

分解能 $V_{p,q}$ の釣合い型一部実施 s^m 要因計画の分散分析

岡山理大・理 兵頭 義史 (Yoshifumi Hyodo)

広島大・総合科 桑田 正秀 (Masahide Kuwada)

実用的な実験において，“高次交互作用”および“主効果
および低次交互作用の高次成分”を無視可能とする状況が経
験的に仮定されている．一部実施 s^m 要因計画 (s^m -FF 計画)
 T の線形モデルは次式で与えられる：

$$y(T) = E_T \theta_{n(p,g)} + e_T$$

ただし

$y(T)$: $N \times 1$ 観測値ベクトル

E_T : $N \times n(p,g)$ 計画行列 ($n(p,g) \equiv 1 + pm + g^2 \binom{m}{2}$; $1 \leq g \leq p \leq A-1$)

$\theta_{n(p,g)} \equiv (\{\theta_{\underline{a}_0}\}; \{\theta_{\underline{a}_i}\}; \{\theta_{\underline{a}_{jj}}\}; \{\theta_{\underline{a}_{\ell\ell}}\})'$: $n(p,g) \times 1$ 要因効果ベクトル

e_T : $N \times 1$ 誤差ベクトル ($e_T \sim N(0, \sigma^2 I_N)$)

ここには

$\theta_{\underline{a}_0} \equiv (\{\theta(\phi)\})$: 一般平均

$\theta_{\underline{a}_i} \equiv (\{\theta(t_i) \mid 1 \leq t \leq m\})$: 主効果の i^{th} 成分 ($1 \leq i \leq p$)

$\theta_{\underline{a}_{jj}} \equiv (\{\theta(t_i^j t_\ell^j) \mid 1 \leq t_1 < t_2 \leq m\})$: 2 因子交互作用の $j^{\text{th}} \times j^{\text{th}}$ 成分 ($1 \leq j \leq g$)

$\underline{\theta}'_{r\ell} = (\{\theta(t_1^r t_2^\ell) \mid 1 \leq t_1 + t_2 \leq m\})$: 2因子交互作用の $r^{\text{th}} \times \ell^{\text{th}}$ 成分 ($1 \leq r < \ell \leq g$)

情報行列 $M_T (= E_T' E_T)$ が正則のとき, $\underline{\theta}_{n(p,g)}$ の BLUE およびその分散共分散行列は, それぞれ次式で与えられる:

$$(i) \quad \hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)} = M_T^{-1} E_T' y(T) \quad (ii) \quad \text{Var}[\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)}] = \sigma^2 M_T^{-1}$$

定義 1

Δ^m -FF 計画 T において, その情報行列 M_T が正則のとき, T を分解能 $V_{p,g}$ の Δ^m -FF 計画という. 特に $p=g=\Delta-1$ のとき, T は分解能 V の Δ^m -FF 計画とよばれる.

定義 2

T を分解能 $V_{p,g}$ の Δ^m -FF 計画とする. $\underline{\theta}_{n(p,g)}$ の BLUE $\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)}$ の分散共分散行列 $\text{Var}[\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)}]$ が m 因子の任意の置換に関して不変であるとき, T を分解能 $V_{p,g}$ の釣合い型一部実施 Δ^m 要因計画 (Δ^m -BFF 計画) という.

定義 3

シンボル $0, 1, \dots, \Delta-1$ を要素とする $N \times m$ 配列 T において, その任意の $N \times t$ 部分配列 T_0 の行として, 重み $(i_0, i_1, \dots, i_{\Delta-1})$ (i_α : シンボル α の個数) をもつすべての t 次元行ベクトルが各々 $\lambda_{i_0 i_1 \dots i_{\Delta-1}}$ 回現れるとき, T を大きさ N , 制約数 m , Δ シンボル, 強さ t , 指標集合 $\{\lambda_{i_0 i_1 \dots i_{\Delta-1}}\}$ の均斉配列といい, $BA(N, m, \Delta, t; \{\lambda_{i_0 i_1 \dots i_{\Delta-1}}\})$ で表す.

命題 1

T を $BA(N, m, \Delta, t; \{\lambda_{i_0 i_1 \dots i_{\Delta-1}}\})$ とし, その情報行列 M_T は正則である.

$\Rightarrow T$ は分解能 $V_{p,g}$ の Δ^m -BFF 計画である.

[注 1]

$p=g=A-1$ のとき, 命題 1 の逆は真である.

$BA(N, m, A, 4; \{\lambda_{i_0 i_1} \dots i_{A-1}\})$ から導かれる A^m -BFF 計画 Γ の情報行列 M_Γ は次の Block 対角行列と相似である:

$$D \equiv \text{diag}(I_{\phi_0} \otimes K_0; I_{\phi_1} \otimes K_1; I_{\phi_2} \otimes K_2; I_{\phi_f} \otimes K_f)$$

すなわち $\exists Q \in O(n(p, g))$ s.t. $Q' M_\Gamma Q = D$ が成り立つ. ただし

$$\phi_0 \equiv 1; \phi_1 \equiv \frac{m(m-3)}{2}; \phi_2 \equiv \binom{m-1}{2}; \phi_f \equiv m-1$$

$$K_B \equiv [k_B(a, b)] (a, b \in Z_B^*) : d_B \text{ 次対称行列 } (0 \leq B \leq 2)$$

$$K_f \equiv [k_{fuv}(\underline{u}, \underline{v})] ((\underline{u}=\underline{u}), (\underline{v}=\underline{v}) \in Z_f^*) : d_f \text{ 次対称行列}$$

$$(d_0 \equiv 1+p+g+\binom{p}{2}); d_1 \equiv g+\binom{p}{2}; d_2 \equiv \binom{p}{2}; d_f \equiv p+g+2\binom{p}{2})$$

ここに

$k_B(a, b), k_{fuv}(\underline{u}, \underline{v}) : BA(N, m, A, 4; \{\lambda_{i_0 i_1} \dots i_{A-1}\})$ の指標 $\lambda_{i_0 i_1} \dots i_{A-1}$ のある線形式

Z_B^*, Z_f^* は要因効果の重要度に関係するある種の有限列で,

$$Z_0^* \equiv \{\{\underline{a}_0\}; \{\underline{a}_i\}; \{\underline{a}_{jj}\}; \{\underline{a}_{\underline{r}\underline{r}}\}\}; Z_1^* \equiv \{\{\underline{a}_{jj}\}; \{\underline{a}_{\underline{r}\underline{r}}\}\}; Z_2^* \equiv \{\{\underline{a}_{\underline{r}\underline{r}}\}\};$$

$$Z_f^* \equiv \{\{\underline{a}_i=1\}\}; \{\{\underline{a}_{jj}=2\}\}; \{\{\underline{a}_{\underline{r}\underline{r}}=3\}, \{\underline{a}_{\underline{r}\underline{r}}=4\}\}\}$$

命題 2

$\Gamma \in BA(N, m, A, 4; \{\lambda_{i_0 i_1} \dots i_{A-1}\})$ とする. Γ が分解能 $V_{p, 2}$ の A^m -BFF 計画である.

$\iff K_B$ ($0 \leq B \leq 2$), K_f は正值定符号行列である.

命題 3

命題 2 の計画 Γ の情報行列 M_Γ の固有多項式 $\psi_\Gamma(x)$ は次式で与えられる:

$$\psi_\Gamma(x) \equiv \det[M_\Gamma - x I_{n(p, g)}] = \prod_{B=0}^2 \{\det[K_B - x I_{d_B}]\}^{\phi_B} \{\det[K_f - x I_{d_f}]\}^{\phi_f}$$

本報告では、多次元リレーションシップ代数の構造を用いて、均斉配列 $BA(N, m, \Delta, 4; \{\lambda_{i_0 i_1} \dots i_{m-1}\})$ から導かれる分解能 $V_{p, g}$ の Δ^m -BFF 計画 Γ の分散分析および仮説検定の一般論をのべる。ただし $N > n(p, g)$ とする。

$E_{\underline{a}} = \underline{\theta}_{\underline{a}}$ に対応する E_{Γ} の $N \times n(\underline{a})$ 部分行列

$A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{b})$ (or $A_{f_{uv}}^{\#}(\underline{u}, \underline{v})$) : 局所多次元リレーションシップ行列のある線形式で与えられる $n(\underline{a}) \times n(\underline{b})$ (or $n(\underline{u}) \times n(\underline{v})$) 行列

とする。ただし

$$n(\underline{a}) \equiv \begin{cases} 1 & (\underline{a} \in \{\underline{a}_0\}) \\ m & (\underline{a} \in \{\underline{a}_i\}) \\ \binom{m}{2} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_{ij}\}) \\ 2\binom{m}{2} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_{k\ell}\}) \end{cases}$$

このとき、 $A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{b})$, $A_{f_{uv}}^{\#}(\underline{u}, \underline{v})$ の性質を用いて、線形模型は、

$$\underline{y}(\Gamma) = \sum_{B=0}^2 \sum_{\underline{a} \in Z_B^*} E_{\underline{a}} A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \underline{\theta}_{\underline{a}} + \sum_{(\underline{u}=\underline{u}) \in Z_f^*} E_{\underline{u}} A_{f_{uu}}^{\#}(\underline{u}, \underline{u}) \underline{\theta}_{\underline{u}} + \underline{e}_{\Gamma}$$

で与えられる。

[注 2]

(a) $A_0^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \underline{\theta}_{\underline{a}}$ の要素 : $\underline{\theta}_{\underline{a}}$ の平均

(b) $A_1^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \underline{\theta}_{\underline{a}}$, $A_2^{\#}(\underline{a}^*, \underline{a}^*) \underline{\theta}_{\underline{a}^*}$, $A_{f_{uu}}^{\#}(\underline{u}, \underline{u}) \underline{\theta}_{\underline{u}}$ の各要素 :

互いに直交する $\underline{\theta}_{\underline{a}}$, $\underline{\theta}_{\underline{a}^*}$, $\underline{\theta}_{\underline{u}}$ の要素の対比

(c) $A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \underline{\theta}_{\underline{a}}$ (or $A_{f_{uu}}^{\#}(\underline{u}, \underline{u}) \underline{\theta}_{\underline{u}}$) には、 ϕ_B (or ϕ_f) 個の一次独立な $\underline{\theta}_{\underline{a}}$ (or $\underline{\theta}_{\underline{u}}$) の線形母数関数が存在する。

$N \times N$ 行列 $F_B(\underline{a}, \underline{b})$, $F_{f_{uv}}(\underline{u}, \underline{v})$ を次式で定義する :

$$F_B(\underline{a}, \underline{b}) \equiv E_{\underline{a}} A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{b}) E_{\underline{b}}^{\prime} \quad \text{for } \underline{a}, \underline{b} \in Z_B^* \quad (0 \leq B \leq 2)$$

$$F_{f_{uv}}(u, v) \equiv E_u A_{f_{uv}}^{\#}(u, v) E_v^{\dagger} \quad \text{for } (u:u), (v:v) \in Z_f^*$$

このとき、次が成り立つ。

補題 1

- (i) $F_B(a, c) F_f(d, b) = \delta_{bc} K_B(c, d) F_B(a, b)$
- (ii) $F_B(a, b) F_{f_{uv}}(u, v) = F_{f_{uv}}(u, v) F_B(a, b) = 0_{N \times N}$
- (iii) $F_{f_{uw}}(u, w) F_{f_{xv}}(x, v) = K_{f_{wx}}(w, x) F_{f_{uv}}(u, v)$

次に $N \times N$ 行列 P_B^g, P_f^t を次式で定義する：

$$P_B^g \equiv \sum_{x=0}^1 \sum_{a, b \in Z_B^{*g-x}} (-1)^x h_B^{g-x}(a, b) F_B(a, b) \quad \text{for } 0 \leq g \leq d_B - 1 \quad (0 \leq B \leq 2)$$

$$P_f^t \equiv \sum_{y=0}^1 \sum_{(u:u), (v:v) \in Z_f^{*t-y}} (-1)^y h_{f_{uv}}^{t-y}(u, v) F_{f_{uv}}(u, v) \quad \text{for } 0 \leq t \leq d_f - 1$$

ただし

$$K_B(g)^{-1} \equiv [h_B^g(a, b)] \quad (\text{or } K_f(t)^{-1} \equiv [h_{f_{uv}}^t(u, v)]) :$$

K_B (or K_f) の $(g+1) \times (g+1)$ (or $(t+1) \times (t+1)$) 左上部分行列の逆行列
 Z_B^{*g} (or Z_f^{*t}) : Z_B^* (or Z_f^*) の $(g+1)$ (or $(t+1)$) 番目までの要素で
 構成される左部分列

このとき、次が成り立つ。

補題 2

$$(i) P_B^g, P_f^t, P_e \equiv I_N - \sum_{B=0}^2 \sum_{g=0}^{d_B-1} P_B^g - \sum_{t=0}^{d_f-1} P_f^t :$$

互いに直交する対称な巾等行列

$$(ii) \text{rank}[P_B^g] = \phi_B ; \text{rank}[P_f^t] = \phi_f ; \text{rank}[P_e] = N - n(P, g)$$

R^N の部分空間 R_B^g, R_f^t, R_e を次式で定義する：

$$R_B^g \equiv R_{L(g-1;B)^\perp}(L(g;B)) \quad \text{for } 0 \leq g \leq d_B-1 \quad (0 \leq B \leq 2)$$

$$R_f^t \equiv R_{L(t-1;f)^\perp}(L(t;f)) \quad \text{for } 0 \leq t \leq d_f-1$$

$$R_e \equiv R_{E_\pi}^\perp$$

ただし

$$L(g;B) \equiv [\{E_{\underline{a}} A_B^\#(\underline{a}, \underline{a}) \mid \underline{a} \in Z_B^{*g}\}]$$

$$L(t;f) \equiv [\{E_{\underline{u}} A_{f_{\text{sum}}}^\#(\underline{u}, \underline{u}) \mid (\underline{u}; \underline{u}) \in Z_f^{*t}\}]$$

$R_{A^\perp}(B) : R(A) (\subset R(B))$ の $R(B)$ に関する直交補空間

$R_C^\perp : R(C)$ の直交補空間

このとき, 次が成り立つ.

定理 1

$$R^N = R(E_\pi) \oplus R_e = \bigoplus_{\substack{0 \leq g \leq d_B-1 \\ 0 \leq B \leq 2}} R_B^g \oplus \bigoplus_{0 \leq t \leq d_f-1} R_f^t \oplus R_e$$

[注 3]

P_B^g, P_f^t, P_e は, それぞれ R^N の部分空間 R_B^g, R_f^t, R_e 上への正射影行列である.

定理 2

$$\underline{y}(T)' \underline{y}(T) = \sum_{B=0}^2 \sum_{g=0}^{d_B-1} S_B^g + \sum_{t=0}^{d_f-1} S_f^t + S_e$$

ただし

$$S_B^g \equiv \underline{y}(T)' P_B^g \underline{y}(T) ; S_f^t \equiv \underline{y}(T)' P_f^t \underline{y}(T) ; S_e \equiv \underline{y}(T)' P_e \underline{y}(T)$$

定理 3

$\hat{\sigma}^2 \equiv \frac{S_e}{N - n(p, g)}$ は σ^2 の不偏推定量である。

定理 4

2次形式 $\frac{1}{\sigma^2} S_B^g, \frac{1}{\sigma^2} S_F^t$ の非心母数は、それぞれ次式で与えられる：

$$\frac{1}{\sigma^2} \lambda_B^g = \sum_{\underline{a}, \underline{b} \in Z_B^{*(g)}} \left\{ \frac{C_B^g(\underline{a}, \underline{b})}{\sigma^2} \right\} \theta_{\underline{a}}' A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{b}) \theta_{\underline{b}} \quad \text{for } 0 \leq g \leq d_B - 1 \quad (0 \leq B \leq 2)$$

$$\frac{1}{\sigma^2} \lambda_F^t = \sum_{(\underline{u}:\underline{u}), (\underline{v}:\underline{v}) \in Z_F^{*(t)}} \left\{ \frac{C_F^t(\underline{u}:\underline{u}, \underline{v}:\underline{v})}{\sigma^2} \right\} \theta_{\underline{u}}' A_{F_{uv}}^{\#}(\underline{u}, \underline{v}) \theta_{\underline{v}} \quad \text{for } 0 \leq t \leq d_F - 1$$

ただし

$$C_B^g(\underline{a}, \underline{b}) \equiv \sum_{x=0}^1 \sum_{\underline{c}, \underline{d} \in Z_B^{*g-x}} (-1)^x h_B^{g-x}(\underline{c}, \underline{d}) K_B(\underline{a}, \underline{c}) K_B(\underline{d}, \underline{b})$$

$$C_F^t(\underline{u}:\underline{u}, \underline{v}:\underline{v}) \equiv \sum_{y=0}^1 \sum_{(\underline{w}:\underline{w}), (\underline{z}:\underline{z}) \in Z_F^{*t-y}} (-1)^y h_{F_{wx}}^{t-y}(\underline{w}, \underline{z}) K_{F_{uw}}(\underline{u}, \underline{w}) K_{F_{xz}}(\underline{z}, \underline{v})$$

$Z_B^{*(g)}$ (or $Z_F^{*(t)}$) : Z_B^* (or Z_F^*) の $(g+1)$ (or $(t+1)$) 番目以降で構成される右部分列

以上の結果を要約して、次の分散分析表を得る：

表 1. 分解能 $V_{p,g}$ の Δ^m -BFF計画の分散分析表

変動要因	平方和	自由度	非心母数
$A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \theta_{\underline{a}}$	S_B^g	ϕ_B	$\frac{\lambda_B^g}{\sigma^2}$
$A_{F_{uv}}^{\#}(\underline{u}, \underline{u}) \theta_{\underline{u}}$	S_F^t	ϕ_F	$\frac{\lambda_F^t}{\sigma^2}$
誤差項	S_e	$N - n(p, g)$	0
計	$\underline{y}(T)' \underline{y}(T)$	N	

$\underline{a} : Z_B^*$ の $(g+1)$ 番目の要素

$(\underline{u}:\underline{u}) : Z_F^*$ の $(t+1)$ 番目の要素

次の仮説 (I), (II) の検定問題を考える:

$$(I) \quad H_B^{(g)} \quad \text{vs} \quad K_B^{(dg)} \quad (0 \leq \beta \leq 2)$$

$$(II) \quad H_f^{(t)} \quad \text{vs} \quad K_{f\#}^{(df)}$$

ただし

$$H_B^{(g)} \equiv \bigcap_{\underline{a} \in Z_B^{*(g)}} H_B^{\underline{a}}; \quad H_B^{\underline{a}} = A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \underline{\theta}_{\underline{a}} = \underline{0}_{n(\underline{a})}$$

$$H_f^{(t)} \equiv \bigcap_{(\underline{u}=u) \in Z_f^{*(t)}} H_f^{\underline{u}=u}; \quad H_f^{\underline{u}=u} = A_{fuu}^{\#}(\underline{u}, \underline{u}) \underline{\theta}_{\underline{u}} = \underline{0}_{n(\underline{u})}$$

$$K_B^{(dg)} = A_B^{\#}(\underline{a}_{g-1g}, \underline{a}_{g-1g}) \underline{\theta}_{\underline{a}_{g-1g}} \neq \underline{0}_{n(\underline{a}_{g-1g})}$$

$$K_{fuu}^{(df)} = A_{fuu}^{\#}(\underline{a}_{g-1g}, \underline{a}_{g-1g}) \underline{\theta}_{\underline{a}_{g-1g}} \neq \underline{0}_{n(\underline{a}_{g-1g})} \quad (3 \leq u \leq 4)$$

このとき, Nested 法 すなわち

(i) $H_B^{(dg-1)} \text{ vs } K_B^{(dg)}, H_B^{(dg-2)} \text{ vs } H_B^{(dg-1)}, \dots, H_B^{(g)} \text{ vs } H_B^{(g+1)}$ の検定が
すべて有意でないとき, かつそのときに限り仮説 (I) を採択する.

(ii) $H_f^{(df-1)} \text{ vs } K_{f\#}^{(df)}, H_f^{(df-2)} \text{ vs } H_f^{(df-1)}, \dots, H_f^{(t)} \text{ vs } H_f^{(t+1)}$ の検定が
すべて有意でないとき, かつそのときに限り仮説 (II) を採択する.

を用いて有意検定が得られるまで続ける.

Nested 法に対する検定統計量は, 次式で与えられる:

$$(i) \quad F_B^g \equiv \frac{S_B^g / \phi_B}{\{S_e + S_B^{(g)}\} / \{N - n(p, g) + (dg - 1 - g)\phi_B\}}$$

$$(ii) \quad F_f^t \equiv \frac{S_f^t / \phi_f}{\{S_e + S_f^{(t)}\} / \{N - n(p, g) + (df - 1 - t)\phi_f\}}$$

ただし

$$S_B^{(g)} \equiv \sum_{x=g+1}^{d_B-1} S_B^x \quad ; \quad S_f^{(t)} \equiv \sum_{y=t+1}^{d_f-1} S_f^y$$

[注 4]

$$(a) \quad F_B^g \sim F_{\phi_B, N-n(p,g)+(d_B-1-g)\phi_B} \left(\frac{\lambda_B^g}{\sigma^2} \right)$$

$$F_f^t \sim F_{\phi_f, N-n(p,g)+(d_f-1-t)\phi_f} \left(\frac{\lambda_f^t}{\sigma^2} \right)$$

$$(b) \quad \text{仮説 (I) (or (II)) : 採択する} \iff \lambda_B^g = 0 \text{ (or } \lambda_f^t = 0)$$

さらに次の仮説 (III) の検定問題を考える:

$$(III) \quad H^{(g)} \text{ vs } K^{(d_0)} \quad \text{for } 1 \leq g \leq d_0-1$$

ただし

$$H^{(g)} \equiv \bigcap_{\underline{a} \in Z_0^{*(g)}} H^{\underline{a}} \quad ; \quad H^{\underline{a}} \equiv \begin{cases} \bigcap_{B=1}^2 H_B^{\underline{a}} \bigcap_{u=3}^4 H_f^{\underline{a}=u} & (\underline{a} \in \{a_{kl}\}) \\ H_1^{\underline{a}} \cap H_f^{\underline{a}=2} & (\underline{a} \in \{a_{jj}\}) \\ H_f^{\underline{a}=1} & (\underline{a} \in \{a_{ii}\}) \end{cases}$$

$$K^{(d_0)} \equiv \bigcup_{B=1}^2 K_B^{(d_B)} \bigcup_{u=3}^4 K_{f_{uu}}^{(d_f)}$$

[注 5]

$$(a) \quad H^{\underline{a}} : \underline{\theta}_{\underline{a}} \text{ の要素の均一性}$$

$$(b) \quad K^{(d_0)} : \underline{\theta}_{a_{g-1g}} \text{ の要素の不均一性}$$

このとき, Nested 法 すなわち

$$(iii) \quad H^{(d_0-1)} \text{ vs } K^{(d_0)}, H^{(d_0-2)} \text{ vs } H^{(d_0-1)}, \dots, H^{(g)} \text{ vs } H^{(g+1)} \text{ の検定が}$$

すべて有意でないとき, かつそのときに限り仮説 (III) を採択する.

を用いて有意検定が得られるまで続ける.

Nested法に対する検定統計量は、次式で与えられる:

$$(iii) F^g \equiv \frac{S^g / \phi^g}{\{S_e + S^{(g)}\} / \{N - n(p, g) + \varphi(g)\}}$$

ただし

$$S^g \equiv \begin{cases} S_1^{g-p-1} + S_2^{g-p-1} + S_f^{2g-p-2} + S_f^{2g-p-1} & (p+g+1 \leq g \leq d_0-1) \\ S_1^{g-p-1} + S_f^{g-1} & (p+1 \leq g \leq p+g) \\ S_f^{g-1} & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

$$S^{(g)} \equiv \begin{cases} S_1^{(g-p-1)} + S_2^{(g-p-1)} + S_f^{(2g-p-1)} & (p+g+1 \leq g \leq d_0-1) \\ S_1^{(g-p-1)} + S_f^{(g-1)} & (p+1 \leq g \leq p+g) \\ S_f^{(g-1)} & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

$$\phi^g \equiv \begin{cases} \phi_1 + \phi_2 + 2\phi_f & (p+g+1 \leq g \leq d_0-1) \\ \phi_1 + \phi_f & (p+1 \leq g \leq p+g) \\ \phi_f & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

$$\varphi(g) \equiv \begin{cases} (d_1-g+p)\phi_1 + (d_2-g+p+g)\phi_2 + (d_f-2g+p+g)\phi_f & (p+g+1 \leq g \leq d_0-1) \\ (d_1-g+p)\phi_1 + (d_f-g)\phi_f & (p+1 \leq g \leq p+g) \\ (d_f-g)\phi_f & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

[注 6]

$$(a) F^g \sim F_{\phi^g, N-n(p, g)+\varphi(g)}\left(\frac{\lambda^g}{\sigma^2}\right)$$

$$(b) \text{仮説 (III): 採択する} \iff \lambda^g = 0$$

ただし

$$\lambda^g \equiv \begin{cases} \lambda_1^{g-p-1} + \lambda_2^{g-p-g-1} + \lambda_f^{2g-p-g-2} + \lambda_f^{2g-p-g-1} & (p+g+1 \leq g \leq d_0-1) \\ \lambda_1^{g-p-1} + \lambda_f^{g-1} & (p+1 \leq g \leq p+g) \\ \lambda_f^{g-1} & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

参 考 文 献

- [1] Hyodo, Y. and M. Kuwada (1991): Analysis of variance of balanced fractional s^m factorial designs of resolution $V_{p,q}$. TR#7, International Institute for Natural Sciences, Kurashiki.
- [2] Kuwada, M. (1988): Analysis of variance and hypotheses testing of balanced fractional 3^m factorial designs of resolution V. TR#225, Statistical Research Group, Hiroshima University, Hiroshima.
- [3] Kuwada, M. (1989): Analysis of variance of balanced fractional 2^m factorial designs of resolution $2q+1$. Commun. Statist.-Theory Meth. 18, 3883-3905.
- [4] Kuwada, M. and R. Nishii (1979): On a connection between balanced arrays and balanced fractional s^m factorial designs. J. Japan Statist. Soc. 9, 93-101.
- [5] Kuwada, M. and R. Nishii (1988): On the characteristic polynomial of the information matrix of balanced fractional s^m factorial designs of resolution $V_{p,q}$. J. Statist. Plann. Inference 18, 101-114.