

genus が 0 である link の
reduced A-polynomial

大阪府大 中川 洋子

μ 個の component からなる link $L = l_1 \cup l_2 \cup \dots \cup l_\mu$ を考える。 l_i ($i=1, \dots, \mu$) の orientation を 逆にするとにより、link type として $2^{\mu-1}$ 個の異なる links が得られる。

link L の A-polynomial を $\Delta(t_1, \dots, t_\mu)$ とし、 i -component l_i の orientation が L とは逆にうつっている link L_i の A-polynomial を $\Delta_i(t_1, \dots, t_\mu)$ とすると、

$$\Delta_i(t_1, \dots, t_i, \dots, t_\mu) \doteq \Delta(t_1, \dots, t_i^{-1}, \dots, t_\mu)$$
 が成り立つ。

これを一変数にしたもの、即ち、reduced A-polynomials $\Delta_i(t, \dots, t)$ と $\Delta(t, \dots, t)$ との間は、何らかの関係があるだろうか、また、reduced A-polynomials の invariant (?) が存在するならば、それは orientation を考えない link の invariant (従って、link manifold) の invariant

になるのではないだろうかを考えてみたかった。

一般に、linkの A -polynomial については、ほとんど何も得られていないし、手のつけようがないため、計算出来そうであると言うことから linkの genus $g(L) = 0$ という条件をつけてみる。また componentsの数が2のとき、 L は annulus の boundary となって、話が trivial (?) になるので、componentsの数が3の場合を考えてみる。

$\Delta(t, t, t)$ と $\Delta_i(t, t, t)$ ($i=1, 2, 3$) との関係は解らないが、次の様子になるであろう。

Conj. $L = l_1 \cup l_2 \cup l_3$, $g(L) = 0$ なる link を考える。 i -component の orientation を逆にしたら link L_i の A -polynomial を $\Delta_i(\quad)$, L の A -polynomial を $\Delta(\quad)$ とする。

$$\Delta(t, t, 1) \doteq (1-t) f(t)$$

とすると、

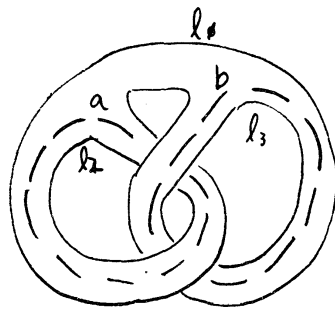
$$\Delta_i(t, t, t) \doteq (1-t) f(t^2).$$

($\Delta(t_1, t_2, t_3)$ で orientation を逆にしたら component によって represent される t_i を $\rightarrow 1$ とし、残りを $\rightarrow t$, としたものが $\Delta(t, t, 1)$ etc. である。)

この計算は、ほとんどま米のわかっており、計算方法は components の数に depend しそうもないので、 $g(L)=0$ という条件のみで、類似の結果が得られそうである。($(1-t)$ ではなく、 $(1-t)^*$ がわかり、 $*$ は components の数に depend するある整数となる.)

また、 $g(L)=0$ より、Torres の方法 (定義) によると、 $\Delta(t, t, t) \equiv 0$ となるが、一般に Torres 流の定義によって、 $\equiv 0$ となる A -polynomial を考え直して、non-zero になるようにしたい。例えば、trivial link の A -polynomial は "0" ではなくて、"1" とした方が適当のように思える。この考えによると、 $\Delta(t, t, t)$ と $\Delta(t, t, 1)$, etc. の関係が求められ、 $\Delta(t, t, t)$ と $\Delta_i(t, t, t)$ との関係が得られるだろうと、"甘い" 期待を抱いている。

注) $f(t)$ は次の様なものである。



$$L = l_1 \cup l_2 \cup l_3$$

$\tilde{\Delta}(\quad, \quad);$ a と b を 作る link の A -polynomial
とす。

$$f(t) = \begin{cases} \tilde{\Delta}(t, 1) \cdot g_1(t) & (t_3 \rightarrow 1) \\ \tilde{\Delta}(1, t) \cdot g_2(t) & (t_2 \rightarrow 1) \\ \tilde{\Delta}(t, t) \cdot g_3(t) & (t_1 \rightarrow 1) \end{cases} .$$