

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	梶野 直孝
論文題目	Time changes of local Dirichlet spaces by energy measures of harmonic functions (調和関数のエネルギー測度による局所ディリクレ空間の時間変更)		
(論文内容の要旨)			
本論文の主結果は、「1次元の拡散過程は Brown 運動の時間変更 に等しい」という古典的な定理の一般の拡散過程への拡張である。$(E, m, \mathcal{E}, \mathcal{F})$ を再帰的かつ強局所的な正則 Dirichlet 空間とする。すなわち、E は局所コンパクトな距離空間、m は E 上の到る所稠密な Radon 測度、$(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ を $L^2(E, m)$ 上の強局所的かつ再帰的な正則 Dirichlet form である。さらに $\{X_t\}_{t \geq 0}$ を対応する E 上の対称拡散過程とする。F_0, F_1 を E の (準) 閉集合とし、h を F_0 上で 0, F_1 上で 1 の値を取り、$F_0 \cup F_1$ の補集合上で $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ に関して調和な関数とする。本論文の主定理は、「μ を h の $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ に対する energy 測度とすると、$\{h(X_t)\}_{t \geq 0}$ の μ による時間変更は $[0, 1]$ 区間上の反射壁 Brown 運動に等しい。」ということである。 主定理の証明は主に2つの部分にわかれる。第2節においては、一般に $u \in \mathcal{F}$ に対しその $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ に対する energy 測度の (準) 台を F とするとき、u は F の補集合上で調和であることが示される。次に汎関数 $v \mapsto \mathcal{E}(h, v)$ が F_0 および F_1 に台を持つ測度による積分で与えられるという一種の「部分積分公式」を証明する。これと $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ の強局所性に由来する energy 測度の連鎖律を用いた計算により、主定理の前半の主張が得られる。 次に第3節においては、まず $u \in \mathcal{F}$ から生じる加法汎関数 $\{u(X_t) - u(X_0)\}$ のマルチンゲール部分 $M^{[u]}$ と零エネルギー部分 $N^{[u]}$ について、$M^{[u]}$ が一定となる時間区間上では $N^{[u]}$ も一定であることが示される。これと再帰性の仮定および前節の部分積分公式により、$\{h(X_t)\}$, $M^{[h]}$, $N^{[h]}$ の μ による時間変更 X^h, B, L が反射壁 Brown 運動の Skorohod 方程式を満たすことがわかる。すなわち B は1次元標準 Brown 運動、L は $0 < X_t^h < 1$ なる時間区間では不変で連続な有界変動過程で $X^h = h(X_0) + B + L$ が成り立つ。 以上の第2節、第3節の議論を総合することで、主定理の証明が完了している。 さらに本論文ではこの主定理を、Sierpinski gasket 上の測度論 Riemann 構造に対応した熱核の漸近評価に応用している。すなわち、$(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ を Sierpinski gasket K 上の標準的な自己相似 resistance 形式、ν をその energy 測度 (Kusuoka 測度) とし、$p(t, x, y)$ を $L^2(K, \nu)$ 上の Dirichlet 形式 $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ から導かれる熱核とする。さらに $\tilde{K}$ を harmonic Sierpinski gasket, すなわち Sierpinski gasket K の harmonic coordinate による同相な表示とする。このとき $\tilde{K}$ の境界点 o において、$\tilde{K}$ は1次元の tangent space を持つことが知られている。$p(t, x, y)$ を o において tangent space から決まる接線方向の成分 $p_T(t, x, y)$ と法線方向の成分 $p_N(t, x, y)$ に分解する。主定理の結果よりエネルギー測度 ν の接線方向への射影は Lebesgue 測度の定数倍となり、$p_T(t, x, y)$ は1次元 Brown 運動の熱核と等しくなることが示される。さらに $p_N(t, x, y)$ は $p_T(t, x, y)$ に比較して無視できることがわかる。これらの考察より、$p(t, o, o)$ の $t \downarrow 0$ での漸近挙動が、$2/\sqrt{2\pi t} + O(t^{\beta/2})$ (ただし $\beta = 2 \log 5 / \log 5/3 - 3$) となることを証明される。			

注) 論文内容の要旨と論文審査の結果の要旨は1頁を38字×36行で作成し、合わせて、3,000字を標準とすること。

論文内容の要旨を英語で記入する場合は、400～1,100 wordsで作成し
審査結果の要旨は日本語500～2,000字程度で作成すること。

(論文審査の結果の要旨)

本論文の主結果は「1次元の拡散過程は Brown 運動の時間変更に等しい」というよく知られている事実の recurrent な Dirichlet form の harmonic function の energy 測度による時間変更という枠組みにおける拡張となっている。Dirichlet form の理論は Euclid 空間上の Dirichlet 積分およびポテンシャル論と Brownian motion との関係の一般化として発展してきた。本論文の主定理は一般の recurrent な Dirichlet form の時間変更として自然に Brownian motion が出現するということを明らかにした。この方向では、これまで Fitzsimmons による「harmonic function によるその energy 測度の像測度は Lebesgue 測度に一致する」という結果が知られていたが、time change をした process と Brownian motion を直接結びつけるには至っていなかった。本論文の結果はある意味での Brownian motion の普遍性を示している。このような重要かつ簡明な事実がこれまで知られておらず（さらに証明の技術的細部は専門家にとっては目新しいものではないという点でも）本論文の主定理はいわば「コロンブスの卵」である。このように、本論文の主結果は Dirichlet form の一般論に重要な新しい知見を付け加えたもので、高い学術的な意義が認められる。

さらに、申請者は主結果の応用として harmonic Sierpinski gasket 上の熱核の詳細な漸近挙動の評価を得ている。Sierpinski gasket 上の標準的な Dirichlet form から決まる熱核の漸近挙動については、Sierpinski gasket 上の自然な (normalized) Hausdorff 測度に関する Dirichlet form を考えた場合には、Barlow-Perkins により、熱核は sub-Gaussian な挙動を示すことが明らかになっていた。この事実からフラクタル上での熱拡散は Euclid 空間の場合と本質的に異なる性質を持つことが明らかになった。これに対して Dirichlet form の energy 測度として得られる Kusuoka 測度に関する time change を行った場合に対応する熱核については Riemannian manifold において観察される (Li-Yau 型) Gaussian estimate が成立することが証明された。すなわち、基礎とする測度を変更することで、フラクタル上であっても Euclid 空間と類似の振る舞いが起こり得ることが示された。本論文では、Kusuoka 測度に対応する熱核の対角成分の漸近挙動を境界の点において詳しく調べたものになっている。熱核を、境界において接線方向および法線方向に関する成分に分解するというアイデアは斬新なものである。接線方向に対して本論文の主定理を適応することにより、熱核の詳細な漸近挙動を（不等式ではなく）正確な漸近定数の値も含めて明らかにしていることは、これまでにない新しく深い結果である。

また、平成22年1月25日論文の内容とそれに関連した口頭試問を行い、合格と認めた。

以上のことより、本論文の内容は京都大学の博士の学位にふさわしいものであるとの結論を得た。

注) 論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。更に、試問の結果の要旨（例えば「平成 年 月 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」）を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。
要旨公開可能日： 年 月 日以降