

水中沈降による混合砂の定量分析に就いて

理學博士 野 満 隆 治

緒言 浮游粒子の液體中に於ける沈降速度に就いては Stokes⁽¹⁾ 以來多くの⁽²⁾人々によつて或は理論的に或は實驗的に研究が進められ、今日では夫等を纏めると、随分廣範圍のレーノルツ數或は粒徑に對し沈降速度が分つて居る。勿論粒子の比重や形狀及び液體の性質によつても違ふが、同一液體內に於ける同質同形の粒子に就いては、沈降速度を w 、粒徑を d とすれば一般に

$$w = Kd^n, \quad K, n = \text{定數}$$

なる關係があり、 n は粒徑によつて次の値をとる。

$d < 0.15 \text{ mm}$ の粒子	$n = 2$	即ち Stokes の法則に従ふ
$1.1 \text{ mm} > d > 0.15 \text{ mm}$	$n = 1$	Allen の法則
$5.8 \text{ mm} > d > 1.1 \text{ mm}$	$n = 2/3$	Karman の法則
$d > 5.8 \text{ mm}$	$n = 1/2$	Newton の法則

又 K は鶴見一之博士⁽³⁾の實驗によると 25°C の水中に於ける球狀石英粒子に就きては c. g. s. 單位で次の通りになる。

$d \text{ (mm)}$	< 0.15	$0.15 \sim 1.1$	$1.1 \sim 5.8$	> 5.8
K	11940	171.5	81.4	73.2

尙ほ是等の結果を用ひ速水頌一郎博士⁽⁴⁾が石英砂及び鐵粒の粒徑と水中沈降速度との關係を圖示したのが第 1 圖である。

かくして兎も角液體と粒子の質や形が一定なる限り、沈降速度は粒徑のみの函數で、夫れ夫れの粒徑に應じ或きまつた沈降速度を有するのである。粒子の形が球でない場合でも

(1) Stokes: Transac. Cambridge Phil. Soc. 8 (1845), Math. & Phys. Res. Papers (1901)

(2) 例へば H. S. Allen; Phil. Mag (1900);

H. D. Arnold: Phil. Mag. (1911);

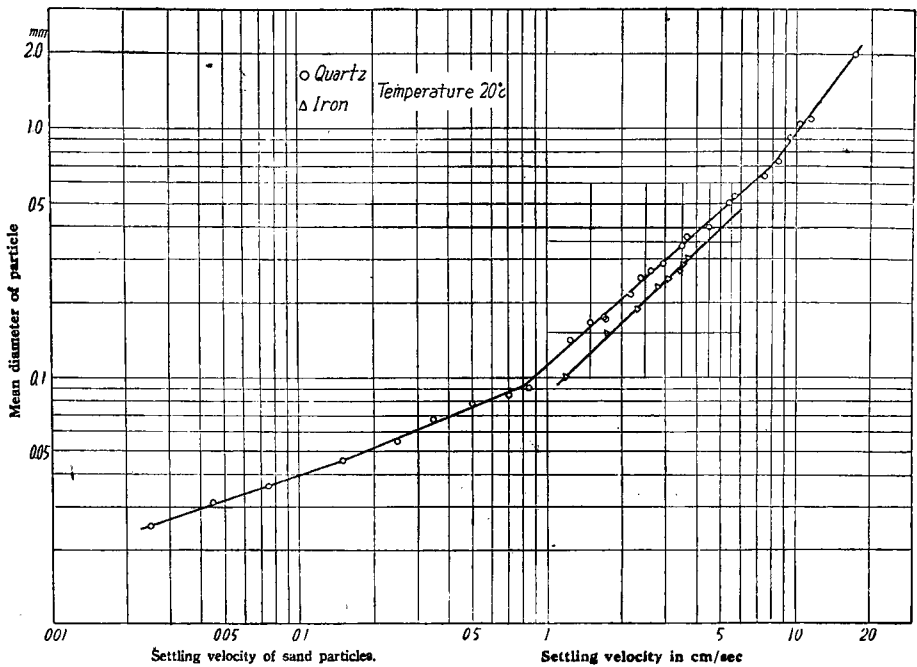
Wieselberger: Phys. Zeits. (1922);

鶴見一之: 沈降速度の理論及び實驗, 仙臺高等工業學校紀要第 12 冊 (昭和 8 年)。

(3) 前出 (2)。

(4) 速水頌一郎: On the composition of the Bed Sediments in the Lower Yantze River. J. Shanghai Sci. Inst. New. Ser. 1 (1941), 45.

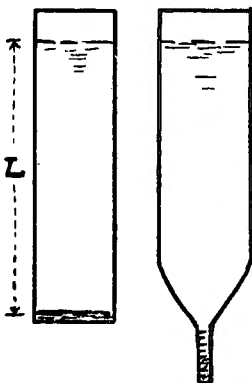
第1圖 粒徑と沈降速度(速水氏による)



その沈降速度と同じ値をとる様な球形粒子の直径を以て、其の粒子の「有效直径」或は略して單に直径といふことになつて居る。それで、任意の粒子を水中にて沈降せしめ其の速度を測れば、之を第1圖に照らし夫れに對應する粒徑を以て該粒子の有效直径が直ちに知られるわけである。

然るに一方、土壤學や河川學では往々自然の採取土砂を沈澱器内で水中沈降を行はしめ

第2圖 水中沈降による混合砂の分別定量



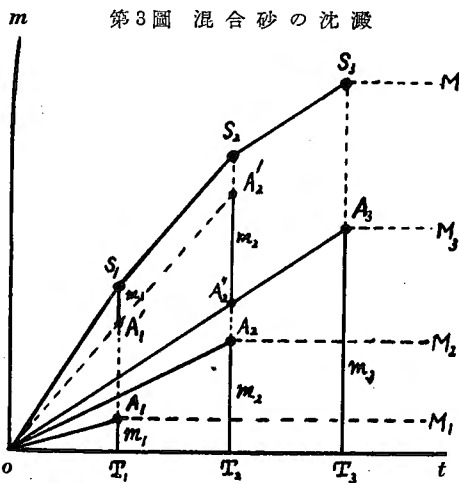
各種粒徑の砂量を分類定量せんと試みることがある。例へば最も簡単な豫備的實驗法としては、圓筒器内で厚さ L の水層内に一樣に濁らせた後種々の時間 $t_1, t_2, t_3, \dots$ 内に沈澱する砂泥量を測り、各時間内に沈澱した量と、その時間で L を割つた商から沈降速度従つて粒徑を算定し、各粒徑別の砂量を定めやうとするのである。

只其の際、 t_1 時間までに沈澱したもの、 t_1 より t_2 時間までに沈澱したもの、……等が夫れぞれ何程と云ふに止める人もあらうが、それには文句はない。然し更に進んで沈降速度

を $w_1=L/t_1$, $w_2=L/t_2$, の如くにして求め、之に應ずる有効直径 $d_1, d_2, \dots$ 等を算出した上、粒径 $d_1, d_2, \dots$ に屬する砂量が實測した各時間内の沈澱量だとする人も間々ある様であるが、それは誤りである。例へば t_1 時間内に沈澱した量全部が沈降速度 $w_1=L/t_1$ に應ずる粒径以上の砂粒ではない。それより直径の小なる粒子も器底に近い處にあつたものは t_1 時間以内に沈澱して居るのもあるのである。然らば如何なる割合に其の様なものが混入して居るか。之を明瞭にせねば水中沈降試験による粒径別砂量の分類定量は不充分である。

それで筆者は其の點を考究して、水中沈降による混合砂の粒径別定量分析を一層合理的なものにしたいのである。

本論 さて今先づ、全部同一の粒径 d_1 のみからなる砂を含む濁水を圓筒に入れ、充分振盪して粒子の分布を上下均一にした後放置した場合を考へる。各粒子は何れも同一速度 w_1 で沈降するから、器底上の沈積は底層のものより始まり順次上層のものに及ぶわけで、各時刻 t までの沈澱量を m とすれば、 m は t に正比例して増加する筈である。従つて水



層の厚さが L で浮砂の總量が m_1 であつた場合には、 (m, t) 曲線を描くとすれば、第3圖の如く $t=0$ から $t_1=L/w_1$ までは一つの傾斜直線 OA_1 となり、 A_1 點 ($t_1=L/w_1$, $m=m_1$) から先きは時間が経つても m には増減なく時間軸に平行な直線 A_1M_1 となる筈である。而して其の折點 A_1 の縦線が全砂量 m_1 に當ることはいふまでもない。

次に供試砂泥が數種の粒径よりなる場合例へば沈降速度 w_1, w_2, w_3 を有すべき三

種の砂を m_1, m_2, m_3 の分量だけ混合したものである場合を考へやう。この濁水を充分振盪して均一分布とした後放置すれば、第3圖の如く、沈降速度 w_1 の砂は折線 OA_1M_1 の如き沈澱曲線を示し、 w_2 の砂は OA_2M_2 , w_3 の砂は $OS_1S_2S_3M$ の如く沈澱する。従つて混合砂全體としての沈澱は各時刻とも以上三者の和に等しく、 $OS_1S_2S_3M$ の如き折線になつて觀測される理である。

逆に折線 $OS_1S_2S_3M$ の如き沈澱曲線を與へられ、之より各種の砂量 m_1, m_2, m_3 を決定するには如何にすればよいか。計算的には

$$m_1 + m_2 + m_3 = S_3 T_3$$

$$m_1 + m_2 + m_3 \times \frac{OT_2}{OT_3} = S_2 T_2$$

$$m_1 + m_2 \times \frac{OT_1}{OT_2} + m_3 \times \frac{OT_1}{OT_3} = S_1 T_1$$

の聯立方程式をとけば、 m_1, m_2, m_3 が決定される。

然し圖式でやれば一層簡便である。それには O 點より $\overline{S_2S_3}$ に平行に直線 OA_3 を、 S_1S_2 に平行に OA_2' を引く。さすれば S_3S_2 に平行な OA_3 線上の S_3 の直下點 A_3 の縦線 A_3T_3 が m_3 を與へ、 OA_2' 線上の S_2 直下點 A_2' の縦線中 OA_3 直線で切られる部分 $A_2'A_2''$ が m_2 を與へる。何故ならば、 S_1S_2 の勾配従つて OA_2' 線は沈降速度 w_2, w_3 なる二種の砂だけの沈澱率に當るが、 A_2'' 點下の縦線は其時までの w_3 の砂の沈澱量であるから、残りの $A_2'A_2''$ が w_1 の砂の量に外ならぬのである。同様に m_1 は S_1 點の縦線中 OA_2' 直線で切られる部分 S_1A_1' で與へられることは明かである。

更に多種の粒徑を異にする砂を混合した場合でも、沈澱曲線が多數の折線狀をなして觀測されたならば、原點から折線の各部に平行に斜線を引き、最小粒の砂量から順次大粒の砂量を前同様の方法で決定することは頗る容易である。

實際の自然土砂では勿論種々の粒徑が連續的に存在し、特に或幾種かの粒徑が孤立的にあるわけではないが、然し河川の底質や浮砂は比較的狭い範圍の粒徑のもの數種が飛び切り多く、其の中間の砂粒は非常に少いといふ特徴をもち不連續的なのが普通である。さういふ場合には矢張り上法によつて混合砂の分別定量が實用上必要な程度の精度を以て行はれ得るであらう。又假令供試資料が連續的に粒徑を變じて居る場合でも、適當な時間毎に沈澱量を觀測し、其の間は直線的に沈澱したものと見做し、前法に従ひ各區毎の沈降速度従つて粒徑の平均と之に應ずる砂量を決定することが出来る。

實際の例として阿蘇黒川に於ける浮砂の粒徑別定量結果を示さう。

昭和 16 年 7 月吾々は黒川の濁水を採取し圓筒形沈澱器に入れて水層 20 cm とし、充分振盪後放置して沈澱量を觀測した。沈澱砂は器底に毛細部を設けて之を受け、砂量の觀測を容易ならしめた。沈澱總量が毛細管部 19 mm の場合、適當な沈澱量毎の時間を讀み次表の

如き結果を得た。沈澱完了に 135 秒を要した。

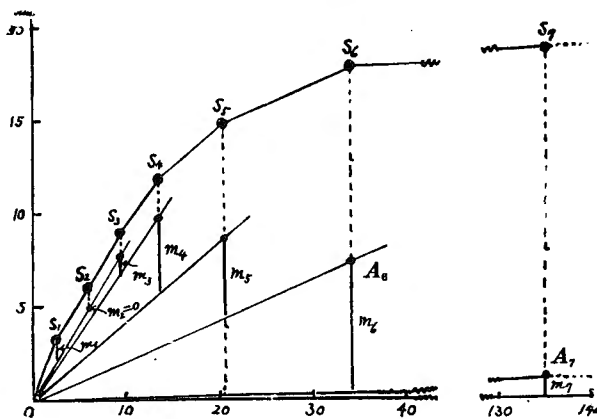
第 1 表 黒川 浮砂 沈 澱 實 験

沈澱量 (mm)	3	6	9	12	15	18	19
時 間 (秒)	2.5	6.0	9.5	13.5	20.5	34.0	135.0

沈澱量が毛細管の 6~12 mm 間は全く時間に正比例して増加して居るから、此の浮砂は餘程均一性を帯びて居ることが推察されるが、兎も角吾々は各讀取量の處を界にして、其の間は直線的に考へ區間の平均粒径と對應砂量を前記の方法によつて求めることにする。

第 4 圖は上表の數値を以て描いた沈澱曲線である。原点 0 から $\overline{S_6S_7}$ に平行に $\overline{OA_7}$ を引き其の線上で S_7 點の直下 A_7 の縦線を読み $m_7=1.3$ 耗を得る。次に $\overline{S_3S_6}$ に平行に $\overline{OA_6}$

第 4 圖 黒川浮砂の沈澱曲線と其の分析



を引き S_6 の直下で $\overline{OA_6}$ と $\overline{OA_7}$ の二直線間に挟まる、縦線を読み $m_6=7.2$ 耗を得る。

順次かくして第 2 表第 2 行の様な數値が出る。全量 19 耗に對する是等の百分率を第 3 行

第 2 表 黒川浮砂粒径別分析定量

沈 澱 目盛 (mm)	砂 量		沈 降 速 度 (cm/sec)	粒 徑 (mm)	
	mm	%		範 圍	平 均
3	1.0	5.2	8.40	>0.73	>0.73
6	0	0.0	~3.50	0.73~0.35	0.54
9	1.1	5.8	~2.21	0.35~0.22	0.29
12	4.4	23.0	~1.55	0.22~0.16	0.19
15	4.1	21.5	~1.02	0.16~0.11	0.14
18	7.2	37.7	~0.62	0.11~0.08	0.10
19	1.3	6.8	~0.16	0.08~0.04	0.06

に掲げる。一方沈降速度 w は沈澱時間を以て沈澱器の水層の厚み 20 cm を除し、表中第 4 行に掲げる。此の沈降速度に應ずる粒径は第 1 圖によつて決定し表の第 5 行に入れた。但しかくして出る粒径は各観測時に恰度沈澱を終つた最小粒径であつて、沈澱砂量の内には其の最小粒径のものから、前期に沈澱し終つた砂粒よりは小さい粒子までは這入つて居る筈だから、その様に粒径の範囲を書き表はした。而して其の平均を最終行に記入した。

かくて、黒川の浮砂は大體平均直径 0.10~0.19 mm のものが 82% も占め、それより小さいものも大きいものも僅少である。尙ほ各區の粒径と其の砂量から粒径の weighted mean を出せば 0.168 mm となる。従つて黒川浮砂は大體 0.17mm 直径に近い粒径をもつ均一砂に近いことが分つた。⁽⁵⁾ 別論文に述べた黒川浮砂分別の豫備調査はこの様にして行つたものである。

(5) 野滿, 輕部, 川口: 河川の横斷面に於ける鹽分並に浮游砂泥の分布と横流. 本誌, 第 6 卷 (昭和 17 年), 16 頁。