相違するので、当然フルイ分け作用(sorting)が存在するものと考えなければならない。したがつて、混合砂礫の場合には、その構成砂礫の全体が移動しはじめる限界というような定義をとつたとすると、多くの場合最も移動しにくい砂礫によつてその限界が定まつてしまうことになる。しかしながら、後述する実験結果からも明らかなように、一般には大きい砂礫ほど移動しにくいようであり、さらに実験のはじめ比較的小さい砂礫が移動し、大きな砂礫の周辺の砂粒は次第に流送され、その砂礫の静止摩擦角は時間とともに小さくなつていき、やがて移動を開始するというような経過をとるのであるから、混合砂礫の限界掃流力に対する実験値が時間の経過とともに大きく変化することになつて不都合なことになつてしまう。したがつて、混合砂礫の限界掃流力を実用上定義するためには、以上のように時間の経過とともにその限界が変化せず、そして混合砂礫を代表した値でなければならないわけである。また前述した(ii)の問題は(i)を解決した実験結果によつて自然と明らかにされるはずであるから、ここでは考察しないことにする。

つぎに、混合砂礫の限界掃流力の機構を水理学的に考察するためにはどのような実験結果を必要とし、またどのような方法によるものが好都合であるかという点について簡単に述べておきたい。まず混合砂礫の限界掃流力の問題を、ある確率を導入して一つの確率過程として考察するためには、現在における水理学の各分野において共通していることであるが、現象の平均値のみならずその分布を考慮した取扱いを進めることが必要となつてくるのである。とくに混合砂礫床面上における乱れの機構およびそれに基づく流速分布などを普遍的に解明しなければならぬし、また一方では混合砂礫の特性を明らかにしておくことが大切である。このような結果に基づいて、砂礫床面に露出する砂礫の移動限界を考察する場合には、なるべく同一状態にある砂礫の数を確率的に評価して、混合砂礫全体の移動限界を数式的にあらわすことができれば、そこにはある移動確率のもとに限界掃流力に対して一つの数学的な表現をうることができるかもしれない。そうなる限界掃流力に対する一意的な定義は存在せず、実用上の観点から移動確率の値が定められることになる。このような方法は混合砂礫の問題のみならず、流砂機構の水理学的な考察においても展開させるべきものであろう。

以上のようないわば将来の一つの理想的な方法を展開させるためには、すでに述べたような基礎的な研究を必要とすることはいうまでもなく、著者は今後そのような方向に研究を進めていきたいと考えている。ここではそうした方向への第一歩として、混合砂礫の限界掃流力の問題に対し、従来よりは若干いろいろな現象が明らかにされうるような実験を行ない、またその結果の説明に混合砂礫の分布に基づく二、三の考察を行なつて、その機構に対する一つの解明を試みるつもりである。

3. 混合砂礫の限界掃流力に関する実験

混合砂礫の限界掃流力において問題となる二、三の点については前述したとおりであるが、実際にこれらの問題点を究明しようとするような基礎実験を行なうことはかなり困難といわねばならない。しかしながら、従来この種の実験は混合砂礫よりなる流路床上に適当に通水して、そのときの流路床の状態が実験者の主観によつて移動限界と判定されるときに掃流力を限界掃流力としてきたのであつて、その判定は一般に各実験者によつて相違し、またその付近における流路床および移動した砂礫の特性など、限界掃流力の機構の解明になんらかでも役立つような結果はほとんどえられていないといつてもよいであろう。したがつて、ここでは混合砂礫の限界掃流力の機構の解明に少しでも役立つような資料を得ることを第1の目的として行なつた若干の実験結果について述べることにしよう。

(1) 実験装置及び方法

(i) 実験用閉管路：さきの研究¹²⁾において用いた一辺7 cm の正方形断面で長さ10 m の閉管路によつて実験を行なつたので、その説明は省略する。

(ii) 実験に用いた混合砂礫の特性：実験に使用した混合砂礫は **Fig. 1** に示すように、その粒度分布が対数正規分布に従うように各粒径のものを混合してつくつたもので、中央粒径は0.1435 cm および0.203 cm の2種につき、それぞれ標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ (このように定義して用いることにした) の値を4 および3 種類変えた合計7種類である。さらに、比較的对数正規分布に近い粒度分布をもつ自然の混合砂礫として天白川および矢田川産のものをを用いることにした。これらの混合砂礫の特性をとりまとめて **Table 1** に示した。なお、一様砂礫に対する限界掃流力と比較するために、粒径がなるべく一樣になるように、1.2~1.7 mm, 1.7~2.5 mm, 2.5~5.0 mm, 5.0~7.0 mm のフルイの平均値として得られる4種類の砂礫を用いたので、それらの特性も一括して **Table 1** に示しておいた。

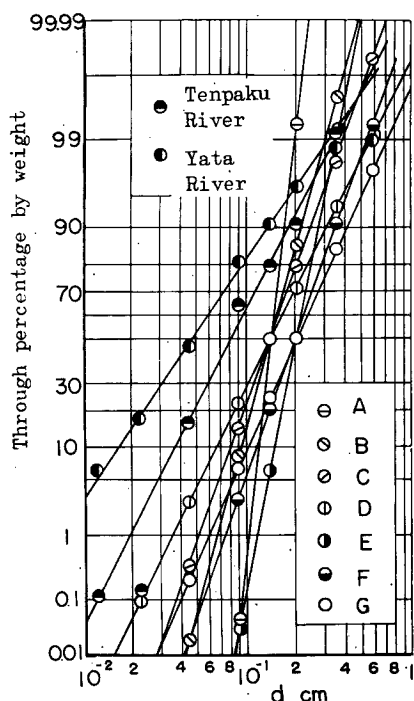


Fig. 1 Sieve analysis curves of used sands and gravels

(iii) 実験方法：まず対象とする混合砂礫を閉管路底に一樣にニスづけして固定床の粗度をあたえ、閉管路入口より約9 mのところに適当な面積 (3×7 cm 程度を標準として粒径によつて適当にかえた) 内に混合砂礫をできるだけ一樣にしきならべ、流水の作用によつて移動した砂礫をその下流に取付けた流砂採取装置によつて適当な時間間隔毎

Table 1 Properties of sands and gravels used

d_{50} cm	σ/ρ	$\tan \varphi$	$(d_{84}/d_{16})^{1/2}$
0.1435	2.566	0.968	≈ 1
0.203	2.602	0.940	≈ 1
0.357	2.567	1.011	≈ 1
0.588	2.583	1.055	≈ 1
0.1435	2.611	0.940	1.145
"	"	0.905	1.403
"	"	0.855	1.553
"	"	0.810	1.823
0.203	2.579	0.880	1.252
"	"	0.852	1.522
"	"	0.782	1.842
0.0480	2.563	—	2.220
0.0805	2.542	—	1.873

に確実に採取することにした。同時に固定床部分で外径 0.3 mm のピトー管を用いて流速分布を詳細に測定し、また水温を測定しておいた。このような方法によつて、与えられた砂礫に対し流速を数種変えて、そのときの移動した砂礫の量とその特性とを測定した。

また一方さきの論文¹⁴⁾と同様に流速分布から摩擦速度を推定する場合には、一般に流速分布における座標の原点をどこにとるかということが重要な問題となつてくるので、つぎのような簡単な実験を行なつた。幅 40 cm、深さ 30 cm、長さ 5 m の鋼製水路に対象とする混合砂礫を一樣にニスづけしたものに適当な勾配で水を流し、そのときの砂礫の頂上からの水深を測定し、また同時に同じ原点からの流速分布を詳細に測定した。そして両者の結果すなわち前者は水深と水面勾配とから、また後者は流速分布の対数法則を適用して求められる摩擦速度の値が相等しくなるような座標原点の位置を決定し、その結果を上記の限界掃流力の実験に用いたのである。

(2) 実験結果とその考察

(i) 流速分布における座標原点: Fig. 2 は前述した方法によつて決定された実験結果である。この

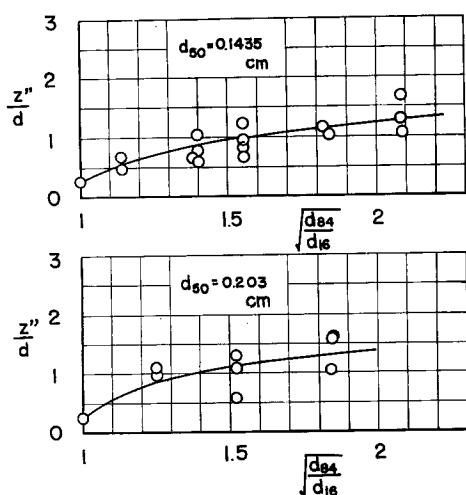


Fig. 2 Origin of coordinate for velocity profiles ($d=d_{50}$)

図における z''/d_{50} は砂礫床面に突出している砂礫の頂上より z'' だけ下方に座標原点があることを示している。この結果はいうまでもなく流速分布から摩擦速度を求めるための一つの便法としたものであるが、いまだし一般的に混合砂礫床面上における流れの性質を考察するためには、たとえば相当粗度 (equivalent roughness) などの定義に基づいて検討すべきであろうけれども、ここでさしあたり必要とする結果としては十分と考えられる。また一樣粒径の砂礫の場合には通常いわれている $z''=0.25d$ を用いた。これらの結果によれば、混合砂礫の中央粒径の相違によつて若干傾向が相違するようであるが、当然のことながら $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値とともに z''/d_{50} の値はかなり増加していくことがわかるであろう。

(ii) 限界掃流力に関する実験結果:

a) 一樣砂礫の場合: Fig. 3 はさきの論文^{12), 13)}

において提案した砂礫の移動割合を表わす量 p_0 %/s と摩擦速度 u^* cm/s との関係を示したものである。この結果から、さきの論文と同様に $p_0=0.5$ %/s に対する摩擦速度を限界掃流力 u^*_{c0} と定義して実験結果をとりまとめると Table 2 のようになる。なお、さらに粒径の小さい砂粒を用いた場合はすでに発表した論文¹²⁾とほとんど同一であろうと考えられる。

Fig. 4 は Table 2 の結果を図示して、限界掃流力に関する岩垣博士⁵⁾および著者ら¹⁴⁾の理論曲線と比較したものである。この結果によれば、 $p_0=0.5$ %/s に対応した実験値は岩垣博士の理論曲線において遮蔽係数を $\varepsilon=0.4$ とおいたものに極めてよく一致しており、またこのことから $p_0=0.5$ %/s においてえられた実験値は限界掃流力に関する従来の実験値に較べて十分妥当な値であると考えてよいであろう。なお、Fig. 3 に示した結果から砂礫の移動がほとんどないと考えられる状態での摩擦速度 u^*_{c0} を実用的に推定することができるようである。こうして推定された実験値を Table 2 と同様にとりまとめて Fig. 4 に示しておいたが、これからつぎのことがわかるであろう。実験結果は $\varepsilon=0.7$ とした岩垣博士の理論曲線や $p_s=0$ とした著者らのそれとかなりよく一致しているようであり、とくに著者らの理論曲線との一致は $p_s=0$ としたことから考えて極めて興味深い事実といつてよいであろう¹⁴⁾。また岩垣博士の理論曲線において $\varepsilon=0.7$ に対応していることは、さきの論文で述べたように滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界において同様な取扱いをした場合は¹²⁾ $\varepsilon=1$ の曲線にほぼ一致したということと比較して、つぎのことが推論できるで

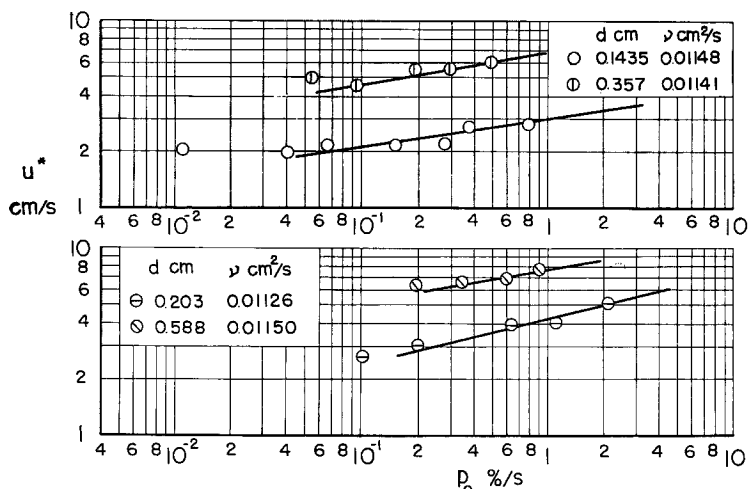


Fig. 3 Some examples of relations between rate of movement of sands and gravels, and shear velocity

Table 2 Experimental results of critical tractive force for uniform sands and gravels

d (cm)	u_{*c}^2 (cm/s) ²	u_{*cd}/ν	$u_{*c}^2/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi$
0.1435	5.66	23.8	0.0371
0.203	9.00	54.2	0.0304
0.357	32.5	201	0.0585
0.588	49.3	359	0.0512

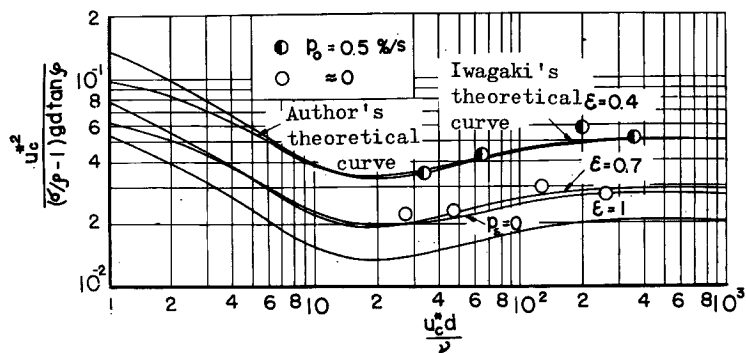


Fig. 4 Comparison between experimental results of critical tractive force for uniform sands and gravels, and theoretical curves obtained by Iwagaki and the author

限界掃流力をつぎのように定義づけて考えることにしたのである。前述したように混合砂礫の場合には流水のフルイ分け作用 (sorting) があるものと考えられるので、混合砂礫を構成するすべての砂礫を対象としてその移動限界を定義づけることはできないであろう。そこで著者は限界掃流力や流砂の問題は主として砂礫床面における現象であると考えられることから、砂礫床面に露出している砂礫の個数分布に依存して実用的に限界掃流力の定義をすべきものと考えたのである。後述するように、一般に砂礫床面に露出する砂礫の

あろう。滑面水路床の下流端においては対象とした砂礫より上流には砂礫が存在しないわけであるから、理論的考察の場合に用いた模型とよく対応しているのに反して、限界掃流力の場合は最も動き易い砂礫を対象としても、多少なりとも上流側にある砂礫による遮蔽効果が存在するものと考えられるのである。

以上のように一様砂礫の限界掃流力に対する実用上の定義は、砂礫が $p_0=0.5$ %/s 程度移動する場合に対応しているものと考えられるので、こうしたことをもとにして混合砂礫の場合を考察することにしよう。

b) 混合砂礫の場合：混合砂礫の限界掃流力を実用的にどのように定義すべきかは、前述したように極めてむずかしい問題といわねばならない。著者は前述したような問題を解明する一つの試みとして、混合砂礫の

個数分布は通常のように重量百分率であらわした砂礫の粒度分布に依存することはいうまでもないが、自然の混合砂礫においては砂礫床面に露出する砂礫の個数が最大となるような粒径が存在する場合が多いであろう。たとえば、重量百分率による粒度分布がよくいわれるように対数正規分布に従う場合には、当然のことながらある粒径において露出砂礫の個数は最大となるのである。限界掃流力とか流砂の機構を解明するには、前述したように砂礫床面に露出している砂礫の個数分布が重要になってくるものと考えられ、とくにそうしたことから現象をある代表値によつてあらわす場合には砂礫床面に最も多く露出している砂礫を対象として考察するのが妥当なように考えられる。

以上のことから、実用上混合砂礫の限界掃流力を定義する場合には、砂礫床面に最も多く露出している砂礫を対象としてその移動限界を考察するのが、少なくとも現状においては好都合な方法であろう。このような考えに基づいて混合砂礫の限界掃流力に関する実験結果を整理して考察することにしよう。

Fig. 5 は Fig. 3 と同様に混合砂礫の場合の実験結果を整理したものであるが、図中の実験値は砂礫床面に露出している全砂礫数と最も多く露出している砂礫の数とを用いて砂礫の移動割合をあらわしている。この結果によれば、移動割合をあらわすのに砂礫床面に露出している全砂礫数を用いた場合と最も多く露出している砂礫の数を用いた場合とでは、二、三の例外を除いて大きな相違を明確に実験結果で見出すことはできない。このことは Fig. 1 に示したような粒度分布をもつ混合砂礫を、限られた大きさにフルイ分けした砂礫を混ぜ合わせてつくつたことにも原因するのであろう。というのは Fig. 5 に示してある天白川及び矢田川産の砂礫においては、前述したような代表砂礫に対してでないと、測定が非常にむずかしく、また精度が十分でないことがわかつたのである。

いま前述したような考え方のもとに、砂礫床面に最も多く露出している砂礫の移動限界をもつて混合砂礫の限界掃流力を定義づけることにし、さらにその移動限界の定義に対して一様粒径の場合と全く同様に $p_0=0.5\%/s$

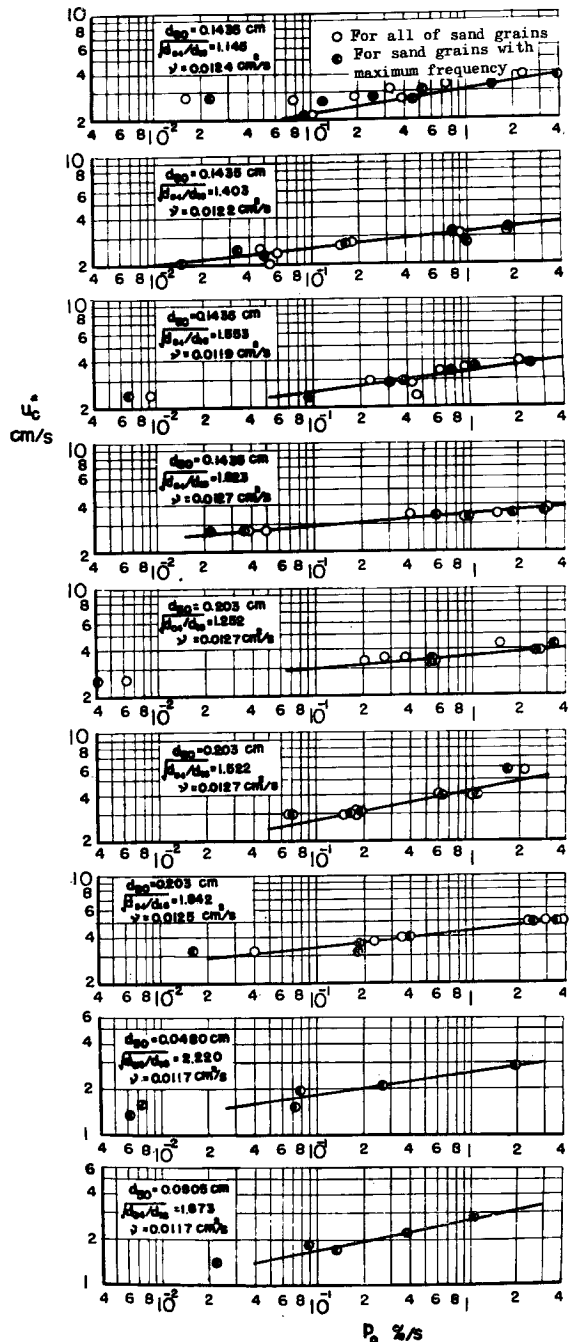


Fig. 5 Relations between rate of movement of sands and gravels, and shear velocity

を適用することにして、混合砂礫の混合特性が限界掃流力に及ぼす影響について考察することにしよう。
Fig. 5 において $p_0=0.5$ %/s に対応した摩擦速度を限界摩擦速度 u^*_c として実験結果を一括とりまとめると、**Table 3** のとおりである。**Fig. 6** は **Table 3** に示した実験結果のうち、限界摩擦速度 u^*_c と標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係を図示したものであつて、この結果から実験値はかなりばらつくけれども、以上

Table 3 Experimental results of critical tractive force for graded sands and gravels

Experimenter	d_{50} (cm)	$(d_{84}/d_{16})^{1/2}$	$u^*_c{}^2(\text{cm/s})^2$	$u^*_c{}^2/(u^*_c{}^2)_{\text{L.F.}}$	$u^*_c d'_{50}/\nu$	$u^*_c{}^2/(\sigma/\rho - 1)gd'_{50}$	$\bar{\epsilon}_r$
Author	0.1435	1.145	7.73	0.884	31.0	0.0355	0.389
"	"	1.403	8.90	1.018	27.8	0.0444	0.306
"	"	1.553	9.74	1.114	25.6	0.0549	0.244
"	"	1.823	10.95	1.252	18.2	0.1050	0.137
"	0.203	1.252	12.3	0.864	50.4	0.0432	0.359
"	"	1.522	14.3	1.002	42.6	0.0646	0.247
"	"	1.842	14.6	1.025	29.4	0.0999	0.130
"	0.0480	2.220	5.32	1.796	2.65	0.259	0.126
"	0.0805	1.873	5.39	1.217	7.39	0.0995	0.171
Kramer	0.0706	1.83	5.11	1.315	7.72	0.0892	0.175
"	0.0558	1.64	3.83	1.231	6.66	0.0676	0.248
"	0.0800	1.95	4.81	1.091	7.18	0.148	0.109
Schaffernak	0.154	1.33	7.36	0.758	35.7	0.0337	0.421
P. E. I.	0.115	2.29	5.01	0.791	6.45	0.107	0.160
"	0.0846	2.22	4.12	0.885	4.78	0.109	0.202
"	0.0836	2.16	5.69	1.240	5.98	0.138	0.155
"	0.0686	1.72	4.90	1.297	8.46	0.0794	0.189
"	0.0744	2.06	5.49	1.341	6.14	0.125	0.142
"	0.0806	2.08	5.49	1.240	6.46	0.123	0.140
Engels	0.148	2.48	9.81	1.072	3.59	0.216	0.125
Gilbert	0.371	1.12	29.0	0.964	195	0.0496	0.399
"	0.530	1.14	48.1	1.121	356	0.0492	0.409
U. S. W. E. S.	0.0586	1.93	4.64	1.441	5.30	0.117	0.173
"	0.0541	1.56	4.21	1.352	7.44	0.0717	0.223
"	0.0525	1.44	4.21	1.381	8.30	0.0643	0.235
"	0.0506	1.77	4.02	1.335	5.27	0.0947	0.213
"	0.0483	1.60	3.83	1.290	6.06	0.0768	0.234
"	0.0347	1.28	2.87	1.082	5.21	0.0579	0.354
"	0.0310	1.50	3.16	1.244	3.96	0.0876	0.276
"	0.0205	1.37	2.25	1.018	2.52	0.0827	0.408
"	0.408	1.47	27.8	0.841	160	0.0565	0.344
Ishihara	0.0921	1.75	5.22	1.031	11.2	0.0681	0.202
"	0.0708	1.99	6.38	1.640	6.96	0.150	0.116
Aki, Sato	0.0700	2.62	7.36	1.913	2.96	0.436	0.0696
"	0.122	1.96	9.61	1.381	15.3	0.117	0.112

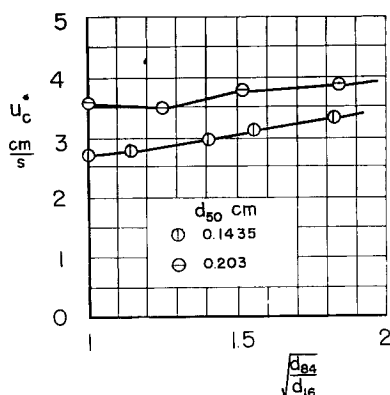


Fig. 6 Variations of critical shear velocity with standard deviation defined by $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

のような定義に基づく限界掃流力は $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値の増加とともに若干大きくなっていくことがわかるであろう。

つぎに流水の作用によつて移動した砂礫の特性について考察することしよう。**Fig. 7** は移動した砂礫の特性である中央粒径(ただし個数であらわした)と摩擦速度との関係を示したものであり、図中には実験に用いた砂礫の中央粒径の値と**Table 3**に示した限界掃流力の値を記入しておいた。**Fig. 8(1)** および **8(2)** はそれぞれ個数であらわした場合および重量表示の場合の標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ と摩擦速度との関係を示したものである。これらの図において符号 n をつけた値は実験した個数分布におけるものである。これらの結果からつぎのことが結論されるであろう。すなわち、**Fig. 7** によれば、前述したような定義に基づく限界摩擦速度の値付近までは、摩擦速度が大きくなるにしたがつて中央粒径は大きくなっていき、多くの場合この限界摩擦速度付近において実験に用いた砂礫のそれにほぼ一致しているようである。このことは、混合砂礫においては粒径が大きいものより小さい砂粒の方が若干移動しやすいことをあらわしているが、一方こうしたことから前述したように、フルイ分け作用が当然行なわれるはずであるから、限界摩擦速度付近においてもなお実験用砂の値には完全に一致しないものと考えるべきであろう。**Fig. 8** によれば、**Fig. 7** と同様なことが見出されるが、とくに限界摩擦速度以下においては多くの場合標準偏差が実験用砂のそれに較べて若干大きくなっていることがわかる。一方、**Fig. 9** は混合砂礫中の各砂粒の移動割合と摩擦速度との関係を示したものの一例であつて、とくに限界掃流力になるべく近い実験値を代表的なものとしてとりあげたもので

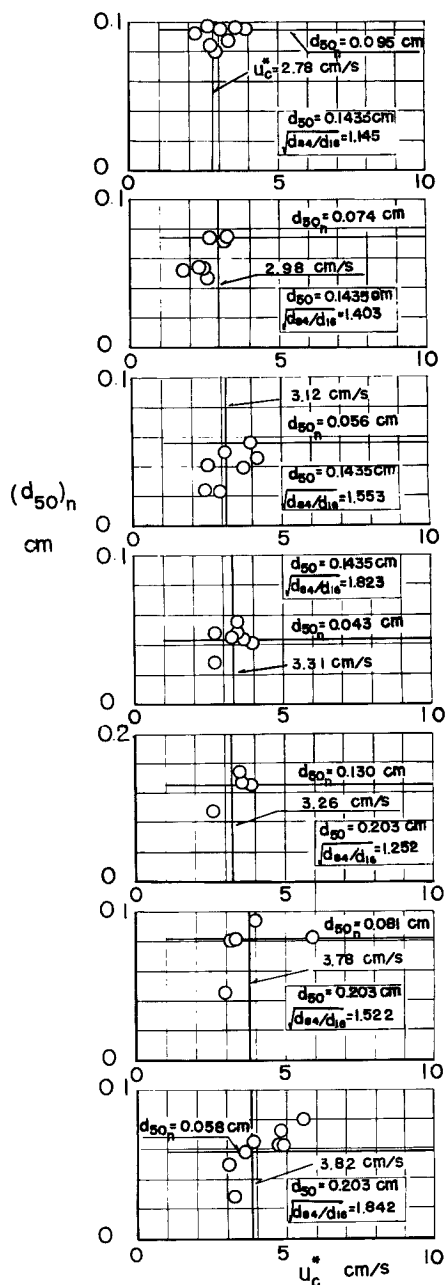


Fig. 7 Relations between median diameter, based on number of moved sands and gravels, and shear velocity

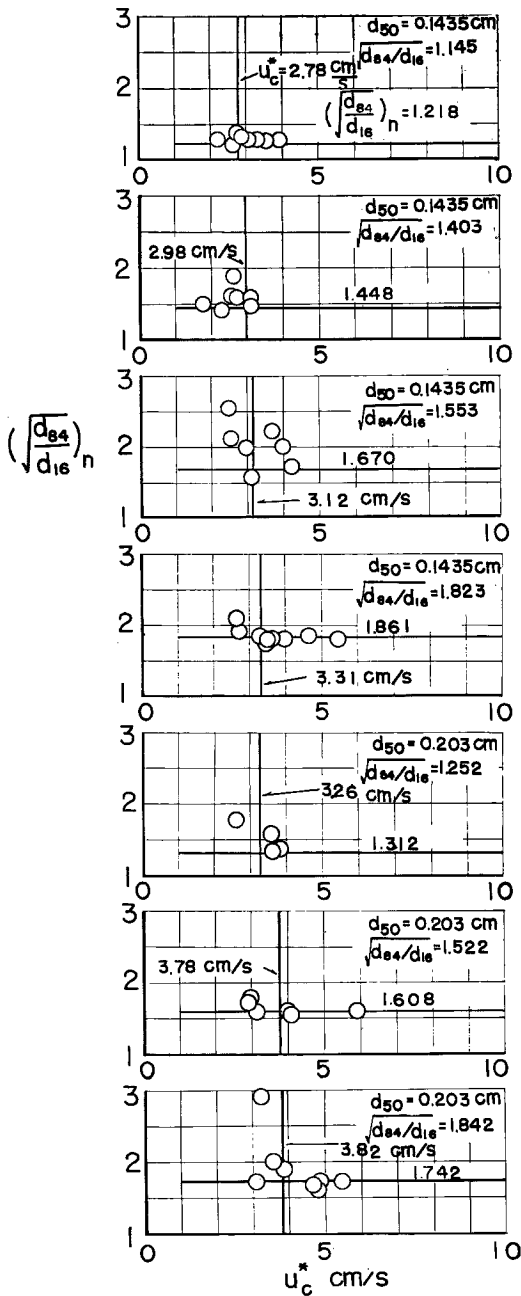


Fig. 8 (1) Relations between standard deviation, based on number of moved sands and gravels, and shear velocity

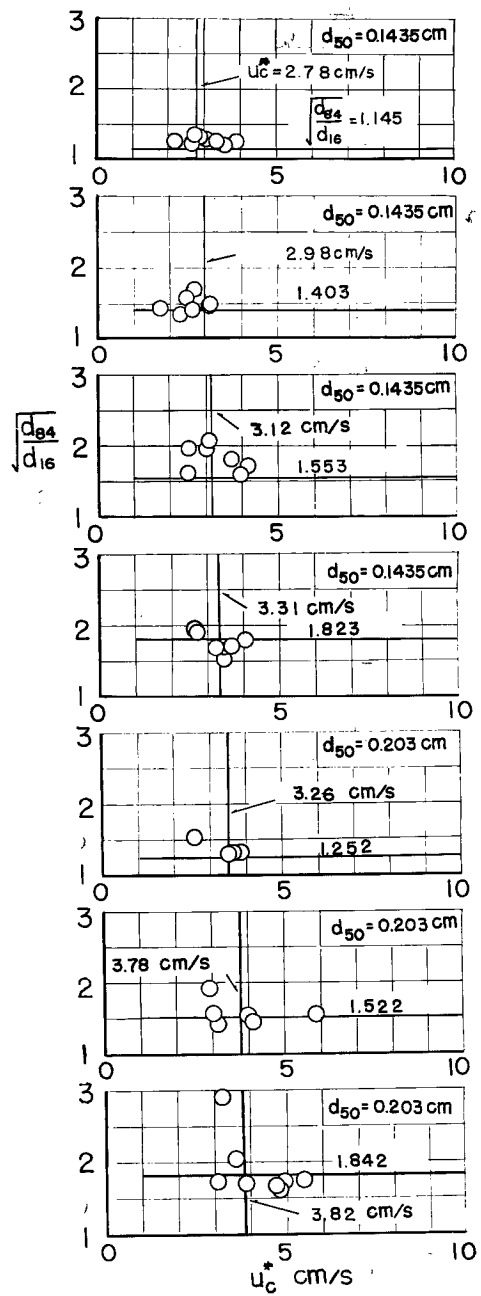


Fig. 8 (2) Relations between standard deviation, based on weight of moved sands and gravels, and shear velocity

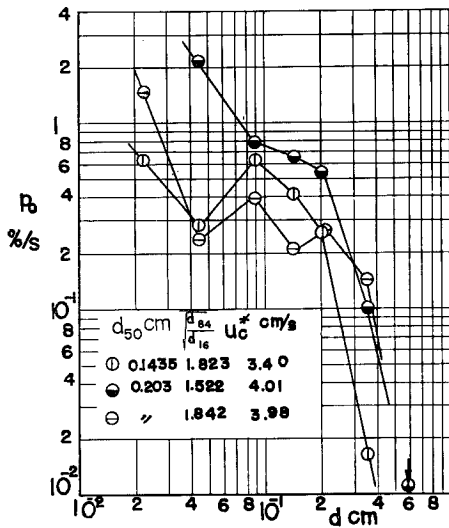


Fig. 9 An example of relations between rate of movement of each sand grain constituting graded sand gravels and shear velocity

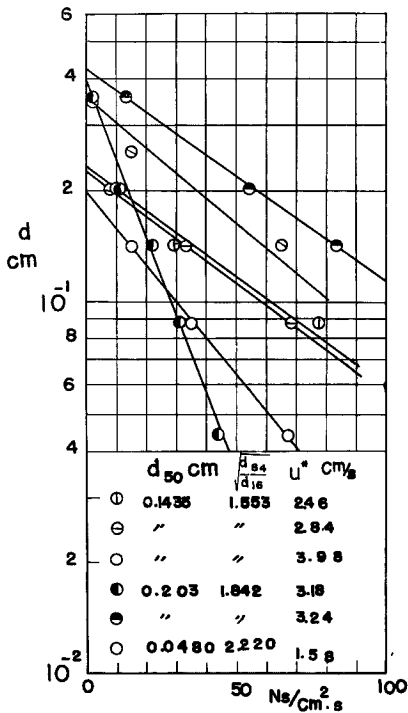


Fig. 10 An example of estimations of grain size corresponding to criterion for movement

ある。この結果によれば、明らかに小さい粒径に対しては移動割合の限界値はないようであり、同一の摩擦速度のもとには小さい粒径の方が大きいものより動きやすいことを示しているが、これに反して粒径が大きくなるにしたがつて移動割合がかなり急激に減少することがわかる。とくに移動割合が実際上 $p_0=0$ %/s となるような粒径が存在するようであつて、いうまでもなくこの事実は水流の sorting の主要な原因となっているのである。つぎに、 $p_0=0$ %/s となる砂礫の大きさについて考察することにしよう。

Fig. 9 に示した結果のうち p_0 %/s の値の小さい範囲に対して p_0 %/s の代りに移動した砂礫数 N_s ($1/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$) をとつて Fig. 10 に一例を示すように片対数紙上に図示すると、実験値はほぼ直線によつてあらわされることがわかる。このことから、実験値はかなりばらつくけれども、一応移動しない限界の砂礫の大きさ d_c を推定することができるので、摩擦速度との関係であらわすと、Fig. 11 のようになる。この結果によれば、当然のことながら摩擦速度が大きくなるに従つて d_c の値は大きくなり、その傾向は標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ によつて相違し、この値が大きいほど、 d_c の増加は顕著になることがわかる。そこで、いま Fig. 11 に

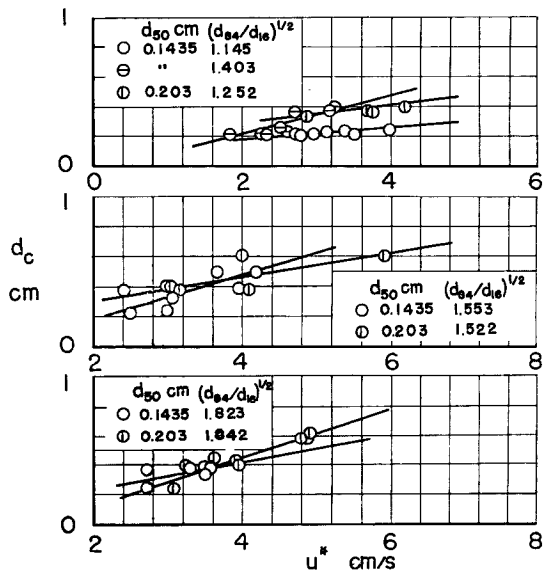


Fig. 11 Relations between grain size corresponding to criterion for movement and shear velocity

において限界摩擦速度に対応した値 d_c^* を求め、それと中央粒径 d_{50} との比を標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係であらわしたものが Fig. 12 であり、またその d_c^* の値に対応した混合砂礫の累加百分率と $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係を示した結果が Fig. 13 である。これらの結果によると、中央粒径の範囲が狭いので適確な結論は望めないが、Fig. 12 および 13 のいずれの場合にも標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ によつてかなりはつきりした関係が見出されるようである。 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値に対する実験の範囲では d_c^* に対応した累加百分率はかなり大きくなつており、したがつて、Fig. 7 および 8 に示したように限界摩擦速度付近になると、実験用砂の特性と移動した砂礫の特性とがほとんど等しくなるのである。

つぎに、以上述べた実験値と従来の限界掃流力に関する実験値との関連について述べよう。混合砂礫の限界掃流力に関する従来の実験値は種々の中央粒径のものについて、それぞれ実験者の適当な判定基準による結果であるが、すでに述べたように混合砂礫の限界掃流力を適確に定義づけることが極めて困難であることから、著者の実験値の妥当性を確かめるためには、これらの実験値との対応が唯一の方法なのである。

しかしながら、中央粒径が相違しているために直接比較検討することはできないので、つぎのような方法をとることにした。一樣砂礫の限界掃流力の場合には、岩垣博士の理論曲線がよく実験値と一致することが明らかにされているので⁵⁾、ここではこの理論曲線を基準として混合特性の影響を検討することにしたのである。中央粒径 d_{50} に対応した岩垣公式で求められる値 $(u_{*c}^2)_{I.F.}$ と実験値 u_{*c}^2 との比と $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係を示したものが Fig. 14 である。これらの実験値において

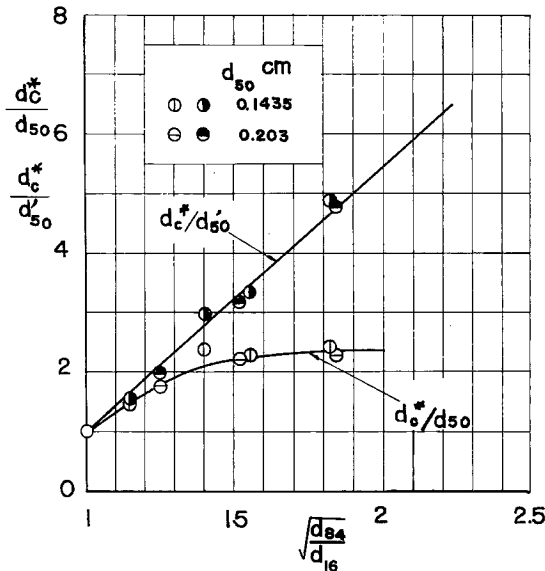


Fig. 12 Relation between d_c^*/d_{50} and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

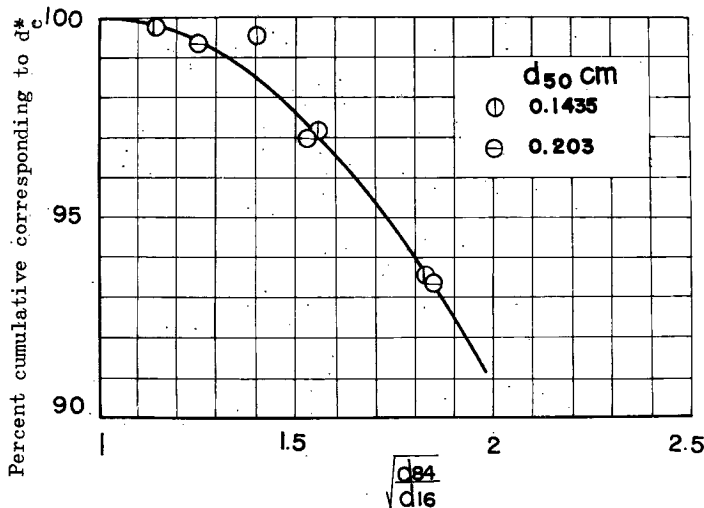


Fig. 13 Relation between percentage cumulative corresponding to d_c^* and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

て混合砂礫の粒度分布が対数正規分布と非常に相違する二、三の実験結果は省略した。この図から明らかに、著者の実験値は従来のものに較べて妥当な値を示しているようであり、また、 $u_{*c}^2/(u_{*c}^2)_{I.F.}$ の値は $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ とともに確かに若干大きくなる傾向を示していることがわかる。

つぎに、混合砂礫の場合にも実験的に流砂がほとんどないという限界を見出すことができるので、Fig. 5 と同様な実験値の整理を行なつて、この場合の限界摩

擦速度 u_{*0}^* を推定し、さらに中央粒径に対応した限界摩擦速度の値を Fig. 4 に示した $\varepsilon=0.7$ とおいた岩垣博士の理論曲線から求め、Fig. 14 と同様に $u_{*0}^{*2}/(u_{*c0}^{*2})_{I.F.}$ と $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係を求めたものが Fig. 15 である。図中には記号を A を付して Fig. 14 に示した曲線を示しておいたが、これと実験値とを比較すると、流砂がほとんどないという状態の方が $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の影響が若干大きいようにみうけられる。

以上のような事実は前述した混合砂礫の限界掃流力に対する実用的な定義に基づけば、混合砂礫の標準偏差が大きくなるほど、限界掃流力の対象となる砂礫が、そより大きい砂礫によつて遮蔽される程度が著しくなるためと考えられる。このような水理学的な機構の説明に対する一つの簡単な試みについては次節において述べるつもりである。

4. 混合砂礫の限界掃流力に関する考察

前述した混合砂礫の限界掃流力に関する実験結果をもとにして、なぜ限界掃流力が混合砂礫の標準偏差と

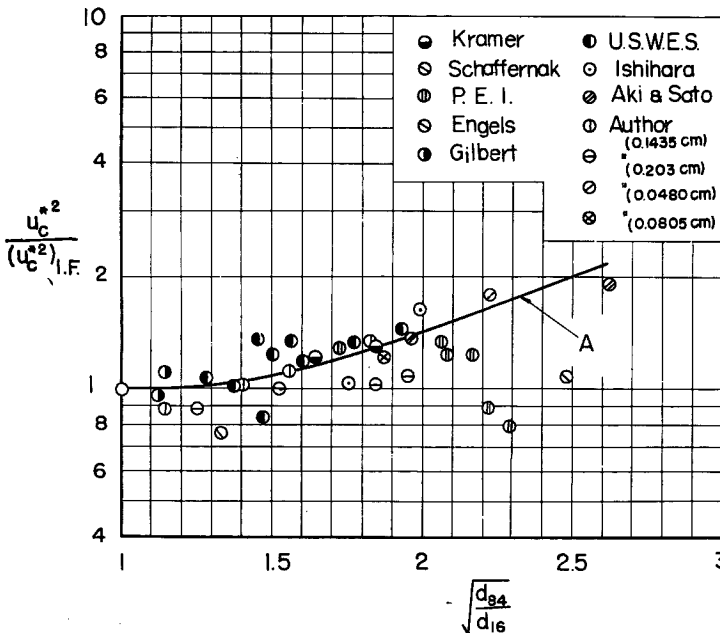


Fig. 14 Relation between $u_{*c}^{*2}/(u_{*c0}^{*2})_{I.F.}$ and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

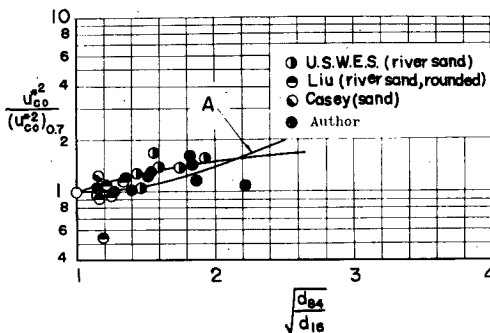


Fig. 15 Relation between $u_{*c0}^{*2}/(u_{*c0}^{*2})_{0.7}$ and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

ともに変化するかどうかという
ことを水理学的に考察する
ためには、少なくとも
すでに述べた問題点や流
速分布などに関する詳細
な実験結果を必要とする
ことはいうまでもないが、
ここでは現状において明
らかにされている実験結
果に基づいて、種々の仮
定のもとに若干の考察を
試みることにしよう。そ
のためには現象が混合砂
礫床面におけるものであ
るから、混合砂礫の特性
とくに静止摩擦角や単位
面積当りに露出する砂礫
数などについて考察して
おく必要がある。

(1) 混合砂礫の二、三の特性

(i) 静止摩擦角：一般に単一砂礫の静止摩擦角は著者がこれまでに行なつてきたように、対象とする砂礫を板に一樣にニスづけし、その上に砂礫を一層ないし二層程度敷きならべてその板を静かに傾斜させていつたとき、砂礫が落下する限界の傾斜角として測定することができる。しかしながら実際問題としては、どの程度砂礫が落下したときをもつて対象とする砂礫の静止摩擦角とするかは問題であるが、最初に最も多く同時に落下したときの角度をとることにすれば、代表的な値として実用上十分であ

ろうと考えてきた。しかしながら、混合砂礫の場合は単一砂礫の場合に較べてなおさら問題が多いわけであるが、ここでは混合砂礫の平均的な静止摩擦角という意味で、いままでと同じ判定の仕方のもとに実験した結果について述べる。なお、後述するような混合砂礫の限界掃流力の考察を行なうには、混合砂礫中の代表砂礫の静止摩擦角を必要とするのであるが、一般にその適確な測定は極めて困難なようである。

Fig. 16 は以上のようにして測定した混合砂礫の平均の静止摩擦係数と標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係を示したものであつて、図中には比較のために一点のみであるが Pantélopoulos による実験値も図示しておいた。この結果によれば、平均の静止摩擦係数は $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ とともに減少する傾向を示しているがこのことは混合砂礫中の個々の砂礫の静止摩擦角が、とくに粒径が大きいかほど小さくなるという事実に基づいているのであろう。

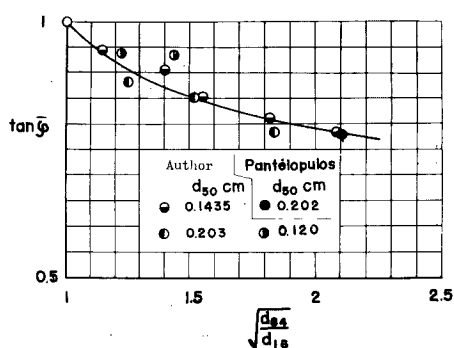


Fig. 16 Relation between mean friction coefficient of graded sands and gravels and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

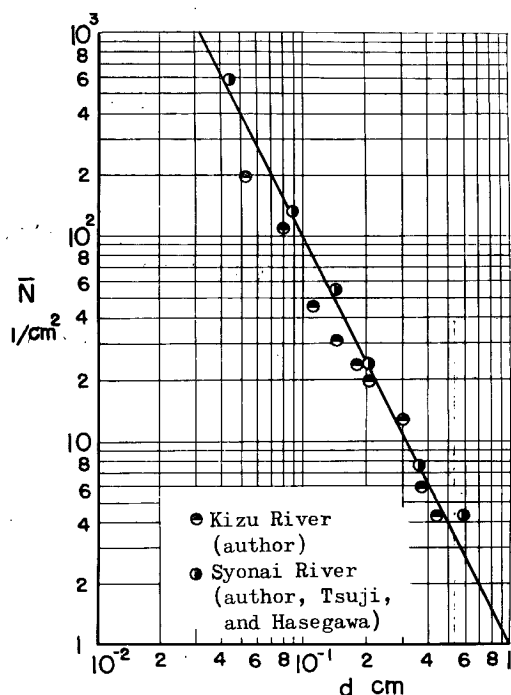


Fig. 17 Relation between number of exposed sand grains and size of sand grains

示したものであつて、図中には比較のために一点のみであるが Pantélopoulos による実験値も図示しておいた。この結果によれば、平均の静止摩擦係数は $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ とともに減少する傾向を示しているがこのことは混合砂礫中の個々の砂礫の静止摩擦角が、とくに粒径が大きいかほど小さくなるという事実に基づいているのであろう。

(ii) 単位面積当りの露出数とその分布：

Fig. 17 は一様粒径の砂礫における単位面積当りの露出数と粒径との関係を示したものであり、図中の直線は

$$N = d^2 \dots\dots\dots (1)$$

の関係の関係をあらわしている。

混合砂礫の場合における単位面積当りの露出砂礫数を対数正規分布に従う混合砂礫について実験した結果が **Fig. 18** である。その測定は混合砂礫床面に大小の砂礫が複雑に突出することからかなり困難であり、また測定者によって結果が相違することも考えられたので、何人かの測定者の平均をもつて実験値とした。

この図においては、単位面積当りに露出する砂礫数をあらわすために、後述する方法によって求められる砂礫床面に露出する砂礫の個数分布における中央粒径 d_{50}' を用いた。これらの結果から明らかなように、両者ともかなり実験値はばらつくけれども、一応こうした表示法によつてあらわされることがわかる。

つぎに、そうした露出数の分布について考えることにしよう。混合砂礫床面は砂礫が不規則に並んでいて、その配列を厳密に論ずることは實際上不可能である。しかしながら、その配列も一様であると仮定して、その分布を考察する。いま単位面積当りに突起する総砂礫数を $\bar{N}$ 、混合砂礫の粒度分布および表面に露出する砂礫の頻度分布をそれぞれ粒径 d の関数として $f(d)$ および $h(d)$ とし、さらに表面に露出する砂礫が一様に分布しているものとすれば、つぎの関係が成立するはずである。

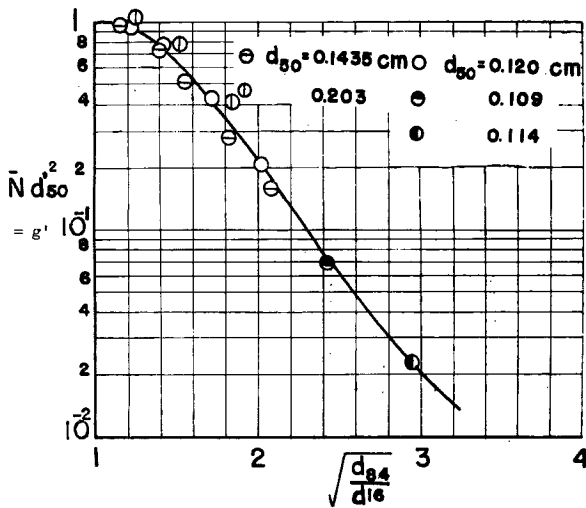


Fig. 18 Relation between $\bar{N}d'_{50}{}^2$ and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ in case of graded sands and gravels

$$f(d) = dF(d)/d\xi = (1/\pi)e^{-\xi^2} \dots\dots\dots (4)$$

であたえられるものとしよう¹⁶⁾。ここに、 $\xi = (1/\sqrt{2}\sigma_0)(y - \bar{y})$, $y = \log_e d$ であり、 $\bar{y}$: y の平均値、 σ_0 : 標準偏差で $(1/2)\log_e(d_{84}/d_{16})$ によってあらわされる。

(4) 式を (3) 式に代入して変形し、さらに規格化すれば、 $h(\xi)$ はつぎのようにあらわされる。

$$h(\xi) = (1/\sqrt{\pi})e^{-\xi^2}, \quad \xi' = \sqrt{2}\sigma_0 + \xi \dots\dots\dots (5)$$

したがって、この関係と (4) 式とを比較して、 $h(d)$ もまた対数正規分布にしたがい、その標準偏差は $f(d)$ のそれと同一であり、平均値のみが相違することがわかる。いま一般の粒度分布に対しても同様な取扱いを

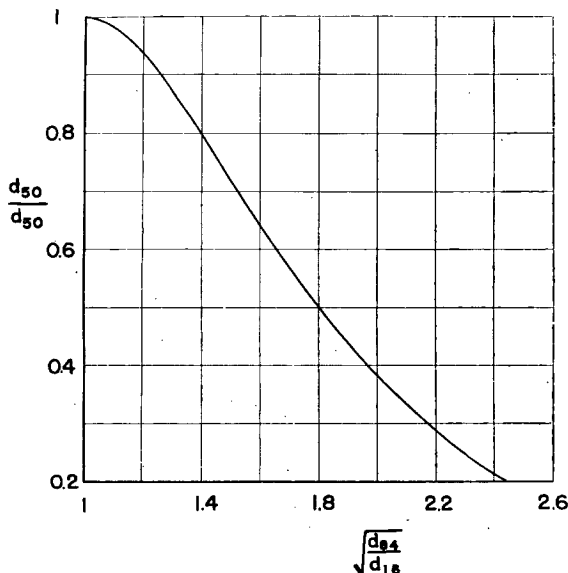


Fig. 19 Relation between d'_{50}/d_{50} and $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

$$\bar{N}K(\pi/6)d^3\sigma gh(d)(1/d)$$

$$\int_b^a \bar{N}K(\pi/6)d^3\sigma gF(d)(1/d)dd = f(d), \dots\dots (2)$$

ここに、 K は砂礫の形状によるものであり、球形のとき $K = 1$ となる係数である。(2) 式を変形すると、

$$h(d) = Af(d)/d^2 \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 A は砂礫の形状に関する係数 K などによって定まる定数である。この (3) 式が重量百分率による粒度分布 $f(d)$ と表面に露出する砂礫の頻度分布 $h(d)$ との基本的な関係式である。

一例として粒度分布 $f(d)$ が対数正規分布にしたがうものとすれば、その累加関数を $F(d)$ として

するための便法として、 $f(d)$ および $h(d)$ の平均値をそれぞれ d_{50} および d'_{50} とすれば、(4) 式と (5) 式との比較から、次式がえられる。

$$\log_e(d_{50}/d'_{50}) = 2\sigma_0^2 \dots\dots (6)$$

上式において $\sigma_0 = (1/2)\log_{10}(d_{84}/d_{16})$ として、(6) 式を図示すれば、Fig. 19 がえられる。すなわち砂礫床面に露出する砂礫数の分布は粒度分布と等しい標準偏差をもち、平均値が Fig. 19 であらわされるだけ粒度分布の場合より小さくなった対数正規分布となる。なお、対数正規分布から非常にはずれた粒度分布の場合には、(3) 式に基づいて直接計算すればよいであろう。

混合砂礫床面に露出する砂礫の個数分布を実験的に測定することは実際には困難であるが、つぎに述べるような方法に

よれば、近似的に $h(d)$ を求めることができる。すなわち、まず混合砂礫を構成するおのおのの砂礫をその大きさごとに色分けしておき、単位面積当りに露出している同一色の砂礫の数を数えることによって、その分布 $h(d)$ が求められる。Fig. 20 はこのようにしてえられた測定結果の一例であつて、 $d_{50}=0.12\text{cm}$ 、 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}=1.50$ の対数正規分布にしたがう混合砂礫の場合である。図中には前述した $h(d)$ に対する理論曲線を示したが、実験値とよく一致していることがわかる。

なお以上のようにして露出砂礫の分布が明らかにされたわけであるから、この結果をもとにして前述した露出砂礫数を求めることができるかもしれないが、この場合は大小の砂礫がどのように組み合わせられるかによつて相違してくることから、適確にその総砂礫数を求めることは困難であろう。

(2) 限界掃流力に関する考察

前述したような混合砂礫の限界掃流力に関する実験結果や混合砂礫の二、三の特性をもとにして、Fig. 6 および 14 に示した実験的事実を説明することを試みることにしよう。

(i) 代表砂礫の移動限界に対する平衡条件：いま混合砂礫の限界掃流力を代表する粒径として、前述したように混合砂礫を構成する砂礫のうち最も多く砂礫床面に露出している砂礫をとることとし、その砂礫の大きさを d_r 、比重を σ_r/ρ 、静止摩擦角を φ_r とし、さらに限界掃流力に関する著者らの研究と同様に、

重力の加速度を g 、鉛直方向の圧力勾配による揚力を R_{Lr} 、流れの方向の流体抵抗と圧力勾配による抵抗の和を R_{Tr} とすれば、代表砂礫の平衡条件はつぎのようにならわされる。

$$\{(\sigma_r - \rho)g(\pi/6)d_r^3 - R_{Lr}\} \tan \varphi_r = R_{Tr} \quad (7)$$

ここで問題になるのは、(7) 式中における R_{Tr} および R_{Lr} をどのように見積るかということであるが、混合砂礫床面上を流れる水流の流速分布に関する普遍的な実験結果がないことから、たとえ岩垣博士の研究などに基づいて考察を進めることにしても不可能といわねばならないし、さらにまた代表砂礫近傍の流速分布は砂礫床面に突出している砂礫からの後流によつて一般には極めて複雑なものであることから、理想的な方法の一つとして平均的な流速分布に基づいて考察を進めるとことは、極めて困難といわねばならないであろう。そこで著者はなぜ混合砂礫の限界掃流力が標準偏差 $(d_{34}/d_{16})^{1/2}$ の増大とともに変化するかという事実をつぎのような考えのもとに簡単に考察することにしたのである。

前述したように混合砂礫床面上を流れる水流の流速分布は適当な座標原点または相当粗度などの考えを導入することによつて、一様な砂礫床面上の流れと対比させることができるはずである。このことはたとえば流速分布の対数法則

$$\bar{u}/u^* = A_r + 5.75 \log_{10}(z/k_s) \quad (8)$$

において、 $A_r = u_0/u^*$ とすれば、 u_0 は $z \leq k_s$ における流れを規定する流速であると解釈され、したがつて k_s というのは砂礫からつくり出される複雑な流れの領

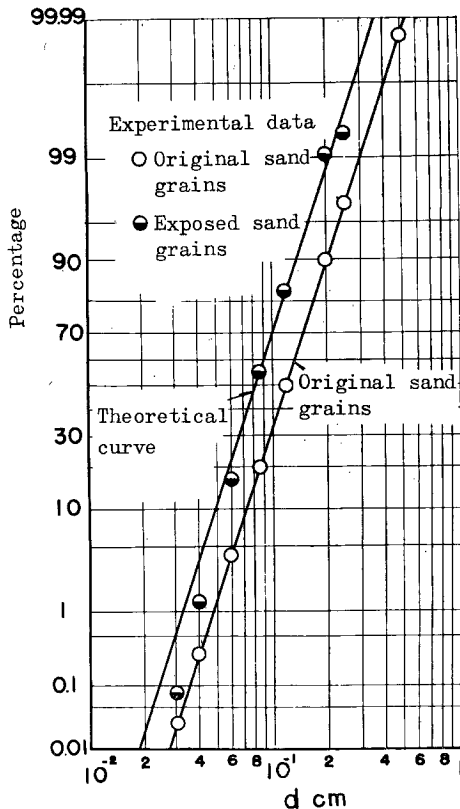


Fig. 20 Comparison of experimental results for frequency distribution of sand gravels exposed and theoretical curve

域である $z \leq k_s$ と $z = k_s$ における流速 u_0 のみに関係すると考えられる $z > k_s$ の領域との境界として定義される。ここに、 $\bar{u}$: 流速, u^* : 摩擦速度, k_s : 相当粗度, および A_r : 一般には実験定数, である。いま限界掃流力に関する岩垣博士の研究⁵⁾にみられるように, (7) 式中の流体抵抗 R_{Tr} および R_{Lr} などを見積るための代表流速 u_1 として近似的に $z = k_s$ における流速をとることにすれば, 若干の相違が生ずるけれども, (7) 式から一様粒径の砂礫を対象として考察した場合の関係式と同様な次の関係がえられるであろう。

$$\frac{u^* c^2}{(\sigma_r/\rho - 1)gd_r \tan \varphi_r} = \frac{1}{\psi_i}, \quad (i=1, 2, 3) \dots \dots \dots (9)$$

ここに,

$$\psi_i = \psi_i(u^* c d_r / \nu) \dots \dots \dots (10)$$

である。以上の考えに基づけば, (10) 式の関数形は理論上一様砂礫の場合に対して考察されたものと全く同一であると考えてよいであろう。

ところが, 一様砂礫の場合においても一個の代表的な砂礫の平衡条件について考察したことから, 多かれ少なかれその砂礫は他のものによつて遮蔽されているために, 実際には計算された流体抵抗よりもかなり小さい抵抗しか受けておらず, 砂礫が移動するためには計算値よりかなり大きい掃流力を必要とすることがわかつたのである。前述したように混合砂礫の場合には移動しない砂礫も存在することになって, とくにそのような事実から代表砂礫の移動限界に対して効果的に遮蔽効果を及ぼす砂礫は, 代表砂礫よりかなり大きい砂礫であろうと考えられる。以上のような考えに基づけば, 一応なんらかの方法によつて混合砂礫の限界掃流力に及ぼす混合特性の影響を上述の遮蔽効果に関係づけて近似的に考察することができるようになるので, つぎにこうした考えに基づいて考察した一つの簡単な試みについて述べることにしよう。

(ii) 限界掃流力に及ぼす混合特性の影響: まず混合砂礫の限界掃流力を代表する砂礫 d_r に対して効果的に遮蔽効果を及ぼす砂礫を一般に d_i とあらわすことにし, その砂礫が砂礫床面にあらわれている個数から計算される平均の支配面積をあらわす代表的な長さ L は, 砂礫床面における砂礫の分布が一様であるという仮定のもとに前述した混合砂礫の特性に関して考察した結果をもとにして,

$$d_i/L = (d_i/d'_{50}) \sqrt{g' f_i} \dots \dots \dots (11)$$

ここに, L : Fig. 21 に示したように砂礫 d_i の占める支配面積を正方形と仮定した場合の一辺の長さ, g' : Fig. 18 に示すように混合砂礫の露出砂礫の個数をあらわす関係であつて $(d_{84}/d_{10})^{1/2}$ のみの関数, および f_i : (6) 式または Fig. 19 をもとにして求められる粒径 d_i の砂礫の頻度である。

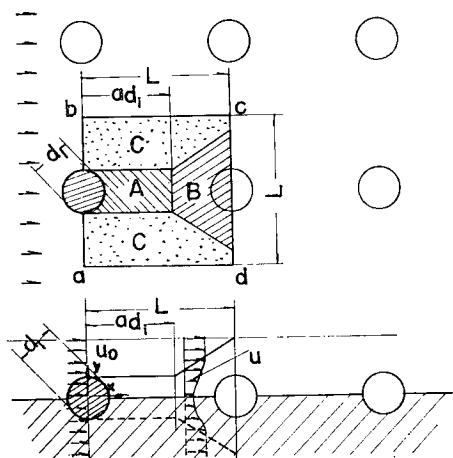


Fig. 21 Schematic diagram for influence area of an exposed sand gravel

つぎに以上述べたような砂礫 d_i の後流について簡単に考察することにしよう。砂礫 d_i 近傍の流れの状態を Fig. 21 に概念的に示したようにあらわすことにする。図中の領域 a b c d は砂礫 d_i の支配面積であるが, そのうち領域 A は砂礫の後部に生ずる死水領域をあらわし, その範囲は粒径 d_i に比例した ad_i までの距離で図に示したように簡単にあらわされるものとする。また領域 B は砂礫の後流において次第に流速が回復していく範囲を示し, 領域 C は砂礫 d_i の影響がないところを示すものと仮定したわけである。これらの領域に対して後流に関する若干の理論結果を適用することによって, 前述した代表流速 u_0 からの減少割合及び前述した領域 A, B, C の面積比を計算することにする。

一様流れの中における1個の球体の後流に関しては, Swain¹⁷⁾の理論的考察が示されており, その結

果は球体から十分離れた領域に対して、

$$\left. \begin{aligned} b &= \sqrt{10} \beta_0 (x C_D d_0^3)^{1/3}, \\ \frac{\bar{u}}{U_\infty} &= 1 - \frac{\sqrt{10}}{18 \beta_0} \left(\frac{x}{C_D d_0} \right)^{2/3} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{3/2} \right\}^2, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 b ：後流の巾、 U_∞ ：一様流れの流速、 $\bar{u}$ ：後流内部の流速、 d_0 ：球の直径、 C_D ：抵抗係数、 β_0 ：実験定数で 0.2 程度の値、 x および y ：それぞれ球体からの流れ方向の距離、および x に垂直方向の座標である。

Fig. 21 に示した模型図に対して (12) 式であらわされる関係を適用するにあたり、まず流速 U_∞ として u_0 を用い、また d_0 を d_t とかきかえて領域 B の面積 B を求めるとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{3}{4} \sqrt{10} \beta_0 C_D^{1/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{2/3} \left\{ 1 - a^{4/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{4/3} \right\} L^2 \\ \bar{A} &= a (d_t/L)^2, \\ \bar{B} &= \frac{3}{4} \sqrt{10} C_D^{1/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{2/3} \left\{ 1 - a^{4/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{4/3} \right\}, \\ \bar{C} &= 1 - a (d_t/L)^2 - \frac{3}{4} \sqrt{10} C_D^{1/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{2/3} \left\{ 1 - a^{4/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{4/3} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

つぎに領域 A、B および C における流速の減少割合を見積ることにするが、まずこの場合領域 C は前述したように砂礫 d_t の影響を直接うけないと考えるわけであるから、この領域を基準とし、これを u_0 の値そのままであらわす。領域 A に対しては前述した後流に関するこの付近の実験結果がほとんどないことから、近似的に流速は存在しないと仮定するより方法がないであろう。また領域 B に対しては一応 (12) 式であらわされる関係があるのでこれに基づくべきであるが、この関係によつて詳しく評価しても全体として仮定の大小のつり合いがとれないから、ここでは簡単につぎのように考えることにしよう。すなわち、流速の y 方向の平均は考察せず、(12) 式において $y=0$ とした関係に基づいて x 方向の平均値 $\bar{u}$ をとることにすれば、つぎのようになる。

$$\frac{\bar{u}}{u_0} = \frac{1}{L - a d_t} \int \left(\frac{\bar{u}}{u_0} \right) dx = 1 - \frac{\sqrt{10}}{6 \beta_0} C_D^{2/3} \left\{ \frac{(L/d_t)^{1/3} - a^{1/3}}{(L/d_t) - a} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

したがつて、以上の仮定に基づけば、領域 A、B および C における流速の平均値は一括してつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} A : \bar{u}/u_0 &\approx 0, \\ B : \bar{u}/u_0 &= 1 - \frac{\sqrt{10}}{6 \beta_0} C_D^{2/3} \left\{ \frac{(L/d_t)^{1/3} - a^{1/3}}{(L/d_t) - a} \right\}, \\ C : \bar{u}/u_0 &\approx 1, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 a は前述したとおりであるが、**Fig. 21** から明らかなように、つぎのようにあらわすべきであろう。

$$\left. \begin{aligned} d_t/L &\leq 1/a \text{ の場合} : a = a \\ d_t/L &\geq 1/a \text{ の場合} : a = L/d_t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

以上のような仮定に基づけば、砂礫 d_t の後流によつて流速が減少するため代表砂礫 d_r がうける抵抗は代表流速 u_0 によつて計算される流体抵抗よりかなり小さくなるわけであつて、その平均値は代表砂礫 d_r が一様に砂礫床面に分布していると仮定される通常の場合には、つぎのようにして評価されるであろう。すなわち **Fig. 21** に示した領域 A、B および C に代表砂礫 d_r が入る割合は (13) 式であらわされるから、流速の減少割合の平均値は (15) 式の関係を用いることによつて、つぎのようにあらわされるであろう。

$$\left. \begin{aligned} d_t/L &\leq 1/a; \\ \frac{\tilde{u}}{u_0} &= 1 - a \left(\frac{d_t}{L} \right)^2 - \frac{5}{4} C_D \left(\frac{d_t}{L} \right)^{2/3} \left\{ 1 - a^{4/3} \left(\frac{d_t}{L} \right)^{4/3} \left\{ \frac{(L/d_t)^{1/3} - a^{1/3}}{(L/d_t) - a} \right\} \right\}, \\ d_t/L &\geq 1/a; \\ \frac{\tilde{u}}{u_0} &= 1 - (d_t/L) \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

一方、前述したように代表砂礫の移動限界は(9)および(10)式によつてあらわされるが、実際の場合に対しては便宜上 $u_*^* d_r / \nu$ のすべての値に対して同じと考えた遮蔽係数 ε_r を導入して、つぎのようにあらわすことにしよう。

$$\frac{u_*^* e^2}{(\sigma/\rho - 1) g d_r \tan \varphi_r} = \frac{1}{\varepsilon_r \psi_i}, \quad (i=1, 2, 3) \dots (18)$$

ここに、 ε_r は前述したように代表砂礫が他の砂礫によつて遮蔽される程度を表わすために導入したものである。そしていまの場合には近似的に代表流速として u_0 を用いてきたが、実際はこれより小さい流速によつてその移動限界が規定されているはずであり、とくに(18)式中の ψ_i は砂礫に働く流体抵抗に比例するものをあらわしているわけであるから、 ε_r は近似的には流速の減少割合の2乗に比例するものである。すなわち、

$$\varepsilon_r = \alpha (\tilde{u}/u_0)^2 \dots (19)$$

によつてあらわされるものと考えてよいであろう。ここに、 α は一つの定数であつて、一樣粒径の場合との比較によつて決定される。

以上はもつぱら代表砂礫 d_r に遮蔽効果を及ぼすある粒径の砂礫を d_t として、その後流に基づく流速減少の割合を考察してきたのであるが、いうまでもなく混合砂礫の場合にはそのような砂礫は数多く存在するわけであつて、それら相互の深い関連あるいは干渉の結果として、遮蔽係数が標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ とともに変化するはずである。したがつて、そのような種々の大きさの砂礫から出る後流による影響を考察すべきであるが、人工粗度に関する足立博士¹⁸⁾の研究などからも明らかなように、一般には砂礫の相互の干渉による効果は極めて複雑なものである。したがつて、ここではそのような砂礫相互の干渉は無視して各砂礫による遮蔽効果が単純に重ね合わされるものとして、平均的な遮蔽効果をあらわすことを考えよう。このように簡単に考えると、 $z \leq k_s$ の領域における流量の連続は必ずしも満足されないが、この点についてはあまり深く追求しないことにしておく。

砂礫床面に N_t 個露出している粒径 d_t の砂礫による平均的な遮蔽効果が(19)式であらわされたわけであるから、上述した仮定に基づく限りでは混合砂礫の全体の砂礫がある代表砂礫に及ぼす遮蔽効果は一応次式によつて表現されるであろう。

$$\bar{\varepsilon}_r \equiv \int_{a_2/a'_{50}}^{a_1/a'_{50}} \alpha (\tilde{u}/u_0)^2 h d(d_t/d'_{50}) = \bar{\varepsilon}_r \left\{ \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}}, a, C_D, \frac{d_1}{d'_{50}}, \frac{d_2}{d'_{50}}, \alpha \right\}, \dots (20)$$

ここに、 d_1 および d_2 はそれぞれ粒度分布における最大および最小粒径である。(20)式であらわされる $\bar{\varepsilon}_r$ の定義に対して(11)および(17)式を代入して計算すれば、右辺に示したような関数関係をうることができるわけであるが、ここでは簡単につぎのような方法をとることにする。すなわち、代表砂礫に対して遮蔽効果を支配的に及ぼすものは代表粒径より大きい砂礫であるものと考えよう。そして一樣粒径の場合には同じ大きさの砂礫の相互の干渉に基づく遮蔽効果として平均的に $\varepsilon=0.4$ をえているわけであるが、この場合においても砂礫床面の凹凸は粒径の2～3倍程度に及ぶものと考えられる。このような事実を考えると、混合砂礫の場合においても代表粒径の2～3倍程度の砂礫は一樣粒径の場合の各砂礫の相互干渉の程度しか影響を及ぼさないものとして取り扱うべきであろう。このように考えると、(20)式の積分の下限 d_2/d'_{50} は一応仮定することができるので、つぎに(20)式に相当した計算をいまだ少し簡単に行なうことを考える。(20)式の表現は $d_2/d'_{50} < d_t/d'_{50}$ の砂礫に対して遮蔽効果を累加することをあらわしているわけであるから、

そのような砂礫全体を代表する一つの砂礫であらわすことにする。すなわち d_2/d'_{50} のある値より大きい砂礫の占める割合を $\bar{f}_i$ とあらわし、その $\bar{f}_i$ に含まれる砂礫の平均的な大きさを $\bar{d}_i$ として、前述した方法によ以下の砂礫の遮蔽することにする。そして一様粒径の場合における遮蔽係数を $\varepsilon (=0.4)$ であらわし、 $\bar{d}_i$ について (20) 式を計算効果はすべて ε の程度であると考えことにすれば、平均の遮蔽係数は (20) 式に対応したものとして次式がえられるであろう。

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_i/L &\leq 1/a; \\ \frac{\bar{\varepsilon}_r}{\varepsilon} &= \left[1 - a \left(\frac{\bar{d}_i}{L} \right)^2 - \frac{5}{4} C_D \left(\frac{\bar{d}_i}{L} \right)^{2/3} \left\{ 1 - a^{4/3} \left(\frac{\bar{d}_i}{L} \right)^{4/3} \right\} \left\{ \frac{(L/\bar{d}_i)^{1/3} - a^{1/3}}{(L/\bar{d}_i) - a} \right\}^2 \right]^2, \\ \bar{d}_i/L &\geq 1/a; \\ \frac{\bar{\varepsilon}_r}{\varepsilon} &= \{ 1 - (\bar{d}_i/L) \}^2, \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

ここに、

$$\bar{d}_i/L = (\bar{d}_i/d'_{50}) \sqrt{g' f_i} \dots\dots(22)$$

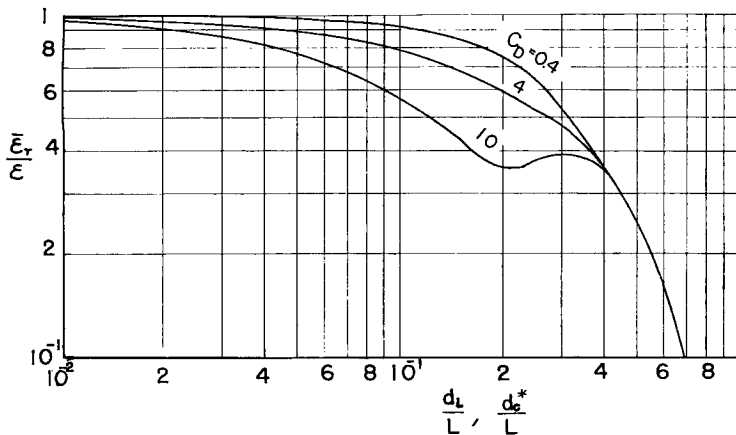


Fig. 22 Relation between $\bar{\varepsilon}_r/\varepsilon$ and $\bar{d}_i/L$

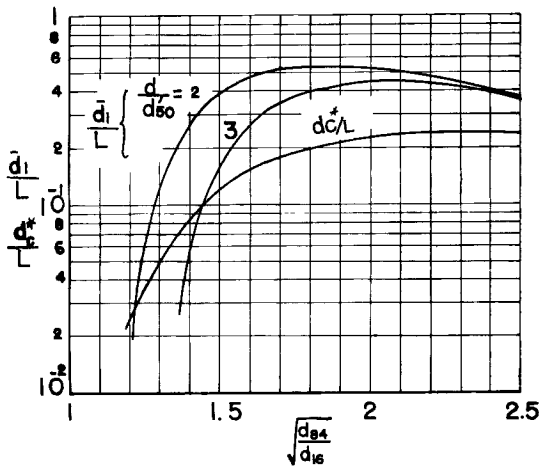
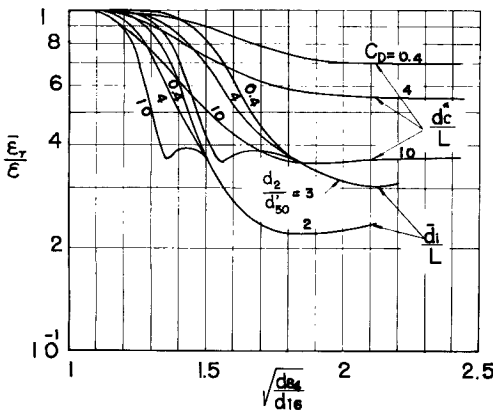
ら推定すれば、 $a=3\sim 4$ 程度であろう^{19),20)}。つぎに抵抗係数 C_D は通常 Reynolds 数の関数であつて、いま近似的に砂礫 $\bar{d}_i$ に対する代表流速を u_0 とすれば、(8) 式を適用して

$$R_e = A'_r (u_*^* d'_{50} / \nu) (\bar{d}_i / d'_{50})$$

がえられる。ここに、 A'_r は 8.5 程度の値である。このように C_D を Reynolds 数の関数として取り扱うことにすれば、 $\bar{\varepsilon}_r/\varepsilon$ の値は $u_*^* d'_{50} / \nu$ によつてもかわることになる。いまの場合には便宜上 C_D の値として適当な二、三のものをうい、 $a=3$ として (21) 式を計算した結果が Fig. 22 である。この結果によれば、 $\bar{\varepsilon}_r/\varepsilon$ は $\bar{d}_i/L$ とともに一般には減少するようである。 $C_D=10$ の場合には $\bar{d}_i/L \approx 1/a$ 付近における特異な曲線の傾向は Fig. 21 に示したように単純に砂礫の後流をあらわしたためであろう。Fig. 23 は前述した露出砂礫数の分布に関する結果と Fig. 18 に示した曲線とを用い、 $d_2/d'_{50}=2$ および 3 のそれぞれの場合に対して (22) 式を計算した結果である。この結果によると $(d_{84}/d_{10})^{1/2}$ の値の増加とともに $\bar{d}_i/L$ の値は増加するが、ある値以後はむしろ若干減少する傾向を示し、このことは若干直観と相違するようと思われる。Fig. 24 は Fig. 23 の結果を Fig. 22 に適用して遮蔽係数 $\bar{\varepsilon}_r/\varepsilon$ を C_D をパラメーターとして $(d_{84}/d_{10})^{1/2}$ との関係であらわしたものであつて、この結果からつぎのことがわかるであろう。まずいずれの場合にも $(d_{84}/d_{10})^{1/2}$ の値が大きくなると、 $\bar{\varepsilon}_r/\varepsilon$ の値は一般に減少し、また前述したような仮定に基づく d_2/d'_{50} に

である。

つぎに、以上述べたような多くの仮定に基づいてえられた (21) および (22) 式を前述した混合砂礫の露出数及びその分布に関する結果をもとにして数値計算した二、三の結果について述べよう。まず (21) 式中における定数 a に関しては詳細な値を定めることは不可能であるが、後流に関する実験結果などか

Fig. 23 Variations of $\bar{d}_t/L$ with $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ Fig. 24 Variations of $\bar{\epsilon}_r/\epsilon$ with $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

3 に示しておいた。このように実験値をとりまとめるにあたってはまず d_{50} の値から d'_{50} を求めるには Fig. 19 を用いた。また $\tan \bar{\phi}$ としては Fig. 16 の結果を砂礫 d_r の静止摩擦係数としてそのまま用いるには、前述したような理由からかなり問題があると思われる、また一方 Fig. 16 の結果から推察して、その静止摩擦係数は標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ のみの関数であると考えられるので、ここでは遮蔽係数の中に含ませて考えることにした。そして Table 3 に示した遮蔽係数 $\bar{\epsilon}_r$ の値は $u^*_{*c} d'_{50}/\nu$ の値に対応して、後述する Fig. 26 に示した一様砂礫の限界掃流力に対する岩垣博士の理論曲線からえられる $u^*_{*c}{}^2/(\sigma/\rho - 1)gd'_{50}\tan \bar{\phi}$ の値と実験値との比として求めたものである。この場合代表粒径 d'_{50} の比重 σ/ρ は全体の平均値 σ/ρ で代用した。なお、Table 3 においては従来の実験値において混合砂礫の粒度分布が対数正規分布と著しく相違する二、三の実験値は省略した。

Fig. 25 は Table 3 に示した実験結果のうち遮蔽係数 $\bar{\epsilon}_r$ と $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係を図示して、理論曲線と比較したものである。図中に示した理論曲線は Fig. 24 に示したもののうち比較的实验結果に近いものとして $d_2/d'_{50} = 3$ の場合の曲線を示した。この結果によると前述したように、 $C_D = 10$ の場合を除いて理論曲線は実験結果とかなり似た傾向を示していることがわかるであろう。そして $(d_{84}/d_{16})^{1/2} \approx 2$ 付近ま

対する取扱い、たとえば $d_2/d'_{50} = 2$ とするかあるいは 3 とおくかによって理論曲線はかなり相違することがわかる。一方理論曲線は C_D の値によってもかなり変わるようであるが、たとえば $C_D = 10$ 程度の値に対しては $u^*_{*c} d'_{50}/\nu$ の値は極めて小さいものとなり、実際の場合にはほとんどありえないものとなる。ことが $\bar{d}_t$ の Reynolds 数に対しての簡単な検討からわかるので、実験結果との比較においてはむしろ省略すべきであろう。さらに理論曲線は $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値が大きくなると、ある値において $\bar{\epsilon}_r/\epsilon$ が極小値をとるような傾向を示しているが、これは Fig. 23 についてすでに述べたような理由によるものである。なお、これらの図中には $\bar{d}_t$ として、

Fig. 12 に示した d_c^* を用いた場合の同様な関係を示しておいたが、前述した場合の曲線と若干相違しているようである。とくに Fig. 12 に示した実験の範囲内では $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ のある値以上になると $\bar{\epsilon}_r/\epsilon$ の値が一定値になるような傾向を示しているようであり、この点は後述するように実験結果との比較において、一つの興味深い点であることがわかるであろう。

(iii) 理論曲線と実験結果との比較：すでに述べたように、混合砂礫の限界掃流力に関する実験は従来よりかなり行なわれてきたが、ここでは前述した理論的考察に基づいて実験結果を整理し、理論曲線と比較して二、三の考察をすることにしよう。まず(9)式に基づいて前述した著者の実験値と従来の実験値とを整理し、一括表示して Table

では実験値もかなりまとまり、理論曲線とかなりよく一致しており、 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値が大きくなるほど、 $\bar{\epsilon}_r$ が小さくなっていくことがわかる。しかしながら、 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値が2以上である範囲では、 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の広い範囲にわたった一連の実験値がないので、明確なことは結論できず、 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値が大きくなるに従って $\bar{\epsilon}_r$ が減少するのがあるいは一定値に近づくのかはよくわからない。安芸博士の実験値によれば、 $\bar{\epsilon}_r$ の値は単調に減少していく傾向を示しているのに反し、P. E. I., Engels 及び著者の実験値の一つはむしろ一定値に近づく傾向を示しているようである。一方、前述した理論的考察の結果では、多くの問題点はあるけれども $\bar{\epsilon}_r$ の値は一定値に近づくか、または減少の仕方が緩やかになるようであるが、明確なことはわからない。Fig. 24 に示した $\bar{d}_t$ として d_e^* を用いた理論曲線によれば、 $\bar{\epsilon}_r$ は単調に減少して一定値に近づくようである。このように理論的考察においても明確ではなく、またその上実験結果も定まった傾向を示していないことから、この付近に対する考察はすでに述べたような簡単な考察に基づく限りでは、まず第1にこれらの範囲での実験を行なうべきであり、そうした意味からとくに将来の問題として考えるべきであ

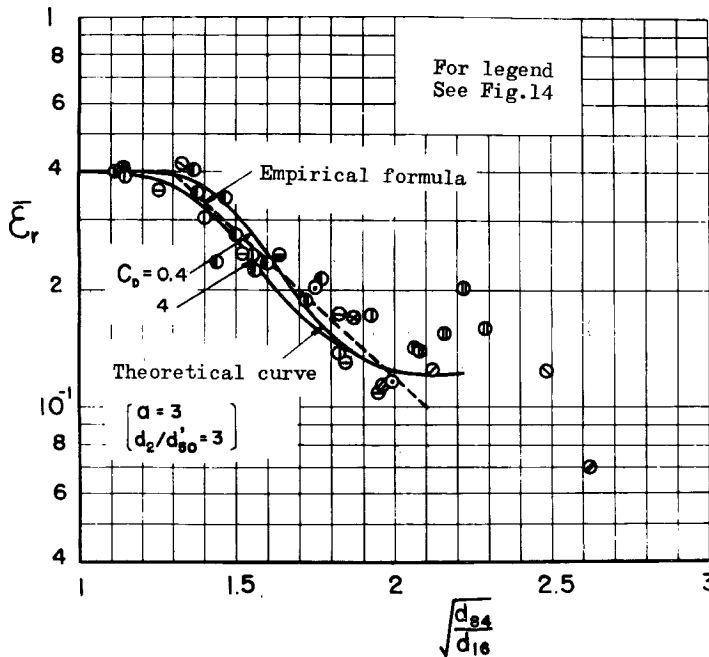


Fig. 25 Comparison of theoretical curves for sheltering coefficient and experimental results

て、ここでは任意の混合砂礫の限界掃流力をなるべく簡単に見出すための実験公式を提案するとともに、従来の実験公式との関連について二、三考察することにしよう。

まず Fig. 25 に示した $\bar{\epsilon}_r$ と $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係において、 $(d_{84}/d_{16})^{1/2} \approx 2$ より小さい範囲のみを対象として、理論曲線及び実験結果を考慮して図中に破線で示したように両者の関係を近似することにする。そしてこの関係を用いて (22) 式を $u_e^{*2} \bar{\epsilon}_r / (\sigma/p - 1) g d'_{50}$ と $u_e^* d'_{50} / \nu$ との関係によつて一つの曲線であらわせれば、当然理論曲線は限界掃流力に関する岩垣博士の理論曲線と一致することになる。Fig. 26 はこのようにして Table 3 に示した実験値のうち $(d_{84}/d_{16})^{1/2} < 2$ のものを図示して、理論曲線と比較したものである。この図から明らかなように、このようにすれば、大体 $(d_{84}/d_{16})^{1/2} < 2$ の範囲における実験値を統一的にあらわすことができることがわかる。したがって、実験公式は Fig. 26 の理論曲線を折線で近似した限界掃流力に関する岩垣公式と同じ形式になり、ただ混合砂礫の標準偏差のみの関数である $\bar{\epsilon}_r$ が付加的に導入されることになる。こうしたことから、図に折線で示した実験公式は次式によつてあらわされる。

ろう。なお、Fig. 25 に示した実験値は Table 3 に示したように $\bar{\epsilon}_r$ に及ぼす $u_e^* d'_{50} / \nu$ の影響は実験の範囲ではほとんどその相違は見出すことはできないようである。実際の場合を対象とすれば、計算上 $0.4 < C_D < 4$ であることを考えると、このことはむしろ理論的考察から推論される事実と考えてよいであろう。

(3) 実験公式

前述したように混合砂礫の限界掃流力は全体的には一様粒径の場合より標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値とともに若干大きくなることがわかったが、すでに図に示した結果のままだでは実用上極めて都合が悪い。したがつ

$$\left. \begin{aligned}
 R^* &\geq 671 ; & u^*_{c^2} &= 0.0500 (\sigma/\rho - 1) \varepsilon_r'' g d'_{50}, \\
 162.7 &\leq R^* \leq 671 ; & &= \{0.01505 (\sigma/\rho - 1) \varepsilon_r'' g\}^{25/22} \nu^{-3/11} d'_{50}{}^{31/22}, \\
 54.2 &\leq R^* \leq 162.7 ; & &= 0.0340 (\sigma/\rho - 1) \varepsilon_r'' g d'_{50}, \\
 2.14 &\leq R^* \leq 54.2 ; & &= \{0.1235 (\sigma/\rho - 1) \varepsilon_r'' g\}^{25/32} \nu^{7/16} d'_{50}{}^{11/32}, \\
 R^* &\leq 2.14 ; & &= 0.140 (\sigma/\rho - 1) \varepsilon_r'' g d'_{50},
 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

ここに, $R^* = \{(\sigma/\rho - 1) \varepsilon_r'' g\}^{1/2} d'_{50}{}^{3/2} / \nu$ であり, また ε_r'' は **Fig. 25** に折線で示したものであつて, 次式によつてあらわされる。

$$\left. \begin{aligned}
 1 &\leq (d_{84}/d_{10})^{1/2} \leq 1.3 ; & \varepsilon_r'' &= \bar{\varepsilon}_r / \varepsilon = 1, \\
 1.3 &\leq (d_{84}/d_{10})^{1/2} \leq 2 ; & &= 3.80 \exp\{-1.73(d_{84}/d_{10})^{1/2}\}
 \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

さらに, (24) 式における d'_{50} を d_{50} によつてあらわせば, つぎの関係がえられる。

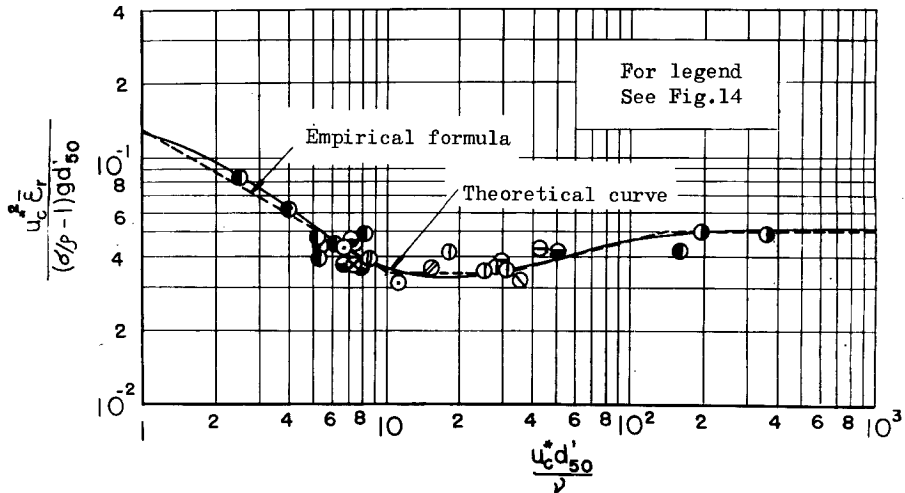


Fig. 26 Comparison of theoretical curve for critical tractive force of graded sands and gravels, and experimental results

$$\left. \begin{aligned}
 R^* &\geq 671 ; & u^*_{c^2} &= 0.0500 G_1 (\sigma/\rho - 1) g d_{50}, \\
 162.7 &\leq R^* \leq 671 ; & &= G_2 \{0.01505 (\sigma/\rho - 1) g\}^{25/22} \nu^{-3/11} d_{50}{}^{31/22}, \\
 54.2 &\leq R^* \leq 162.7 ; & &= 0.0340 G_1 (\sigma/\rho - 1) g d_{50}, \\
 2.14 &\leq R^* \leq 54.2 ; & &= G_3 \{0.1235 (\sigma/\rho - 1) g\}^{25/32} \nu^{7/16} d_{50}{}^{11/32}, \\
 R^* &\leq 2.14 ; & &= 0.140 G_1 (\sigma/\rho - 1) g d_{50}
 \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

$$\text{ここに, } R^* = G_4^{3/2} (\sigma/\rho - 1)^{1/2} g^{1/2} d_{50}{}^{3/2} / \nu \dots (27)$$

であり, G_1, G_2, G_3 および G_4 は後述するように標準偏差 $(d_{84}/d_{10})^{1/2}$ のみの関数である。また簡単のために $\sigma/\rho = 2.65$, $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ (20.3°C) および $g = 980 \text{ cm/s}^2$ を用いれば, (26) 式はつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned}
 d_{50} G_4 &\geq 0.303 \text{ cm} ; & u^*_{c^2} &= 80.9 G_1 d_{50}, \\
 0.118 &\leq d_{50} G_4 \leq 0.303 ; & &= 134.6 G_2 d_{50}{}^{31/22}, \\
 0.0565 &\leq d_{50} G_4 \leq 0.118 ; & &= 55.0 G_1 d_{50}, \\
 0.0065 &\leq d_{50} G_4 \leq 0.0565 ; & &= 8.41 G_3 d_{50}{}^{11/32}, \\
 d_{50} G_4 &\leq 0.0065 ; & &= 226 G_1 d_{50}
 \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

(26) および (28) 式中に含まれる G_1, G_2, G_3 および G_4 は **Fig. 25** に示した実験公式と **Fig. 19** に示した関係とを用いて, それぞれ **Fig. 27** に示したようにあらわされる。いうまでもなく, G_1, G_2 および G_3 で

あらわされる係数は、中央粒径 d_{50} に対応して求められる一様砂礫の限界掃流力と混合砂礫のそれとの比であつて、Fig. 14 に相当した結果である。この結果から明らかなように、限界掃流力に及ぼす混合特性の効果は砂礫の特性によつてかなり相違する一方、とくに $(d_{84}/d_{16})^{1/2} \approx 1.3$ 付近においては、混合特性の効果はむしろ限界掃流力を小さくするようにならわれているようである。全体的には $(d_{84}/d_{16})^{1/2} \approx 1.4 \sim 1.5$ 付近までは限界掃流力は一様粒径の場合よりかなり小さくなることがわかるが、その傾向は砂礫の特性によつて大きく相違し、とくに G_3 すなわち $2.14 \leq R^* \leq 54.2$ の場合には顕著である。また図中には、Fig. 14 に曲線 A として示した実験値の全体の傾向をあらわした関係を同様に図示したが、これらから Fig. 14 のように単純には実験結果は整理できないことがわかるであろう。

つぎに以上述べた実験公式で与えられた混合砂礫の限界掃流力を求める方法について簡単に述べておこう。まず混合砂礫の特性として中央粒径、標準偏差及び比重が与えられると、Fig. 27 において $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

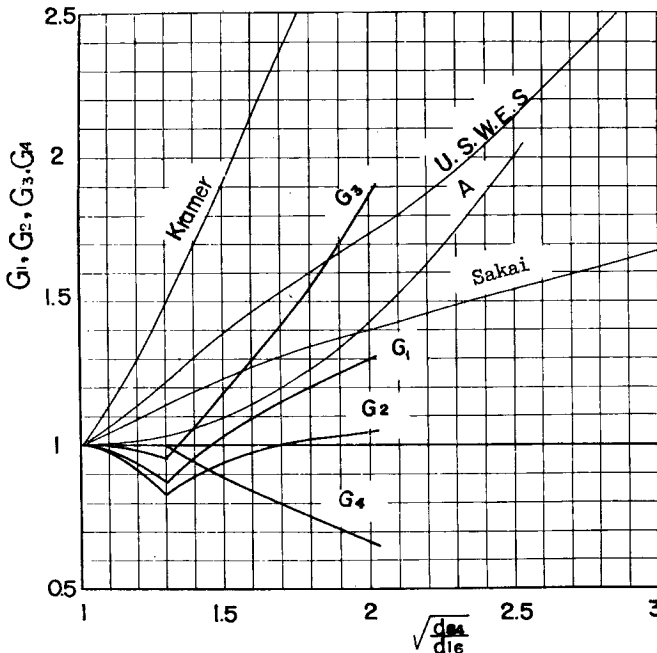


Fig. 27 Variations of G_1 , G_2 , G_3 and G_4 with $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$

の値に対応した G_4 を求め、それから (27) 式によつて h^* を計算して (26) 式のどの領域に相当するかを確かめたのち、その領域に応じて $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の値に対応した G の値を Fig. 27 から求めれば、(26) 式から所要の限界掃流力の値を知ることができる。また砂礫の比重が 2.65 に近い場合には、(28) 式に示した簡略式を用いると便利なことはいふまでもない。

最後に従来限界掃流力に関して提案された諸公式のうちなんらかの形で混合特性が導入されているものの二、三について前述した著者の公式と比較し、若干の考察をすれば、つぎのようである。限界掃流力に関する従来の諸公式に対する検討は石原博士²¹⁾、安芸博士⁹⁾ および岩垣

博士⁵⁾ などの論文において詳しくなされているので、ここでは改めて考察しないことにするが、いま混合砂礫の混合特性をなんらかの形で実験公式の中に導入したものの代表的なものとして、Kramer⁶⁾、U. S. W. E. S.⁶⁾ 及び境博士¹⁰⁾ らの公式をとりあげて二、三検討しておくことにする。

まず、Kramer 及び U. S. W. E. S. の公式では、均等比 M を用いて、限界掃流力をそれぞれつぎのようにあらわした。

$$\text{Kramer の公式: } \tau_c = \rho u_*^2 = (100/6) d_m (w_s - w_o) / M, \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 τ_c : gr/cm^2 , d_m : 平均粒径 mm, w_s および w_o : それぞれ砂礫及び水の単位体積当りの重さ gr/cm^3 , である。

$$\text{U. S. W. E. S. の公式: } \tau_c = 0.00595 \{ (\sigma/\rho - 1) d_m / M \}^{0.5}, \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 τ_c : lbs/ft^2 , d_m : mm, である。

$$\text{境公式: } \tau_c = (100/3) (\sigma/\rho - 1) \beta d_m^{0.5}, \dots\dots\dots (31)$$

ここに、 τ_c : gr/m^2 , d_m : mm, $\beta = (2 + M)/(1 + 2M)$, である。

いま、混合特性が限界掃流力に及ぼす効果のみに着目して著者の実験公式と比較することになれば、Kramer の公式では $1/M$ 、U. S. W. E. S. の公式では $M^{-1/3}$ および境公式では β に比例することになるが、 M および β がいずれも一様砂礫の場合 1 となることから、その比例定数は 1 に等しい。ところが前述した標準偏差 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ と均等比 M との関係は明確でないが、一応自然の混合砂礫に対する実測値に基づいて両者の関係を求めれば、Fig. 28 のようになる。こうした関係に対する詳しい議論は省略するが、いま図中に示した曲線によつて両者の関係があらわされるものとして、 M を $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ の関数であらわし前述した関係と著者の公式とを比較して、Fig. 27 に示しておいた。これから明らかなように、Kramer の公式は混合効果を過大に見積り過ぎであり、それに続いて U. S. W. E. S. のものとなつてゐる。全体的には境公式がこれら三つのなかでは最も著者のものに近いようであるが、その細部にわたつてはかなりの相違した傾向を示していることがわかるであろう。これらの公式の他に、混合特性を実験公式の中に導入したものとして、安芸および佐藤公式あるいは栗原

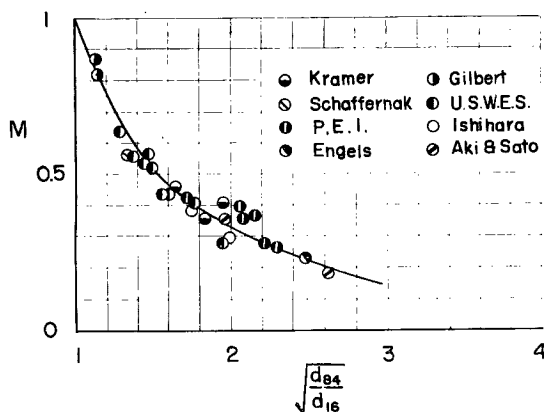


Fig. 28 Relation between $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ and M

の実験値とを比較検討して、限界掃流力に及ぼす混合特性の効果は明確でなく、むしろたとえば M 、 λ あるいは β のような混合状態をあらわす係数を公式の中に導入する意義が明らかでない現在では平均粒径で十分代表しうることを述べている。Fig. 14 または 27 に示したように、最大 $(d_{84}/d_{16})^{1/2}=3$ 程度まである従来の実験値は、中央粒径に対応して岩垣公式から求められる値の最大 2 倍程度であり、一方ほとんど一様である砂礫を対象とした従来の実験値にもかなりのばらつきがあつて約 2 倍に及ぶようである。したがつて、実験値のばらつきと混合効果とが同一程度であることから、Fig. 14 および 27 に示したように一様粒径の場合を平均値で代表させ、さらに一応これらの結果のように系統的にあらわさない限り、混合効果が求められなかつたことは当然のことと考えてよいであろう。

5. 結 語

以上混合砂礫の限界掃流力に関して考察した結果について述べた。まずこのような問題を考察する場合の二、三の問題点について考察し、とくに限界掃流力の定義における不明確さについて述べ、またその実際問題における必要性を説明し、その水理学的な取扱いが極めてむずかしいことを明らかにした。したがつて、その機構を解明する第一歩として、9 種類の混合砂礫を用いた詳細な実験を行ない、限界掃流力付近における sorting などの現象を実験的に説明し、それらに基づいて実用的な見地から、一様砂礫の移動限界に対する著者の定義を適用して考察し、限界掃流力に及ぼす混合効果の存在を明らかにした。そしてこうした現象が砂礫床面における現象であることから、砂礫の特性をあらわすには砂礫床面に露出している砂礫の分布に立脚すべきだという見解のもとに、まず砂礫床面の二、三の特性について考察したのち、その結果を用いて限界掃流力を代表する砂礫に対して平衡条件を求め、さらに砂礫床面における砂礫分布の一様性を仮定し、

一方、岩垣博士は前述したように混合砂礫の限界掃流力における問題点を考察し、また一様砂礫を用いて詳細な実験を行なつた結果と理論的考察の結果とに基づいて決定した実験公式と混合砂礫の限界掃流力に関する従来の

のとして、安芸および佐藤公式あるいは栗原公式などがあるけれども、前者においては混合状態をあらわすために提案された係数 λ と $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ との関係が明確でないし、また後者は各粒径によつて相違することになるが、栗原博士が示している近似式に基づけば、前述した境公式と全く同一の混合効果の評価になることをつけ加えるのみで、その詳細は省略する。

砂礫から出る後流を考慮して、その代表砂礫に及ぼす遮蔽効果を解析するという方法によつて、限界掃流力に関する理論的考察を行なつた。多くの仮定に基づく理論的考察の結果ではあるが、実験結果と比較してかなりその傾向を説明しうることがわかつた。こうした現象は極めて複雑であつて、今後の研究にまたねばならない多くの問題があるけれども、最後にそれらの結果をもとにして、混合砂礫の限界掃流力に関する実験公式を提案したが、限界掃流力に関する岩垣公式と関連して十分実用に供しうものと考えている。

最後に本研究を行なうにあつて、終始御指導を賜つた石原藤次郎教授および岩垣雄一教授に厚く謝意を表わすとともに、本研究の実験を行なうにあたり御教示を仰いだ名古屋工業大学橋本規明教授に深く謝意を表す。なお、この実験が遂行できたのは、辻嶋博氏および長谷川淳一氏の熱心な助力によるものであることを記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Rouse, H.: Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, 1949, p. 795.
- 2) White, C. M.: The Equilibrium of Grains on the Bed of a Stream, Proc. Roy. Soc., A 174, 1940, pp. 322—338.
- 3) 栗原道徳：限界掃流力に就いて，九州大学流体工学研究所報告，第4巻，第3号，昭23，pp. 1—26.
- 4) Tison, L. J.: Recherches sur la tension limite d'entrainement des materiaux constitutifs du lit, Proc. Minnesota International Hydraulics Convention, I. A. H. R. and A. S. C. E., 1953, pp. 21—36.
- 5) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，昭31，pp. 1—21.
- 6) Kramer, H.: Sand Mixtures and Sand Movement in Fluvial Models, Trans. A. S. C. E., Vol. 61, 1935, pp. 798—878.
- 7) Studies of River Bed Materials and Their Movement, with Special Reference to the Lower Mississippi River, U. S. Waterways Experiment Station, Paper 17, 1935.
- 8) Chang, Y. L.: Laboratory Investigation of Flume Traction and Transportation, Trans. A. S. C. E., Vol. 104, 1939, pp. 1246—1313.
- 9) 安芸峻一：河相論，岩波書店，昭25，p. 58.
- 10) 境 隆雄：河床砂礫に対する限界掃流力に就いて，土木学会誌，第31巻，第2号，昭21，pp. 1—8.
- 11) Einstein, H. A.: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U. S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1927, 1950, pp. 1—71.
- 12) 土屋義人：滑面水路床の下流端における洗掘限界，土木学会論文集，第80号，昭37，pp. 18—29.
- 13) 土屋義人：水門下流部における洗掘限界に関する研究，土木学会論文集，第82号，昭37，pp. 21—51.
- 14) 岩垣雄一，土屋義人：砂面上におかれた礫の限界掃流力について，土木学会論文集，第41号，昭31，pp. 22—38.
- 15) Pantélopoulos, J.: Etude experimentale du mouvement par charriage de fond, Recherches sur la similitude du charriage, Hydraulic Research Institute, V. U. V., Pague, 1957.
- 16) 岩井重久，松尾新一郎：土の粒度加積曲線に関する統計学的研究，土木学会誌，第36巻，第15号，昭26，pp. 32—35.
- 17) Swain, L. M.: On the Turbulent Wake behind a Body of Revolution, Proc. Roy. Soc., A 125, 1929, p. 647, または Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, McGraw Hill, 1960, p. 604.
- 18) 足立昭平：人工粗度の実験的研究—イボ型粗度—，京都大学防災研究所年報，第5号A，昭37，pp. 252—259.
- 19) 椿 東一郎：二次元粗度の流体抵抗について，山口大学学报，第10巻，昭34，pp. 85—91.
- 20) Schaefer, J. W. and S. Eskinazi: An Analysis of the Vortex Street Generated in a Viscous Fluid, Jour. Fluid Mech., Vol. 6, 1959, pp. 241—260.
- 21) 石原藤次郎：橋脚による河床洗掘に関する実験的研究，土木学会誌，第24巻，第1号，昭13，pp. 23—55.