

研究紹介

生命的なものへの動力学アプローチ¹

— 変わることで意味をもつものの研究 —

(北大数学科複雑系数理グループ)

(1998年9月21日受理)

研究紹介の場ですが、現在数学科に在籍していますので、グループの各メンバーからの研究紹介の前に、構成の説明を少しいたします。北海道大学大学院理学研究科数学専攻では代数学、幾何学、解析学の純粋数学に加え、応用数学も射程に入れて数理全般がカバーできるよう工夫しています。大学院学生も、数学出身者に限らず、広く他分野の出身者も受け入れています（試験はありますが、面接試験のみで、前もって、受験者の得意なこと、特に興味を持ったことをレポートにして提出してもらい、試験日当日はそのことに関連した質疑応答を行います）。大学院組織は、代数構造学、空間構造学、数理解析学、情報数理（北大電子科学研究所協力講座、西浦康政研究室）の4大講座で構成されていますが、教官の研究活動としては、代数系、幾何系、解析系、応用数学系に各教官が属しています。今回の研究紹介では、応用数学系の中の複雑系数理グループ（公式名称ではありません。我々が勝手にそう名乗っているだけです）の三人のメンバー、津田一郎、松本健司、行木孝夫の紹介を行います。この三人で普段セミナーを組織し、大学院学生の指導を行っています。また、不定期に同じ応用数学系の辻下徹氏と共同で複雑系セミナーを行っています。さらに、ときどき、解析系の儀我美一氏、応用数学系の西浦康政氏、北大工学部の島氏と共同でフォーラム北大数理科学を開催しています（津田一郎）。

カオス脳理論

津田 一郎

カオスの力学系、脳の数理モデル、を主に研究しています。研究方法是、「複雑系のカオスのシナリオ」（朝倉書店、1996年、金子邦彦氏と共著。近く、英語版が出版される予定）、「カオスの脳観」（サイエンス社、1990年）に書きましたので、ここでは述べません。常に変化しているものに興味があるために、研究の仕方も動的にしたいと常日頃から考えてきました。最近行った研究（進行中を含む）について簡単に説明して、研究紹介としたいと思います。

古典的システム理論では、システムを構成する単位の機能を結合したり、組み合わせたりする

¹ 本稿は、各地編集委員の発案・推薦にもとづき編集部が依頼して書いていただいた記事である。

ことで、システムの機能が構成できる。しかし、脳の機能はこのようには構成されていないことは、最近の神経生理学や心理物理学の実験で示唆されている。従来、単一の機能を表現するとされていた脳の領野が、複数の機能に関係することが、神経生理学の分野からも報告されはじめている。これらのいくつかは、神経心理学の分野で、脳損傷患者の研究からすでに70年代には示唆されていたものではあるが、ブローカ野は発話に関係するといわれてきたが、黙読や内声に対しても活動していることが分かってきたのはその一例である。脳というシステムがある機能を表現するとき、その機能の種類に応じて、何が機能単位になるかが決定され、また構成単位の働きもそれに依って決まっていくのかもしれない。

私は、カオスの力学系と脳を複雑系として研究することで、カオスをより深く理解し、その知見から脳と心を理解したいと考えてきた。まず、このような複雑系としての脳の研究方法として、解釈学的方法を提唱した(1984年、1990年、1992年)。最近5年間の研究は、これをカオス力学系の結合系や、神経回路網で具体的に実行し、脳理論の定式化を目指したものである。これらの研究から数学的にも興味深い問題が得られている。

カオスの遍歴

脳の記憶過程をシミュレートするために作った非平衡神経回路網のモデルで発見した。これは高次元力学系の新状態である。池田研介氏、金子邦彦氏とそれぞれ別々の論文においてではあるが共同で提唱した(1989年、1990年、1991年)。P. Davis氏も類似の現象に注目していたこともあり、英語名の chaotic itinerancy は P. Davis 氏の知恵を借りた。

相空間に複数のアトラクターがあるとする。アトラクターは、不動点、周期軌道、概周期軌道、カオス軌道であってよい。このままの状態だと相空間はベイシンに分割される。ここで、不安定化が起こるとアトラクターをつなぐ軌道が生成されることがある。不安定性が強いともとのアトラクターの構造は破壊され乱流状態になるが、不安定性が弱いともとのアトラクター近傍への軌道の滞在確率が高くなる。この時、もとのアトラクターはもはやアトラクターではないので、アトラクター痕跡と呼ぶ。アトラクター痕跡とそれらをつなぐ軌道は新たなアトラクターになることがあり、それを遍歴アトラクターと呼ぶ。遍歴アトラクターで表現される運動をカオスの遍歴という。この様相は、旅人が宿から宿へと遍歴する様子に似ている。

カオスの遍歴的な現象は、1) 非平衡神経回路網 (Tsuda, Körner and Shimizu, 1987; Tsuda, 1991, 1992; Davis, 1990; Nara and Davis, 1992)、2) カオス写像の大域結合系 (Kaneko, 1990)、3) 光乱流 (Ikeda, Ootsuka, and Matsumoto, 1989)、4) 保存系 (例えば、Konishi and Kaneko, 1992)、5) 微分-差分結合系 (Okuda and Tsuda, 1994)、6) 多数のサドル・ノード分岐が一度に起こる反応拡散系 (Ueyama and Nishiura, 1998)、7) カオス神経回路網 (Aihara et al, 1990) など多数の系で見つかっている。脳神経系に関しては、Freeman や Kay の嗅覚系での実験で類似の挙動が観測されており、カオスの遍歴の脳での役割の可能性が議論されている。最近では、アトラクター痕跡をミルナー・アトラクターの崩壊したものとみなし、カオスの遍歴のモデル研究を行っ

ている。ミルナーの意味でのアトラクターとはその集合に到達する初期値の集合が正のルベグ測度をもつもののうちで最小の集合のことであり、従って、そこから抜け出す軌道が存在していても構わないという意味で通常のアトラクターの定義とは異なっている。金子邦彦氏が GCM(大域的に結合したカオス写像) の場合のカオスの遍歴をミルナー・アトラクターで解釈する研究をしているので、はじめからミルナー・アトラクターを結合させて遍歴が出るのではないかと考えたのである。しかし、実は神経回路モデルでの遍歴の相空間での構造を分析したときにミルナー・アトラクター的なものをすでにみついていたのだが、ミルナーの定義を知らなかったので放置していた問題にようやく取り掛かったという感じである。最近、小室元政氏が一つの数学的機構を提案した。これを機に数学者の間でカオスの遍歴の研究会を行うことが計画されている。

特異連続でいたるところ微分不可能なアトラクター

連続でいたるところ微分不可能な関数は古くから知られており、代表的なものにワイエルシュトラス関数、高木関数 (Hata and Yamaguti, 1984) などがある。最近、コントロール集合上で連続でいたるところ微分不可能と呼べるような関数の例が見つかった (Rössler and Rössler, 1992)。そこで、まずコントロール集合上で連続 (特異連続と呼ぶ) な関数の定義を与え、コントロール集合上で定義された関数の微分可能性をディニ微分 (ルベグ積分の入門書を見よ。テンブルの本が物理学者むけの良書である。Titchmarsh も見よ。) を使って定義し、上記の関数が実際に特異連続で微分不可能であることを示した (Tsuda and Yamaguchi, 1998)。また、特異連続で微分不可能な関数のグラフがアトラクターになるような力学系の例を構成した (Rössler, Knudsen, Hudson and Tsuda, 1995)。これは、スメイルのソレノイドを拡張したものになっている。構成した系は公理 A 力学系と呼ばれる数学的には性質の良い系であるが、応用上はあまり面白くない。そこで、神経回路網でこのような特異なアトラクターを生成するものを作り、コンピューターシミュレーションを行った (上記 Tsuda and Yamaguchi, 1998)。ここで、コントロール集合上での情報のコード (符号化) とデコード (復号化) という新しい情報概念が得られた。また、このような特異なアトラクターを生成する力学系の構成方法を部分的に明らかにした。縮小型力学系とカオス力学系の斜積変換で、カオス力学系が独立変数である場合である。ここで、斜積変換 (Skew Product) を 2 変数の場合に直感的にいうと、一方の変換に依存して他方の変換が決まるものである。特異連続でいたるところ微分不可能なアトラクターとカオスの遍歴が関係する可能性も議論されている (Tsuda, 1996)

推論過程の力学系での表現

古典論理、ウカシェビッチ論理、様相論理などの論理を一つ固定し、与えられた命題の真偽を判定するための推論過程を想定する。ウカシェビッチ論理は古典論理より少し弱い論理で、「かつ」演算を minimum でとる。それに伴って他の基本演算も変更される。もともとは、ウカシェビッチの三値論理で導入されたものだが、無限多値論理にも同様に適用されている。一般にさまざまな様相を考慮した論理を様相論理というが、特に「必然」や「可能」を表現する演算子を導入した

ものをさすことが多い。論理体系に外の世界の「意味」を与えることで、形式的に得られる論理演算の結果を「解釈」することができる。よく知られている意味論にクリプキ意味論がある。現実の世界に到達可能な世界を n 個想定し、これら可能世界すべてで真である命題は、現実の世界で必然的に真であるという。

神経回路での表現を考慮して、命題をベクトルで表現する。真、偽に対応する正規直交ベクトルを用意する。この二つのベクトルで張られる 2 次元平面に命題を表現するベクトルを射影する。このベクトルの真の方向へのスカラー射影を命題の真理値とみなす。

論理演算に基づいて命題の真理値を決定する過程に対して、前提から結論を導く過程と結論を次のステップでの前提と同一視する過程の二つの過程を考える。後者の導入により推論過程を力学系とみなせるようになる。特に、ウカシェビッチ論理に固定すると、ある種の自己言及命題がカオスの力学系で表現され、その不動点は古典論理を仮定した時の解であることが分かった。ウカシェビッチ論理の場合はその不動点が不安定化してカオスが唯一のアトラクターとなる場合が存在した。

この論理の上に様相論理を作り同種の問題を考えた。クリプキ意味論を採用し、可能世界の数を分岐パラメーターとして変換された力学系の解の構造を調べたところ、可能世界の数が 2 以上でカオスが消滅し、古典論理での解が安定になった。つまり、世界の数がたった 1 個の場合のみ、自己言及命題はカオスで表現される。これが一般的なのかどうかは分っていない。何か深い理由がありそうだが、まだよく分らない。

この理論は、もともとは神経細胞の閾値の存在を説明するために、チャンネルタンパクの活性化を左右するカイネスとホスフォテースという二種類の酵素のネットワークを推論形式で書き下し、動力学へと変換したものだが、興奮性と抑制性のネットワーク系に一般に適用可能である (Tsuda and Tadaki, 1997)。そこで、この理論を神経回路に適用すると、従来知られていたネットワーク方程式の他に、これとは異なる関数方程式が得られた。これらの方程式をシミュレーションした結果、現在脳神経科学で重要な問題になっている次の情報表現に新しい知見を与え得ることが分かった。神経細胞が入力の積分を単位時間当たりのパルス頻度に変換する方式 (積分型) なのか、複数の入力のシンクロ状態をパルスに変換する方式を取っている (コインシデンス型) か論争が行われている。上の理論は、この問題に対して一つの可能な解答を与える。すなわち、ニューロンは、入力パルスの強度に応じて、積分型になったりコインシデンス型になったりする dual coding を行っているかも知れない (Tsuda, 1998 submit 中)。この考えを支持する実験が去年あたりからでている (例えば、Riehle and Aertsen (1997))。

次に、この理論を信念の体系に適用することを考えた。人の発達段階で、他者理解による自己意識の生成の問題を考えると、子どもが他者の信念体系を理解する段階があるらしい。理論をこのような心理学上の観測事実を神経科学的な解釈に結び付ける方向に持っていきたいと考えて研究を始めた。理論と信念体系のある程度の対応づけができるが、理論を形式的なレベルで終わらせたくないの、サルなどの動物での実験を考えた。現在、玉川大学の塚田・斎藤グループと順

天堂大学の彦坂・三上グループとでチームを組んで、この理論をもとにした実験を準備中である。

また、数学的な問題として、ド・ラムの関数方程式と類似のものを得た。ただし、ド・ラム方程式の場合、変数の座標変換が縮小写像で与えられるのに対し、私の方程式の場合、座標変換がカオス写像で与えられる点が異なっている。この方程式の解析は、現在進行中である。

References

- I. Tsuda (1984), 'A hermeneutic process of the brain', Prog. Theor. Phys. Suppl. **79** (1984) 241-259.
- I. Tsuda, E. Körner and H. Shimizu (1987), 'Memory dynamics in asynchronous neural networks', Prog. Theor. Phys. **78** (1987) 51-71.
- I. Tsuda (1991), 'Chaotic Neural Networks and Thesaurus', "Neurocomputers and Attention" (eds. A. V. Holden and V. I. Kryukov, Proc. of the International conference on Neurocomputers and attention, Manchester University Press) 405-424.
- I. Tsuda (1991), 'Chaotic itinerancy as a dynamical basis of Hermeneutics in brain and mind', World Futures **31** (1991) 105-122.
- I. Tsuda (1992), 'Dynamic link of memory- chaotic memory map in nonequilibrium neural networks', Neural Networks **5** (1992) 313-326.
- K. Kaneko (1990), 'Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in network of chaotic elements', Physica D **41** (1990) 137-172.
- K. Ikeda, K. Otsuka, and K. Matsumoto (1989), 'Maxwell-Bloch turbulence', Prog. Theor. Phys. Suppl. **99** (1989) 295-324.
- P. Davis (1990), 'Application of optical chaos to temporal pattern search in a nonlinear optical resonator', Jpn. J. Appl. Phys. **29** (1990) L1238-L1240.
- T. Konishi and K. Kaneko (1992), 'Clustered motion in symplectic coupled map systems', J. of Phys. A **25** (1992) 6283-6296.
- S. Nara and P. Davis (1992), 'Chaotic wandering and search in a cycle-memory neural network', Prog. Theor. Phys. **88** (1992) 845-855.
- S. Nara, P. Davis, M. Kawachi, and H. Totsuji (1995), ' Chaotic memory dynamics in a recurrent neural networks with cycle memories embedded by pseudo-inverse method', Int. J. of Bifurcation and Chaos **5** (1995) 1205-1212.

- K. Aihara, T. Takabe and M. Toyoda (1990), 'Chaotic neural networks', Phys. Lett. A **144** (1990) 333-340 .
- H. Okuda and I. Tsuda (1994), 'A coupled chaotic system with different time scales: Toward the implication of observation with dynamical systems', Intl. J. of Bifurcation and Chaos **4** (1994) 1011-1022.
- L. Kay, K. Shimoide, and W. J. Freeman (1995), 'Comparison of EEG time series from rat olfactory system with model composed of nonlinear coupled oscillators', Int. J. of Bifur. and Chaos **5** (1995) 849-858.
- L. Kay, L. R. Lancaster, and W. J. Freeman (1996), 'Reafference and attractors in the olfactory system during odor recognition', Int. J. of Neural Systems **7** (1996) 489-495.
- W. J. Freeman (1994), Neural mechanisms underlying destabilization of cortex by sensory input, Physica D **75** (1994) 151-164.
- W. J. Freeman (1995), *Societies of Brains - A Study in the Neuroscience of Love and Hate* (Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Hillsdale, 1995).
- M. Hata and M. Yamaguti (1984), 'Takagi function and its generalization', Japan J. Appl. Math. **1** (1984) 186-199.
- O. E. Rössler, R. Wais, and R. Rössler (1992), 'Singular-continuous Weierstrass function attractors', In Proc. 2nd Int. Conf. Fuzzy Logic and Neural Networks, (Iizuka, Japan, 1992) 909-912.
- O. E. Rössler, J. L. Hudson, C. Knudsen and I. Tsuda(1995), 'Nowhere- differentiable attractors', Int. J. of Intelligent Systems **10** (1995) 5-23.
- I. Tsuda(1996), 'A new type of self-organization associated with chaotic dynamics in neural networks', Int. J. of Neural Systems **7** (1996) 451-459.
- I. Tsuda and K. Tadaki(1997), 'A logic-based dynamical theory for a genesis of biological threshold', Bio Systems **42** (1997) 45-64.
- I. Tsuda and A. Yamaguchi (1998), 'Singular-continuous nowhere-differentiable attractors in neural systems', Neural Networks **11** (1998) 927-937.
- E. C. Titchmarsh (1985), *The Theory of Functions*, Oxford Univ. Press, 1985.

- A. Riehle, S. Grün, M. Diesmann and A. Aertsen (1997), 'Spike synchronization and rate modulation differentially involved in motor cortical function', Science **278** (1997) 1950-1953.

タンパク質の折り畳みの力学

松本 健司

タンパク質はアミノ酸がひとつづきに繋がった分子だが、生体内で固有の機能を発揮するには、ある特定の3次元形態をとる必要がある。タンパク質分子内には、多数の回転可能な結合が存在しており、いくつかの特定の角度でポテンシャルエネルギーが極小値をとる。3次元の形態変化はこれらの結合がある極小値から別の極小値へ回転することによって起きる。エネルギーが極小値をとる3次元形態は、ひとつのアミノ酸あたり少なくとも10はある。 n 個のアミノ酸からなるタンパク質では安定な3次元形態は10の n 乗個あることになる。このなかで、機能を発揮できる形態は一つしかない。

さて、機能を発揮する特定の形態のタンパク質を生体内条件からはずれた条件におくと、形態が変化して機能を失なう。こうなったタンパク質をもとの条件にもどすと、数十ミリ秒から数秒で固有の形態へ戻ることが、いくつかのタンパク質で実験的に確認されている。局所安定な形態の数を考えると、これほどの短時間にある特定の形態をとる、ということは通常の熱力学では考えられない。これをタンパク質の折り畳み問題という。

折り畳みの実験では熱力学的なパラメータを操作して平衡状態を得るという操作を行っているので、この意味では機能を発揮する特定の形態が熱力学的な自由エネルギー最小の状態である。しかし、タンパク質は、理想気体より遥かに複雑な力学系であり、それを熱力学だけで扱おうとするのは、かなり無理がある。

そこで、分子動力学でタンパク質の折り畳みで力学的に実際どのようなことが起っているのかを探ってみようというのが私の動機である。残念ながら、折り畳みの全行程と思われる1秒程度、タンパク質の運動を追うのは現在のところ不可能である。(10程度のアミノ酸をもつホルモンでも、10の -7 乗秒程度の計算である。)それでも、タンパク質が初期条件からどんどんポテンシャルエネルギーの小さいところへと時間発展していくのが見られる。これは、いろいろな保存系で見られることであるが、この原因がちゃんと調べられたことはないようである。タンパク質の場合、この現象が本質的である可能性があり、その原因を探ることは重要であると考え。