

速度・状態依存摩擦則の物理

東京大学地震研究所 吉田真吾・永田広平・中谷正生

1. はじめに

地震とは地下の断層で起こる急激なすべり現象なので、地震発生の物理を理解するためには、摩擦すべりの理解が不可欠であり、岩石の摩擦特性を調べるための室内実験が昔から行われてきた。Dieterich 等によって 1970 年代に提案された速度・状態依存摩擦則(rate- and state-dependent friction law)が、様々な条件下での岩石の摩擦挙動を非常によく記述することがわかり、現在、地震学の分野では広く受け入れられている。しかし、その背後にある物理は、Nakatani[2001], Nakatani & Scholz [2004a, b]などによって最近明らかになってきたところである。本稿では、第2章で経験則としての速度・状態依存摩擦則を簡単に説明し、第3章で背後の物理について議論する。第4章では摩擦強度を弾性波によってモニターする試みを紹介するとともに、その有用性について論ずる。

2. 経験則としての速度・状態依存摩擦則

すべらせる速度を様々な値に変化させる速度ステップ実験を行うと、摩擦は図 1(c)のように変化する。 V_1 で定常状態ですべているときに、速度をそれより速い V_2 まで瞬間的に上げる。すると、摩擦はステップ状に増加し、その増分は $\ln(V_2/V_1)$ に比例する。その後、すべり変位とともに指数関数的に減少し新たな定常的摩擦力に近づいていく。ふたつの速度での定常状態における摩擦の差も $\ln(V_2/V_1)$ に比例する。このような実験事実は、Dieterich [1979]などが提案した次のような速度・状態依存摩擦法則でうまく記述される。

$$\tau/\sigma = \mu = \mu^* + a \ln(V/V^*) + b \ln(V^* \theta/L) \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - V\theta/L \quad (2)$$

あらゆる瞬間に表面の"状態"というものが定義でき摩擦は状態変数 θ の関数として表わせると仮定されている。 τ は剪断摩擦応力、 σ は法線応力、 μ は摩擦係数、 V^* は任意のすべり速度、 μ^* は V^* での定常すべりにおける摩擦係数、 a, b, L は定数(摩擦パラメータ)である。式(2)は状態の時間変化を記述する発展則であり、Ruina [1983]は $d\theta/dt = -V\theta/L \ln(V\theta/L)$ という式を提案している。速度ステップ実験における(1)の第2項と第3項の変化の様子を図1に示す。摩擦は速度が直接反映される"direct effect"と、

すべり変位とともに減少する"すべり弱化"の和として表わされ、一定の速度変化に対しすべり弱化に要する特徴的すべり変位は L に比例する。

一定すべり速度 V において定常状態($d\theta/dt = 0$)になったときの状態変数は

$$\theta^{ss} = L/V \quad (3)$$

となる。これを(1)に代入すると、定常状態の摩擦は

$$\mu^{ss} = \mu^* + (a-b)\ln(V/V^*) \quad (4)$$

となり、定常状態の摩擦が $\ln V$ に比例するという実験事実に合う。

また、すべらせずに固着させているとき($V=0$)、(2)は $d\theta/dt = 1$ となり、これを解くと摩擦の増分は

$$\Delta\tau/\sigma = b\ln(t/t_c + 1)$$

で与えられる。ただし、 t_c は定数である。これは、実験事実としてよく知られている固着時間の対数に比例して摩擦が増加する"log time healing"を表している。

地震発生シミュレーションでもこの摩擦則が仮定され、実際に観測されている様々な現象を再現することに成功している。最近の研究により、プレート境界には、ふだんは固着しており地震時に高速にすべって地震を起こすアスペリティが分布しており、そのアスペリティの大きさや位置は地震の数サイクルにわたって保存されていくことがわかってきた。また、アスペリティでの地震発生後、その周辺には地震波を放出しないようなゆっくりした余効すべりを起こす領域が存在することも明らかになった。すべりモードの棲み分けは、場所によって異なる値の摩擦則パラメータをとるためと考えられている。

図 2(a)のような、ふたつのブロックをバネで連結したモデルを使った簡単な数値実験でも、アスペリティと非地震性すべり領域の相互作用による余効すべりを再現することができる[Yoshida and Kato, 2003]。速度・状態依存摩擦則を仮定し、ブロック 1 の $a-b$ は負に、ブロック 2 の $a-b$ は正にセットしたときの結果を図 2(b)に示す。ブロック 1 は固着とすべりを繰り返しており、アスペリティのように振る舞う。ブロック 2 は、ふだんはほぼ定常的に(プレート速度よりやや遅い速度で)ゆっくりすべっているが、アスペリティで地震が発生すると、今までアスペリティが支えていた力をブロック 2 で支えねばならなくなり、剪断応力が上昇し、その応力を緩和しながら余効すべりが発生する。

3. 速度・状態依存摩擦則の物理

式(1)を

$$V = V^* \exp\left\{\frac{\tau - \Phi}{a\sigma}\right\} \quad (5), \quad \Phi = \sigma(\mu^* + b \ln(V^* \theta / L)) \quad (6)$$

と書き直すと、状態変数がある値をとるとき、すべり速度が外から加える剪断応力によってどのように決まるかを表している構成則であることがはっきりする。また、 Φ は V^* ですべらせるのに必要な剪断応力という意味をもつので、Nakatani[2001]は Φ を"摩擦強度"と呼ぶことを提唱した(地震学の分野でもまだ一般的になっていない)。 Φ が大きければ、 V^* ですべらせるためには大きな力が必要である。力が同じであれば Φ の小さい弱い面ほど速くすべる。

前章で速度・状態依存摩擦則は実際のすべりをよく表せていると書いたが、(5)をよく見ると奇妙なことに気づく。 $\tau=0$ でも $V>0$ である。それどころか $\tau<0$ であっても $V>0$ であり、外からの力と逆方向にすべることになってしまう。この物理的破綻は

$$V = V^* \exp\left\{\frac{\tau - \Phi}{a\sigma}\right\} - V^* \exp\left\{\frac{-\tau - \Phi}{a\sigma}\right\} \quad (7)$$

と修正すると、(少なくとも形式的には)解消される。正負両方向の τ に対して整合的に記述でき、加える力が0ならすべり速度も0となる。

さて、この式は図3で示されるような塑性変形に対する記述と同じ形をしている。隣の原子の位置に移動するにはエネルギー障壁 E_0 を乗り越える必要があり、外力が働いてないときは、ある原子がエネルギー障壁 E_0 を乗り越えて原子1個分右側に移動するレートと左側に移動するレートが等しく、実効的には同じ場所にとどまっている[e.g., 横堀, 1974]。図のように外から右方向に τ が働くと、 τ がする仕事の分 $\Omega\tau$ だけ見掛けのエネルギー障壁が下がる。ただし Ω は活性化容量である。外力の方向にエネルギー障壁を乗り越えるレートはアレニウス型の速度過程の式

$$r^+ = D \exp\left(-\frac{E_0 - \Omega\tau}{kT}\right) \quad (8)$$

で表される。ここで、 k はボルツマン定数、 T は温度、 D は定数である。逆方向に乗り越えるときのエネルギー障壁は $E_0 + \Omega\tau$ であり、有効レートは

$$r = r^+ - r^- = D \exp\left(-\frac{E_0 - \Omega\tau}{kT}\right) - D \exp\left(-\frac{E_0 + \Omega\tau}{kT}\right) \quad (9)$$

となる。 $\Omega\tau \gg kT$ の場合は第2項を無視することができる。

岩石と岩石が接触しているとき、真の接触面積 A_r は全体の面積 A_{nom} のごく一部であり、真の接触部にかかっている剪断応力 τ_c は

$$\tau_c = \tau A_{nom} / A_r \quad (10)$$

で与えられる。接触部での変形は(8)の τ を τ_c で置き換えた式で表されるだろう。接触部

以外の岩石内部の τ は τ_c よりずっと小さいので、原子間の距離が変わるだけで隣の原子の位置までは移動しない弾性変形のみが起こり、原子の並行移動を伴う変形(すなわちすべり)は接触部だけに集中する。原子間距離を l とするとすべり速度は

$$V = r^+ l = D \exp(-E_0/kT) \exp(\Omega \tau_c(t)/kT) \quad (11)$$

すべり速度が V^* になるときの接触部の剪断応力 s を導入する。

$$V^* = D \exp(-E_0/kT) \exp(\Omega s/kT) \quad (12)$$

これを使って V を書き直すと

$$\begin{aligned} V &= V^* \exp\left\{\frac{\Omega}{kT}(\tau_c(t) - s)\right\} = V^* \exp\left\{\frac{\Omega}{kT}\left(\tau \frac{A_{nom}}{A_r(t)} - s\right)\right\} \\ &= V^* \exp\left\{\frac{\Omega}{kT} \frac{A_{nom}}{A_r(t)} \left(\tau - \frac{A_r(t)}{A_{nom}} s\right)\right\} \approx V^* \exp\left\{\frac{\Omega}{kT} \frac{A_{nom}}{A_r(0)} \left(\tau - \frac{A_r(t)}{A_{nom}} s\right)\right\} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで真の接触面積 $A_r(t)$ は時間に依存しているとしており、 $A_r(0)$ は接触した瞬間の真の接触面積で、penetration hardness を p とすると $\sigma A_{nom} = p A_r(0)$ の関係がある。構成則と比較することにより

$$a = \frac{kT}{\sigma \Omega} \frac{A_r(0)}{A_{nom}} = \frac{kT}{\Omega p}, \quad \Phi = s \frac{A_r(t)}{A_{nom}} \quad (14)$$

このように経験則として与えられた構成則は物理的には速度過程を表していると理解することができ、 a と Φ が微視的な物性パラメータを含む形で得られた。

摩擦強度 Φ がどのように変化するか記述している発展則も巨視的な経験則だが、真の接触面積にかかる力を考えると微視的なプロセスと結びつけて理解することができる。前述したように摩擦は、すべらせずに法線方向におしつけていた時間の対数に比例して増加する。摩擦強度 Φ について書くと

$$\Phi(t) = \Phi_0 + b\sigma \ln(t/t_c + 1), \quad \dot{\Phi} = \frac{b\sigma}{t_c} \exp\left(-\frac{\Delta\Phi}{b\sigma}\right)$$

回復レートは、強度が回復するにつれ指数関数的に遅くなる。(14)からもわかるように、強度回復とは真の接触面積が増加することである。接触部にかかる法線応力が駆動力として塑性変形を引き起こして接触面積を拡げていくので、マクロにみた法線応力を一定にしておけば、時間とともに増加する接触面積に反比例して駆動力が弱まり、レートが遅くなるのである。真の接触部には高い法線応力 σ_c が働いており、そのような場合、岩石のクリープ速度は $\exp(\sigma_c)$ に比例することが多い。このことと、塑性変形では体積が保存されることを仮定すると真の接触面積が接触時間の対数に比例して増大することを導くことができる[Brechet & Estrin, 1994; Nakatani, 2004b].

4. 摩擦強度 Φ のモニター

Nagata et al. [2006]は接触面を透過した弾性波の振幅が状態・速度依存摩擦則における摩擦強度 Φ と同じように変化するという実験結果を得た．一例として，速度ステップ実験における剪断応力と透過振幅の変化を図 4 に示す．速度 V の定常すべりにおける透過振幅は剪断応力と同様 $\ln V$ に比例している．また，すべり速度をステップ状に増加させた直後，剪断応力は direct effect により一度増加し，その後摩擦強度とともに減少するのに対し，透過振幅はすべり速度の増加直後から減少しており，摩擦強度の変化だけを反映しているように見える．接触面の力学的に結合して強度を支えている部分を力が伝わることで弾性波が透過することを考えると，このように摩擦強度と透過振幅の間に相関があることが理解できる．また，実際の断層スケールに適用するには照射する弾性波の周波数に関する考察も進めており，詳しい内容は間もなく投稿予定である．

もしも摩擦強度 Φ のモニターが可能になれば，地震発生予測に有効である．ここで，再びふたつのブロックモデルに基づいて考察する．ふたつのブロックとも $a-b < 0$ とし，ブロック 2 の法線応力はブロック 1 の 3.5 倍と仮定したときの計算結果を図 5 に示す．ふたつのブロックが連動してすべるイベント(double asperity failure event, DE)と弱い方のブロック 1 だけがすべるイベント(single asperity failure event, SE)が交互に起こっている．SE, DE とともに地震直前にブロック 1 で応力低下が見られる．プレスリップが起こり，バネが緩んだためである．強度 Φ と応力を同じスケールで示した図 5(c)を見ると，地震直前の摩擦強度の低下は応力変化より顕著に現れているのがわかる． $\Phi = \tau - \alpha \sigma \ln(V/V^*)$ という関係があるので，地震直前にプレスリップが起こって V が増し，剪断応力が緩和すると，それら両方の変化を合わせたものが摩擦強度の変化に現れるからである．

アスペリティモデルでは，アスペリティのサイズはほぼ保存されており，いくつかのアスペリティが連動して破壊するかで地震の規模が決まると考えられている．この例では地震が発生する前に SE になるか DE になるか予測できれば地震の規模の予測につながる．応力変化を見てるだけでは，地震前のブロック 2 については地震が発生するまで時間にリニアに増加し続けており，SE と DE とで違いが見られない．しかし，摩擦強度の変化を見ると，DE の直前に(すなわちブロック 2 が破壊する直前に)減少しているのがわかる．SE の前にはしっかり固着していて隣のアスペリティが破壊しても耐えていたが，DE の前にははがれかかっていたのでトリガーされ破壊したのである．もちろんトリガー時の擾乱が大きければ，はがれかかる前に(摩擦強度が低下する前に)トリガーされて破壊することもあるだろうが，強度のモニターによりはがれかかって

いることを知ることができれば、非常に高い確率で連動するだろうということが予測可能となる。

5. 終わりに

多くの断層にはガウジ(断層破碎物)が挟まっているが、ガウジ層でのずれ運動も巨視的には速度・依存状態摩擦則で記述されることがわかっている。その背後の物理もここで議論した真の接触面積と等価なもので理解できるようになるであろう。また、実験室では弾性波によって接触面の摩擦強度変化が非常によくモニターできることが明らかになったが、実際の断層に適用できるかはまだわかっていない。まずは、微小地震による地震波が断層を透過したときに振幅変化が検出されるかなどを調べることが望まれる。

参考文献

- Brechet, Y. and Y. Estrin, The effect of strain rate sensitivity on dynamic friction of metals. *Scr. Metall. Mater.*, 30, 1449-1454, 1994.
- Dieterich, J. H., Modeling of rock friction 1. Experimental results and constitutive equations, *J. Geophys. Res.*, 84, 2161-2168, 1979.
- Nagata, K., M. Nakatani, and S. Yoshida, Probing contact state with acoustic wave transmission: A quantitative experiment, AGU 2006, S33A-0223.
- Nakatani, M., Conceptual and physical clarification of rate and state dependent friction: Frictional sliding as a thermally activated rheology, *J. Geophys. Res.* 106, 13,347-13,380, 2001.
- Nakatani, M. and C. H. Scholz, Frictional healing of quartz gouge under hydrothermal conditions: 1. Experimental evidence for solution transfer healing mechanism, *J. Geophys. Res.*, 109, B07201, doi:10.1029/2001JB001522., 2004a.
- Nakatani, M. and C. H. Scholz, Frictional healing of quartz gouge under hydrothermal conditions: 2. Quantitative interpretation with a physical model, *J. Geophys. Res.*, 109, B07202, doi:10.1029/2003JB002938., 2004b.
- Ruina, A., Slip instability and state variable friction laws, *J. Geophys. Res.*, 88, 10,359-10,370, 1983.
- 横堀武夫, 材料強度学, pp. 334, 岩波書店, 1974.
- Yoshida, S. and N. Kato, Episodic aseismic slip in a two-degree-of-freedom block model, *Geophys. Res. Lett.*, 30, 1681, doi:10.1029/2003GL017439, 2003.

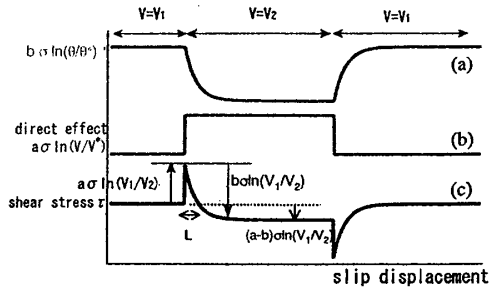


図1. 速度ステップ試験で観察される摩擦。速度・状態依存摩擦則で記述できる。

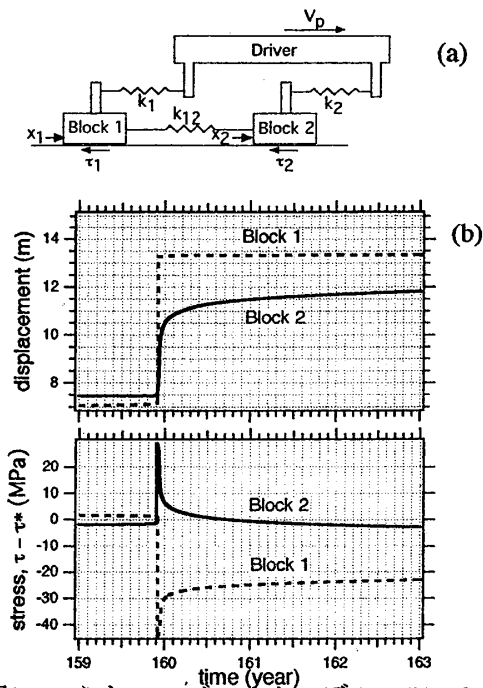


図2. (a) ふたつのブロックモデル。 (b) $a-b>0$ のBlock 2で余効すべりが起こる。

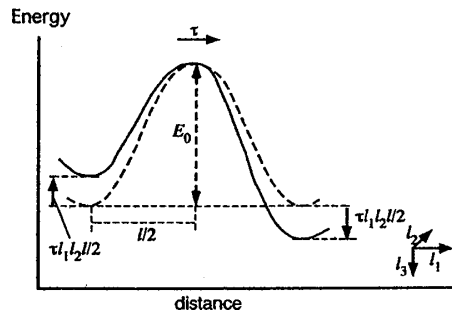


図3. 塑性変形における速度過程のエネルギー障壁。

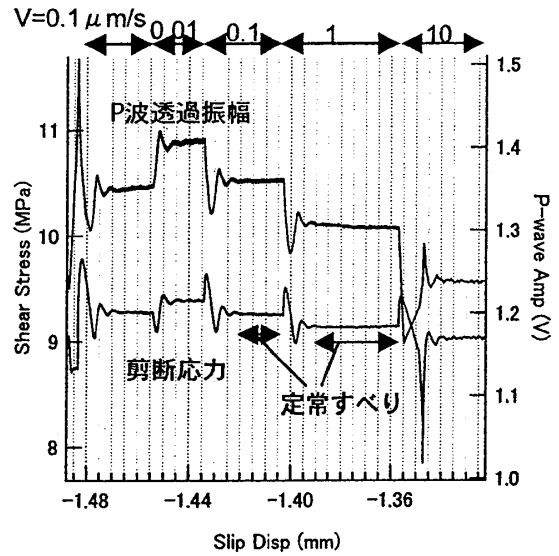


図4. 速度ステップ試験における接触面を透過したP波振幅。

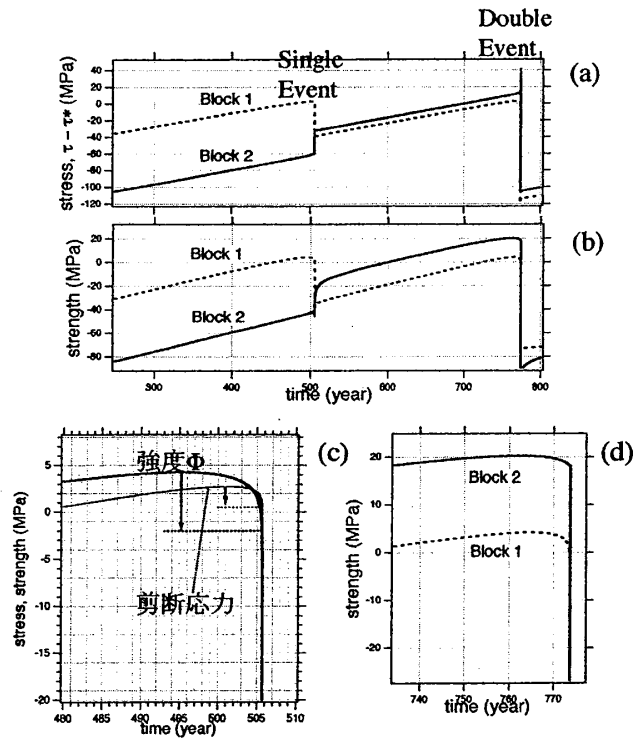


図5. 強度の異なるふたつのアスペリティの相互作用。弱い方のアスペリティだけが破壊するSingle Eventと両方が連動して破壊するDouble Eventとが交互に発生。 (a) 剪断応力。 (b) 摩擦強度 Φ 。 (c) 破壊直前にBlock 1の強度 Φ が大きく低下する。 (d) Double Eventの前にはBlock 2の強度 Φ も低下。