

不規則形状粒子のせん断強度評価 Shear Strength of an Assembly of Irregularly-Shaped Grains

筑波大学 システム情報工学研究科 松島 亘志(Takashi Matsushima)

Institute of System and Information engineering,

University of Tsukuba

1. はじめに

地盤工学、粉体工学をはじめとして、固体粒子集合体の力学を扱う応用分野は広い。固体粒子集合体は、密につまっているときは固体として、粗な場合は流体(液体 or 気体)として振る舞う。このような複雑な力学挙動を理解しモデル化するために、多くの基礎研究が積み上げられてきているが、そこでは粒子物性の煩雑さは極力排除され、剛体球の集合体などとして検討される場合が多い。一方、応用分野で用いる固体粒子の多くは不規則な形状を有しており、その形状が集合体の力学挙動に影響を与えることは広く知られている。例えば比較的密づめされた4種類の砂(**Fig.1**)について平面ひずみ状態でのせん断試験(PSC test)を行うと、せん断抵抗角 $\phi_{peak} = \tan^{-1}[(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)]_{peak}$ (σ_1, σ_3 はそれぞれ最大・最小主応力)は初期の間隙比(間隙体積/粒子体積)に応じて **Fig.2** のように変化する(データは[1][2][3]より)。ここでの砂の種類によるせん断強度の違いは主に粒子形状の違いが原因である。粒子流れなどの現象でも同様の粒子形状依存性が確認される。この影響については工学的、実用的な見地からの研究は行われているものの、力学的な取り扱いはほとんど行われていない。本稿では、まず個別要素法(Discrete Element Method, DEM)[4]を用いて実在の粒子の不規則形状を簡易に表現する手法[5]について解説し、その数値解析結果から粒子形状の影響と、内在するメカニズムについて検討する。そして、その考察を通して提案された力学ベースの粒子形状指標[6]が集合体のせん断強度を妥当に評価できることを示す。

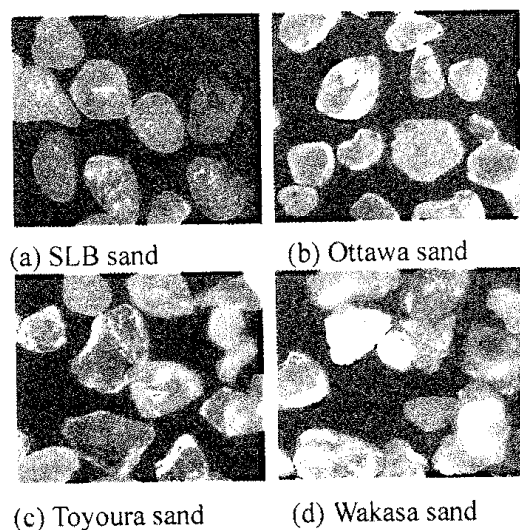


Fig.1 実験に用いた4種類の砂

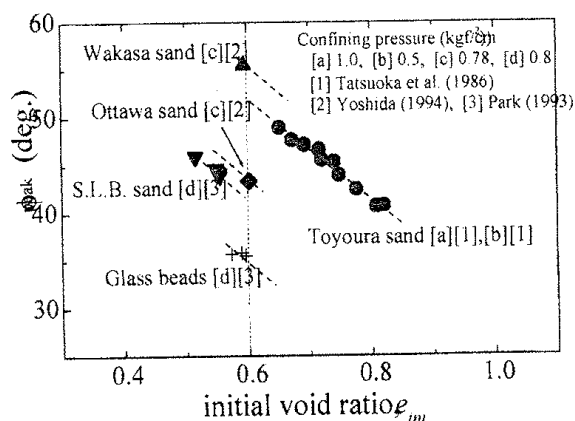


Fig.2 実験での初期間隙比とせん断抵抗角の関係

2. 不規則形状の DEM イメージベースモデリング

DEM で自然粒子の複雑な形状を表現する手法はいくつか考えられるが、ここでは3次元への拡張性および汎用ソフトへの適用性を考慮して2次元では円形要素、3次元では球要素の剛接続によって複雑形状を表現する方法を考える。なるべく少ない数の円(球)要素の連結により、粒子形状を所要の精度で表現するための要素位置及び半径を定める方法として、「仮想的な力」を外力とする運動方程式の時刻歴計算によって最適解に収束するようなアルゴリズム(動的最適化法)を開発した[4]。ここでの「仮想力」は、要素と粒子表面の変位に比例し、粒子表面に引き寄せられる方向に働く力として定義し、ある表面のデータ点と、その表面に最も近接した要素との間にのみ働くものとする(**Fig.3** 参照)。そして、粒子の運動に対して減衰を考慮することで、球要素は振動しながら最適解に近づいてゆく。**Fig.4** は2次元不規則形状粒子を1つの円要素でモデル化する場合の収束状況を示しているが、数回の振動の後、20step 程度で収束していることがわかる。要素1つでモデル化する場合、要素の初期位置を変化させても最終的な収束解は唯一となる。一方、複数の要素でモデル化する場合、その初期配置によって複数の収束解が現れる。これに対しては、何通りかの初期配置で解析を行い、以下に示す誤差指標が最も小さい収束解を採用する。

$$err = \frac{\sum_{k=1}^N |d_k - r_k|}{N r_{av}} \quad (1)$$

ここに、 N は輪郭データ数、 r_{av} は粒子面積と等価な面積と有する円の半径、 d_k 、 r_k は、 k 番目のデータを表現する円(球)要素の中心から輪郭データまでの距離、および要素半径であ

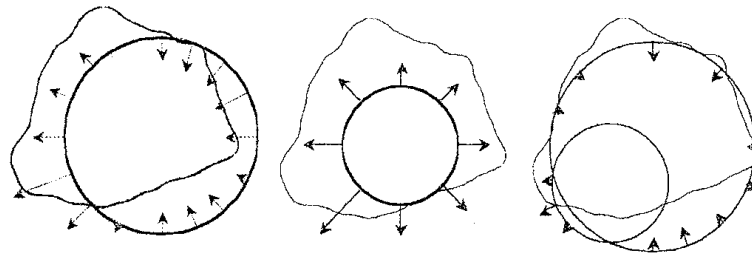


Fig.3 設定する仮想力

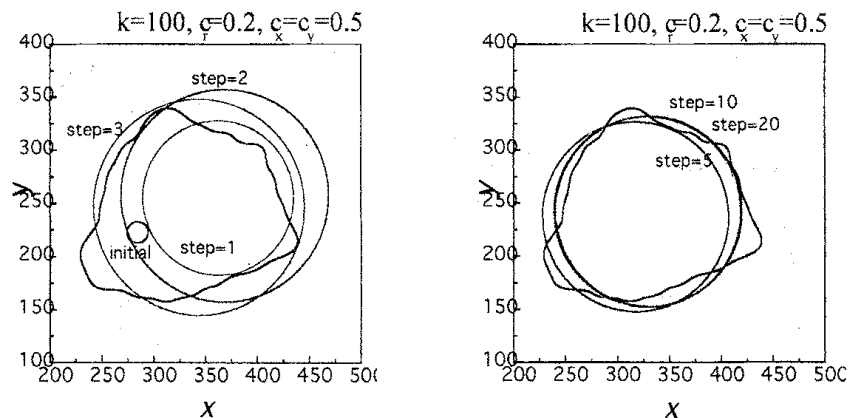


Fig.4 1つの円要素によるモデル化での収束例

る。**Fig.5** は、この指標によって評価したモデル化精度と、用いる要素数の関係を示している。2次元と3次元では対象とする粒子形状データが異なるため、単純な比較はできないが、2次元のモデル化精度と同等の精度を3次元で実現するためにはほぼ2乗の個数の粒子が必要となっている。これは2次元粒子の表面(1次元)と3次元粒子の表面(2次元)での次元数の違いに対応している。

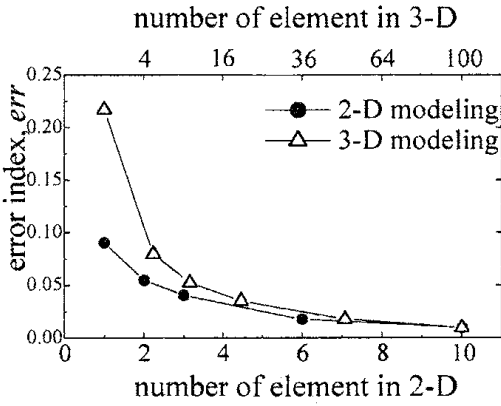
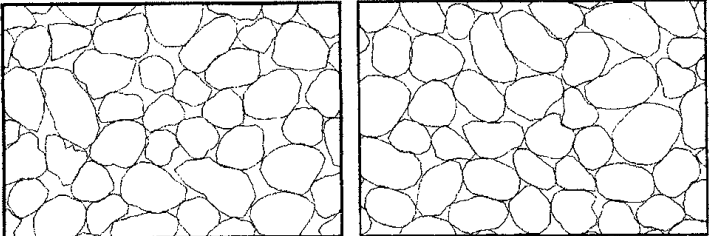


Fig.5 用いる要素数とモデル化精度の関係

3. DEM 解析による単純せん断試験シミュレーション

前節で提案した手法に基づいて、豊浦砂及び Ottawa 砂の二次元粒子形状を直接モデル化し、それぞれの DEM 単純せん断試験シミュレーションを行う。古典的な形状分類では豊浦砂は sub-angular、Ottawa 砂は sub-round と分類されている[7]。まず、デジタルマイクロスコープで各砂 50 個ずつの二次元粒子形状を取得し、輪郭抽出を行って粒子形状データを得た。それに対して、ここでは各々の不規則形状粒子を 10 個の円要素でモデル化した。得られた粒子形状を **Fig.6** に示す。

Table 1 に用いた個別要素法パラメータを示す。50 個の粒子モデルを 4 個ずつ複製して、計 200 個の粒子を用いて単純せん断試験用供試体を作成した(**Fig.7(a)**)。供試体の境界条件は左右が周期境界、上下がいくつかの粒子を剛接した板となっている。上板は圧力制御として

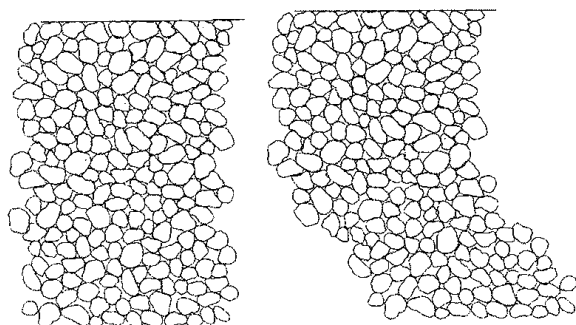


(a) 豊浦砂 (b)Ottawa 砂

Fig.6 モデル化した粒子(圧密後)

Table 1 解析で用いたパラメータ

Grain density	2.64(g/cm ²)
Spring constant	
(normal)	1.0e9 (g/s ²)
(tangential)	2.5e8 (g/s ²)
Damping coefficient	
(normal)	2.0e2 (g/s)
(tangential)	1.0e2 (g/s)
Friction coefficient between grains	27 (deg.)
Time increment	2.5e-8 (sec.)



(a) せん断前 (b) せん断後

Fig.7 単純せん断試験における供試体図
(豊浦砂：密づめ)

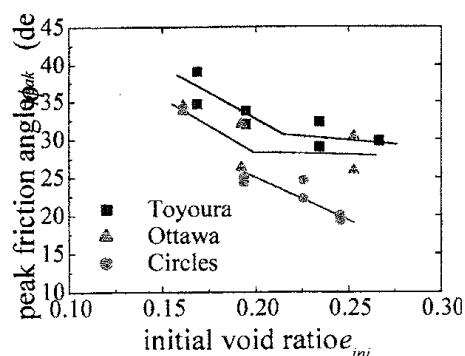


Fig.8 供試体初期間隙比と内部摩擦角の関係

垂直応力 σ_n を一定に保ち、下板に強制水平変位を与える。Fig.7(b)はせん断後の供試体の変形図の例である。

異なる初期間隙比(空隙体積/粒子体積)を有するいくつかの供試体について、このような定圧単純せん断試験を行い、 $\tan \phi_d = (\tau / \sigma_n)_{\max}$ (τ はせん断応力)で計算される直接せん断に対するせん断抵抗角を Fig.8 に示す。図中には、豊浦砂モデルと同様の粒度分布を持つ円形粒子モデルの結果も合わせて示している。これより不規則形状粒子モデルは円形粒子モデルと比べて、(1)取りうる間隙比の範囲が大きい、(2)大きなせん断強度(内部摩擦角)を有する、などの違いが見られる。また、2次元解析のため3次元の実験結果とは直接比較はできないが、(3)豊浦砂モデルは Ottawa 砂モデルよりも大きな内部摩擦角を有している、という定性的傾向は実験結果(Fig.2)と一致した。

Fig.9 は豊浦砂モデルのせん断中の粒子間接触力を表している。大きな接触力ほど太い線で示してある。図より左下から右上に向かって、せん断に抵抗するための「粒子の柱」が形成されていることがわかる。この柱の抵抗力が粒子群のせん断抵抗を生み出す。そして、接触

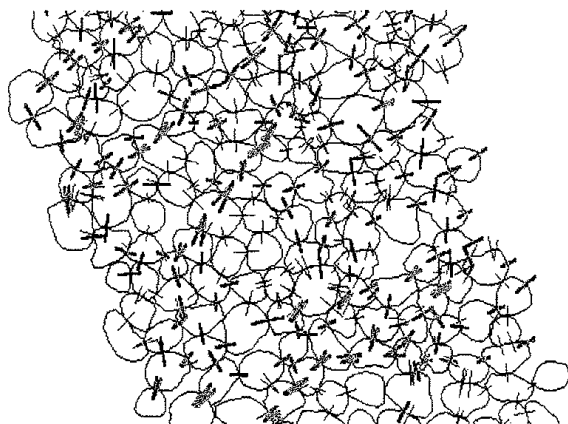


Fig.9 せん断中の粒子間接触力

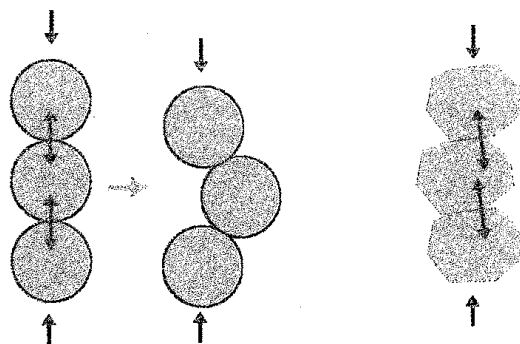


Fig.10 粒子の柱の安定性

している2粒子は、多くの場合2点以上で接触し、接触点での回転に抵抗できるような配列を取っている。この接触点における回転抵抗が、不規則粒子の高いせん断抵抗発現の微視的メカニズムであると考えられる。**Fig.10**はそのメカニズムを模式的に示したものである。円形粒子からなる柱は単一接触点で接しているため、歯車のような運動によって簡単に座屈する。一方、不規則形状粒子の柱は、接触点でのモーメント伝達によって安定な構造を形成する。

4. 力学ベースの形状指標

上述の微視的メカニズムをもとに、以下に示すような新しい粒子形状指標を提案することができる。ある粒子の一つの接触力が、その粒子の回転に寄与するモーメントは、接触力の大きさと粒子中心までの距離の積で表される。接触力の大きさは外力や接触状況によって変化するため、ここでは接触力法線方向ベクトルと粒子中心までの距離のみを考える。**Fig.11**に示すように、ある接触点 P_0 における接触点法線方向ベクトル f_n と粒子中心の距離 l は、粒子表面の基準点 P_0 から測った中心角 θ の関数として表される。この $l(\theta)$ を平均粒子半径 r_{av} で正規化したものの例を**Fig.12**に示すが、これは粒子形状のみによって定まる関数である。一般的にこの関数の周波数が大きいほど、回転に対して安定な接触を持つ確率が高くなる。また、この関数の振幅が大きいほど、より大きなモーメントに対して抵抗できる。このような考え方に基づいて、以下のような形状指標を定義する。

$$S_a = \frac{1}{2\pi r_{av}} \int_0^{2\pi} |l| d\theta \quad (2)$$

$$S_{total} = \frac{1}{r_{av}} \int_0^{2\pi} \left| \frac{dl}{d\theta} \right| d\theta \quad (3)$$

$$S_f = \frac{S_{total}}{2\pi S_a} \quad (4)$$

ここに、 S_a は $l(\theta)/r_{av}$ の平均振幅、 S_{total} は $l(\theta)/r_{av}$ の軌跡長さ、 S_f は S_a と S_{total} から求められる代表周波数である。これらのパラメータを十分な数の粒子に対して求めて平均すること

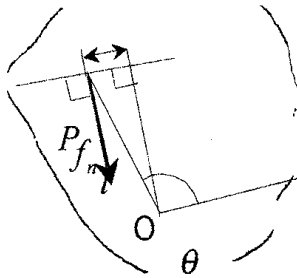


Fig. 11 $l(\theta)$ の定義

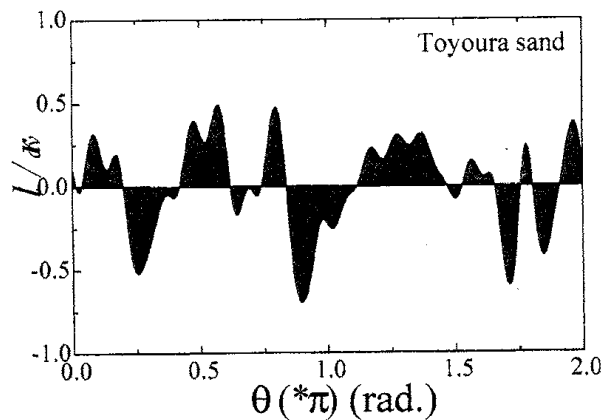


Fig. 12 $l(\theta)$ の関数形の例

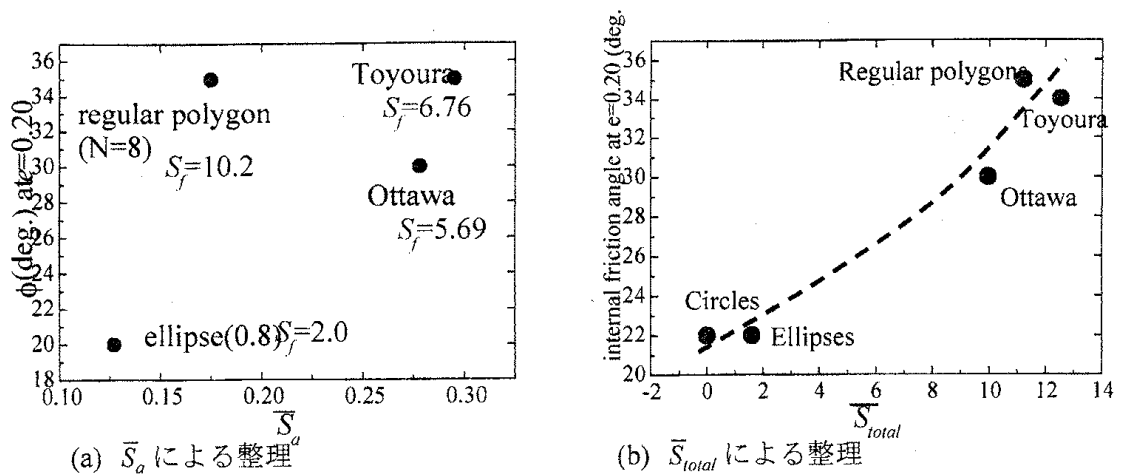


Fig. 13 $e=0.20$ におけるせん断抵抗角と粒子形状指標との関係

により、ある砂の平均的な形状指標パラメータ $\bar{S}_a$ 、 $\bar{S}_{total}$ および $\bar{S}_f$ が求められる。

Fig.13 は、前節のシミュレーション結果および文献[8]による正多角形粒子群および楕円形粒子群の単純せん断試験シミュレーション結果から、等しい初期間隙比($e=0.20$)におけるせん断抵抗角と提案する粒子形状指標 $\bar{S}_a$ および $\bar{S}_{total}$ との関係を示している。等しい初期間隙比の結果によって整理したのは、接触点の増加によるせん断強度増加の効果を取り除くためである。これによれば、 $\bar{S}_a$ による整理では正多角形要素のせん断強度を正しく評価できず、その原因が、相対的に大きな $\bar{S}_f$ 値によるものであることがわかる。一方、 $\bar{S}_{total}$ は $\bar{S}_a$ および $\bar{S}_f$ を両方含んだ指標であり、多様な粒子形状がせん断抵抗に及ぼす効果を妥当に評価できていることがわかる。

最後に、**Fig.14** は、**Fig.1** に示した4種類の砂について粒子形状指標 $\bar{S}_{total}$ を2次元計測し、それらのせん断試験結果(**Fig.2**)との関連を調べたものである。**Fig.13(b)**と同様に、粒子形状がせん断強度に及ぼす影響をうまく評価できていることがわかる。

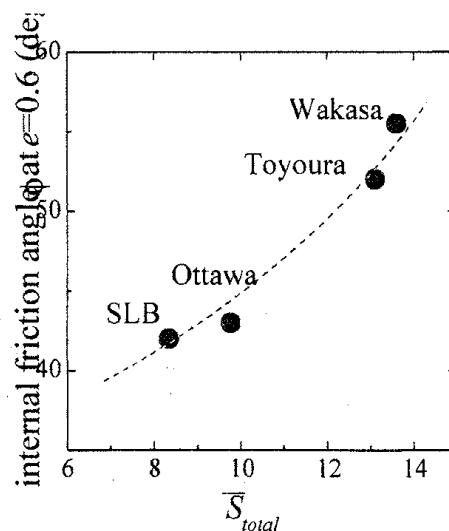


Fig. 14 4種類の砂の粒子形状指標 $\bar{S}_{total}$ と $e=0.60$ におけるせん断抵抗角との関係

5. おわりに

本稿では、多くの工学分野で取り扱う不規則形状粒子集合体について、イメージベース個別要素法解析によって、そのせん断強度発現の微視的メカニズムを考察し、それに基づく力学ベースの粒子形状指標を提案して、その有効性を検証した。

参考文献

- [1] Tatsuoka, F., Sakamoto, M., Kawamura, T. and Fukushima, S. 1986. Strength and deformation characteristics of sand in plane strain compression at extremely low pressures. *Soils and Foundations* 26(1): 109-118
- [2] Yoshida, T. 1994. Strain localization and shear banding during failure of sands. Doctoral dissertation, University of Tokyo.
- [3] Park, C-S. 1993. Deformation and strength characteristics of a variety of sands by plane strain compression tests. Doctoral dissertation, University of Tokyo.
- [4] Cundall, P. A. 1971. A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. *Symp. ISRM, Nancy, France. Proc.*, 2: 129-136.
- [5] Matsushima, T. and Saomoto, H. 2002. Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains, *Proc. NUMGE2002: Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, Mestat (ed.), pp. 239-246.
- [6] Matsushima, T. 2005. Effect of irregular grain shape on quasi-static shear behavior of granular assembly, *Powders & Grains 2005*, Balkema, Vol.2, pp.1319-1323.
- [7] Yoshida, T. and Tatsuoka, F. 1997. Deformation property of shear band in sand subjected to plane strain compression and its relation to particle characteristics, *Proc. 14th ICSMFE, Hamburg, Vol. 1*, pp.237-240.
- [8] Matsushima, T & Konagai, K. 2001. Grain-shape effect on peak strength of granular materials, *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Desai et al. eds., Balkema, 1, 361-366.